

La puissance fournie ou reçue est:  $P = U \times I$  (Voir Ex 2).

Le diviseur de tension est utilisé que si  $R_1$  et  $R_2$  sont en série (par exemple).

### ✓ Exercice 1

Soit le circuit de la figure 1, On pose  $E_2 = E_1 / 2 = E$  et  $R_1 = R_2 = 2R$

En utilisant les lois de Kirchhoff déterminer les intensités  $I, I_1, I_2$  en fonction de  $E$  et  $R$ .

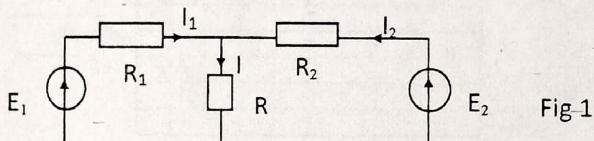


Fig 1

### ✓ Exercice 2

On considère le circuit de la figure 2, alimenté par un générateur de fem  $E$ .

$$P = U \times I_1 \text{ (W)}$$

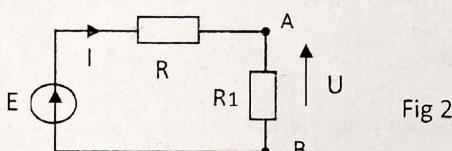


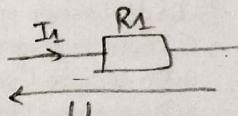
Fig 2

2) calculer  $I$  et  $U$ :

$$E = 50V$$

$$R = 100\Omega$$

$$R_1 = 400\Omega$$



$$\text{E} \quad P = E \times I_1 \text{ (W)}$$

1- Exprimer  $I$  et  $U$  en fonction de  $E$ ,  $R$  et  $R_1$ .

3- Calculer la puissance fournie par le générateur et celle reçue par la résistance  $R_1$ .

### ✓ Exercice 3 : posé dans l'exam (Théorème en régime courant)

On considère le circuit de la figure 3

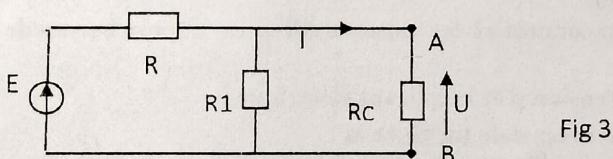


Fig 3

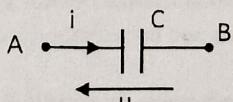
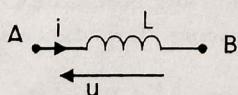
1- Déterminer le courant  $I$  dans la branche AB, par application du théorème de Thévenin.

2- Calculer  $I$  et  $U$ , sachant que  $E=15V$ ,  $R=100\Omega$ ,  $R_1=50\Omega$ ,  $R_C=50\Omega$

3- Calculer la puissance reçue par la résistance  $R_C$ .

### ✓ Exercice 4

1- Donner la relation entre  $u$  et  $i$ , pour chacun des dipôles ci-dessous,



2- Déterminer, l'expression des impédances complexes du condensateur et de la bobine en régime sinusoïdal.

*non pas de théorème de Thévenin*  
*(Théorème en régime sinus.)*

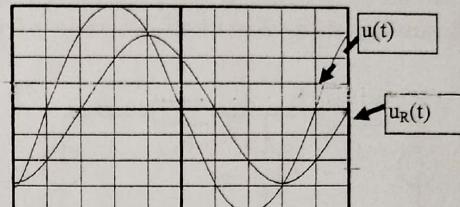
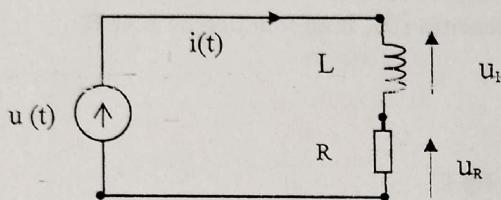
✓ Exercice 5: posé à l'examen. (Théorème en régime sinus.)

On considère le circuit suivant : on donne  $R = 200\Omega$

Calibre  $u(t) : 2V/div$

Calibre  $u_R(t) : 2V/div$

Base de temps :  $0,25ms/div$



1-Déterminer à partir des courbes de  $u(t)$  et  $u_R(t)$ .

2-La période de  $u(t)$ . En déduire sa fréquence ainsi que sa pulsation.

3-Les valeurs crêtes et efficaces des tensions  $u(t)$  et  $u_R(t)$ .

4-La valeur efficace  $I$  de l'intensité du courant  $i(t)$ .

5-Le déphasage entre  $u(t)$  et  $i(t)$ .

2-Tracer le diagramme de Fresnel relatif au circuit.

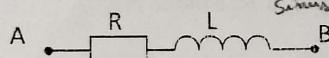
3-En déduire  $U_L$ , la valeur efficace de  $u_L(t)$ .

4-Déterminer l'impédance  $Z$  du circuit. En déduire la valeur de  $L$ .

✓ Exercice 6 *Il ne faut pas faire  $u_{AB} = u_R + u_L$  !!! car on est en régime sinusoïdal*

Un dipôle AB comportant en série une résistance  $R = 20\Omega$  et une bobine d'inductance  $L = 2mH$ .

*en effet on ne peut pas faire la somme tension alternative de valeur efficace 4V et de fréquence f = 1KHz.*



1- Déterminer l'expression de l'impédance complexe du dipôle AB.

2- Calculer l'impédance  $Z$  du dipôle

3- En déduire la valeur efficace du courant et les tensions efficaces  $U_R$  aux bornes de R et  $U_L$  aux bornes de L

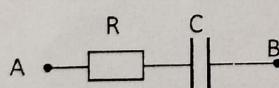
4- Calculer le déphasage entre la tension  $u$  et le courant électrique  $i$

5- Représenter la construction de Fresnel de  $u_R$ ,  $u_L$  et  $u$

✓ Exercice 7 *On peut faire :  $u(t) = u_R(t) + u_C(t)$  et pas  $U_{ABeff} \neq U_{Reff} + U_{Ceff}$*

Un dipôle AB comportant en série une résistance  $R = 1K\Omega$  et un condensateur de capacité  $1\mu F$  est parcouru par un courant de pulsation  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$  et de valeur efficace  $2mA$ .

*le module de Z*



1- Calculer les tensions efficaces  $U_R$  tension aux bornes de R,  $U_C$  tension aux bornes de C

2- Déterminer l'expression de l'impédance complexe du dipôle AB. Calculer l'impédance  $Z$  du dipôle AB.

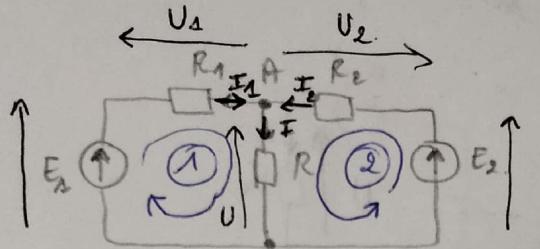
3- Calculer la tension efficace  $U$  aux bornes du dipôle AB *ce n'est pas  $U_{ABeff} \neq U_R + U_C$*

4- Calculer le déphasage entre la tension  $u$  et le courant électrique  $i$

5- Représenter la construction de Fresnel de  $u_R$ ,  $u_C$  et  $u$

# Série 1:

Ex1 :



Données:

$$E = \frac{E_1}{2} = E_2.$$

$$R_1 = R_2 = 2R.$$

⚠ Choix du sens de la maille est arbitraire  
Il faut bien connaître la loi des mailles

\* Lois de Kirchhoff:

• Loi des nœuds:

$$I_1 + I_2 = I.$$

(càd. la redondance des  $U$ )  
Déterminer les tensions selon convention récepteur  
comme générateur.  
diriger la maille.

• Loi des mailles:

$$\sum U_k = 0.$$

+  $U_k$  si  $U_k$  est orientée dans le sens que la maille.

-  $U_k$  si  $U_k$  est orientée dans le sens opposé à l'orientation de la maille.

On a pour la maille ① :

$$+E_1 - U_1 - U = 0.$$

$$E_1 = U_1 + U.$$

$$E_1 = R_1 \cdot I_1 + R \cdot I.$$

$$2E = 2R \cdot I_1 + R \cdot I \quad ①$$

On a pour la maille ② :

$$+E_2 - U_2 - U = 0$$

$$E_2 = U_2 + U.$$

$$E = R_2 \cdot I_2 + R \cdot I$$

$$E = 2R \cdot I_2 + R \cdot I \quad ②$$

Sachant que :  $I = I_1 + I_2$  (la loi des nœuds) ①

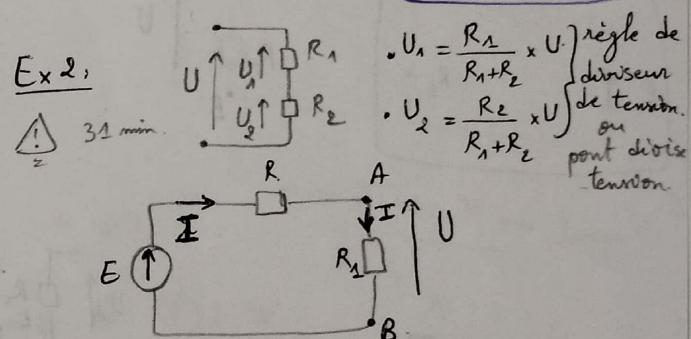
$$①: 2E = 2R \cdot I_1 + R(I_1 + I_2) \quad ③$$

$$②: E = 2R \cdot I_2 + R(I_1 + I_2) \quad ④$$

$$③: 2E = 3R \cdot I_1 + R \cdot I_2 \quad ⑤$$

$$④: E = R \cdot I_1 + 3R \cdot I_2 \quad ⑥$$

$$\boxed{I_1 = \frac{5E}{8R}}; \boxed{I_2 = \frac{E}{8R}}; \boxed{I = I_1 + I_2 = \frac{5E}{8R} + \frac{E}{8R}} \\ \boxed{I = \frac{6E}{8R} = \frac{3E}{4R}}$$



1) Règle de diviseur de tension.

on applique la règle de diviseur de tension au circuit.

La loi de Pouillet?

$$U = \frac{R_1}{R_1 + R} \times E.$$

on a d'après la loi d'Ohm :

$$U = R_1 \times I$$

$$\text{donc: } I = \frac{U}{R_1} = \left( \frac{R_1}{R_1 + R} \times E \right) \times \frac{1}{R_1}$$

$$\text{donc: } I = \frac{E}{R_1 + R}$$

2) Calculons I et U :

$$U = \frac{400}{400 + 100} \times 50 = 40V$$

$$\text{et: } I = \frac{50}{500} = 0,1A$$

3) Puissance fournie par le générateur :

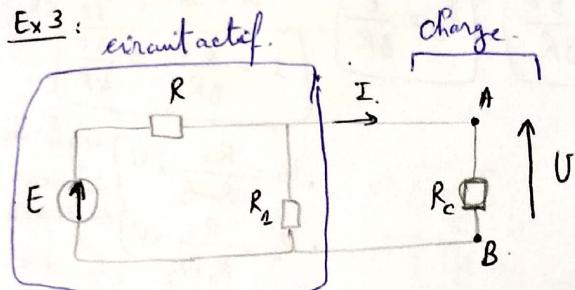
$$P_G = E \times I = 50 \times 0,1 = 5 \text{ W.}$$

Puissance reçue par  $R_1$  :

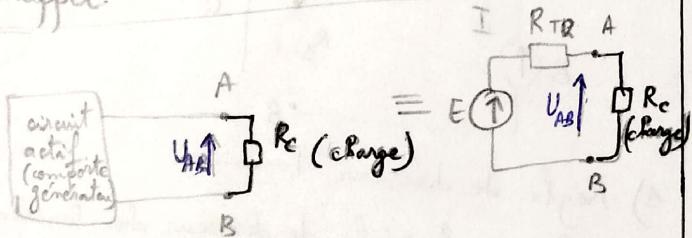
$$P_{R_1} = U \times I = 40 \times 0,1 = 4 \text{ W.}$$

La différence des deux tensions se trouve dans la résistance  $R$ .

Ex 3 : circuit actif.



Rappel du th. de Thévenin :



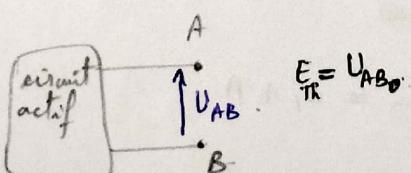
\* Comment déterminer  $R_{TH}$  :

- on débranche la charge  $R_c$
- on désactive les générateurs (les générateurs sont remplacés par un fil conducteur...)
- on calcule la résistance équivalente vue entre A et B :  $R_{AB} = R_{TH}$ .

\* Comment déterminer  $E_{TH}$  :

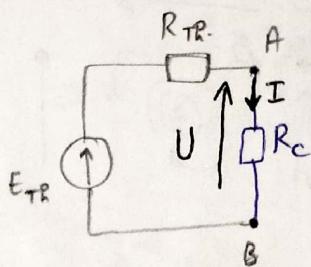
- on débranche la charge  $R_c$ .
- on calcule la tension vue entre A et B, noté  $U_{AB0}$  (ou  $U_{AB}$  à vide).

$$E_{TH} = U_{AB0}$$



Fin du Rappel.

