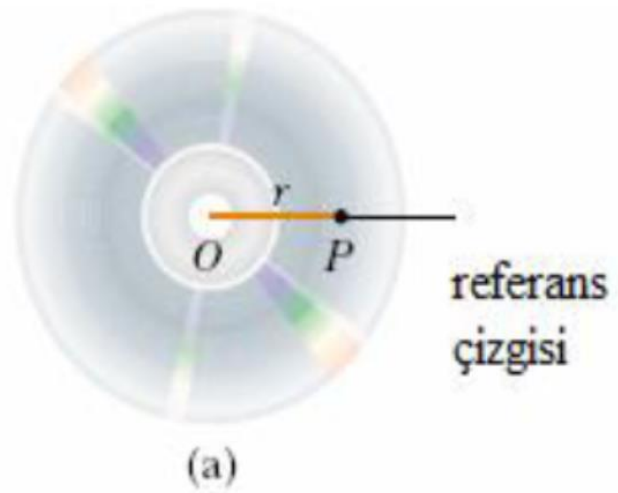


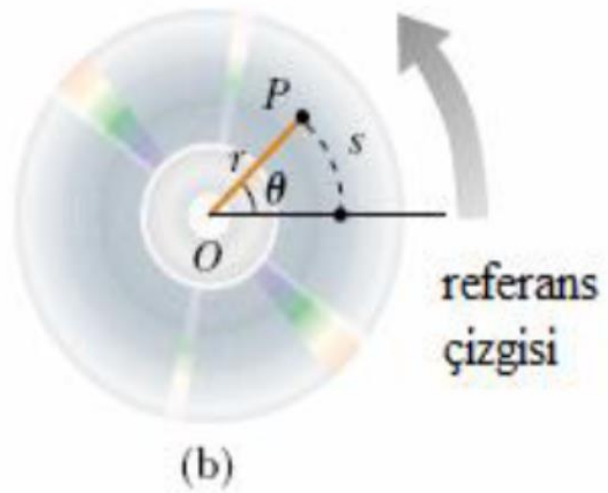
Bölüm 7 Katı cisimlerin sabit bir eksen etrafında dönmesi



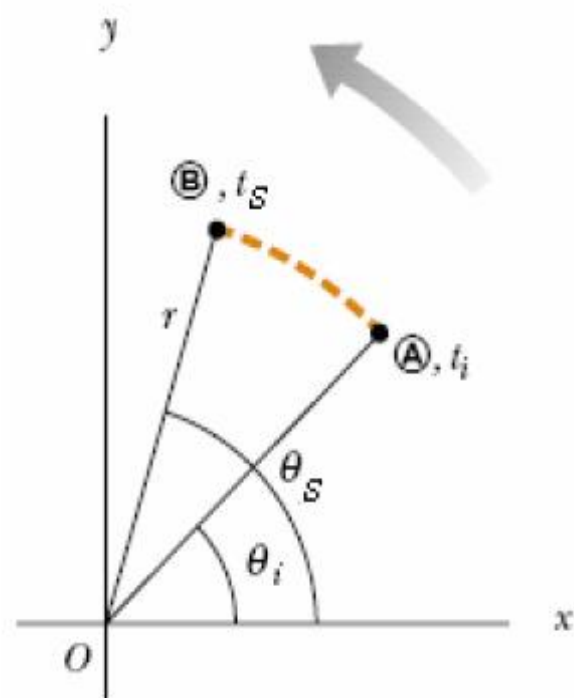
Açısal konum, hız ve ivme



$$s = r\theta$$



$$\theta = \frac{s}{r}$$



$$\theta \text{ (rad)} = \frac{\pi}{180^\circ} \theta \text{ (derece)}$$

$$\Delta\theta \equiv \theta_s - \theta_i$$

$$\overline{\omega} \equiv \frac{\theta_s - \theta_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\overline{\alpha} \equiv \frac{\omega_s - \omega_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Dönme kinematığı : Sabit açısal ivme ile dönme hareketi

$$x \rightarrow \theta$$

$$v \rightarrow \omega$$

$$a \rightarrow \alpha$$

$$\omega_S = \omega_i + \alpha t \quad (\text{sabit } \alpha)$$

$$\theta_S = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (\text{sabit } \alpha)$$

$$\omega_S^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_S - \theta_i) \quad (\text{sabit } \alpha)$$

$$\theta_S = \theta_i + \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_S)t \quad (\text{sabit } \alpha)$$

Soru : Bir kapının bir menteşe etrafındaki dönüşü esnasındaki süpürülen açı denklemi $\theta = 5.00 + 10.0t + 2.00t^2$ şeklinde veriliyor.

$t=0$ ve $t=3$ s sonra kapının konumu açısal hızı ve açısal ivmesini tanımlayınız.

(a) $\theta|_{t=0} = \boxed{5.00 \text{ rad}}$

$$\omega|_{t=0} = \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{t=0} = 10.0 + 4.00t|_{t=0} = \boxed{10.0 \text{ rad/s}}$$

$$\alpha|_{t=0} = \left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{t=0} = \boxed{4.00 \text{ rad/s}^2}$$

(b) $\theta|_{t=3.00 \text{ s}} = 5.00 + 30.0 + 18.0 = \boxed{53.0 \text{ rad}}$

$$\omega|_{t=3.00 \text{ s}} = \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{t=3.00 \text{ s}} = 10.0 + 4.00t|_{t=3.00 \text{ s}} = \boxed{22.0 \text{ rad/s}}$$

$$\alpha|_{t=3.00 \text{ s}} = \left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{t=3.00 \text{ s}} = \boxed{4.00 \text{ rad/s}^2}$$

Örnek : Yarıçapı 7 cm ve kütlesi 2 kg olan bir tekerlek 0.6 Nm lik

bir tork ile durgun halden harekete geçiyor. a) ne kadar süre sonra

hızı 1200 devir/dak olur? b) bu sürede kaç devir yapar?

$$(a) \quad I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}(2.00 \text{ kg})(7.00 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 4.90 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{0.600}{4.90 \times 10^{-3}} = 122 \text{ rad/s}^2$$

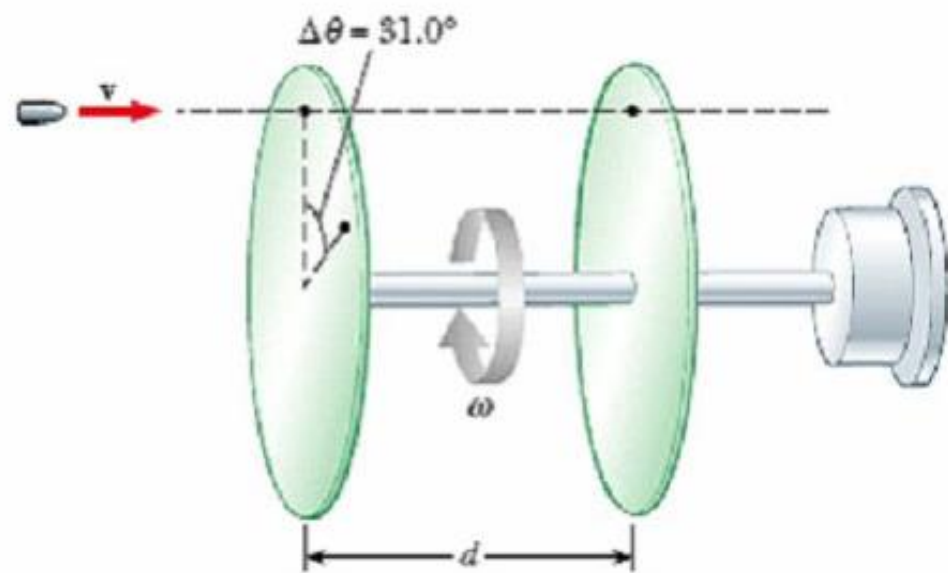
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\omega}{\alpha} = \frac{1200\left(\frac{2\pi}{60}\right)}{122} = \boxed{1.03 \text{ s}}$$

$$(b) \quad \Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}(122 \text{ rad/s}^2)(1.03 \text{ s})^2 = 64.7 \text{ rad} = \boxed{10.3 \text{ rev}}$$

Örnek: Şekilde bir merminin hızın belirlemek için kullanılan bir sistem verilmiştir. İki disk arası

$d=80$ cm ve $w=900$ dev/dak olduğuna göre merminin hızını hesaplayınız.



$$\Delta\theta = \omega t$$

$$t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\left(\frac{31.0^\circ}{360^\circ}\right) \text{ dev}}{\frac{900 \text{ dev}}{60 \text{ s}}} = 0.00574 \text{ s}$$

$$v = \frac{0.800 \text{ m}}{0.00574 \text{ s}} = \boxed{139 \text{ m/s}}$$

Soru : 2 rad/s hızla dönmekte olan bir disk hızını 2 s içerisinde 8 rad/s ye çıkarıyor.

a) açısal ivmesini

b) bu zaman içerisinde taradığı açıyı

c) bu zaman içerisinde kaç defa döndüğünü hesaplayınız.

Soru : Bir matkap motoru durgun halden hareketle 3.2 s içersinde düzgün bir ivmelenme ile dakika da 25100 devire ulaşıyor. Açısal ivmeyi ve bu zamanda süpürülen açığı hesaplayınız.

