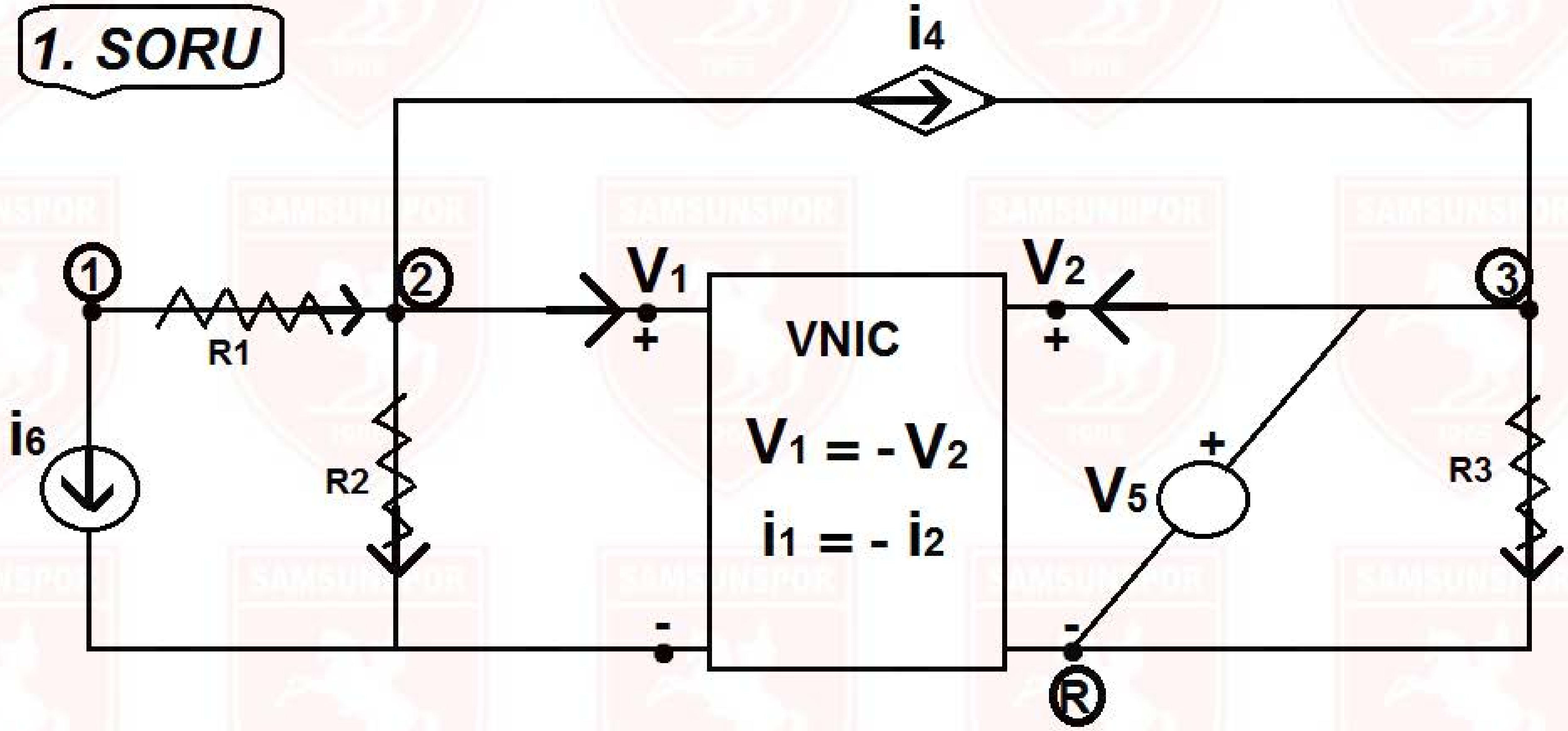
1. SORU



$i_4 = 2\, i_{R3}$

$i_6 = u(t)$ A

$V_5 = 2\, u(t)$ V

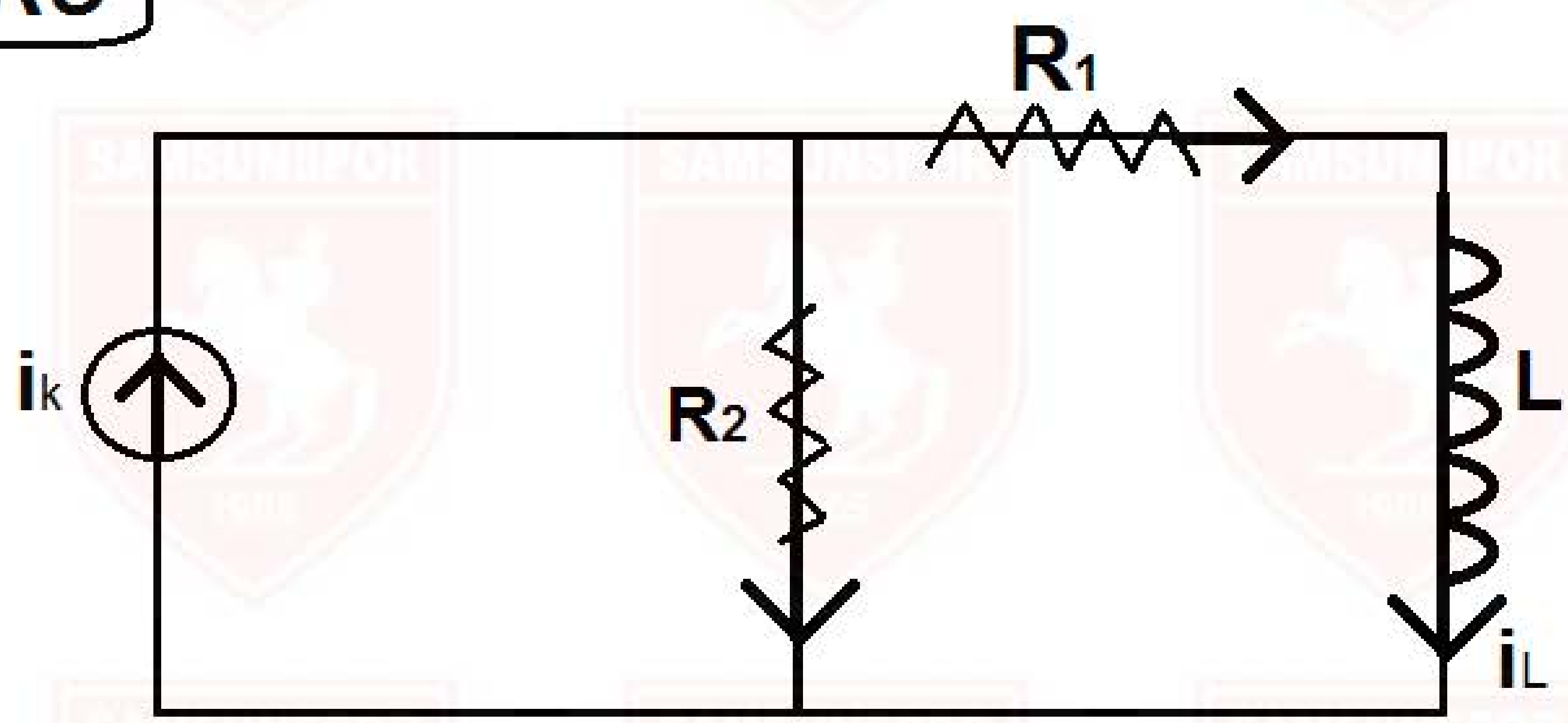
$R1 = R2 = \frac{1}{2}$ ohm

$R3 = \frac{1}{5}$ ohm

a) Devrenin matrisini yazınız

b) Ek denklemleri yazıp matriste yerine yerleştiriniz

2. SORU



$R_1 = R_2 = 1$ ohm

$L = 1$ H

Şekildeki devrenin uygun ağacını çizerek durum denklemlerini çıkarınız.