1) Le circuit de l'ex 3 est remplacé par le schéma équivalent suivant :



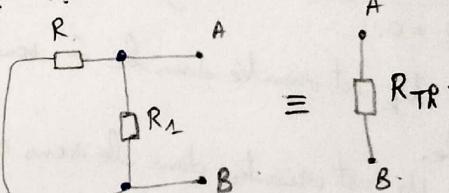
on applique la règle de diviseur de tension :

$$U = \frac{R_c}{R_c + R_{TH}} \times E_{TH}$$

$$I = \frac{U}{R_c} = \frac{1}{R_c + R_{TH}} \times E_{TH}$$

on détermine  $R_{TH}$  et  $E_{TH}$ .

$$R_{TH} = ?$$



$R_1$  et  $R$  sont en série.  
(parcouru par le même courant).

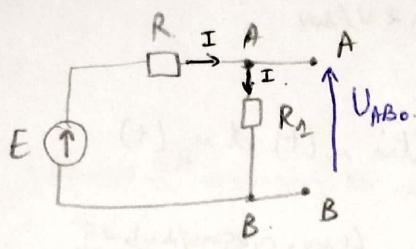
Or,  $R_1$  et  $R$  sont  $\parallel$ , on a alors :

$$\frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R}$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 \times R}{R_1 + R}$$

$$R_{TH} = \frac{100 \times 50}{150} = 33,3 \Omega$$

$$E_{TR} = ?$$



$$U_{AB_0} = \frac{R_1}{R_1 + R} \times E.$$

$$E_{TR} = U_{AB_0} = \frac{50}{150} \times 15 = 5V.$$

on a alors:

$$I = \frac{E_{TR}}{R_c + R_{TR}} = \frac{5}{50 + 33}$$

$$I = \frac{5}{83} = 0,06A.$$

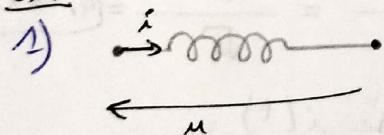
$$U = R_c \times I = 5 \times 0,06 = 3V$$

3) La puissance reçue par  $R_c$ :

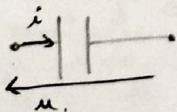
$$P_{R_c} = U \times I = 3 \times 0,06 = 0,18W$$

Dans le régime sinusoïdal on représente  $U$  et  $I$  en minuscule ( $u$ ,  $i$ ) et en régime courant on écrit  $U$  et  $I$ .

Ex4:



$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$



$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

2) avec les nombres complexes on peut écrire:

pour la bobine, la relation barre car il s'agit d'un nombre complexe

$$\bar{u} = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$\bar{u} = L \times j \omega i = j \cdot L \cdot \omega i$$

l'impédance complexe d'un dipôle est par définition:  $\bar{Z} = \frac{\bar{u}}{i}$

l'impédance complexe de la bobine est:

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{u}}{i} = \frac{j \cdot L \cdot \omega i}{i}$$

$$\bar{Z}_L = j \cdot L \cdot \omega \quad \text{à connaître}$$

pour le condensateur  $C$ , la relation entre  $\bar{u}$  et  $i$  est:

$$i = C \cdot \frac{d\bar{u}}{dt}$$

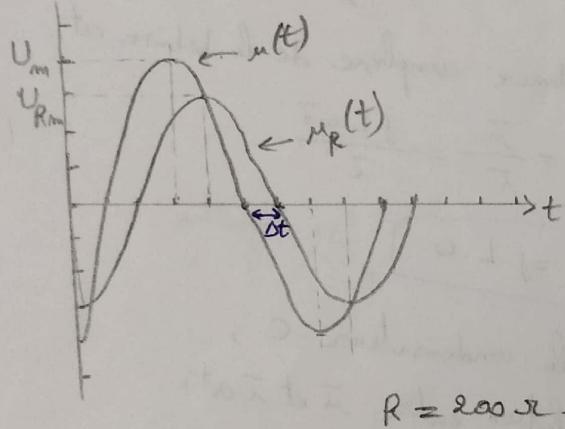
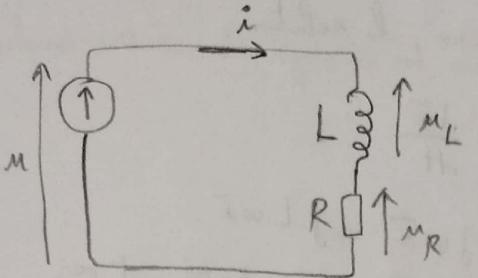
$$\text{donc: } \bar{i} = C \cdot j \cdot \omega \bar{u}$$

l'impédance complexe de la capacité ( $C$ ):

$$\bar{Z}_C = \frac{\bar{u}}{i} = \frac{\bar{u}}{C j \omega \bar{u}}$$

$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j \cdot C \omega}$$

Ex5:



Calibre :

$$u(t) : 2 \text{ V/div.}$$

$$u_R(t) : 2 \text{ V/div.}$$

$$\text{Temps} : 0,25 \text{ ms/div.}$$

1) La période de  $u(t)$  (ou  $u_R(t)$ ) :

$$T = 8 \text{ div} \times 0,25 \text{ ms/div.}$$

$$= 2 \text{ ms}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = 500 \text{ Hz.}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \times 500 = 3140 \text{ rad/s}$$

la valeur crête de  $u(t)$  (ou amplitude de  $u(t)$ ) .

$$U_m = 4 \text{ div} \times 2 \text{ V/div.}$$

$$= 8 \text{ V.}$$

Le calibre de  $u(t)$  et  $u_R(t)$  ne sont pas toujours égal.

La valeur de  $u_R(t)$ :

$$U_{Rm} = 3 \text{ div} \times 2 \text{ V/div.}$$

$$= 6 \text{ V.}$$

Le déphasage entre  $u(t)$  et  $u_R(t)$ :

on le multiplie par  $2\pi$  pour avoir le résultat.

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} \times 2\pi = \frac{(1 \text{ div} \times 0,25 \text{ ms/div}) \times 2\pi}{2 \text{ ms}}$$

$$\varphi = \frac{0,25}{2} \times 2\pi = \frac{\pi}{4}$$

$u(t)$  est en avance de phase de  $\frac{\pi}{4}$  par rapport  $u_R(t)$ .

Si on pose  $u_R(t) = U_{Rm} \cdot \cos(\omega t)$

$$\text{Alors: } u(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

car c'est  $u(t)$  qui est en avance de phase de  $\frac{\pi}{4}$  par rapport  $u_R(t)$ .

La valeur efficace de  $u(t)$ :

$$U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5,65 \text{ V.}$$

par le voltmètre, on mesure la valeur efficace.

La valeur efficace de  $u_R(t)$ :

$$U_{R_{eff}} = \frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4,24 \text{ V.}$$

La valeur efficace de  $i(t)$ :

on a :

$$u_R(t) = R \cdot i(t).$$

$U_{Rm} = R \cdot I_{max}$        $\triangle$  tjs dans une résistance, on a ceci car  $u_R(t)$  et  $i(t)$  sont tjs en phase.

$$\frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}} = R \cdot \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$U_{eff} = R \cdot I_{eff}$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{4,24}{200} = 2,12 \times 10^{-2} \text{ A.}$$

Le déphasage entre  $u(t)$  et  $i(t)$ ,  
 $u_R(t)$  et  $i(t)$  sont en phase

donc : le déphasage entre  $u(t)$  et  $i(t)$   
est égal au déphasage entre  $u(t)$  et  $u_R(t)$ .  
qui est égal à  $\frac{\pi}{4}$ .

car :

$$u_R(t) = U_{Rm} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\text{et } u(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow u_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$\text{d'où: } i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_{Rm}}{R} \cdot \cos(\omega t)$$

donc le déphasage entre  $u(t)$  et  $i(t)$   
est :  $\frac{\pi}{4}$ .

2) diagramme de Fresnel, relatif au circuit :

$$\text{on a: } u(t) = u_R(t) + u_L(t) \quad (1)$$

Si on pose :  $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t)$ .

$$u(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$u_R(t) = U_{Rm} \cdot \cos(\omega t)$$

$$u_L(t) = U_{Lm} \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Dans une bobine  $u(t)$  est en avance  
de phase de  $\frac{\pi}{2}$  /  $i(t)$

Il ne faut pas oublier les unités (dans l'examen)

Représentation de Fresnel : c'est une représentation  
vectorielle

à  $u(t)$  on associe le vecteur de Fresnel

$$\vec{U}(U_m, \frac{\pi}{4})$$

longueur  $\uparrow$  l'angle qui fait avec ore

à  $u_R(t)$  on associe le vecteur de Fresnel :

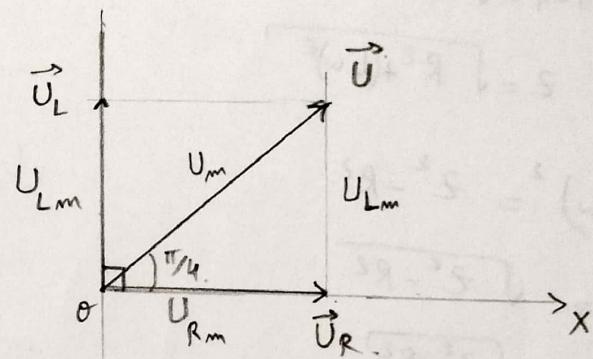
$$\vec{U}_R(U_{Rm}, 0)$$

à  $u_L(t)$  on associe le vecteur de Fresnel :

$$\vec{U}_L(U_{Lm}, \frac{\pi}{2})$$

① secrivent avec des vecteurs de Fresnel :

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$$



3)

on a: d'après le th de pythagore.

$$U_m^2 = U_{Rm}^2 + U_{Lm}^2$$

d'où:

$$U_{Lm} = \sqrt{U_{Rm}^2 - U_{Rm}^2}$$

$$U_{Lm} = \sqrt{8^2 - 6^2}$$

$$U_{Lm} = 5,29 \text{ V.}$$

La valeur efficace de  $u_L(t)$  est :

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{Lm}}{\sqrt{2}} = \frac{5,29}{\sqrt{2}}$$

$$U_{\text{eff}} = 3,74 \text{ V}$$

4) Impédance du circuit  $Z$  (global mais pas complexe).

$$\bullet Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$Z = \frac{5,65}{2,12 \times 10^{-2}} = 266 \Omega \leftarrow \begin{array}{l} \text{pas envie} \\ \text{d'écrire} \\ \text{la virgule} \end{array}$$

Déduisons la valeur de  $L$ :  
1<sup>ère</sup> méthode:

$$1 \bar{Z} = \bar{Z}_L + \bar{Z}_R$$

$$\bar{Z} = jL\omega + R = R + jL\omega$$

$$Z = \|\bar{Z}\| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$\text{donc: } Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$(L\omega)^2 = Z^2 - R^2$$

$$L\omega = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

$$L = \frac{\sqrt{(266)^2 - (200)^2}}{3140}$$

$$L = 0,05 \text{ H.}$$

2<sup>ème</sup> méthode:

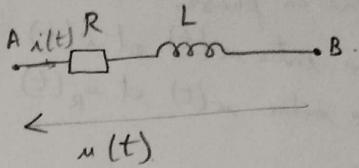
on a:

$$U_{Lm} = L\omega \times I_m$$

$$L = \frac{U_{Lm}}{\omega \times I_m} = \frac{5,29}{3140 \times 0,03}$$

$$L = 0,05 \text{ H.}$$

Ex 6:



Données:

$$R = 20 \Omega \quad L = 2 \text{ mH.}$$

$$U_{eff} = 1 \text{ V} \quad f = 1 \text{ kHz.}$$

1) Impédance complexe du dipôle AB:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L$$

$$\bar{Z} = R + jL\omega$$

2) Impédance  $Z$  du dipôle AB:

$$Z = \|\bar{Z}\| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$Z = \sqrt{(20)^2 + (2 \times 10^{-3} \times 2\pi \times 10^3)^2}$$

$$Z = \sqrt{400 + 160}$$

$$Z = 23,66 \Omega$$

$$Z = 24 \Omega \quad \text{on prend par excès.}$$

3) Valeur efficace du courant  $i(t)$ :

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \Rightarrow I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z}$$

$$I_{eff} = \frac{1}{24}$$

$$I_{eff} = 0,04 \text{ A}$$

La valeur efficace de  $u_R(t)$ :

$$U_{R\text{eff}} = R \cdot I_{\text{eff}}$$

$$U_{R\text{eff}} = 20 \times 0,04$$

$$U_{R\text{eff}} = 0,8 \text{ V}$$

⚠️ on ne peut pas utiliser  
 $U_{\text{eff}} = U_{L\text{eff}} + U_{R\text{eff}}$   
 car on travaille sur  
 régime sinusoïdal.