Soru : 3600 devir/dak ile dönen motor kapatılıyor. Ve durana kadar

50 devir yapıyor. a) yavaşlama ivmesi b) durana kadar süpürüle aç

c) kaç s sonra duracağının hesaplayınız

Soru : 8 cm yarıçaplı bir disk 1200 devir/dak ile dönüyor. a) açısal hızı

b) diskin merkezinden 3 cm uzaktaki bir noktanın çizgisel hızını

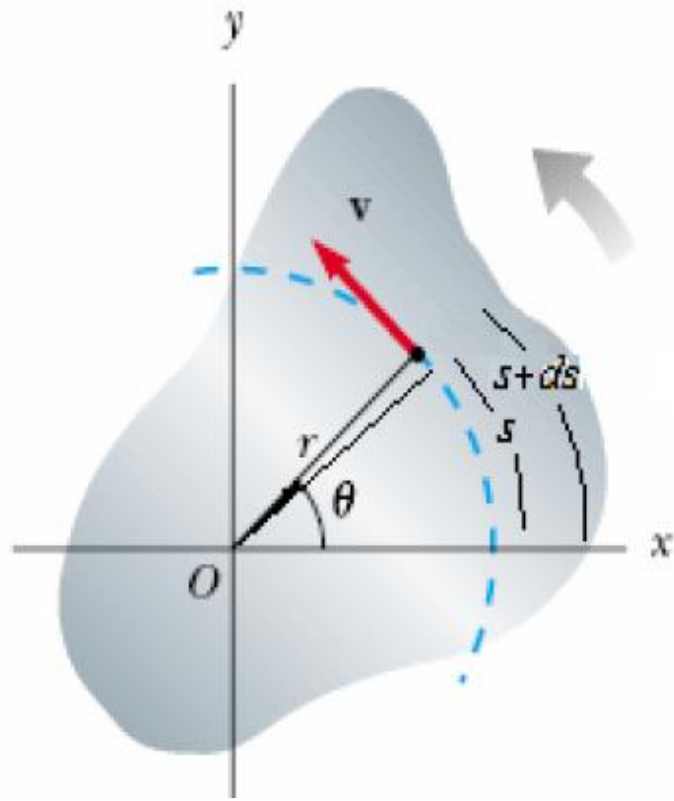
c) diskin en dışındaki bir noktanın çizgisel ivmesini

d) merkezden 2cm uzaktaki bir noktanın bu süre içerisinde aldığı yolu

m olarak hesaplayınız.

Soru : Bir motor 2000 rad/s ile dönmekte iken 80 rad/s^2 lik açısal ivme ile yavaşlıyor. a) 10 s sonraki açısal hızı b) kaç s sonra duracağını c) durana kadar kaç tur atacağını hesaplayınız.

Açısal ve teğetsel nicelikler

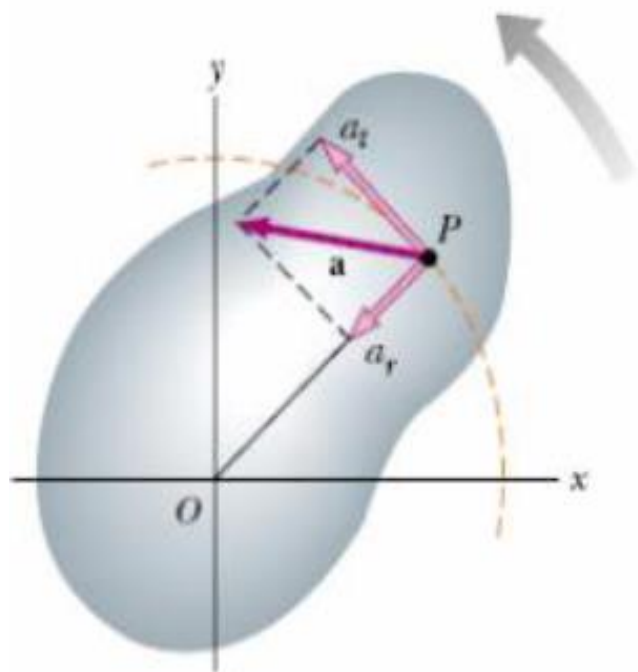


$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$v = r\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

$$a_t = r\alpha$$

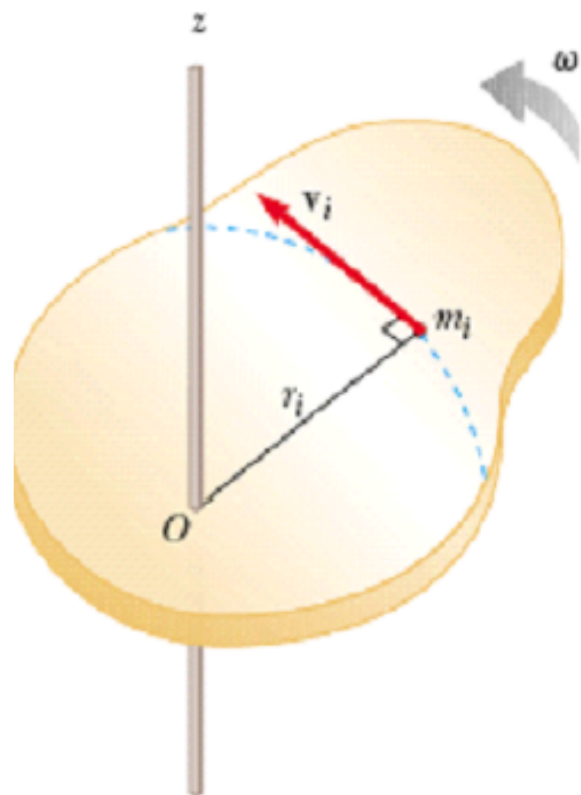


$$a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$$

$$= \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

Dönme kinetik enerjisi



$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

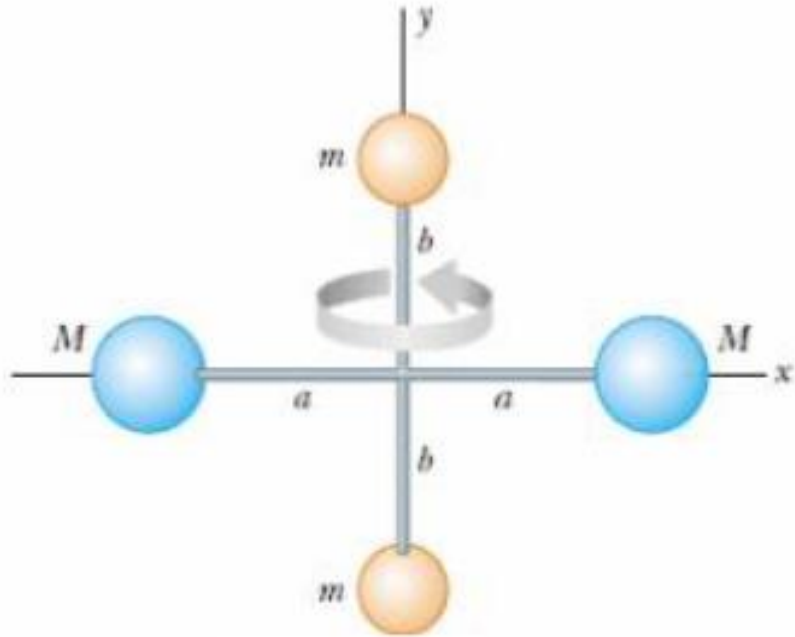
$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Eylemsizlik momentinin hesabı

Şekildeki sistemler ve z ekseninde döndüklerinde

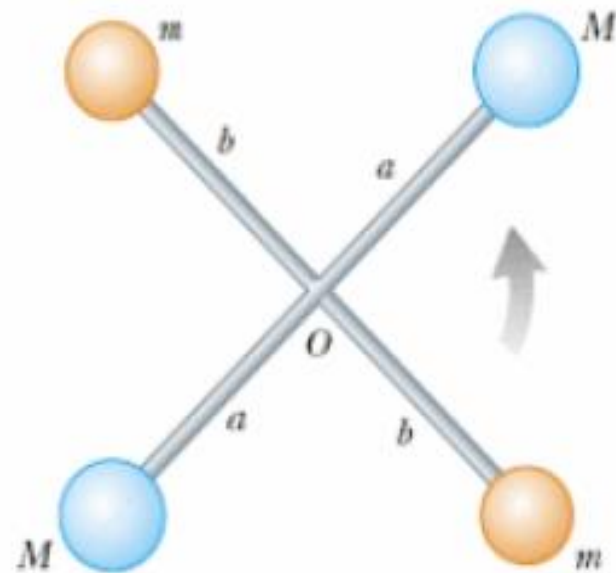
dönme kinetik enerjilerini hesaplayınız.



$$I_y = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 = 2Ma^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I_y \omega^2 = \frac{1}{2} (2Ma^2) \omega^2 = Ma^2 \omega^2$$

Şekildeki sistemler ve z ekseninde döndüklerinde
dönme kinetik enerjilerini hesaplayınız.