3. SORU

$$\frac{d_{i_L}}{d_t} = -2\, i_L(t) + i_k(t) \quad , \quad i_k(t) = \cos(t) \text{ A} \quad , \quad i_L(0) = 3 \text{ A}$$

Durum denklemi ve başlangıç koşulu yukarıdaki gibi verilmiş olan devrenin;

a) Genel çözümünü,

b) Özel çözümünü,

c) Tam çözümünü bulunuz.

1a.

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 \\ -G_1 & G_1+G_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{d1}(t) \\ v_{d2}(t) \\ v_{d3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_6(t) \\ -i_4(t)-i_1(t) \\ i_4(t)-i_{v5}(t)-i_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{d1}(t) \\ v_{d2}(t) \\ v_{d3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_6(t) \\ -i_4(t)-i_1(t) \\ i_4(t)-i_{v5}(t)-i_2(t) \end{bmatrix}$$

1b. Ek denklemler ise;

$v_1(t) = -v_2(t)$ yani $v_{d2}(t) = -v_{d3}(t)$

$i_1(t) = -i_2(t)$

$v_{d3}(t) = v_5(t) = 2u(t) = 2$ Volt

$v_{d2}(t) = -v_{d3}(t) = -2u(t) = -2$ Volt

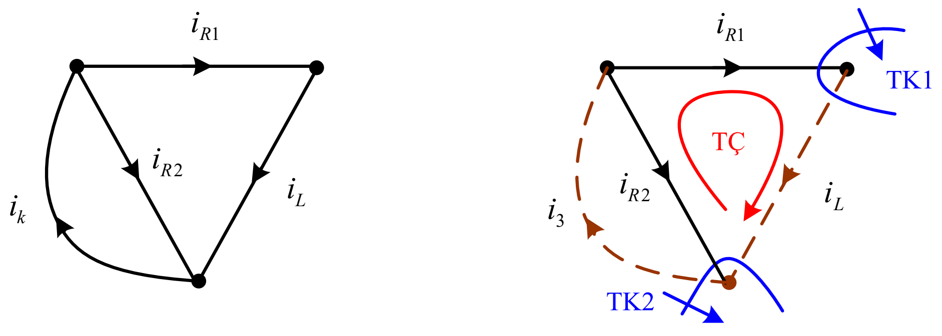
$i_6(t) = u(t) = 1$ Amper

$$i_4 = 2i_{R3} = 2\frac{v_{R3}}{R_3} = 2\frac{v_5}{R_3} = 2\frac{v_{d3}}{R_3} = 2\frac{2}{0.2} = 20\ A$$

Bunları matriste yerine koyacak olursak;

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{d1}(t) \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -20-i_1(t) \\ 20-i_{v5}(t)+i_1(t) \end{bmatrix}$$

2. Öncelikle yukarıdaki devrenin grafını ve ardından uygun ağacını bulmaya çalışalım.



Graf   Uygun Ağaç

Yukarıdaki şekilden görüldüğü üzere, uygun ağaç kavramına paralel olarak, devredeki tek endüktans elemanı (L) da kiriş seçilmiştir. Buna göre durum değişkeni i_L endüktans akımı olacaktır. Bu durumda, (L) endüktans eleman tanım bağıntısı aşağıdaki gibi yazmalıyız.

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} \cdot v_L$$

(L) endüktans elemanına ilişkin temel çevre denklemini yazarsak aşağıdaki ifadeye geliriz.

$v_L - v_{R2} + v_{R1} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_L = v_{R2} - v_{R1}$ (Temel çevre denklemi)

Direnç elemanlarına ilişkin tanım bağıntılarını yukarıdaki denklemde yerine yazıp, ardından bu akımlara ait temel kesitleme-1 ve temel kesitleme-2 denklemlerini yazıp burada yerine koyup denklemi düzenleyecek olursak aşağıdaki sonuç ifadesine geliriz.