Valeur efficace de  $u_L(t)$ :

$$U_{L\text{eff}} = Z_L \times I_{\text{eff}}$$

$$U_{L\text{eff}} = L \omega \times I_{\text{eff}}$$

$$\begin{aligned} U_{L\text{eff}} &= 2 \times 10^{-3} \times 2\pi \times 10^3 \times 0,04 \\ &= 4 \times 0,04 \times \pi \end{aligned}$$

$$U_{L\text{eff}} = 0,5 \text{ V.}$$

4) Le déphasage entre  $u(t)$  et  $i(t)$ :

$$\bar{Z} = R + jL\omega$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

car, on a:  $\bar{u} = \bar{Z} \cdot \bar{i}$

$$\arg(\bar{u}) = \arg(\bar{Z} \cdot \bar{i})$$

$$\arg(\bar{u}) = \arg(\bar{Z}) + \arg(\bar{i})$$

$$\arg(\bar{u}) - \arg(\bar{i}) = \arg(\bar{Z})$$

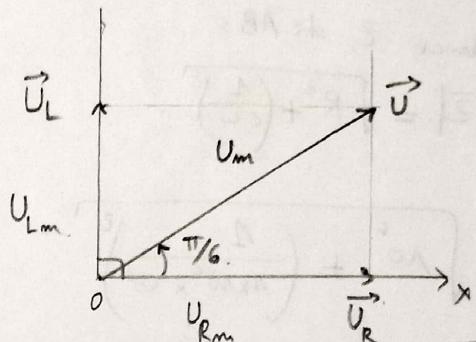
$$\varphi = \arg(\bar{Z})$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{2 \times 10^{-3} \times 2\pi \times 10^3}{20}\right)$$

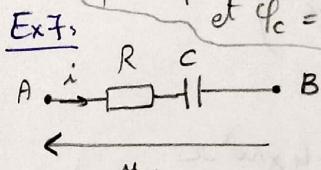
$$\varphi = \arctan\left(\frac{\pi}{5}\right) = 32^\circ \approx \frac{\pi}{6} \approx 0,56 \text{ (rad)}$$

⚠️ Si on a un circuit  $RL$ , on aura  
 $u(t)$  en avance /  $i(t)$

soit on pose:  $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t)$   
 alors  $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$



⚠️ par définition  $\varphi_R = 0$  et  $\varphi_L = \frac{\pi}{2}$ .



$$R = 1 \text{ k}\Omega, \quad \omega = 10^3 \text{ rad/s}$$

$$C = 1 \mu\text{F}, \quad I_{\text{eff}} = 2 \text{ mA.}$$

1) Calculer  $U_{R\text{eff}}$  et  $U_{C\text{eff}}$ :

$$\text{on a: } U_{R\text{eff}} = R \times I_{\text{eff}}$$

$$\underline{\text{A.N: }} U_{R\text{eff}} = 10^3 \times 2 \times 10^{-3}$$

$$U_{R\text{eff}} = 2 \text{ V.}$$

$$\text{et on a: } U_{C\text{eff}} = \frac{1}{c\omega} \times I_{\text{eff}}$$

$$\underline{\text{A.N: }} U_{C\text{eff}} = \frac{1}{1 \times 10^{-6} \times 10^3} \times 2 \times 10^{-3}$$

$$U_{C\text{eff}} = 2 \text{ V.}$$

2) Impédance complexe du dipôle AB:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_C \quad (\text{la résistance et le condensateur sont en série})$$

$$= R + \frac{1}{j\omega c}$$

$$= R - j \cdot \frac{1}{\omega c}$$

L'impédance  $Z$  de AB :

$$Z = |\bar{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega c}\right)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{A.N.}} Z = \sqrt{10^6 + \left(\frac{1}{1 \times 10^{-6} \times 10^3}\right)^2}$$

$$Z = \sqrt{10^6 + \frac{1}{10^{-6}}}.$$

$$Z = \sqrt{2} \times 10^3 = 1,4 \times 10^3 \Omega$$

$$Z = 1400 \Omega$$

3) tension efficace aux bornes de AB:

$$U_{eff} = Z \times I_{eff}$$

$$U_{eff} = 1400 \times 2 \times 10^{-3}$$

$$U_{eff} = 2,8 V$$

4) déphasage entre  $u$  et  $i$ :

$$\text{on a: } \bar{Z} = R - j \times \frac{1}{\omega c}$$

$$\text{le déphasage: } \varphi = \arctan\left(\frac{-1}{R\omega c}\right)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{R\omega c}\right)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{10^3 \times 10^{-6} \times 10^3}\right)$$

$$\varphi = -\arctan(1) = -\frac{\pi}{4}$$

$\boxed{\varphi = -\frac{\pi}{4}}$  La tension est en retard / i

en général on choisit  $i(t)$  avec une phase de  $\varphi = 0$

5) Représentation de Fresnel:

$$\text{on pose: } i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t)$$

$$\bullet u_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$= R \cdot I_m \cdot \cos(\omega t)$$

$$u_R(t) = U_{Rm} \cdot \cos(\omega t)$$

on fait correspondre à  $u_R(t)$

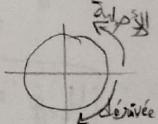
le vecteur de Fresnel:  $\vec{U}_R(U_{Rm}, \omega)$ .

$$\bullet \text{on a aussi: } i(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}$$

$$\bullet u_c = \frac{1}{c} \int i(t) dt$$

$$= \frac{1}{c} \int I_m \cdot \cos(\omega t) dt$$

$$u_c = \frac{I_m}{c\omega} \sin(\omega t).$$



$$= \frac{I_m}{c\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

La tension aux bornes d'une capacité est en retard / i(t)

\* méthode complexe:

$$\bar{u}_c = \frac{1}{j\omega c} \cdot i = \frac{1}{j\omega c} (-j) \cdot I_m \cdot e^{j(\omega t)}$$

$$= \frac{I_m}{c\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j(\omega t)} = \frac{I_m}{c\omega} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}$$

$$\bar{u}_c = \frac{I_m}{c\omega} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}$$

$$\text{Re}(u_c) = \frac{I_m}{c\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

on fait correspondre à  $u_c(t)$  le vecteur de Fresnel:  $\vec{U}_c(U_{cm}, -\frac{\pi}{2})$

$$= \frac{I_m}{c\omega}$$

$$\text{on a: } u(t) = u_R(t) + u_C(t)$$

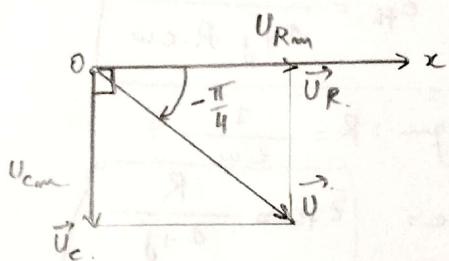
ceci n'est pas vrai en valeur efficace!

$$u(t) = U_m \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$

on fait correspondre à  $u(t)$  le vecteur:

$$\vec{U} \left( U_m, -\frac{\pi}{4} \right).$$

construction de Fresnel:



TD ELECTRICITE SERIE N°2

✓ Exercice 1

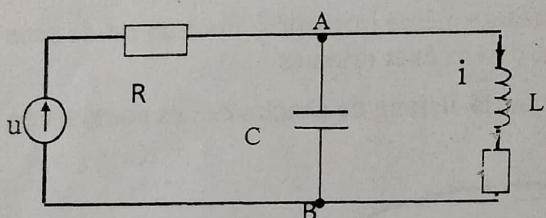
Considérons le circuit ci-dessous, alimenté par une source de tension  $u(t) = u_m \cos(\omega t)$ . La pulsation  $\omega$  est telle que  $L\omega = 1/C\omega = R$

On désire déterminer le courant  $i(t)$  circulant dans la bobine en utilisant le théorème de Thévenin.  
*car on travail en signal sinusoïdal.*

1-Calculer l'impédance complexe  $Z_{th}$  du générateur de Thévenin

2-Calculer en notation complexe la f.e.m  $e_{th}$  du générateur de Thévenin

3-En déduire l'expression du courant  $i(t)$ .



✓ Exercice 2 *peut être posé à l'examen*

Soit un circuit électrique, constitué par une inductance  $L$  en série avec une résistance  $R = 100 \Omega$  et parcouru, par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ , dont l'intensité efficace est  $I = 0.5 \text{ A}$ . *moyenne*

Le circuit RL consomme la puissance  $P = 55 \text{ W}$ . Le facteur de puissance du circuit (RL) est  $\cos \phi = 0.5$

1- Calculer la tension  $U$  aux bornes du circuit.

2- En déduire l'impédance  $Z$  du circuit.

3-Calculer la valeur de  $L$

✓ Exercice 3 *déjà fait en cours*

1- Déterminer l'expression du champ magnétique  $\vec{B}$  dû à un fil conducteur filiforme rectiligne de longueur *très longue* parcouru par un courant continu  $I$ , en un point  $M$  situé à la distance  $\rho$  de ce conducteur (figure a), en utilisant la loi de Biot et Savart.

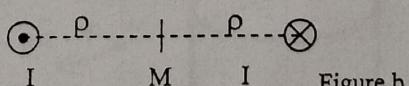
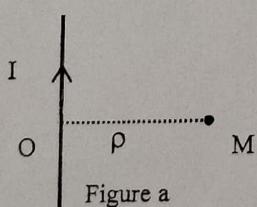


Figure b

*peut être donné à l'examen avec d'autre cas*

2- La figure b représente une coupe de deux fils infinis parallèles parcourus par des courants de même intensité  $I$ , de sens opposés. Déterminer, le champ magnétique  $\vec{B}$  créé en un point  $M$  situé à distance égale des deux fils.

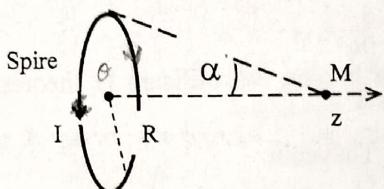
$\Delta$  dans le cas de la spire  $d\vec{B}$  et  $\vec{B}$  n'ont pas le m<sup>e</sup> sens.

**Exercice 4** sera dans l'exam.

On considère une spire S, de centre O d'axe Oz et de rayon R vu sous l'angle  $\alpha$  d'un point M de son axe. La spire est parcourue par un courant continu d'intensité I.

1- En utilisant des arguments de symétrie, déterminer la direction du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par la spire au point M de l'axe Oz situé à une distance  $z = OM$ .

2- Déterminer l'expression de  $\vec{B}(z)$  en fonction de  $\mu_0$ , I, R et z

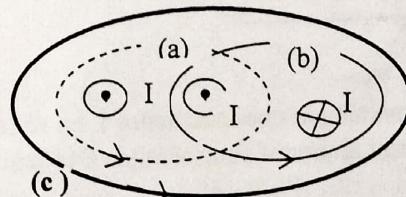


3- En déduire le champ créé par une bobine plate comportant (N) spires circulaire jointives

**Exercice 5 : Application directe du théorème d'Ampère.**

La figure 2 représente trois courants filiformes de même intensité I dont un est de sens opposé aux deux autres et trois contours a, b, c fermés et orientés.

Déterminer la circulation du champ magnétique  $\vec{B}$  le long de chacun de ces contours en appliquant le théorème d'Ampère.



**Exercice 6** on va le remplacer par un exo de solénoïde

Un conducteur cylindrique creux d'épaisseur négligeable, d'axe Oz, de longueur infini et de rayon R, est parcouru par un courant I réparti en surface, de densité surfacique uniforme  $\vec{J} = j \vec{u}_z$  (Figure 3).

1- En utilisant les propriétés de symétrie et d'invariance, déterminer la structure du champ magnétique  $\vec{B}$  (direction, sens, dépendance par rapport à quelle(s) coordonnées).

2- Déterminer en utilisant le théorème d'Ampère, le champ magnétique  $\vec{B}$  produit en un point M à la distance r de l'axe du conducteur ((on considère les deux cas :  $r > R$  et  $r < R$ )).