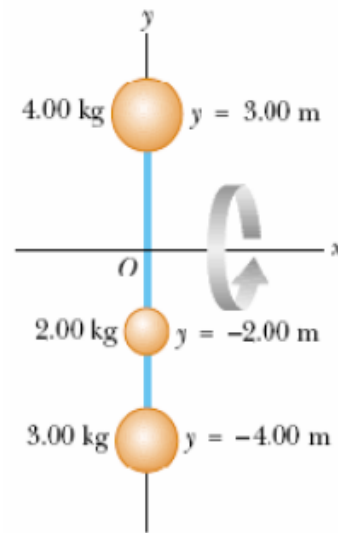
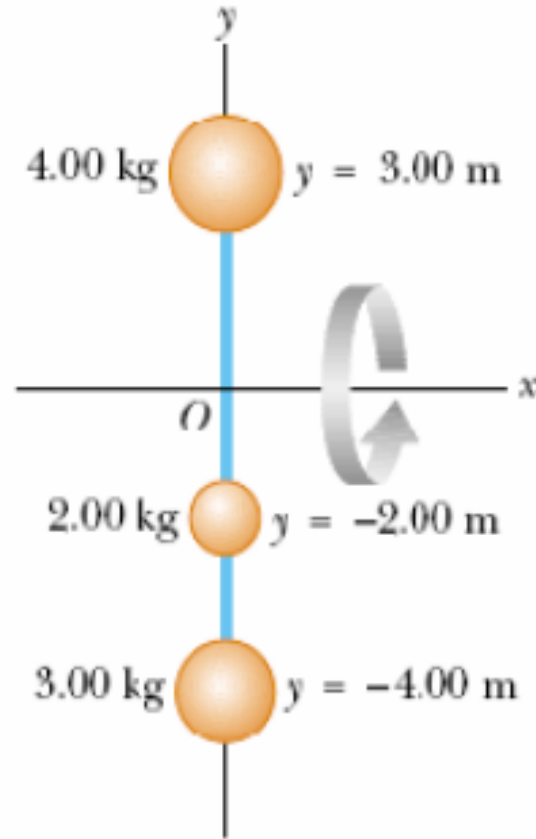
$$I_z = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 + mb^2 + mb^2 = 2Ma^2 + 2mb^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I_z \omega^2 = \frac{1}{2} (2Ma^2 + 2mb^2) \omega^2 = (Ma^2 + mb^2) \omega^2$$

Soru: 2 rad/s hızla x eksenini etrafında dönen şekildeki sistemin toplam dönme kinetik enerjisini hesaplayınız.

$$m_1 = 4.00 \text{ kg}, r_1 = |y_1| = 3.00 \text{ m};$$

Soru: 2 rad/s hızla x eksenini etrafında dönen şekildeki sistemin toplam dönme kinetik enerjisini hesaplayınız.



$$m_1 = 4.00 \text{ kg}, r_1 = |y_1| = 3.00 \text{ m};$$

$$m_2 = 2.00 \text{ kg}, r_2 = |y_2| = 2.00 \text{ m};$$

$$m_3 = 3.00 \text{ kg}, r_3 = |y_3| = 4.00 \text{ m};$$

$$\omega = 2.00 \text{ rad/s}$$

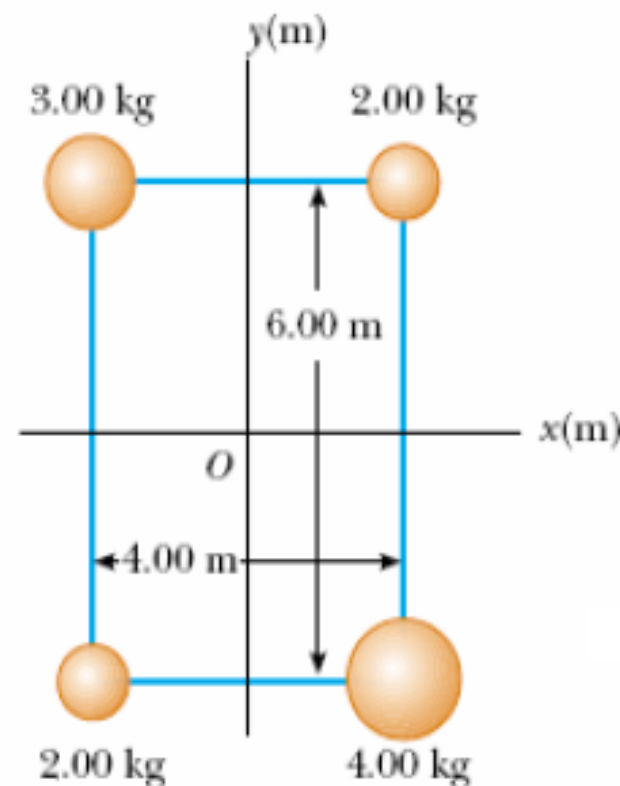
$$I_x = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2$$

$$I_x = 4.00(3.00)^2 + 2.00(2.00)^2 + 3.00(4.00)^2 = 92.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I_x \omega^2 = \frac{1}{2} (92.0) (2.00)^2 = \boxed{184 \text{ J}} \quad \text{J} \cdot \text{m}^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I_x \omega^2 = \frac{1}{2} (92.0) (2.00)^2 = \boxed{184 \text{ J}}$$

Soru : Şekildeki sistem z eksenini etrafında 6 rad/s hızla dönüyor. c) eylemsizliğini b) enerjisini hesaplayınız.



$$(a) \quad I = \sum_j m_j r_j^2$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4$$

$$r = \sqrt{(3.00 \text{ m})^2 + (2.00 \text{ m})^2} = \sqrt{13.0} \text{ m}$$

$$I = [\sqrt{13.0} \text{ m}]^2 [3.00 + 2.00 + 2.00 + 4.00] \text{ kg}$$

$$= \boxed{143 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

$$(b) \quad K_R = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (143 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) (6.00 \text{ rad/s})^2$$

$$= \boxed{2.57 \times 10^3 \text{ J}}$$

Sürekli kütlelerin eylemsizlik momenti hesabı

Burada r tanım gereği seçilen küçük

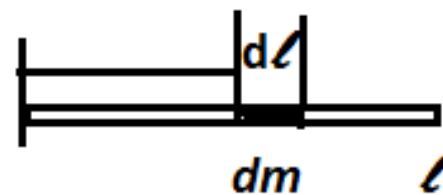
dm kütlelerinin dönme eksenine olan uzaklığıdır.

$$I = \sum_i r_i^2 \Delta m_i$$

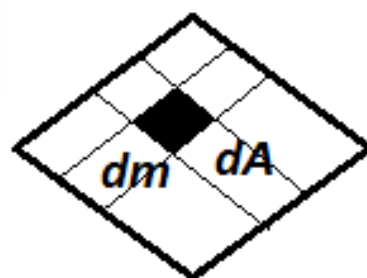
$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm$$

$$dm = \rho dV$$

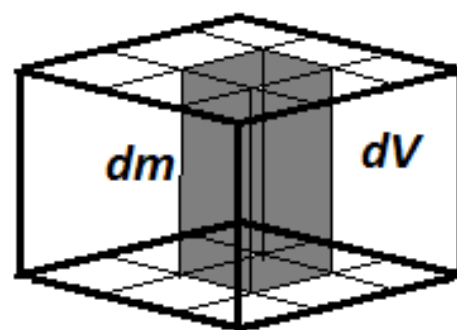
$$I = \int \rho r^2 dV$$



Çubuk, tel: $\lambda = M/l$; $dm = \lambda d\ell$



Levha, yüzey: $\sigma = M/A$; $dm = \sigma dA$



Hacim: $\rho = M/V$; $dm = \rho dV$

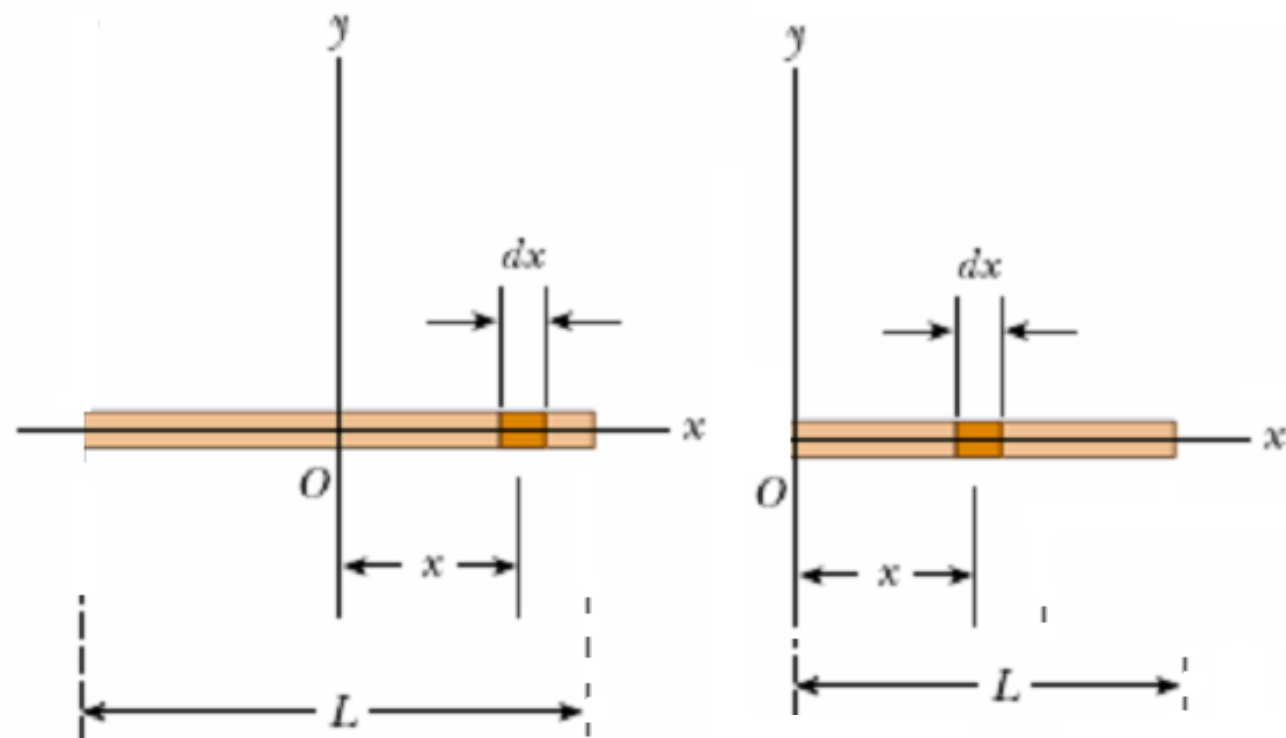
Soru : Homojen ve L uzunluğunda M kütleli çubuğun ortasında geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti nedir? Aynı çubuğun bir ucundan geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti nedir?

