Örnekler

❖ 2’ye Tümleyen ile Aritmetik İşlemler
❖ BCD Sisteminde Aritmetik İşlemler
❖ Bool Cebri Kurallarının Kullanımı
❖ Devrelerden Lojik Denklemlerin Elde Edilmesi
❖ Lojik Denklemlerden Yola Çıkarak Devre Gerçekleştirimi
❖ Devrelerin Giriş-Çıkış İlişkilerinin Zaman Domeninde İncelenmesi
❖ Sözel Olarak İfade Edilmiş Problemlerin Doğruluk Tablolarının Oluşturulması

89 2 1
44 2 0
22 2 0
11 2 1
5 2 1
2 2 0
1 2 1

117 2 1
58 2 0
29 2 1
14 2 0
7 2 1
3 2 1
1 2 1
0 0
0

001110101 ← 117

117 (8
1000 1010

117'' (
1000 1011

1011001 → 89 89'' → 0100111

Örnek: 89' → 0100110

Aşağıdaki işlemleri ikiye tümleyen formunda yapalım ve taşma durumu olup olmadığına bakalım.

-'ler için 2'ye tümleyen

-117	117
+ 89	- (-89)

117 → 1110101

- 117 + 89 -28	10001011 + 01011001 11100100 → 28'' **Overflow yoktur**
117 - (- 89) 206	01110101 + 01011001 ~~11001110~~ **Overflow vardır**

28	2	0
14	2	0
7	2	1
3	2	1
1	2	1
0		

89 →
1011001

89' →
00100110

89''
00100111

11001110

Örnek:

$(387)_{10} + (439)_{10}$ toplamını BCD sisteminde yapalım.

1 1

387 1

+ 439

826

	0011	1000	0111
+	0100	0011	1001
	0111	1100	0000
+		0110	0110
	1000	0010	0110 BCD
	8	2	6_{10}

9'dan büyük dür

6 ekle

elde biti olur

Örnek:

32 bitlik formatla verilen kayan noktalı 01000000101101100000000000000000 sayısının ikilik sistemdeki karşılığını bulalım.

$2^0 + 2^7 = 129 - 127 = 2$

+

İşaret	Üst kısmı	Kesir Kısmı
0	10000001	01101100000000000000000

8

- İşaret biti 0 olduğundan sayımız pozitiftir.
- Üst kısmından bias değerini çıkarırsak ; 129-127 = 2.
- O halde sayımızın 2'lik sistemdeki karşılığı + 1.011011×2^2 = 101.1011

$1{,}011011 * 2^2$

ab'c + abc' + abc' + a'bc' + a'bc + a'b'c
a'bc + a'bc' + ab'c + a'b'c + ab'c' + abc'

Örnek:

ab'+bc'+a'c = a'b+b'c+ac' eşitliğinin doğruluğunu cebirsel olarak gösterelim.

Eşitliğin sol yanındaki terimleri genişletirsek;

ab'(c+c')+(a+a')bc'+a'(b+b')c = ab'c+<u>ab'c'+abc'</u>+<u>a'bc'+a'bc</u>+a'b'c
= b'c+ac'+a'b bulunur.

Örnek: ab+a'c+bcd = ab+a'c eşitliğinin doğruluğunu cebirsel olarak gösterelim.

ab+a'c+(a+a')bcd = <u>ab</u>+a'c+<u>abcd</u>+a'bcd = ab(1+cd) + a'c (1+bd) = ab+a'c

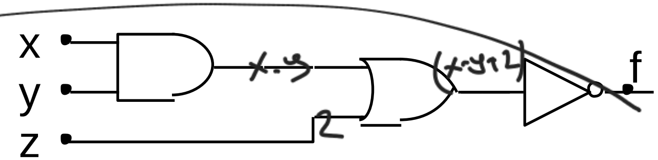
ab + a'c + bc = ab+a'c olduğunu daha önceden ispat etmiştik.