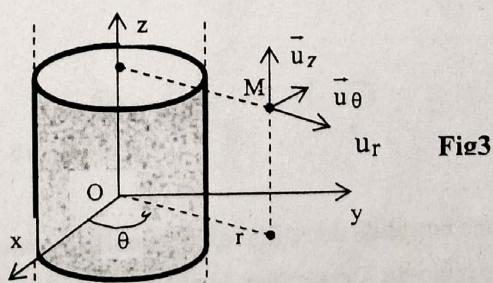
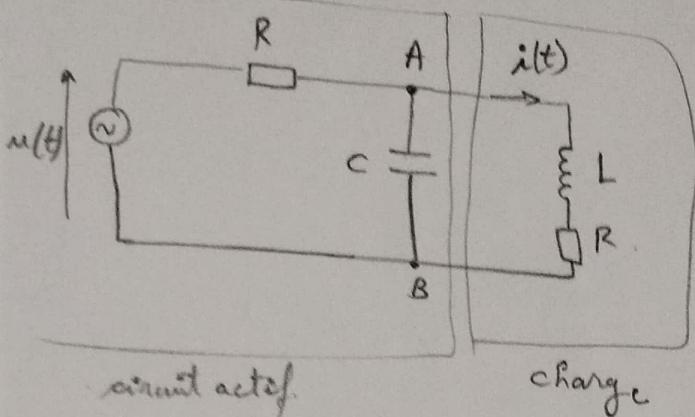


Fig3

Ex1:

série 2:



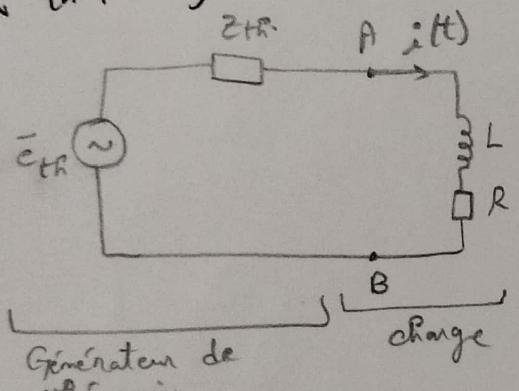
$$u(t) = U_m \cdot \cos(\omega t); \bar{u} = U_m \cdot e^{j\omega t}.$$

$$L\omega = \frac{1}{c\omega} = R;$$

1) Calculons l'impédance complexe  $\bar{Z}_{th}$  du générateur de Thévenin :

on remplace le circuit actif. vu entre A et B par le générateur de Thévenin

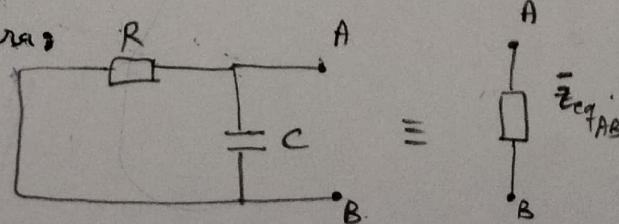
( $\bar{e}_{th}$ ,  $\bar{Z}_{th}$ ).



Calculons  $\bar{Z}_{th}$ :

- on débranche la charge ( $RL$ ).
- on désactive les générateurs de tension (on les remplace par un fil).
- on détermine l'équivalente vu entre A et B :  $\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_{th}$

et on aura :



$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_R // \bar{Z}_C.$$

$$\frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{Z}_C} = \frac{1}{R} + j\cdot c\omega.$$

$$\frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{1 + j\cdot c\omega}{R}.$$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_{th} = \frac{R}{1 + j \cdot R \cdot c\omega}$$

$$\text{Sachant que : } R = \frac{1}{c\omega}$$

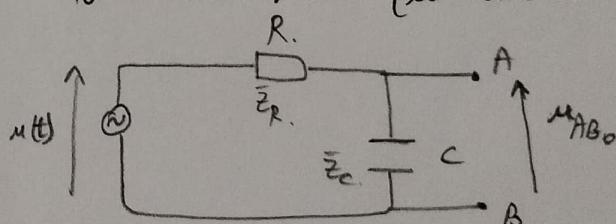
on trouve :

$$\bar{Z}_{th} = \frac{R}{1 + j}$$

$$\bar{Z}_{th} = \frac{R(1-j)}{1 - j^2} = \frac{R(1-j)}{2}$$

2) Calculons :  $\bar{e}_{th}$  :

- on débranche la charge.
- on détermine la tension  $U_{AB_0}$  vu entre A et B (circuit ouvert).



on applique la règle diviseur de tension :

$$\bar{u}_{AB_0} = \frac{\bar{Z}_C}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_R} \times \bar{u}.$$

$$\bar{u}_{AB_0} = \frac{\frac{1}{j\omega}}{\frac{1}{j\omega} + R} \cdot \bar{u}$$

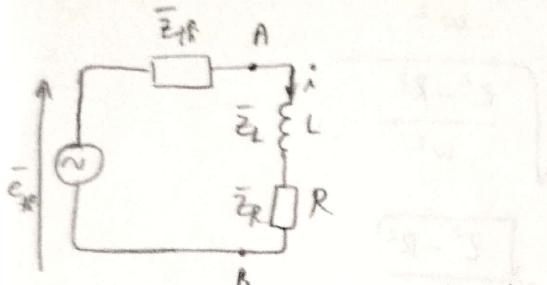
$$\bar{u}_{AB_0} = \frac{1}{1 + j \cdot R \cdot c\omega} \cdot \bar{u}.$$

$$\text{Sachant que : } R = \frac{1}{c\omega}$$

$$\text{on trouve : } \bar{u}_{AB_0} = \frac{1}{1 + j} \bar{u} = \frac{(1-j)\bar{u}}{2}.$$

$$\bar{e}_{th} = \bar{u}_{AB} = \left( \frac{1-j}{2} \right) \bar{u}$$

3) Démonsons l'expression de  $i(t)$ :  
on a donc:



$\bar{i}$  est déterminé en utilisant la loi de Paillet.

$$\bar{i} = \frac{\bar{e}_{th}}{\bar{Z}_{th} + \bar{Z}_L + \bar{Z}_R}$$

$$\bar{i} = \frac{\left( \frac{1-j}{2} \right) \cdot \bar{u}}{R \times \left( \frac{1-j}{2} \right) + j \cdot L \cdot \omega + R}$$

Sachant que  $L\omega = R$ , on trouve

$$\bar{i} = \frac{\left( \frac{1-j}{2} \right) \cdot \bar{u}}{R \left( \frac{1-j}{2} \right) + jR + R}$$

$$\bar{i} = \frac{(1-j) \cdot \bar{u}}{2R \left( \frac{1-j}{2} + j + 1 \right)}$$

$$\bar{i} = \frac{(1-j) \cdot \bar{u}}{R (1-j + 2j + 2)}$$

$$\boxed{\bar{i} = \frac{(1-j) \cdot \bar{u}}{R(j+3)}}$$

par ailleurs: en fin

$$\boxed{\bar{i} = \left( \frac{1-2j}{5R} \right) \bar{u}}$$

$$\bullet I_m = |\bar{i}| = \left| \frac{1-2j}{5R} \right| \cdot |\bar{u}|$$

$$\boxed{I_m = \frac{\sqrt{5}}{5R} \times U_m}$$

$$\bullet \arg(\bar{i}) = \arg \left( \frac{(1-2j)}{5R} \times \bar{u} \right) \\ = \arg(1-2j) + \arg(\bar{u})$$

$$= \arg(1-2j)$$

$$= \text{Arctan} \left( -\frac{2}{1} \right)$$

$$= -\text{Arctan}(2)$$

$$\arg(\bar{i}) = -\frac{\pi}{3}$$

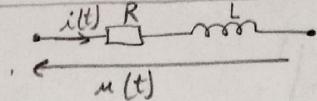
et par suite:

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$$

$$\boxed{i(t) = \frac{\sqrt{5}}{5R} \times U_m \times \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})}$$

Ex2: (peut être poser à l'examen):

• un fer -à- repasser  
• une machine -à- la ver } réduit en un circuit  
RL



$$R = 100 \Omega ; f = 50 \text{ Hz}.$$

$$I_{\text{eff}} = 0,5 \text{ A} ; P = 55 \text{ W}.$$

$$\cos \varphi = 0,5$$

1) Calculer  $U_{\text{eff}}$ :

en régime sinusoidal:

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \times \cos(\varphi) \Rightarrow = 1 \Rightarrow P_{\text{max}}$$

en régime courant:

$$P = U \times I.$$

On a :  $P = U_{\text{eff}} \times I_{\text{eff}} \times \cos(\varphi)$ .

$$U_{\text{eff}} = \frac{P}{I_{\text{eff}} \times \cos(\varphi)}$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{55}{0,5 \times 0,5}$$

$$U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$$

2) Dénisons l'impédance  $Z$  du circuit:

On a :  $Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \quad (\text{loi d'Ohm})$

$$Z = \frac{220}{0,5}$$

$$Z = 440 \Omega$$

3) Calculons la valeur de  $L$ :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

$$Z^2 = R^2 + L^2 \cdot \omega^2$$

$$L^2 \cdot \omega^2 = Z^2 - R^2$$

$$L^2 = \frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}$$

$$L = \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

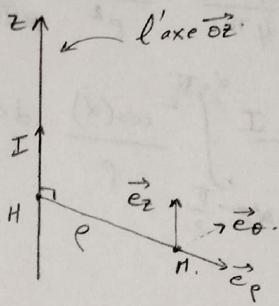
A.Ns

$$L = \frac{\sqrt{(440)^2 - (100)^2}}{2\pi \times 50}$$

$$L = 1,36 \text{ H.}$$

Ex3. cas infinie = très long.

1)



\* Choix du système de coordonnées:

coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$   
base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ .

\* Invariances:

Le fil conducteur est infini

I est invariant par translation // à l'axe  $\vec{oz}$

donc  $\vec{B}(M)$  ne dépend pas de la coordonnée z.

I est invariant par rotation autour de l'axe  $\vec{oz}$

donc  $\vec{B}$  ne dépend pas de la coordonnée  $\theta$  qui définit cette rotation.

$\triangle$  si on prend  $r=0$  ca M est confondu avec H  
donc le courant = I et si  $r \neq 0$  le courant = 0  
donc le courant dépend que de  $r$ .

B ne dépend que de  $r$ .

\* Symétrie:

$\triangle$  la symétrie d'un point du fil est lui-même par rapport à  $(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$

Le plan  $\Pi(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$  qui contient M est un plan de symétrie pour la distribution du courant.

donc  $\vec{B}(M) \perp \Pi(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$ .

donc:  $\vec{B}(M) \parallel \vec{e}_\theta$ .

$\triangle$  Pour connaître le sens de  $\vec{B}(M)$ , on fait le pouce au sens du courant et les autres doigts représentent le sens du  $\vec{B}(M)$ .

$\triangle$  Si on a le courant I vers le bas, on aura le sens du  $\vec{B}(M)$  opposé à  $\vec{e}_\theta$ .

• Sens de  $\vec{B}$ :

on applique la règle de la main droite  $\vec{B}$  a le même sens que  $\vec{e}_\theta$ .

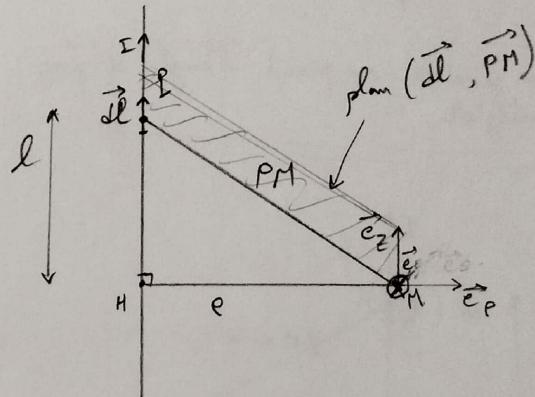
$$\text{ora: } \vec{B}(M) = B(r) \cdot \vec{e}_\theta.$$

\* Expression de  $\vec{B}(P)$ : Loi de Biot et Savart.

Un élément de courant centré en P

$Idl(P)$  produit au point M le champ élémentaire  $d\vec{B}(M)$ .

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \wedge PM}{PM^3}.$$



• direction de  $\vec{dB}$ :

$$\vec{dB} \perp \text{plan } (\vec{dl}, \vec{PM})$$

$$\vec{dB} \perp (\vec{e}_r, \vec{e}_z) \text{ donc } \vec{dB} \parallel \vec{e}_\theta.$$

$$\triangle \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c} \quad \text{donc } \vec{c} \text{ est de sens entrant}$$

$\triangle$  Pour connaître le sens de  $\vec{B}$

\* Pour connaître le sens du produit vectoriel on tourne nos doigts de  $\vec{a}$  vers  $\vec{b}$  et on allonge le pouce pour connaître le sens de  $\vec{c}$ .