$$dm = \lambda dx = \frac{M}{L} dx$$

$$r^2 = x^2$$

$$I_y = \int r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \frac{M}{L} dx = \frac{M}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx$$

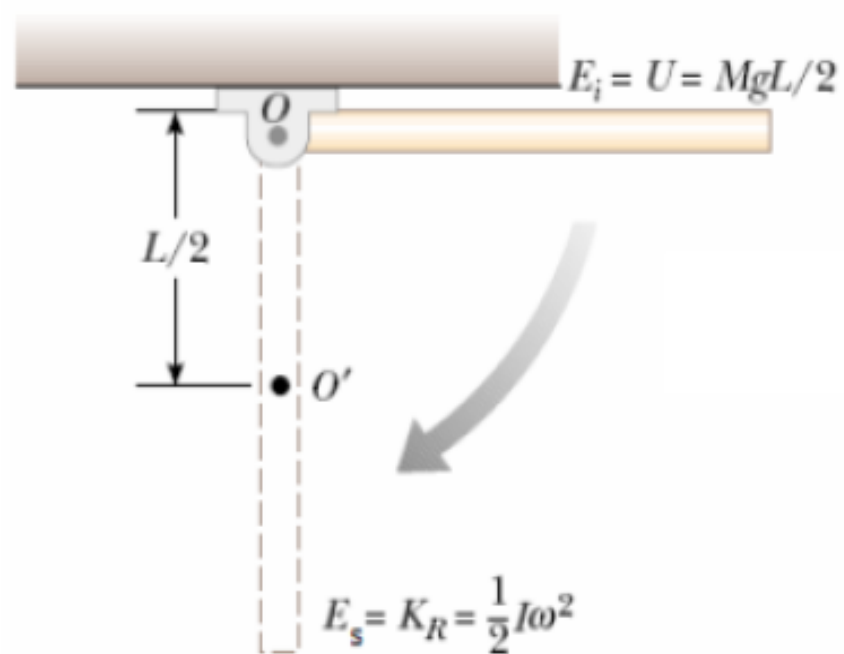
$$= \frac{M}{L} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{12} ML^2$$



Aynı çubuğun bir ucundan geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti nedir?

$$I_y = \int r^2 dm = \int_0^{L/2} x^2 \frac{M}{L} dx = \frac{M}{L} \int_0^{L/2} x^2 dx = \frac{M}{L} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{L/2} = \frac{1}{3} ML^2$$

Örnek : Şekildeki çubuğun ucunun düşey konumdan geçerken ki hızını hesaplayınız.



$$\Delta K + \Delta U = 0$$

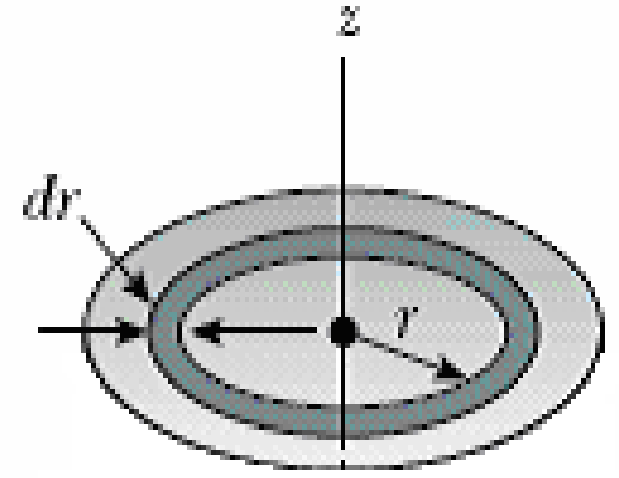
$$\frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} M L^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} M g L$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

$$v_{KM} = r\omega = \frac{L}{2} \omega = \frac{1}{2} \sqrt{3gL}$$

$$v = 2v_{KM} = \sqrt{3gL}$$

Soru : Homojen R yarıçaplı ve kütlesi M olan bir **diskin** ortasından geçen bir eksene göre eylemsizlik momentini hesaplayınız.



Örnek : Homojen R yarıçaplı L uzunluğunda ve kütlesi M olan bir silindirin

ortasından geçen bir eksene göre eylemsizlik momentini hesaplayınız.

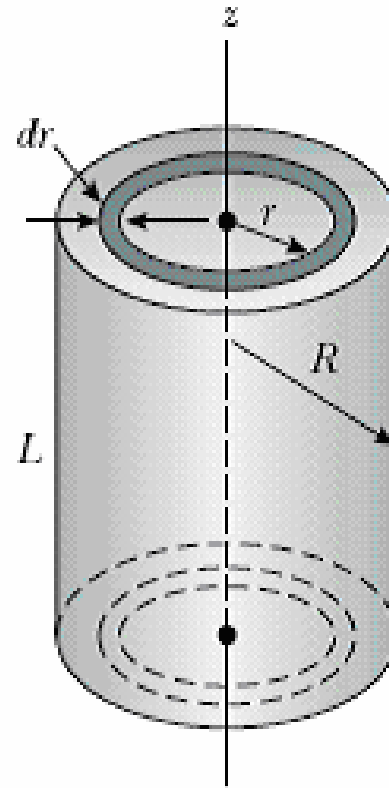
$$dV = LdA = L(2\pi r) dr$$

$$dm = \rho dV = 2\pi\rho Lr dr$$

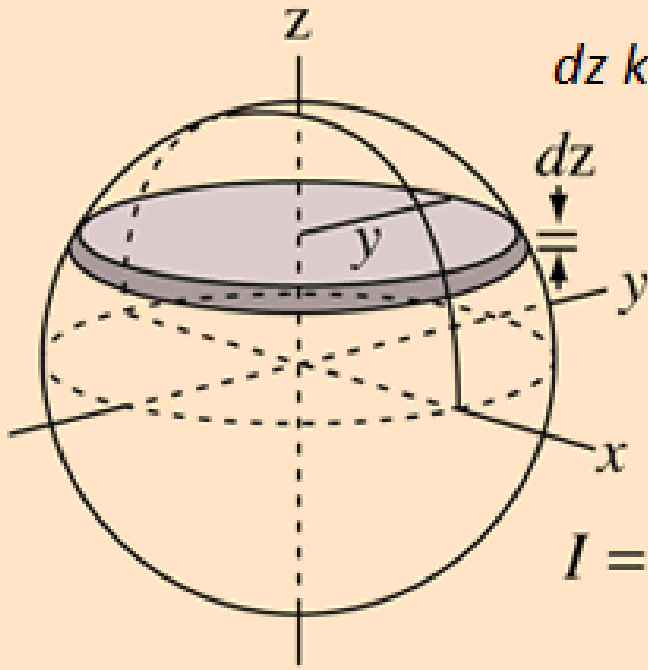
$$\begin{aligned} I_z &= \int r^2 dm = \int r^2 (2\pi\rho Lr dr) \\ &= 2\pi\rho L \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi\rho LR^4 \end{aligned}$$

$$\rho = M/V = M/\pi R^2 L$$

$$I_z = \frac{1}{2}MR^2$$



İçi Dolu Kürenin Eylemsizlik Momenti



dz kalınlıklı y yarıçaplı silindirin eylemsizlik momenti

$$dI = \frac{1}{2} y^2 dm = \frac{1}{2} y^2 \rho dV = \frac{1}{2} y^2 \rho \pi y^2 dz$$

böylece integral:

$$I = \frac{1}{2} \rho \pi \int_{-R}^R y^4 dz = \frac{1}{2} \rho \pi \int_{-R}^R (R^2 - z^2)^2 dz = \frac{8}{15} \rho \pi R^5$$