❖ Şöyle bir kural geliştirilebilir: 3 terim olduğunda, 2 terimde olan değişkenlerden birer tanesi 3. terimde varsa ve 2 terim içerisinde de başka bir değişkenin kendisi ve tümleyeni bulunuyorsa, 3. terim sadeleşir.

<u>a'</u>b + b'<u>d</u> + <u>a'</u>c'<u>d</u> = a'b + b'd dir.

Örnek:

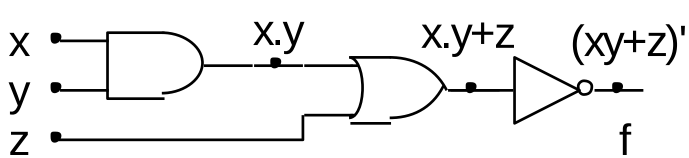
Aşağıda verilen devrenin doğruluk tablosunu oluşturalım.



$(x.y+z)'$

$(x.y)'.z'$

$(x'+y').z' = z'y' + z'x'$

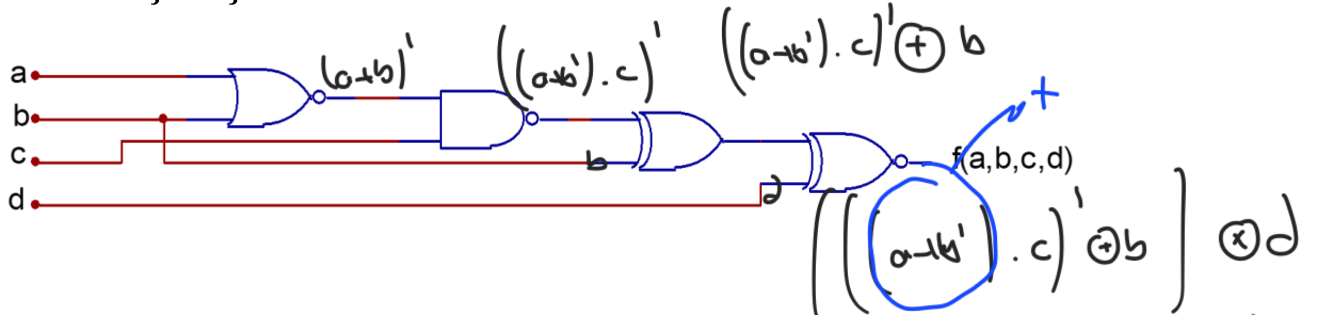


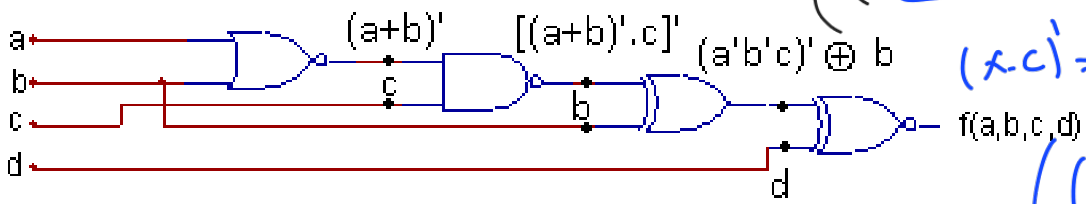
x	y	z	z'y'	z'x'	Çarp
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0

$x'y'z'$ $\quad xy'z'$ $\quad x'yz'$

Örnek:

Aşağıdaki devrenin çıkışını mintermler cinsinden bulalım.