• module de  $\vec{dB}$

$$dB = |\vec{dB}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I |dl \wedge PM|}{PM^3}.$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{dl \times PM}{PM^3} \cdot \sin(\vec{dl}, \vec{PM})$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{PM^2} \cdot \sin(\beta)$$

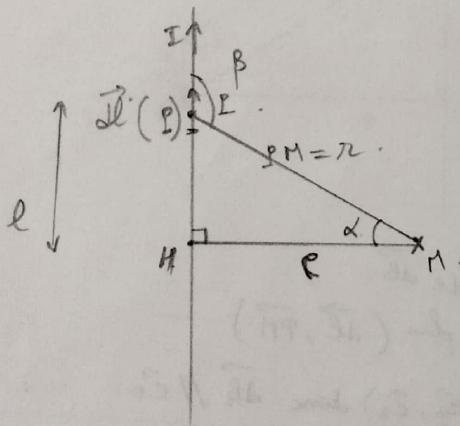
le champ total au point M a pour module

$$B(M) = \int_{P \text{ fil}} dB(M)$$

on intègre (on fait la somme)  
sur tout point P du fil.

$$B(M) = \int_{P \text{ fil}} \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{dl(P)}{PM^2} \cdot \sin(\beta)$$

en général on prend l'angle  $\alpha$  pour intégrer.



on prend  $\alpha$  comme variable d'intégration  
on exprime  $PM = r$ ,  $\sin(\beta)$  et  $dl$   
en fonction de  $\alpha$ .

$$\text{or, } \pi - \beta + \frac{\pi}{2} + \alpha = \pi$$

$$\beta = \alpha + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(\beta) = \cos(\alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{r}{r} \Rightarrow \frac{1}{PM^2} = \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2(\alpha)}{r^2}$$

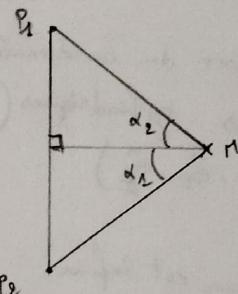
$$\text{on a: } \tan(\alpha) = \frac{l}{r}$$

$$d(\tan(\alpha)) = \frac{dl}{r} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2(\alpha)} \cdot d\alpha = \frac{dl}{r}$$

Donc:

$$B(M) = \int \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{\cos^2(\alpha)}{r^2} \cdot \frac{dl}{\cos(\alpha)}$$

$$B(M) = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \int_{\alpha_1 = -\frac{\pi}{2}}^{\alpha_2 = \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\alpha)}{r} \cdot dl$$



et puisqu'on a un fil infini donc:

$$r_1 \rightarrow +\infty \text{ et } r_2 \rightarrow -\infty$$

$$B(M) = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \times \frac{1}{r} \cdot [\sin(\alpha)]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

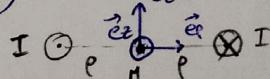
$$B(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Donc:

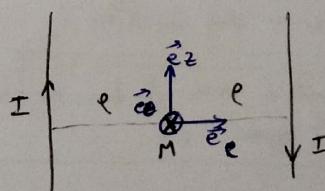
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \vec{e}_\theta$$

Conclusion:  $\vec{B}(M)$  dépend de  $r$ .  
si  $\vec{B}(M)$  est proche du fil le  $\vec{B}(M)$  est fort.  
 $\vec{B}(M)$  est à une valeur importante.  
 $\vec{B}(M)$  est significatif au voisinage du fil.

2)



$\equiv$



Soit  $\vec{B}_1(M)$  le champ produit par le fil (1) au point M.

Soit  $\vec{B}_2(M)$  le champ produit par le fil (2) au point M.

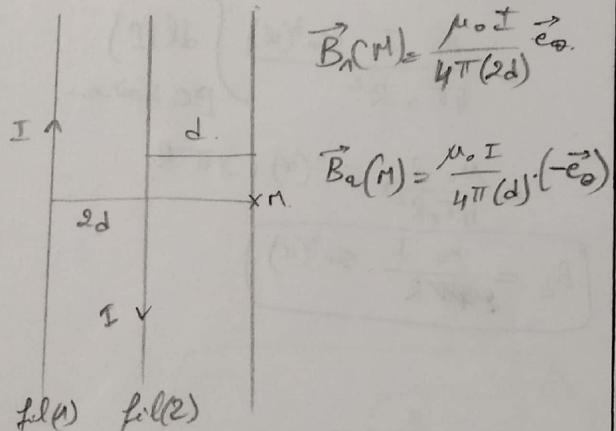
Le champ total produit par les 2 fils en M est :  $\vec{B}(M) = \vec{B}_1(M) + \vec{B}_2(M)$ .

Or,  $\vec{B}_1(M) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta$  : m' expression que  $\vec{B}(M)$  mais il faut vérifier son sens avec  $\vec{e}_\theta$ .

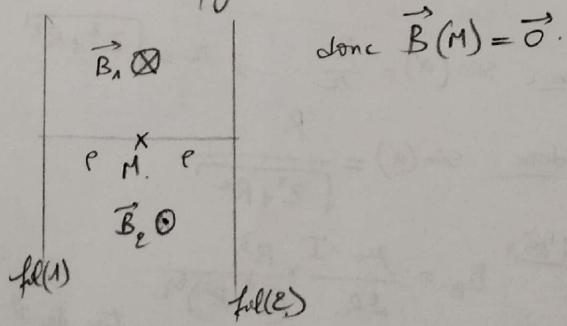
$$\vec{B}_2(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta$$

D'où : 
$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{\pi r} \vec{e}_\theta}$$

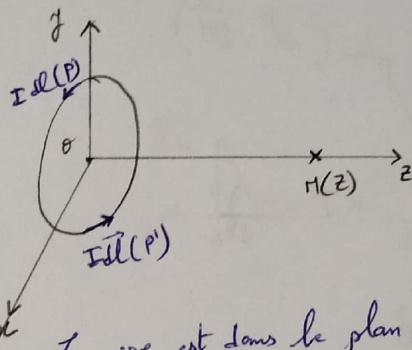
Autre cas de figure pour gte 2 :



Autre cas de figure



Ex4:



La spire est dans le plan ( $ox, oy$ )

1) Symétrie :

- le plan  $\Pi'$  ( $ox, oz$ ) qui contient M est un plan d'antisymétrie pour la distribution du courant.

Donc  $\vec{B}(M) \in \Pi' (ox, oz)$

- le plan ( $oy, oz$ ) qui contient M est un plan d'antisymétrie

Donc  $\vec{B}(M) \in (oy, oz)$

- donc  $\vec{B}(M) \in$  à l'intersection des 2 plans ( $ox, oz$ ) et ( $oy, oz$ )

⇒ D'où,  $\vec{B}(M) \parallel (oz)$

pour le fil : le pouce représente I  
mais pour la spire : les doigts représentent I

- Le sens de  $\vec{B}$  est déterminé à l'aide de la règle de la main droite

$\Rightarrow \vec{B}(M)$  est dans le m' sens que  $\vec{oz}$ .

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = B(M) \cdot \vec{e}_z$$

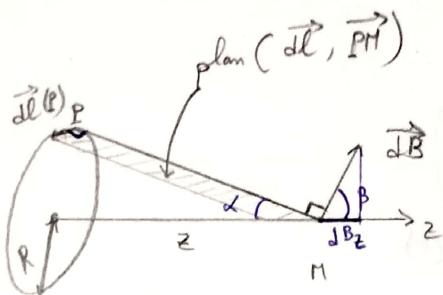
2) Expression de  $\vec{B}(M)$ .

Loi de Biot et Savart

Un élément de courant centré en P :  $I \vec{dl}(P)$  produit au point M le champ élémentaire  $d\vec{B}(M)$ .

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \vec{dl}(P) \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$

$$dB \perp (\vec{dl}, \vec{PM})$$



• module de  $\vec{dB}$ :

$$dB = |\vec{dB}| = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \times \frac{1}{PM^3} \times |\vec{dl} \wedge \vec{PM}|$$

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \times \frac{1}{PM^3} \times dl \times PM \times \sin(\vec{dl} \wedge \vec{PM})$$

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \times \frac{dl}{PM^2} \times \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \times \frac{dl}{PM^2}}$$

• la composante de  $\vec{dB}$  suivant  $\vec{oz}$   
est :  $dB_z = \vec{dB} \cdot \vec{e}_z$

quand on dit scalaire, on dit la projection

• la projection de  $\vec{dB}$  sur l'axe  $\vec{oz}$ .

$$dB_z = dB \cdot \cos(\beta)$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{PM^2} \cdot \cos(\beta)$$

on pose  $\pm PM = r$

on exprime  $\beta$  en fonction de  $\alpha$

$$\text{On a: } \alpha + \frac{\pi}{2} + \beta = \pi$$

$$\text{d'où: } \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\cos(\beta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\cos(\beta) = \sin(\alpha)$$

on exprime  $r = PM$  en fonction de  $\alpha$ .

$$\text{On a: } \sin(\alpha) = \frac{R}{r} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\sin(\alpha)}{R}$$

on a le choix d'exprimer  $r$  en fonction de  $\alpha$   
ou de  $\beta$  car  $\tan(\alpha) = \frac{R}{z}$

on a alors:

$$dB_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \times \frac{dl}{R^2} \times \sin^2(\alpha) \times \sin(\alpha)$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \times \frac{dl}{R^2} \times \sin^3(\alpha).$$

$$B_z = \int_{\text{spire}} dB_z.$$

$$= \int_{\text{spire}} \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{dl(P)}{R^2} \times \sin^3(\alpha)$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I \sin^3(\alpha)}{4\pi \times R^2} \int_{\text{spire}} dl(P)$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \times R^2} \times \sin^3(\alpha) \times 2\pi R.$$

$$\boxed{B_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R} \cdot \sin^3(\alpha)}$$

$$\int_{\text{spire}} dl = \int_0^{2\pi} R d\theta = 2\pi R$$

$$\text{On a: } \sin(\alpha) = \frac{R}{r} ; r = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\text{donc: } \sin(\alpha) = \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$\text{d'où: } B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R^3}{2R \cdot (z^2 + R^2)^{3/2}}$$

au centre de l'

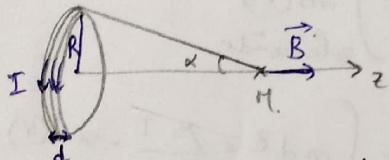
$$\boxed{B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}}$$

au centre de la spire ( $M = 0$ )  
 $z = 0$ , le champ magnétique est égal à

$$B_z(0) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}$$

- 3) Champ produit par une bobine plate comportant  $N$  spires parcourues par le courant  $I$ , en un point  $M$  de l'axe  $\vec{OZ}$  de la spire.

Bobine plate est un enroulement de  $N$  spires de rayon  $R$ .  $R \gg d$  (épaisseur).



on considère dans une bobine plate que les spires sont confondues.

donc le champ créé par la bobine plate en un point  $M$  est égal à  $N$  fois le champ créé par une spire.

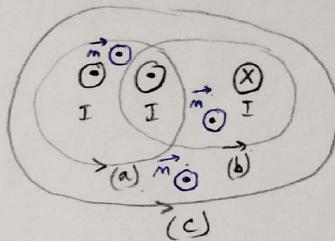
donc :

$$\vec{B}(M) = N \times \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \sin^2(\alpha) \cdot \vec{e}_z$$

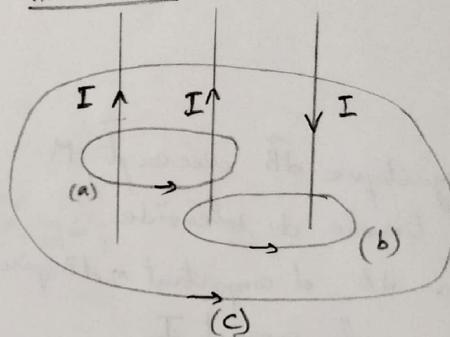
le champ créé par une bobine plate au centre  $O$  est :

$$\vec{B}(0) = N \times \frac{\mu_0 I}{2R} \cdot \vec{e}_z$$

Ex5 :



Autrement :



- Les trois courants produisent un champ magnétique  $\vec{B}$ .

Soit  $(\Gamma)$  un contour fermé orienté enlignant certains de ces courants.  
 On a d'après le théorème d'Ampère :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum I_k \text{ enlacé par } (\Gamma)$$

- Soit  $(\Gamma) = (a)$  : le contour (a)

$$\oint_{(a)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot (I + I) = 2\mu_0 \cdot I$$

- Soit  $(\Gamma) =$  contour (b).

$$\oint_{(b)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot (I - I) = 0$$

- Soit  $(\Gamma) =$  contour (c)

$$\oint_{(c)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot (I + I - I) = \mu_0 \cdot I$$

TD ELECTRICITE SERIE N°3

✓ Exercice 1: sera dans l'exam.

On considère un solénoïde de longueur  $L$  comportant  $N$  spires jointives circulaires de rayon  $R$ , parcourues par un courant continu d'intensité  $I$ . On pose  $n$  le nombre de spires par unité de longueur. On notera  $M$  un point de l'axe  $\overrightarrow{OZ}$  du solénoïde et  $\alpha_1, \alpha_2$  les angles sous lesquels depuis  $M$ , on voit les faces extrêmes du solénoïde.

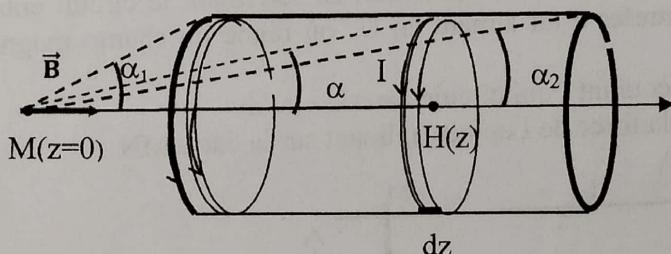
On rappelle qu'une spire centrée en  $H$  vue du point  $M$  sous l'angle  $\alpha$ , crée au point  $M$  le champ magnétique

$$\vec{b}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3(\alpha) \vec{e}_z$$

1-Calculer le champ magnétique élémentaire  $d\vec{B}$  créé au point  $M$  par une tranche du solénoïde de longueur  $dz$ , constituant une bobine plate comportant  $ndz$  spires

2- En déduire l'expression du champ magnétique total  $\vec{B}$ , créé au point  $M$  par le courant  $I$ .