Radius = R

Mass = M

$$\text{Density} = \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

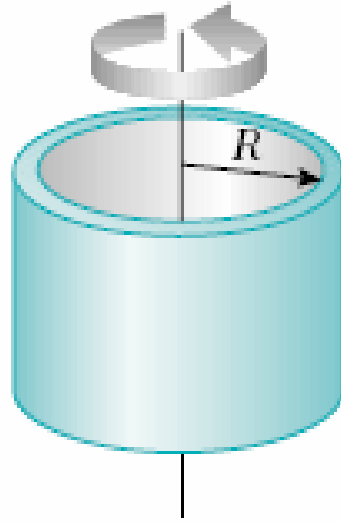
yoğunluğu yerine yazarsak;

$$I = \frac{8}{15} \left[\frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \right] \pi R^5 = \frac{2}{5} MR^2$$

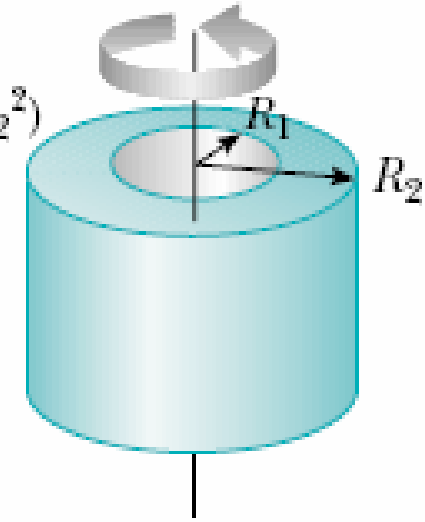
Farklı Geometrik Yapıların Eylemsizlik Momentleri

Farklı geometrik özelliklere sahip bazı sistemlerin eylemsizlik momentleri

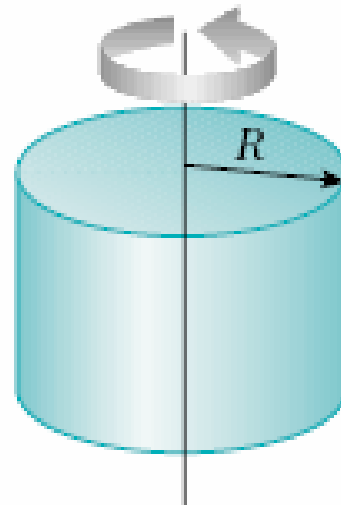
$$I_{KM} = MR^2$$



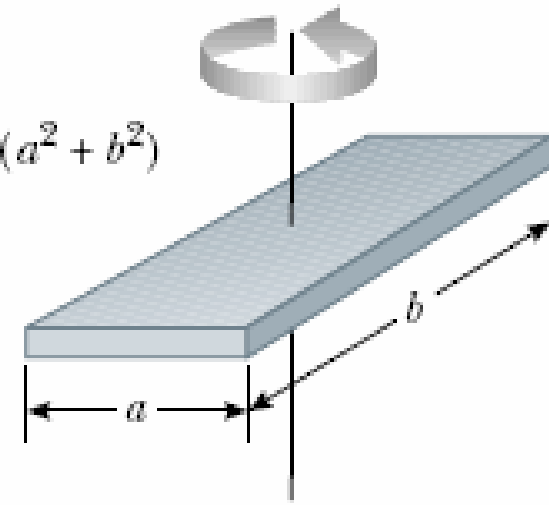
$$I_{KM} = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$