$(x.c)' = (x'+c')\oplus b$

$((x'+c)'.b + (x'+c).b')\odot d$

Exor kapısının girişlerinden biri ((a+b)’.c)’ = (a’b’c)’ , diğeri b $xcb +$

Exnor kapısının girişlerinden biri (a’b’c).b+(a’b’c)’b’ = (a+b+c’).b’ , diğeri d

Bu işlem yapıldığında   f = (ab’+b’c’)d+(ab’+b’c’)’d’ $(xcb+(x'+c)b')'.d + (xcb+(x'+c)b')$

f = ab’d+b’c’d+(a’+b)(b+c)d’ = ab’d+b’c’d+a’bd’+a’cd’+bd’+bcd’

= ab’d+b’c’d+bd’+a’cd’

$((x+c+b).(x'+c)'+b)\, d$

$(x+c+b).(x.c)'+b = xc' + xbc' + b$

Örnek: (Devamı)

f= ab’d+b’c’d+bd’+a’cd’

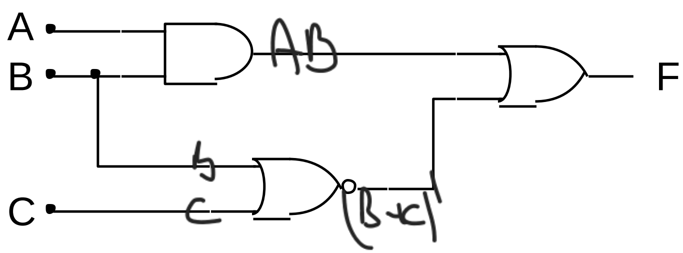
Mintermler hesaplandığında;

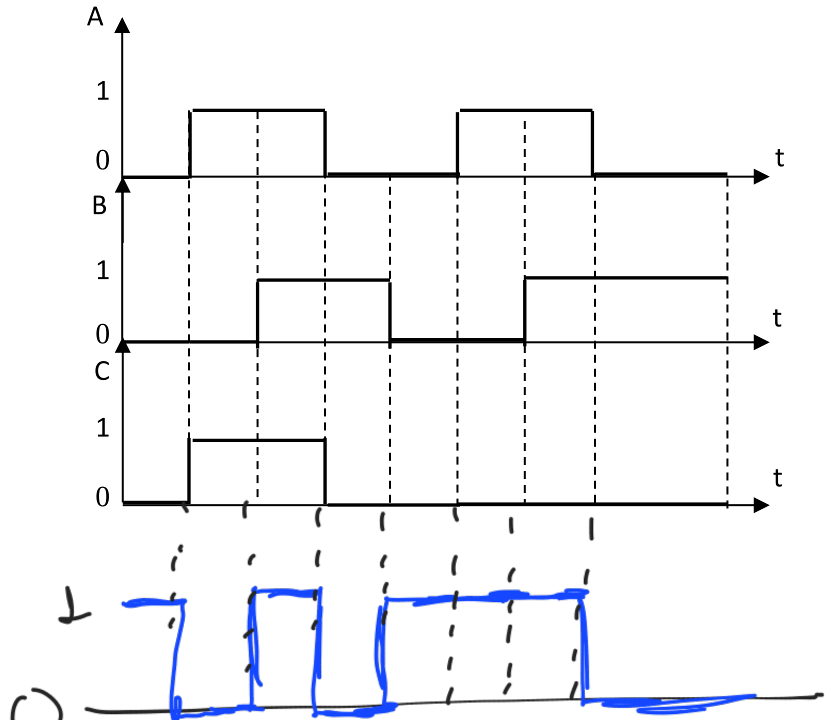
ab’d	**b’c’d**	**bd’**	**a’cd’**
abcd	abcd	abcd	abcd
1001	0001	0100	0010
1011	1001	0110	0110
		1100	
		1110	

f(a,b,c,d)=∑(1,2,4,6,9,11,12,14)

Örnek:

Aşağıda, 3 girişli ve 1 çıkışlı bir kombinasyonel devrenin devre şeması ve girişlerine uygulanan sinyaller zamana bağlı olarak verildiğine göre, devrenin çıkışının dalga şeklini çizelim.