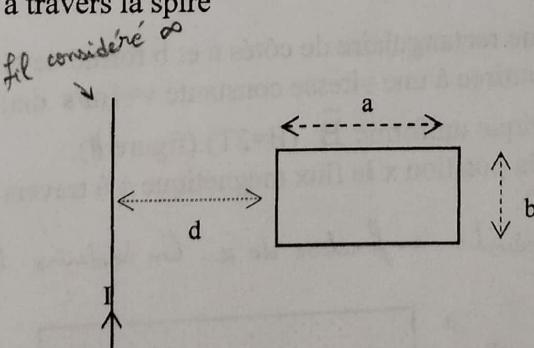
3- Si la longueur du solénoïde devient infinie, donner l'expression du champ magnétique en un point de l'axe.



✓ Exercice 2 Application du calcul du flux.

Une spire rectangulaire de cotés  $a$  et  $b$  est placée dans le champ magnétique  $\vec{B}$  d'un fil rectiligne infini parcouru par un courant  $I$ . La spire et le fil sont situés dans un même plan vertical et sont distants de  $d$ .

Calculer le flux de  $\vec{B}$  à travers la spire



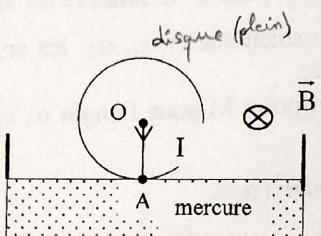
✓ Exercice 3 : exo pédagogique très connu (la roue de Barlow)

On considère la roue de Barlow constitué d'un disque conducteur de centre  $O$  de rayon  $R$  et qui peut tourner librement autour d'un axe  $\Delta$  passant par  $O$ . Elle est placée dans un champ magnétique uniforme parallèle à  $\Delta$ . Cette roue est reliée à un générateur de tension continu

débitant un courant d'intensité  $I$  qui circule dans le disque le long du rayon OA (A est le point de contact du disque avec le mercure). (voir Figure)

1-Donner l'expression de la force de Laplace élémentaire  $\vec{dF}$  exercée sur un élément de longueur  $dl$  de OA. Préciser le sens de  $\vec{dF}$ .

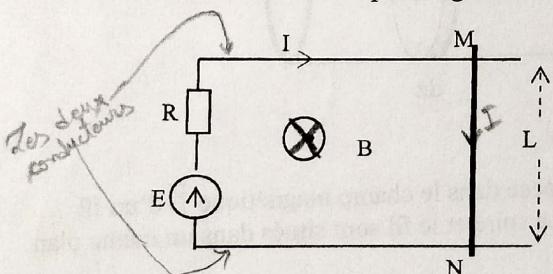
2-Déterminer la force de la palce résultante  $\vec{F}$  qui s'exerce sur le rayon OA. Quel est l'effet de cette force sur la roue



#### ✓ Exercice 4 Application de la force de Laplace

On considère deux conducteurs parallèles formant un "rail de Laplace" sur lequel peut se déplacer une barre mobile conductrice MN (voir figure). Le générateur a une f.e.m  $E = 10 \text{ V}$  et une résistance interne  $R = 10 \Omega$ , la barre MN de longueur totale  $L = 4\text{cm}$  a une résistance négligeable ; elle crée un court-circuit en refermant le circuit entre les deux rails. On place MN dans l'entrefer d'un aimant en U où règne un champ magnétique uniforme de norme  $B=0.1\text{T}$

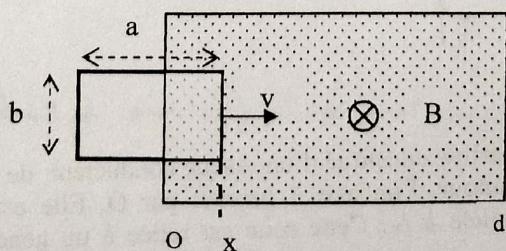
- 1-Calculer le courant  $I$  qui circule dans le circuit
- 2-Déterminez la force de Laplace agissant sur la barre MN



#### ✓ Exercice 5 :

On considère une bobine rectangulaire de côtés  $a$  et  $b$  formé de  $N$  spires de résistance totale  $R=16\Omega$ . La bobine est attirée à une vitesse constante  $v=1\text{m/s}$  dans une région d'épaisseur  $d$ , où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  ( $B=2\text{T}$ ) (figure 4).

- 1) Tracer en fonction de la position  $x$  le flux magnétique  $\phi$  à travers la bobine. On donne  $b=4\text{cm}$  ;  
 $a=10\text{cm}$ ,  $d=15\text{cm}$ ,  $N=2$ .
- 2) calculer la f.e.m induite en fonction de  $x$ . En déduire le courant induit  $i$  en fonction de  $x$ .



Série 3:

Ex 1:

$L$  contient  $N$  spires

$dZ \longrightarrow m \times dZ$  spires

la bobine plate de longueur ( $dZ$ )  
contient ( $m dZ$ ) spires et produit au  
point M le champ élémentaire :

$$dB(M) = m dZ \cdot \vec{b}$$

$$= m \cdot dZ \times \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \cdot \sin^3(\alpha) \cdot \vec{e}_z$$

2) le champ total produit au pt M  
par le solénoïde est :

$$\vec{B}(M) = \int_{\text{soleñoïde}} dB(M)$$

$$\vec{B}(M) = \int_{\text{soleñoïde}} m dZ \times \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \times \sin^3(\alpha) \cdot \vec{e}_z$$

on prend comme variable d'intégration  
l'angle  $\alpha$ :

on exprime  $dZ$  en fonction de  $\alpha$ ,

On a :

$$\cotg(\alpha) = \frac{z}{R}$$

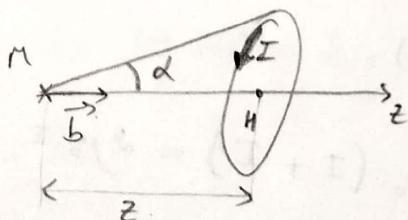
$$d(\cotg(\alpha)) = d\left(\frac{z}{R}\right)$$

$$-\frac{1}{\sin^2(\alpha)} dz = \frac{1}{R} dz$$

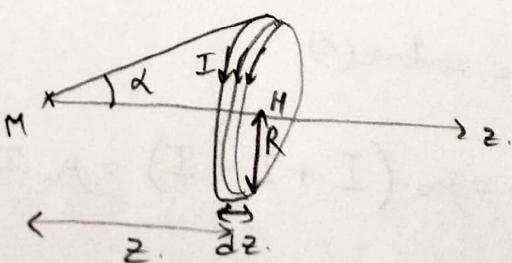
$$\text{on a alors: } dz = \frac{-R}{\sin^2(\alpha)} \cdot dz$$

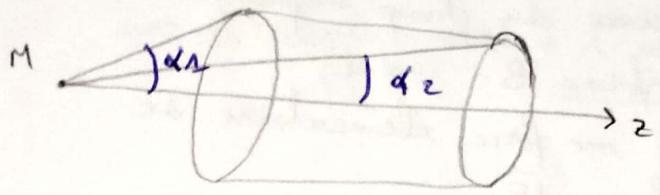
on obtient :

$$\vec{B}(M) = \int_{d_1}^{d_2} m \times \left( \frac{-R}{\sin^2(\alpha)} d\alpha \right) \times \frac{\mu_0 I}{2R} \times \sin^3(\alpha) \vec{e}_z$$



le champ créé au pt M par une  
tranche du solénoïde de longueur  
 $dZ$  vue sous l'angle  $\alpha$  est :





$$\vec{B}(M) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} -m \times \frac{\mu_0 I}{2} \times \sin(\alpha) \cdot d\alpha \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{B}(M) = -\frac{m \times \mu_0 I}{2} \left[ -\cos(\alpha) \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cdot \vec{e}_z$$

$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 \cdot m \cdot I}{2} \times (\cos(\alpha_2) - \cos(\alpha_1)) \cdot \vec{e}_z}$$

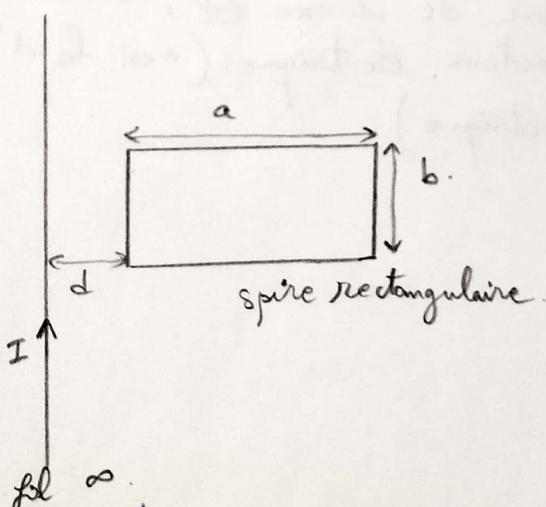
3) Si la longueur du solénoïde est infini, on a,  
 $\alpha_1 = \pi$  et  $\alpha_2 = 0$

d'où,

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 \cdot m \cdot I}{2} \cdot (\cos(0) - \cos(\pi)) \cdot \vec{e}_z$$

$$\boxed{\vec{B}_{\text{ac}}(M) = \mu_0 \cdot m \cdot I \cdot \vec{e}_z.} \quad \underline{\text{A connaitre}}$$

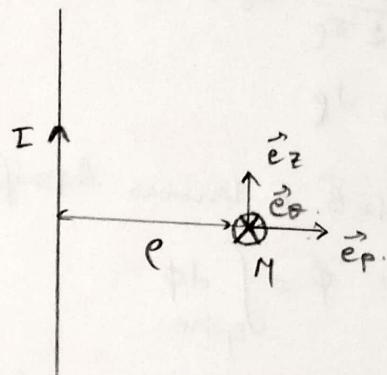
Ex 2: Application directe du calcul du flux.



- À connaitre
- l'exp.  $\vec{B}$  créé par un fil  $\infty$  à c
  - l'exp.  $\vec{B}$  créé par une spire
  - l'exp.  $\vec{B}$  créé par un solénoïde  $\infty$ .

Calculer le flux  $\phi$  du champ  $\vec{B}$  créé par le fil à travers la spire :

Soit  $\vec{B}$  le champ magnétique créé par le fil infini parcouru par le courant  $I$  au point  $M$ :



On a :

$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta}$$

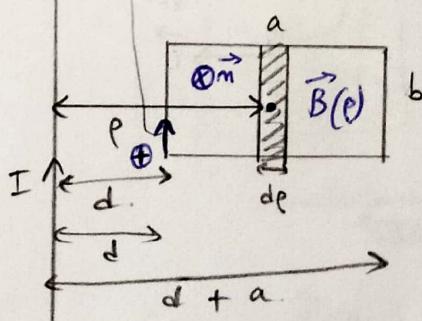
Considérons une surface élémentaire  $dS$  de la spire de longueur  $b$  et de largeur  $dp$  située à une distance  $r$  du fil :

$$dS = b \cdot dp$$

Pour choisir l'orientation du contour on choisit la règle de la main droite t.q.  $\vec{m}$  et  $\vec{B}$  ont m sens

juste pour avoir le sens (+)

l'orientation de la surface.



le vecteur normal à la surface (3)  
est choisi dans le m sens que  $\vec{B}$ .  
 $\vec{B} \neq \vec{0} \quad \vec{m} = \vec{e}_\theta$ .

on a : vecteur surface élémentaire :

$$\vec{ds} = ds \cdot \vec{n} = ds \cdot \vec{e}_0$$

le flux élémentaire de  $\vec{B}$  à travers  $ds$  est :  $d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{s}$

$$= \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_0 \cdot b \cdot dr \cdot \vec{e}_0$$

$$d\phi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} b \cdot dr$$

le flux total de  $\vec{B}$  à travers la surface de la spire est :  $\phi = \int_{\text{spire}} d\phi$

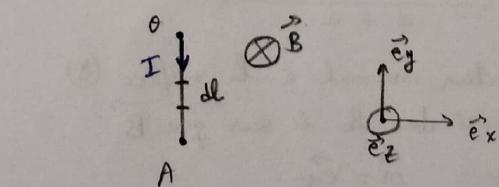
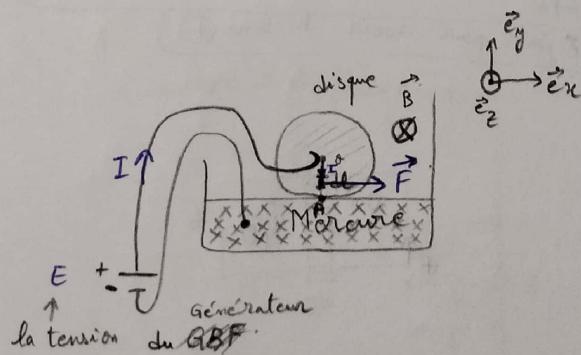
$$\phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} \cdot b \cdot dr$$

$$\phi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} b \int_d^{d+a} \frac{dr}{r}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \times b \left[ \ln(r) \right]_d^{d+a}$$

$$\boxed{\phi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \times b \times \ln \left( \frac{d+a}{d} \right)}$$

Ex 3 :



1) Un élément de longueur de OA en présence du champ magnétique garde la <sup>mention</sup> intensité et sens uniforme  $B$ . (constant)

Subit une force élémentaire de Laplace  $d\vec{F}$

$$\boxed{d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}}$$

La force de Laplace :  
À connaître.

$$\vec{dF} = I dl (-\vec{e}_y) \wedge B (\vec{e}_z)$$

$$\vec{dF} = I dl B (\vec{e}_y \wedge \vec{e}_z) \quad (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\boxed{\vec{dF} = I dl B \vec{e}_x}$$

2) Force de Laplace résultante exercée sur le rayon OA.