$$I_{KM} = \frac{1}{2} MR^2$$

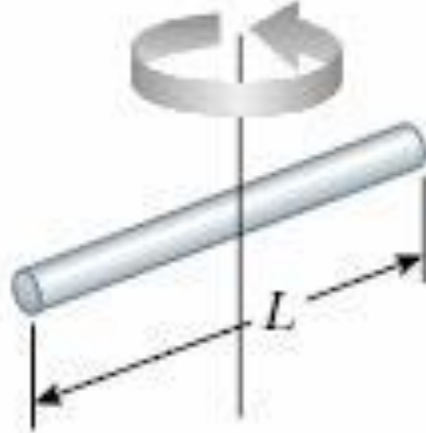


$$I_{KM} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



Farklı Geometrik Yapıların Eylemsizlik Momentleri

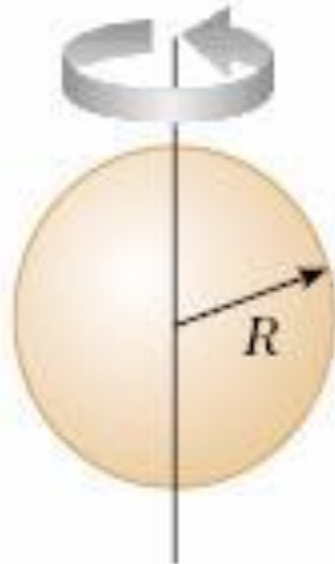
$$I_{KM} = \frac{1}{12} ML^2$$



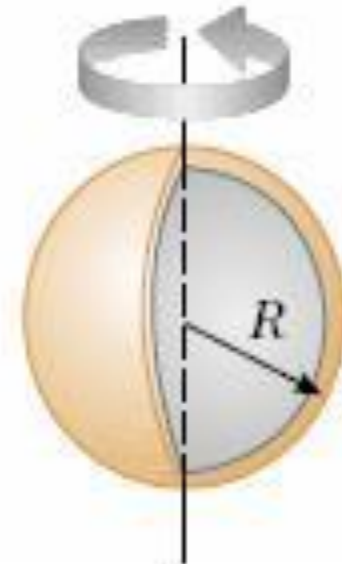
$$I_{KM} = \frac{1}{3} ML^2$$



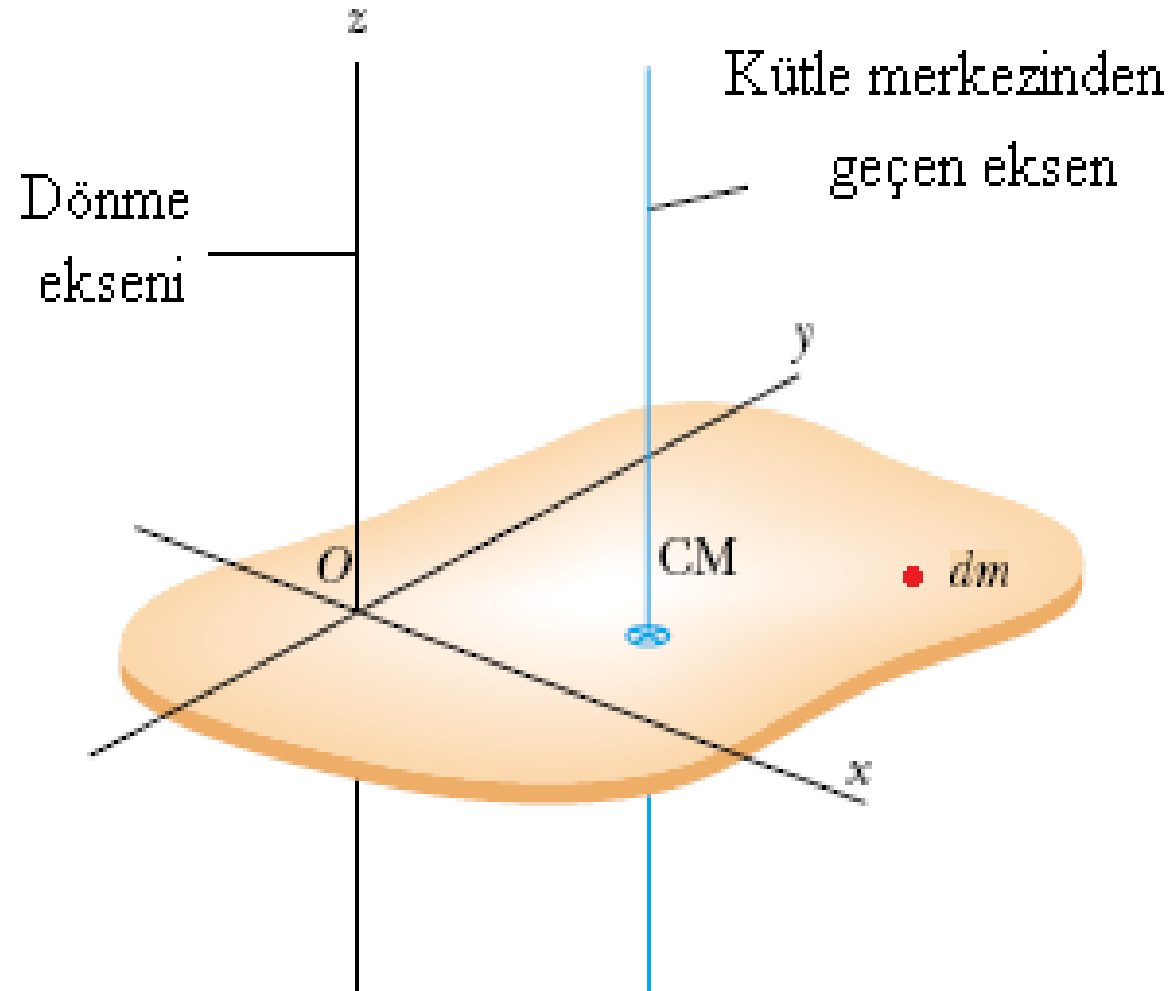
$$I_{KM} = \frac{2}{5} MR^2$$

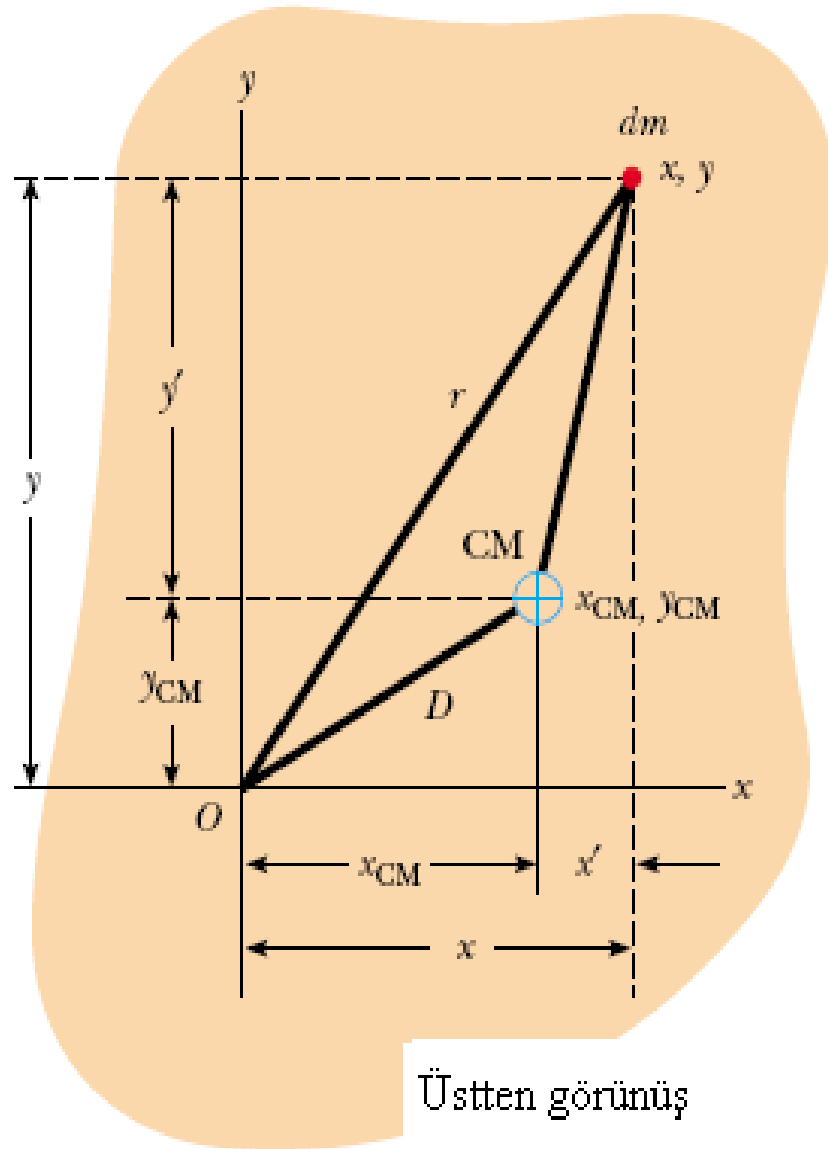


$$I_{KM} = \frac{2}{3} MR^2$$



Paralel eksenler teoremi





$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$I = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm$$

$$I = \int [(x' + x_{\text{CM}})^2 + (y' + y_{\text{CM}})^2] dm$$

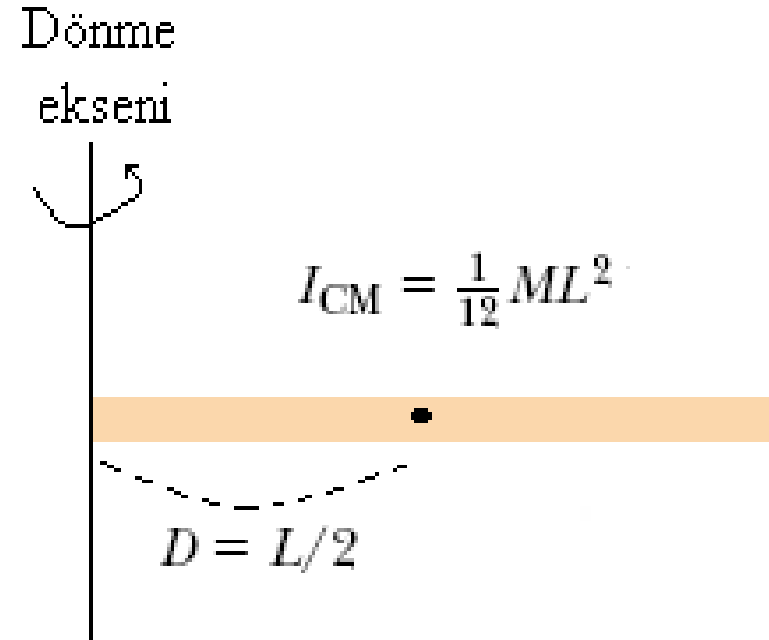
$$I = \int [(x')^2 + (y')^2] dm + \cancel{2x_{\text{CM}} \int x' dm} + \cancel{2y_{\text{CM}} \int y' dm} + (x_{\text{CM}}^2 + y_{\text{CM}}^2) \int dm$$

0 0

$$\int x' dm = \int y' dm = 0, \quad \int dm = M, \quad D^2 = x_{\text{CM}}^2 + y_{\text{CM}}^2$$

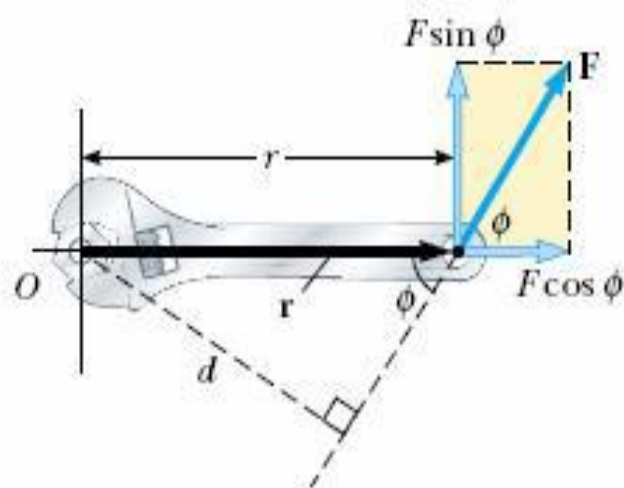
$$I = I_{\text{CM}} + MD^2$$

Örnek : Şekildeki homojen L uzunluğundaki çubuğun uç noktasından geçen dönme eksenine göre eylemsizlik momentini hesaplayınız.

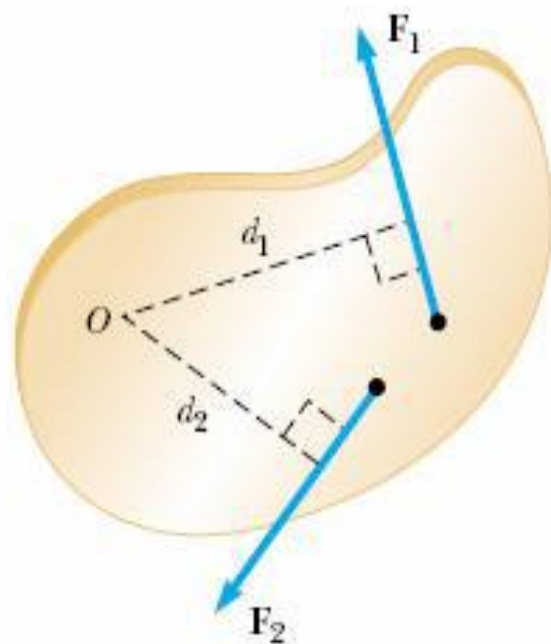


$$I = I_{CM} + MD^2 = \frac{1}{12} ML^2 + M \left(\frac{L}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} ML^2$$