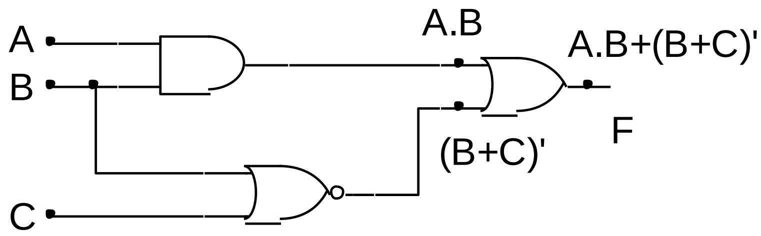
$= (AB)' + (B+C)'$

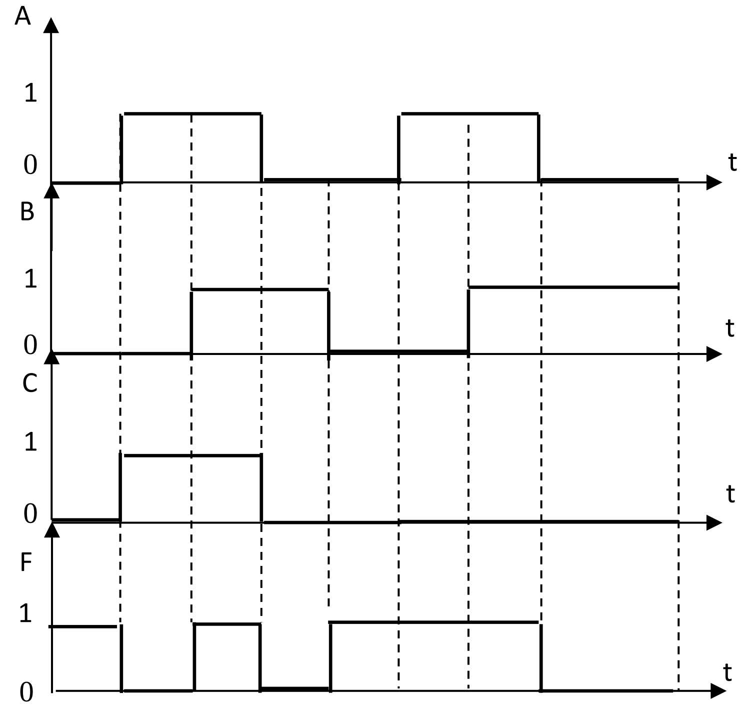
$= AB + B'C'$

$= \underbrace{ABC + ABC' + AB'C' + A'B'C'}_{\text{mintermler}}$

çıkışı 1 veren terimlerdir

Örnek: (Devamı)





F = AB+(B+C)’ = AB+B’C’