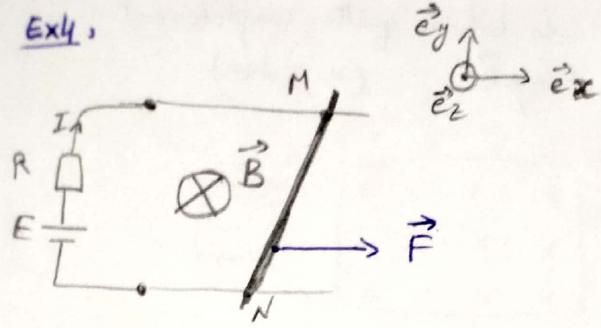
$$\vec{F} = \int_{OA} \vec{dF} = \int_{OA} I dl \times B \vec{e}_x$$

$$\vec{F} = I \cdot B \int_{OA} dl \cdot \vec{e}_x$$

$$\boxed{\vec{F} = I \cdot B \times OA \times \vec{e}_x = I \cdot B \times R \times \vec{e}_x}$$

La force  $\vec{F}$  fait tourner le disque autour de l'axe (A), on réalise un moteur électrique (c'est le 1<sup>er</sup> moteur électrique).

Ex4:



1)  $E = R \cdot I$ .

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10V}{10\Omega} = 1A.$$

2) Un élément de longueur  $dl$  de la barre mobile en présence du champ magnétique  $\vec{B}$  subit la force élémentaire de Laplace  $dF$ .

$$\vec{dF} = I \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

or,  $\vec{dl} = dl (-\vec{e}_y)$

et  $\vec{B} = B (-\vec{e}_z)$

d'où,  $\vec{dF} = I dl \times B \cdot (\vec{e}_y \wedge \vec{e}_z)$

$$\vec{dF} = I dl \times B \times \vec{e}_x$$

Force de Laplace résultante exercée sur la barre :

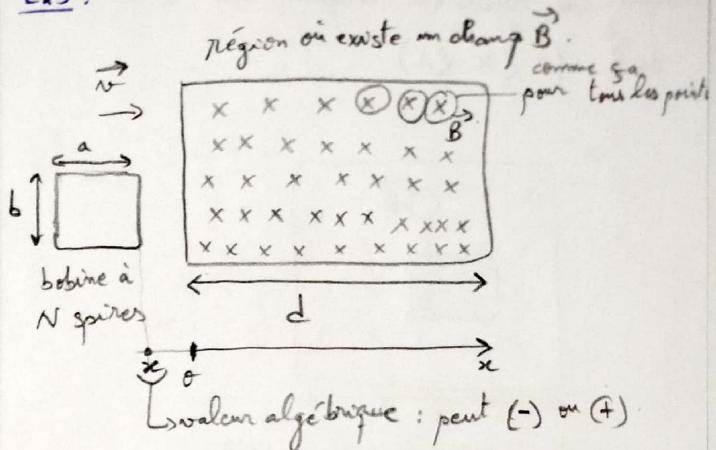
$$\vec{F} = \int_{MN} d\vec{F} = \int_{MN} I dl \times B \vec{e}_x$$

$$\vec{F} = I \times B \times \int_{MN} dl \vec{e}_x$$

$$\vec{F} = I \times B \times MN \times \vec{e}_x = I \times B \times L \times \vec{e}_x$$

La force  $\vec{F}$  déplace la barre du gauche vers la droite

Ex5:



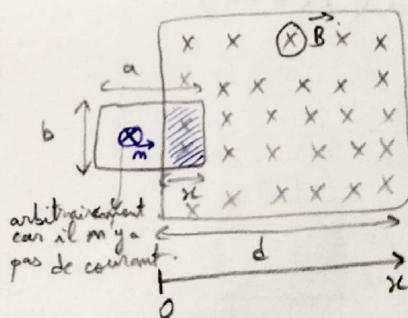
1) Calculons le flux de  $\vec{B}$  à travers la bobine.

1<sup>er</sup> cas: La bobine est dehors du champ  $\vec{B}$ .

2<sup>ème</sup> cas: la bobine n'est pas traversée par le champ  $\vec{B}$ .

- le flux de  $\vec{B}$  à travers la bobine est :  $\Phi = 0$ .

2<sup>ème</sup> cas: une partie de la bobine se trouve dans le champ  $\vec{B}$ . ( $0 < x < a$ ).



- la surface de la bobine traversée par  $\vec{B}$  est:  $S = x \times b$ .

- le flux de  $\vec{B}$  à travers la bobine

$$\Phi = N \cdot \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

S (spire) traversé par  $\vec{B}$ .

$$= N \cdot \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

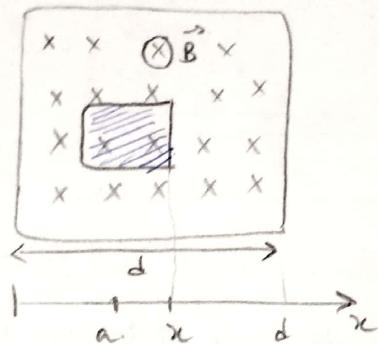
$$= N \cdot \iint_S B \cdot dS$$

$$= N \times B \times \iint_S dS$$

$$= N \times B \times S$$

$$\Phi = N \times B \times x \times b$$

3<sup>ème</sup> cas: la bobine est complètement à l'intérieur de  $\vec{B}$ . ( $a < x < d$ )



- La surface traversée par  $\vec{B}$  est :

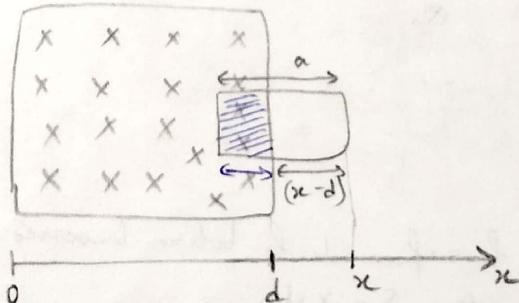
$$S = a \times b.$$

- de flux de  $\vec{B}$  à travers la bobine est :

$$\phi = N \times B \times S$$

$$\boxed{\phi = N \times B \times a \times b}$$

4<sup>ème</sup> cas: une partie de la bobine quitte le champ  $\vec{B}$ . ( $d < x < d+a$ )



- la surface de la bobine traversée par  $\vec{B}$ :

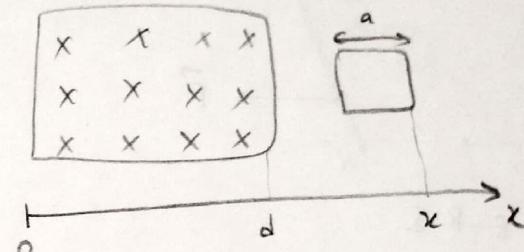
$$S = b \times (a - (x-d)) \\ = b \times (a + d - x).$$

- le flux à travers la partie de la bobine de surface  $S$ :

$$\phi = N \times B \times S.$$

$$\boxed{\phi = N \times B \times (a+d-x)}$$

5<sup>ème</sup> cas: la bobine quitte complètement le champ  $\vec{B}$ . ( $x > d+a$ )



$$\boxed{\phi = 0}$$

Résumé:

$$x < 0 : \phi = 0.$$

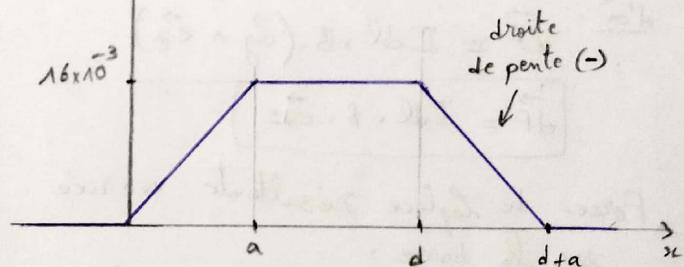
$$0 < x < a : \phi = N \times B \times b \times x = 2 \times 2 \times 4 \times 10^{-2} \times x = 16 \times 10^{-2} x \text{ (wb)}.$$

$$a < x < d : \phi = N \times B \times a \times b = 16 \times 10^{-2} \text{ (wb)}.$$

$$d < x < d+a : \phi = N \times B \times b \times (a+d-x) = (16 \times 10^{-2}) (25 \times 10^{-2} - x)$$

$$x > d+a : \phi = 0$$

$\phi \uparrow$  c'est une fonction continue.



2) f.e.m induite.

$$\text{Loi de Faraday: } e = -\frac{d\phi}{dt}.$$

$$1^{\text{er}} \text{ cas: } x < 0 \Rightarrow \phi = 0 \Rightarrow e = 0 \text{ (V)}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ cas: } 0 < x < a \Rightarrow \phi = 16 \times 10^{-2} x$$

$$\Rightarrow e = -\frac{d\phi}{dt} = -16 \times 10^{-2} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow e = -16 \times 10^{-2} \cdot N$$

$$e = -16 \times 10^{-2} \cdot 1$$

$$e = -16 \times 10^{-2} \text{ (en 1s) (V)}$$

la f.e.m s'oppose au  $\vec{B}$

3<sup>ème</sup> cas:  $a < x < d$ :  $\phi = 16 \times 10^{-3} \text{ (wb)}$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = 0 \text{ (v)}$$

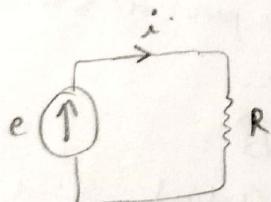
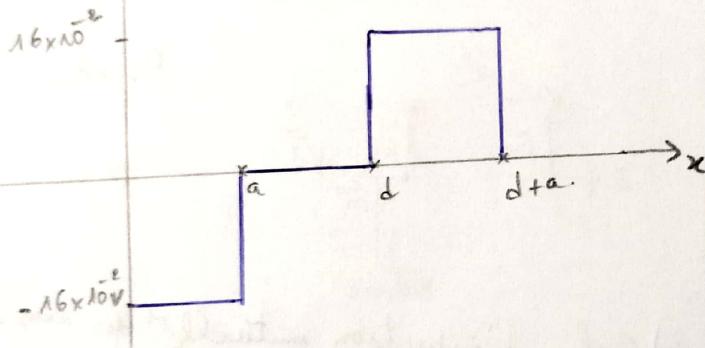
4<sup>ème</sup> cas:  $d < x < d+a$ :  $\phi = 0,04 - 16 \times 10^{-2} x$ .

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = +16 \times 10^{-2} \frac{dx}{dt} = +16 \times 10^{-2} v$$

$$e = 16 \times 10^{-2} \text{ (v)}$$

5<sup>ème</sup> cas:  $x > d+a$ :  $\phi = 0 \Rightarrow e = 0$ .

$$e \text{ (v)}$$



$$e = Ri$$
$$i = \frac{e}{R}$$

La bobine est le siège d'une f.e.m qui fait circuler un courant induit  $i$  dans la bobine de résistance  $R$ , donc, on a:  $e = R \cdot i$ .

$$\underline{\text{c'est}}, i = \frac{e}{R}$$

Si on a une bobine =  $N \times$  spire.

### TD ELECTRICITE SERIE N°4

#### ✓ Exercice 1

Une spire circulaire conductrice de rayon  $R$ , tourne autour d'un axe fixe de son plan avec la vitesse angulaire constante  $\omega$ . La spire est placée dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme et perpendiculaire à l'axe  $\Delta$  (figure 4). On notera par  $\alpha$  l'angle existant à l'instant  $t \neq 0$ , entre  $\vec{B}$  et la normale au plan de la spire à l'instant  $t \neq 0$ . A l'instant  $t=0$   $\alpha=0$  ( $\vec{B}$  et la normale au plan de la spire sont colinéaires).  $\alpha = \omega t$ .

1-Déterminer en fonction du temps le flux  $\Phi$  du champ magnétique  $\vec{B}$  à travers la spire.

2-En utilisant la loi de Faraday, déterminer l'expression de la force électromotrice  $e(t)$

3- Si  $\rho$  est la résistance de la spire, déterminer le courant  $i$  induit qui va apparaître dans la spire

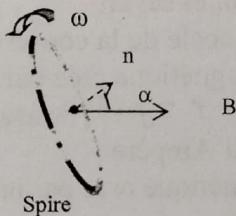


Fig 4

✓ Exercice 2 peut être à l'examen et le calculer pour  $R_b < R_s$  (ce sera la 1<sup>re</sup> chose).

Un solénoïde infini de rayon  $R_s$ , comportant  $n$  spires par unité de longueur, a même axe qu'une bobine plate composée de  $N_b$  spires circulaires de rayon  $R_b = R_s$ . Les spires du solénoïde sont parcourues par le courant d'intensité  $I$  (figure).

1- Rappeler l'expression du champ magnétique produit par le solénoïde infiniment long en tout point  $M$  de l'espace. à l'intérieur du solénoïde.