Tork



$$\tau \equiv rF \sin \phi = Fd$$

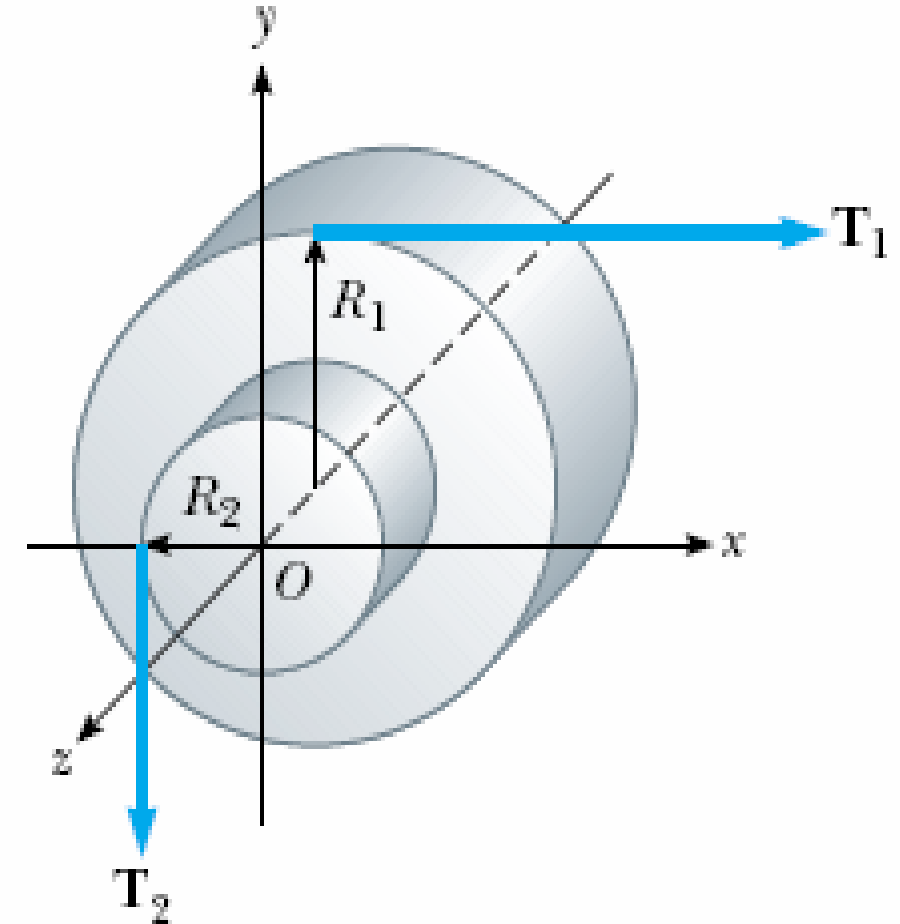


$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 - F_2 d_2$$

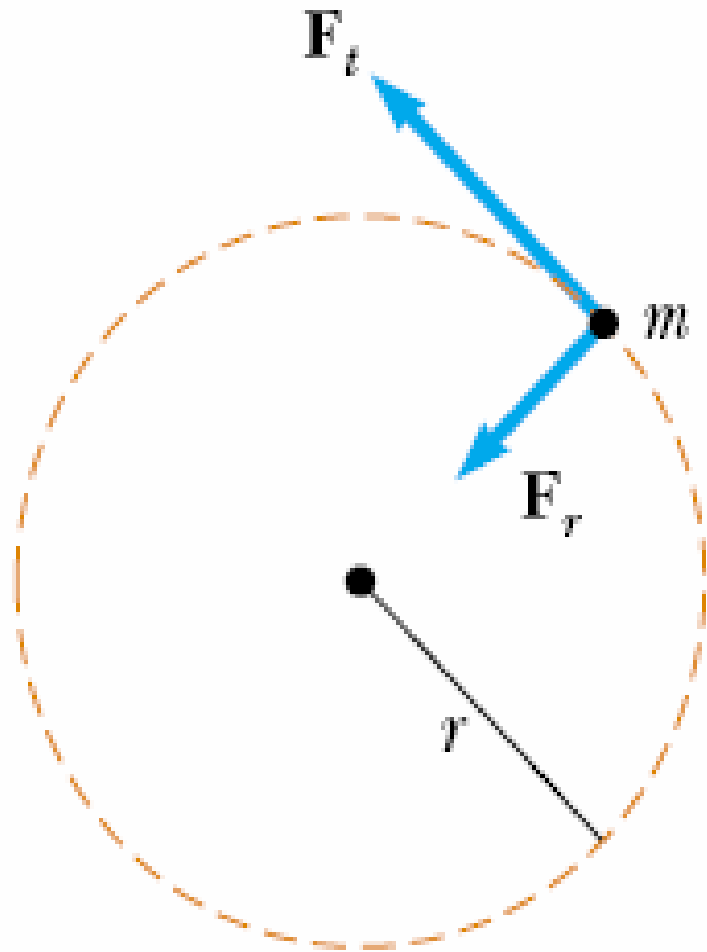
Örnek : $T_1=5\text{ N}$ $T_2=15\text{ N}$ $R_1=1\text{ m}$ ve $R_2=0.5\text{ m}$ olan sistemde toplam tork nedir?

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = R_2 T_2 - R_1 T_1$$

$$\sum \tau = (15\text{ N})(0.50\text{ m}) - (5.0\text{ N})(1.0\text{ m}) = 2.5\text{ N}\cdot\text{m}$$