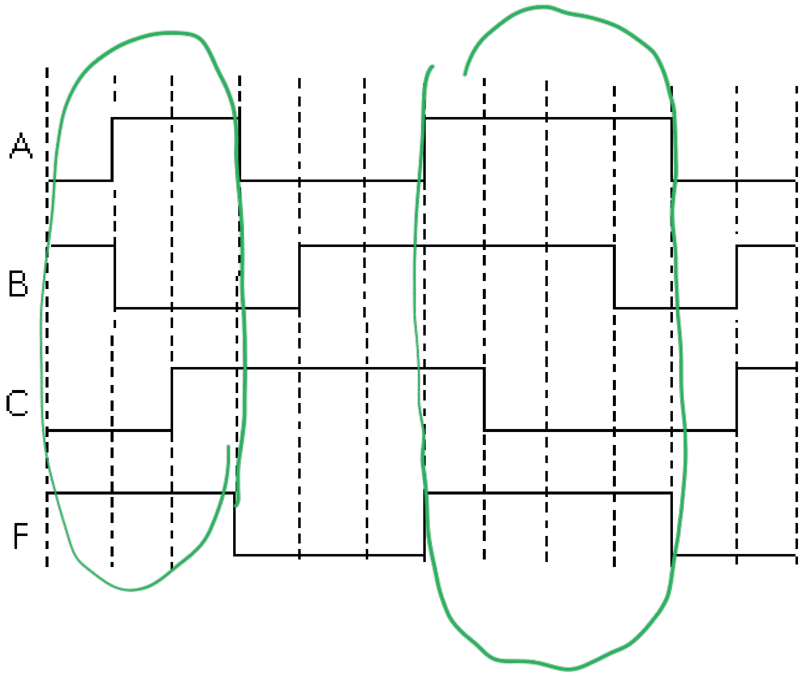
A ve B nin 1 olduğu ya da

B ve C nin 0 olduğu yerlerde çıkış 1 dir.

Örnek:

Lojik bir devrenin çıkışı olan F fonksiyonu A, B ve C girişlerine bağlıdır. Devrenin giriş-çıkış ilişkisi aşağıdaki gibidir. İndirgenmiş F fonksiyonunu çarpımların toplamı şeklinde bulalım.

$A'BC' \to 1$
$AB'C' \to 1$
$AB'C \to 1$
ABC
ABC'
ABC'
$AB'C'$



A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$F = A+B.C'$

Örnek:

3 girişe (a,b,c) ve 1 çıkışa (z) sahip bir kombinasyonel devrenin, girişlerinin ikili değeri 3'ün altındaysa çıkışının 1 olması isteniyor. Buna göre doğruluk tablosunu ve çıkışın en sade halini bulalım.

a	b	c	z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$$z = a'b'c'+a'b'c+a'bc' = a'b'(c'+c)+a'bc'$$
$$= a'b'+a'bc' = a'(b'+bc') = a'(b'+c') = a'b'+a'c'$$

Örnek:

3 girişe (a,b,c) sahip bir kombinasyonel devrenin girişlerindeki 1'lerin 0'lardan fazla olması durumunda çıkışının (z) 1 olması isteniyor **(Çoğunluk fonksiyonu)**. Buna göre doğruluk tablosunu ve çıkışın en sade halini bulalım.

a	b	c	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$z = a'bc+ab'c+abc'+abc = a'bc+ab'c+ab(c+c')$$

$$= a'bc+ab'c+ab = a'bc+a(b'c+b) = a'bc+a(b+c)$$

$$= a'bc+ab+ac = b(a'c+a)+ac = b(a+c)+ac = ab+bc+ac$$

Örnek:

2 girişe (A ve B) sahip bir kombinasyonel devrenin, girişlerin ikili değerinin (AB_2) 4 katının 3 fazlasını bulması isteniyor. Buna göre doğruluk tablosunu oluşturalım ve çıkışların lojik ifadesini bulalım.

Girişlerden gelen bilgi maksimum 11_2 olacağından, bu sayının 4 katının 3 fazlası 1111_2 olacaktır. O halde 4 çıkışa ihtiyacımız vardır.

A	B	F3	F2	F1	F0
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

F3 = AB'+AB = A, F2 = A'B+AB = B, F1 = 1, F0 = 1

Örnek:

Bir bilgisayar ağında kullanılan yönlendirici (router), çok sayıda bilgisayarı birbirine bağlar ve bu bilgisayarlar arasındaki mesaj alışverişine olanak tanır. Fakat iki veya daha fazla bilgisayar eşzamanlı olarak mesaj göndermek istediğinde ağda bir çarpışma olur ve mesajın tekrardan gönderilmesini gerektirir. 3 bilgisayarı birbirine bağlayan router için çarpışma durumunu algılayan bir dedektör tasarlanması istenmektedir. Devrenin 3 girişi vardır (x,y,z) ve ilgili bilgisayar mesaj gönderdiğinde 1 olmaktadır.

x	y	z	d
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$d = \underline{x'yz} + xy'z + xyz' + \underline{xyz} = yz + x(y'z + yz') = yz + x(y \oplus z)$$

Örnek:

Bir sınavda 3 zorunlu 2 de seçmeli soru vardır. Öğrencinin sınavdan başarılı olabilmesi için 3 zorunlu soruya veya 2 zorunlu ve 2 seçmeli soruya yanıt vermesi gerekmektedir. Geçme durumunu ifade eden lojik ifadeyi (G) bulalım.