$v_L = R_2.i_{R2} - R_1.i_{R1}$

$i_{R1} - i_L = 0 \quad \Rightarrow \quad i_{R1} = i_L$ (Birinci temel kesitleme denklemi)

$i_{R2} + i_L - i_k = 0 \quad \Rightarrow \quad i_{R2} = -i_L + i_k$ (İkinci temel kesitleme denklemi)

$v_L = R_2.(-i_L + i_k) - R_1.i_L = -(R_1 + R_2).i_L + R_2.i_k$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} \cdot \left[-(R_1 + R_2).i_L + R_2.i_k \right] = -\frac{(R_1 + R_2)}{L} \cdot i_L + \frac{R_2}{L} \cdot i_k \qquad \frac{di_L}{dt} = -2.i_L + i_k$$

3a.) Genel çözüm

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -2.i_L(t) + i_k(t)$$

Öncelikle karakteristik polinomun belirlenmesi için aşağıdaki homogen denklemin göz önüne alınması gerekir.

$$\frac{di_{Lg}(t)}{dt} = -2.i_{Lg}(t)$$

Bu denklemin çözümünün $i_{Lg}(t) = C.e^{\lambda.t}$ şeklinde olduğu tahmin edilir. O halde bu çözümün homogen denklemi sağlaması gerekir. O halde bu çözümün türevini alırsak aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\frac{di_{Lg}(t)}{dt} = C.\lambda.e^{\lambda.t}$$

Bu çözüm ve çözümün türevi yukarıdaki homogen denklemde yerine konacak olursa aşağıdaki ifadeye gelinir.

$C.\lambda.e^{\lambda.t} = -2C.e^{\lambda.t}$ Buradan $\lambda = -2$ elde edilir.

Bu $\lambda = -2$ değeri genel çözüm ifadesinde yerine konacak olursa genel çözüm için aşağıdaki ifade elde edilir.

$i_{Lg}(t) = C.e^{-2t}$

b.) Özel çözüm

Devredeki bağımsız akım kaynağı sinüzoidal yani sinüs biçiminde olduğundan, özel çözüm tahmini de ona göre aşağıdaki gibi yapılır.

$i_{Lö}(t) = A\cos t + B\sin t$

O halde bu çözümün non-homogen(homogen olmayan) denklemi sağlaması gerekir. O halde bu çözümün türevini alırsak aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\frac{di_{Lö}(t)}{dt} = -A\sin t + B\cos t$$

Bu çözüm ve çözümün türevi yukarıdaki non-homogen denklemde yerine konacak olursa aşağıdaki ifadeye gelinir.

$$-A\sin t + B\cos t = -2(A\cos t + B\sin t) + \cos t$$

$$-A\sin t + B\cos t = -2A\cos t - 2B\sin t + \cos t$$

$$-A = -2B \qquad A = 2B \qquad B = -2A + 1 = -2(2B) + 1 = -4B + 1 \qquad B = -4B + 1$$

$$B = \frac{1}{5} \qquad A = \frac{2}{5}$$

Bu değerler özel çözüm ifadesinde yerine konacak olursa özel çözüm için aşağıdaki ifadeye gelinir.

$$i_{Lö}(t) = \frac{2}{5}\cos t + \frac{1}{5}\sin t$$

c.) Tam çözüm

Tam çözüm homogen denklemin genel çözümü ile non-homogen denklemin özel çözümünün toplamına eşit olduğundan,

$$i_{LT}(t) = i_{Lg} + i_{Lö} = C.e^{-2t} + \frac{2}{5}\cos t + \frac{1}{5}\sin t$$

Başlangıç koşullarını tam çözüm ailesinde yerine koyarak C sabiti elde edilir.

$$i_{LT}(0) = 3 = C + \frac{2}{5}$$

Buradan $C = 3 - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$ elde edilir. Bu değer tam çözüm ailesinde yerine konacak olursa tam çözüm ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$i_{LT}(t) = \frac{13}{5}e^{-2t} + \frac{2}{5}\cos t + \frac{1}{5}\sin t$$