2- Calculer le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits

3-Si le courant  $I$  est variable dans le temps  $I = I_m \cos(\omega t)$ , donner l'expression de la fém induite dans la bobine

4-Donner l'expression du courant induit dans la bobine de résistance  $R$ .

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{\omega \cdot I_m \cdot \sin(\omega t)}{R} \cdot (L + M)$$

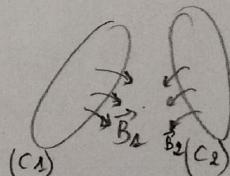
$$\phi_{\text{totale}} = LI + MI$$

$$\text{or, } \epsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt} - M \cdot \frac{dI}{dt}$$

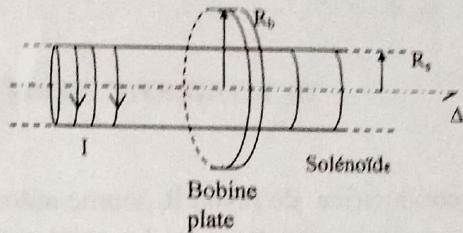
$$\epsilon = \omega \cdot I_m \cdot \sin(\omega t) \cdot (L + M)$$

$$\text{Le flux de } \vec{B}_1 \text{ à travers } (C_1) : \phi_{1 \rightarrow 1} = M \cdot I_1$$

$$\text{Le flux de } \vec{B}_2 \text{ à travers } (C_2) : \phi_{2 \rightarrow 2} = M \cdot I_2$$



2



✓ Exercice 3 fait au cours : peut être à l'examen

On considère le circuit électrique constitué d'une bobine d'inductance L en série avec une résistance R et alimenté par un générateur de tension continu de sem E. on ferme l'interrupteur à  $t=0$ .

1-établir l'équation différentielle du courant qui circule dans le circuit.

2-résoudre cette équation et déterminer l'expression de i en fonction du temps. Tracer le graphe de  $i(t)$

3-Déterminer l'énergie emmagasinée dans l'inductance lorsque le régime permanent est atteint.  $E_{max} = \frac{1}{2} L I^2$

✓ Questions de cours

pour être posé ✓ 1-Rappeler la loi de Biot et savart

✓ 2-Rappeler l'équation locale de la conservation du flux. :  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

✓ 3-Calculer le champ magnétique créé par un fil infini en utilisant la loi de Biot - Savart Calculer le champ magnétique créé par une spire en un point de son axe (cours et TD)

✓ 4-Rapeler le théorème d'Ampère

✓ Calculer le champ magnétique créé par un fil infini en utilisant le théorème d'Ampère. (cours et TD)

✓ 5- Calculer le champ magnétique créé par un solénoïde infini en un point M de son axe.

✓ 6-Enoncer la loi de Faraday en précisant dans quelle condition elle s'applique.

✓ Citer les causes différentes de la variation du flux magnétique

✓ 7-Calculer l'inductance L d'un solénoïde long (soleñoïde)

= ✓ 8- Etablir l'expression de l'énergie magnétique d'un circuit inductif

Variation de  
flux de la surface  
à l'angle  
entre B et  
normale.

L'exp. de M → Dans le cas de 2 bobines coaxiales (Ex2, TD4)

M axe  
ou bien 2 solénoïdes .

$$\rightarrow \text{on a: } \vec{B} = \mu_0 \cdot m \cdot I \cdot \hat{e}_z$$

$$\text{cad: } \vec{B} = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \cdot \hat{e}_z$$

$$\text{et, } \phi_{\text{propre}} = N \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \left( \begin{array}{l} \text{(le flux magnétique propre du solénoïde)} \\ \text{(flux à travers les } N \text{ spires)} \end{array} \right)$$

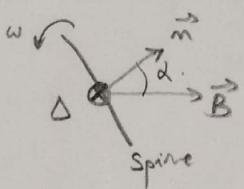
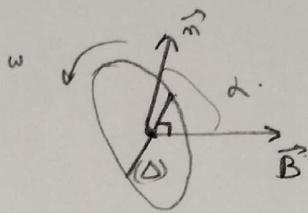
$$\phi_{\text{propre}} = N \cdot B \cdot S$$

$$\phi_{\text{propre}} = N \cdot \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \cdot S$$

$$\text{or, } L = \frac{\phi_{\text{propre}}}{I} = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot S = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot \pi R^2$$

## Série 4:

Ex 1:



$$\alpha = \omega t \quad \text{car } \omega = \text{cte.} \\ \text{et } \alpha \text{ dépend du temps.}$$

1) flux de  $\vec{B}$  à travers la spire:

$$\phi = \iint_{S(\text{spire})} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{S(\text{spire})} \vec{B} \cdot \vec{m} \cdot dS.$$

$$\phi = \iint_{S(\text{spire})} B \times \cos(\alpha) \times dS = B \times \cos(\alpha) \times \iint_{S(\text{spire})} dS.$$

$$\phi = B \times \cos(\alpha) \times S_{\text{spire}}$$

$$\boxed{\phi = B \times \cos(\omega t) \times \pi \times R^2}$$

2) force électromotrice induite,

$$e = -\frac{d\phi}{dt}. \quad : e \text{ existe que si } \phi \text{ varie et } \phi \text{ dépend de } t \text{ car } \phi = -\cos(\omega t).$$

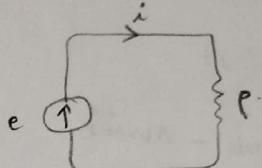
$$e = -\frac{d}{dt} (B \times \cos(\omega t) \times \pi \times R^2).$$

$$e = -B \times \pi \times R^2 \times \frac{d}{dt} (\cos(\omega t)).$$

$$\boxed{e = B\pi R^2 \omega \sin(\omega t)}$$

résistance  $\rho$

• la f.e.m fait circuler dans la spire de  $\downarrow$   
un courant induit



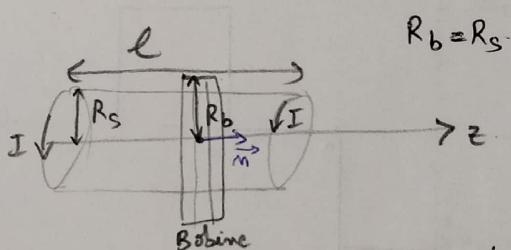
$$e = \rho \cdot i \Rightarrow i = \frac{e}{\rho} = \frac{B\pi R^2 \omega \sin(\omega t)}{\rho}$$

Ex 2:

1) Champ créé par le solénoïde:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot m \cdot I \cdot \vec{e}_z.$$

$$\text{avec : } \boxed{m = \frac{N_{\text{sol}}}{l}}$$



2) Coef. d'induction mutuelle  $M$  des deux circuits,

Calculons  $\downarrow$  de  $\vec{B}$  créé par le solénoïde  
à travers la bobine.

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = N_b \times \iint_{S(\text{bobine})} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

(1) solénoïde.

(2) : bobine

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = N_b \times \iint_{S(\text{bobine})} \vec{B} \cdot \vec{m} \cdot dS.$$

on le choisit  
dans le sens  
de  $\vec{B}$ .

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = N_b \times \iint_{S(\text{bobine})} \vec{B} \cdot dS \quad (\vec{B} \text{ et } \vec{m} \text{ ont } \vec{m} \text{ sens })$$

$$= N_b \times B \times \iint_{S(\text{bobine})} dS. \quad \text{cad } \vec{B} \cdot \vec{m} = B \cos^0$$

$$= N_b \times B \times S_{\text{bobine}} \quad \text{si } R_b < R_s \\ = N_b \times B \times \pi \times (R_b)^2 \quad \text{on fait } \pi(R_s)^2$$

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = N_b \times \mu_0 \cdot m \cdot I \times \pi \times R_b^2$$

$$\boxed{M = \frac{\phi_{1 \rightarrow 2}}{I} = \mu_0 \times N_b \times m \times \pi \times R_b^2}$$

### Examen d'Electricité 2

Durée 1h30

(A.ESSALHI)

#### Questions de cours

- 1- Enoncer la loi de Biot et Savart dans le cas d'un fil conducteur filiforme parcouru par un courant  $I$ .
- 2- Rappeler la relations local de la magnétostatique caractérisant la conservation du flux magnétique
- 3- Rappeler l'équation intégrale caractérisant la conservation du flux magnétique
- 4- Théorème d'Ampère

La figure 1 représente trois courants filiformes de même intensité  $I$  dont un est de sens opposé aux deux autres et trois contours a, b, c fermés et orientés. Déterminer la circulation du champ magnétique  $\vec{B}$ , le long de chacun de ces contours en appliquant le théorème d'Ampère (Enoncer le théorème).

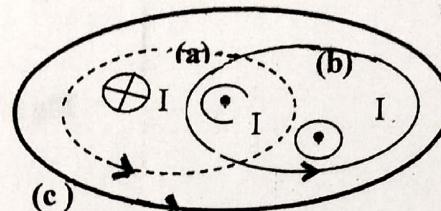


Fig1

- 5- Enoncer la loi de Faraday.

#### Exercice 1

On considère le circuit de la figure 2 alimenté par une source de tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \cos(\omega t)$  de fréquence  $f$  et d'amplitude maximale  $U_m$ .

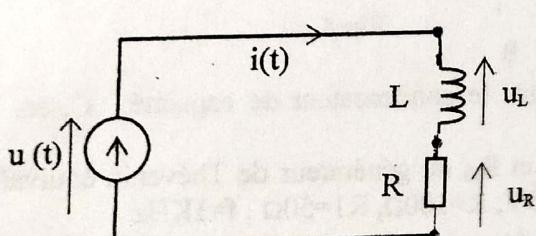
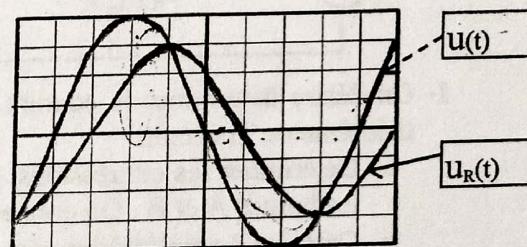


Fig2



Calibre  $u(t) : 5V/div$   
Calibre  $u_R(t) : 5V/div$   
Base de temps :  $0,25ms/div$

- 1- Déterminer à partir des oscillogrammes de  $u(t)$  et  $u_R(t)$  :

- a- La période de  $u(t)$ . En déduire sa fréquence ainsi que sa pulsation.
- b- Le déphasage entre  $u(t)$  et  $i(t)$ .
- L'amplitude maximale  $U_m$  de la tensions  $u(t)$
- L'amplitude maximale  $U_{Rm}$  de la tension  $u_R(t)$ . En déduire l'amplitude maximale  $I_m$  de l'intensité du courant. On donne  $R=400\Omega$ .

- ✓2- Calculer l'impédance  $Z$  du dipôle formé par  $R$  et  $L$   
 3- Donner l'expression de l'impédance complexe  $\bar{Z}$ . En déduire la valeur de l'inductance  $L$   
 ✗4- Tracer le diagramme de Fresnel relatif au circuit.

### Exercice 2

On considère un fil conducteur filiforme rectiligne de longueur infinie, parallèle à l'axe  $Oz$ , parcouru par un courant continu  $I$  et un point  $M$  de l'espace situé à la distance  $\rho$  du fil (figure 3).

1- En utilisant les propriétés des symétries et d'invariances de la distribution de courant, justifier que le champ magnétique créé par le fil conducteur au point  $M(\rho, \theta, z)$  est de la forme :  $\vec{B}(M) = B(\rho) \vec{e}_\theta$

2- Déterminer, à l'aide de la loi de Biot et Savart, l'expression de  $\vec{B}$  créé par le fil au point  $M$

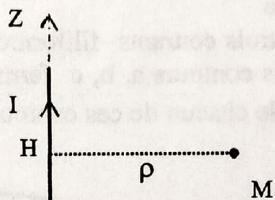


Fig 3

### Exercice 3

On considère le circuit de la figure 4, alimenté par une source de tension sinusoïdale  $e(t) = E_m \cos(\omega t)$  de fréquence  $f$  et d'amplitude maximale  $E_m$

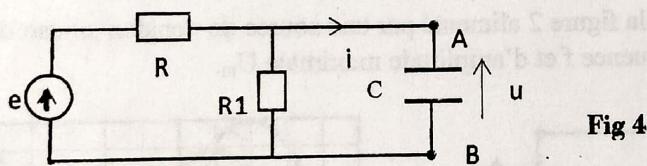


Fig 4

1- On désire déterminer le courant  $i(t)$  dans le condensateur de capacité  $C$ , en utilisant le théorème de Thévenin.

a- Déterminer les expressions de  $e_{th}$  et  $R_{th}$  du générateur de Thévenin équivalent vu entre les bornes A et B. On donne  $E_m = 15V$ ,  $R = 100\Omega$ ,  $R_1 = 50\Omega$ ,  $f = 1KHz$

b- Calculer l'amplitude maximale  $I_m$  du courant  $i(t)$ . On donne  $C = 2\mu F$

2- Calculer l'amplitude maximale  $U_m$  de la tension  $u(t)$  aux bornes du condensateur. En déduire sa valeur efficace  $U$

✗4- Déterminer la puissance active reçue par la condensateur .