(Sorular: z_1, z_2, z_3, s_1, s_2. Soruların yapılması durumunda bu değişkenler 1 değerini almaktadır.)

Direkt olarak lojik ifadeyi yazabiliriz:

$G= z_1.z_2.z_3 + z_1.z_2.s_1.s_2 + z_1.z_3.s_1.s_2 + z_2.z_3.s_1.s_2$

Örnek:

Bir arabanın sesli ikaz sisteminde 3 sensör vardır. D sensörü tüm kapılar kapalıysa 0, herhangi bir kapı açıksa 1 üretmektedir. G sensörü motor çalışmıyorken 0, çalışıyorken 1 üretmektedir. L sensörü ışıklar kapalıysa 0, açıksa 1 üretmektedir.

İkaz devresinin çıkışı (Y) aşağıdaki koşullarda 1 olmaktadır:

1. Motor çalışmıyorken ışıklar açıksa,
2. Motor çalışıyorken herhangi bir kapı açıksa

Doğruluk tablosunu oluşturalım ve çıkışı mintermler cinsinden ifade edelim.

D	**G**	**L**	**Y**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$Y=\sum(1,5,6,7) = DG+G'L$

Örnek:

Oda sıcaklığının kontrolü için 3 giriş (A,B,T) ve 2 çıkış (I,S) içeren bir sıcaklık kontrolörü tasarlanmak isteniyor.

A girişi, kontrolün otomatik (lojik 1 ise) ya da manuel (lojik 0 ise) olarak seçimi için,

B girişi, ısıtma mı (lojik 1) yoksa soğutma mı (lojik 0) yapılmak istendiğini seçmek için,

T girişi ise, oda sıcaklığı istenen değerin üstünde olduğunda 1, altında olduğunda ise 0 değerini üreten sensörden gelen bilgi için kullanılmaktadır.

I çıkışı, ısıtma sistemini devreye almak (lojik 1) veya devreden çıkarmak (lojik 0) için,

S çıkışı ise soğutma sistemini devreye almak (lojik 1) veya devreden çıkarmak (lojik 0) için kullanılmaktadır.

Örnek: (Devamı)

Sıcaklık kontrolörünün davranışının aşağıdaki gibi olması isteniyor:

Otomatik Kontrol (A=1 ise)	Manuel Kontrol (A=0 ise)
1. Kullanıcı B=1 yapmışsa ve oda sıcaklığı istenen değerin altındaysa ısıtıcı devreye alınacak. Oda ısınınca ısıtıcı devreden çıkarılacak.	**1.** Kullanıcı B=1 yapmışsa ısıtıcı devrede olacak
2. Kullanıcı B=0 yapmışsa ve oda sıcaklığı istenen değerin üstündeyse soğutucu devreye alınacak. Oda soğuyunca soğutucu devreden çıkarılacak.	**2.** Kullanıcı B=0 yapmışsa soğutucu devrede olacak.

Buna göre doğruluk tablosu;

A	B	T	S	I	Açıklama
0	0	0	**1**	0	Manuel 2.maddeden
0	0	1	**1**	0	Manuel 2.maddeden
0	1	0	0	**1**	Manuel 1.maddeden
0	1	1	0	**1**	Manuel 1.maddeden
1	0	0	**0**	0	Otomatik 2.maddeden
1	0	1	**1**	0	Otomatik 2.maddeden
1	1	0	0	**1**	Otomatik 1.maddeden
1	1	1	0	**0**	Otomatik 1.maddeden

$S(A,B,T) = \sum(0,1,5)$

$I(A,B,T) = \sum(2,3,6)$