Açısal ivme ve tork arasındaki bağıntı



$$F_t = ma_t$$

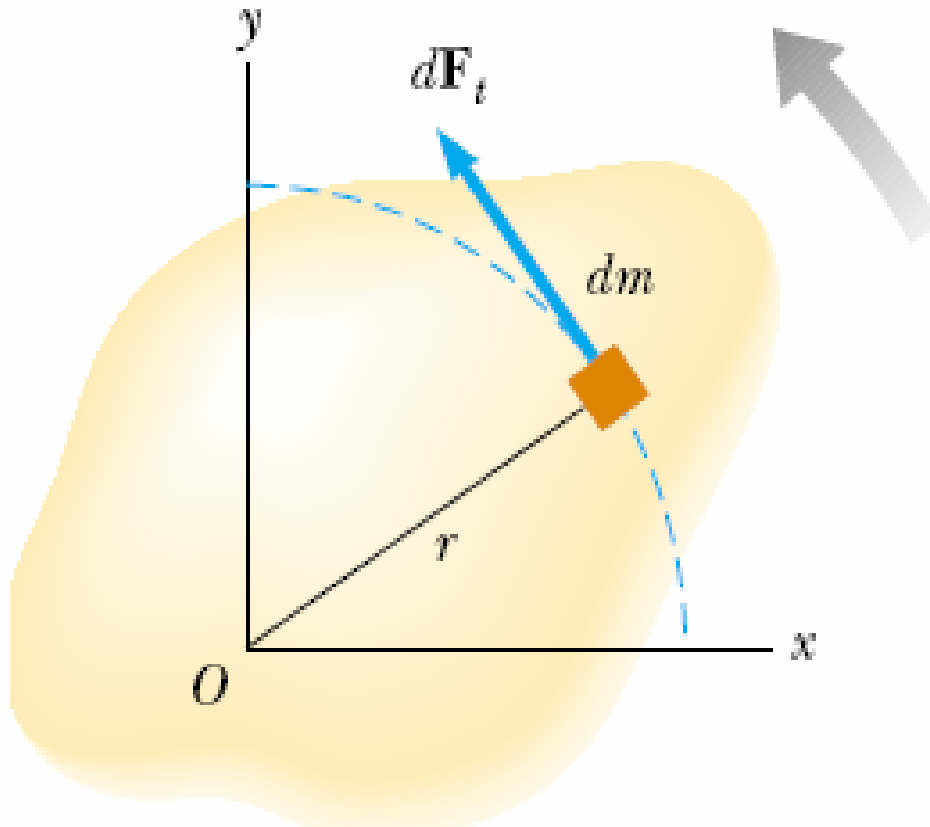
$$\tau = F_t r = (ma_t) r$$

$$a_t = r\alpha$$

$$\tau = (mr\alpha) r = \underbrace{(mr^2)}_I \alpha$$

$$\tau = I\alpha$$

Sürekli Cismin Tork Bağıntısı



$$dF_t = (dm) a_t$$

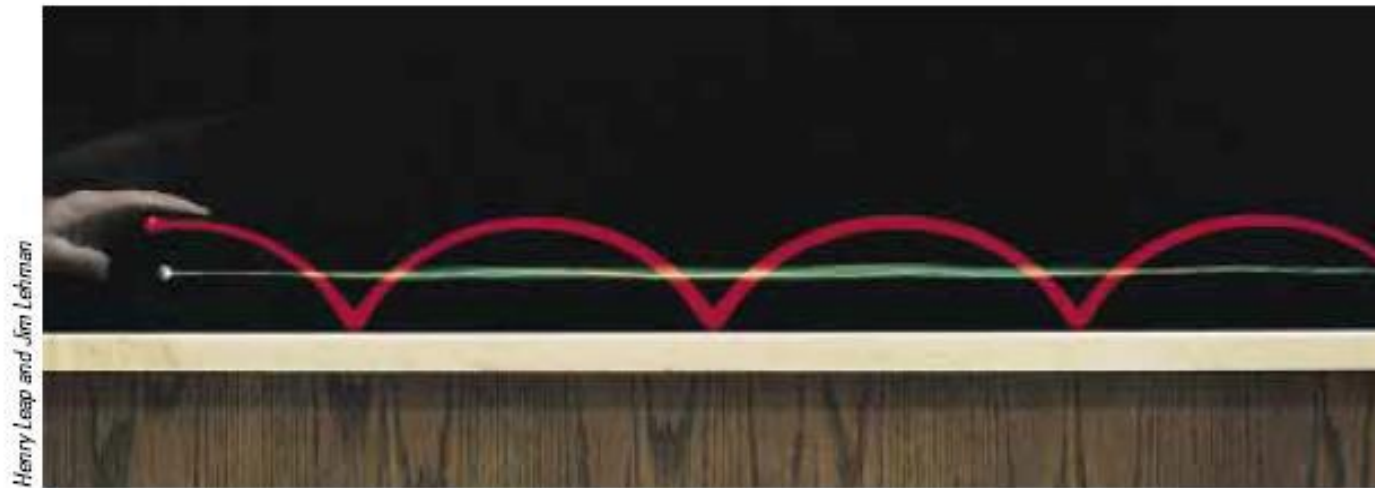
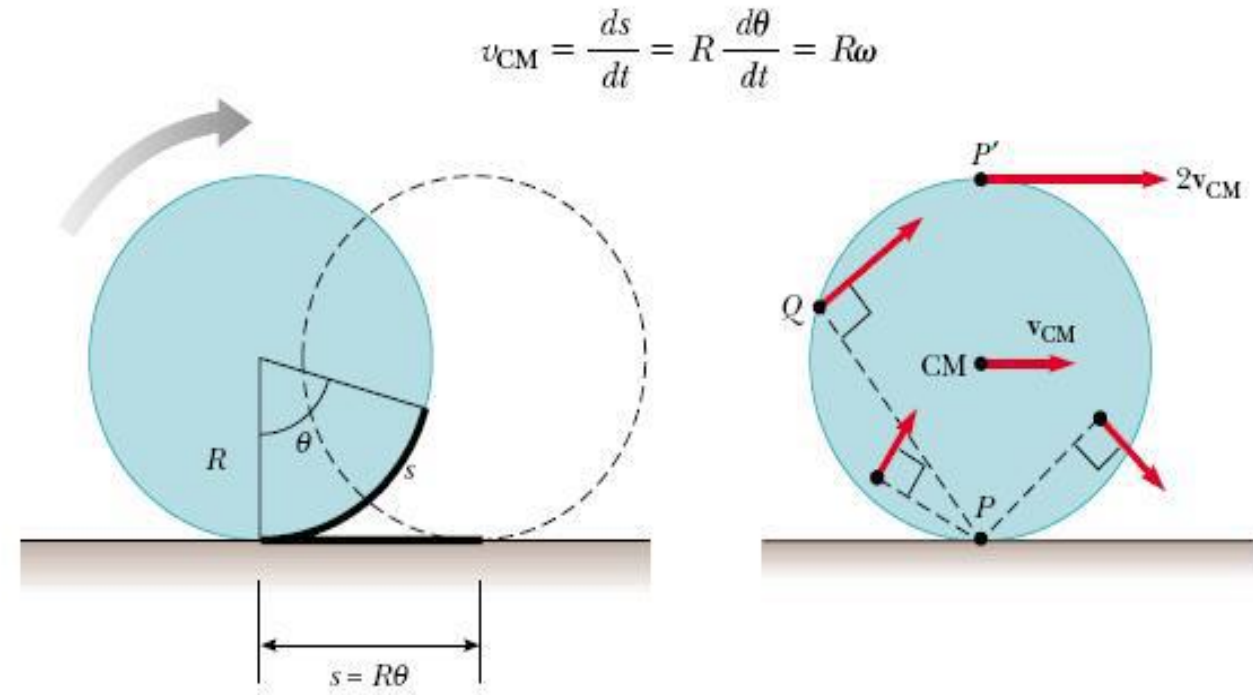
$$d\tau = r dF_t = a_t r dm$$

$$d\tau = \alpha r^2 dm$$

$$\sum \tau = \int \alpha r^2 dm = \alpha \int r^2 dm$$

$$\sum \tau = I\alpha$$

Yuvarlanma: Dönerken ilerleme, P noktasına göre Eylemsizlik Momenti



Kütle merkezinin Kinematığı ve Yuvarlanan Cismin Toplam Kinetik Enerjisi

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2$$

$$v_{\text{CM}} = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

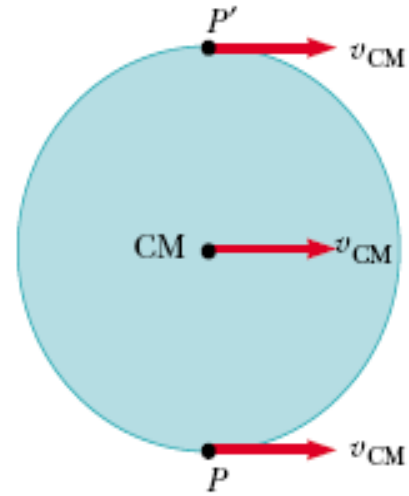
$$I_P = I_{\text{CM}} + MR^2$$

$$a_{\text{CM}} = \frac{dv_{\text{CM}}}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

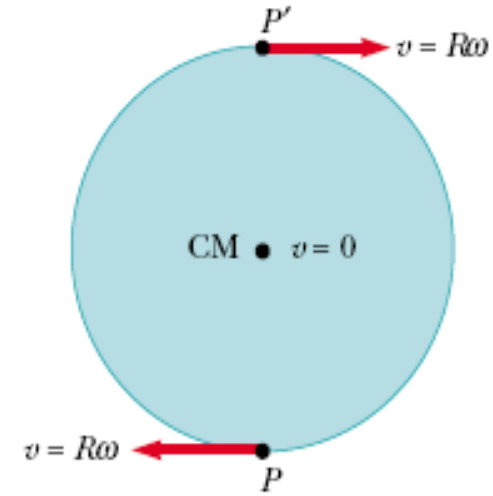
$$K = \frac{1}{2} I_{\text{CM}} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} I_{\text{CM}} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2$$

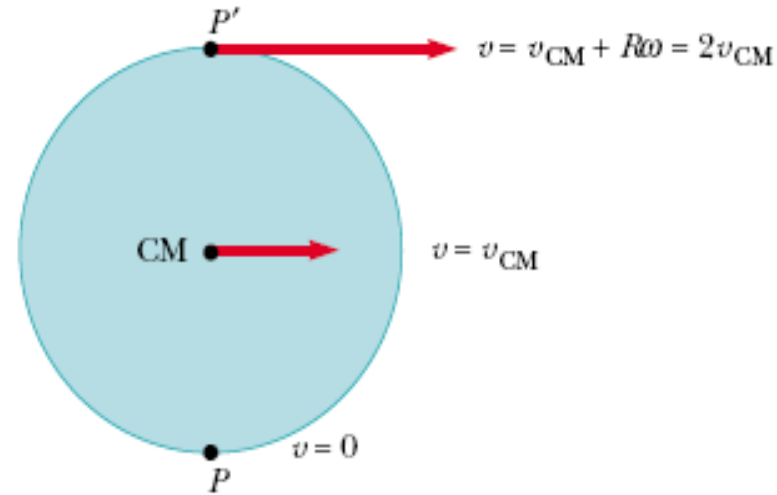
Dönme + Öteleme



(a) öteleme

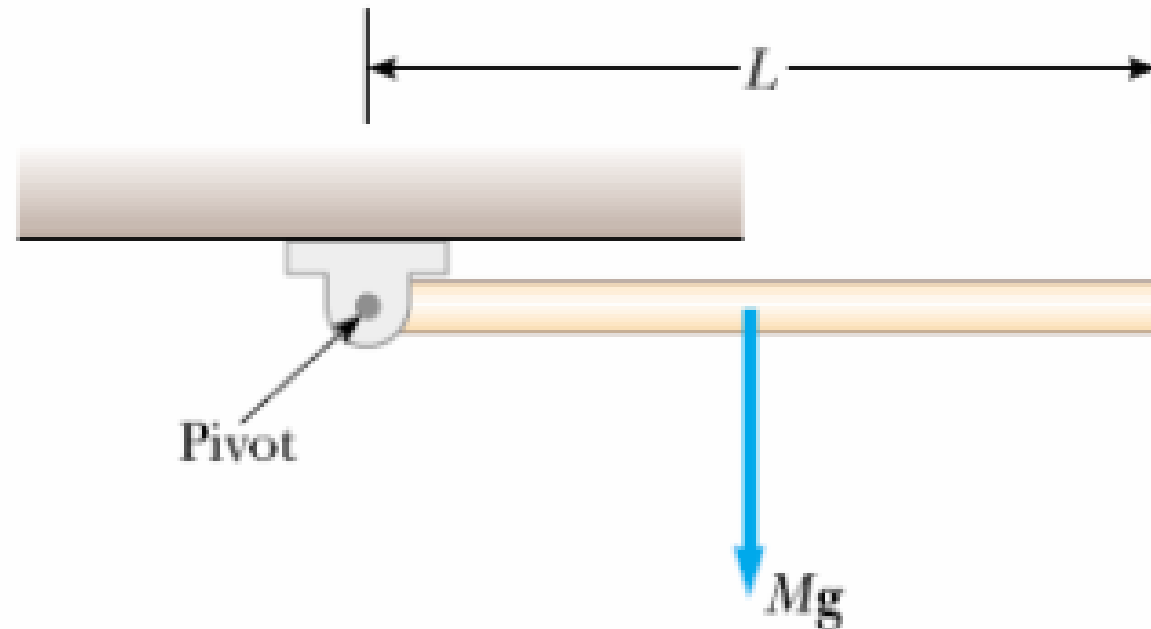


(b) dönme



(c) öteleme ve dönme

Örnek : Şekildeki çubuk mil etrafında dönebilmektedir. Serbest bırakılan çubuğun açısal ve çizgisel ivmelerini hesaplayınız. $I = \frac{1}{3} ML^2$



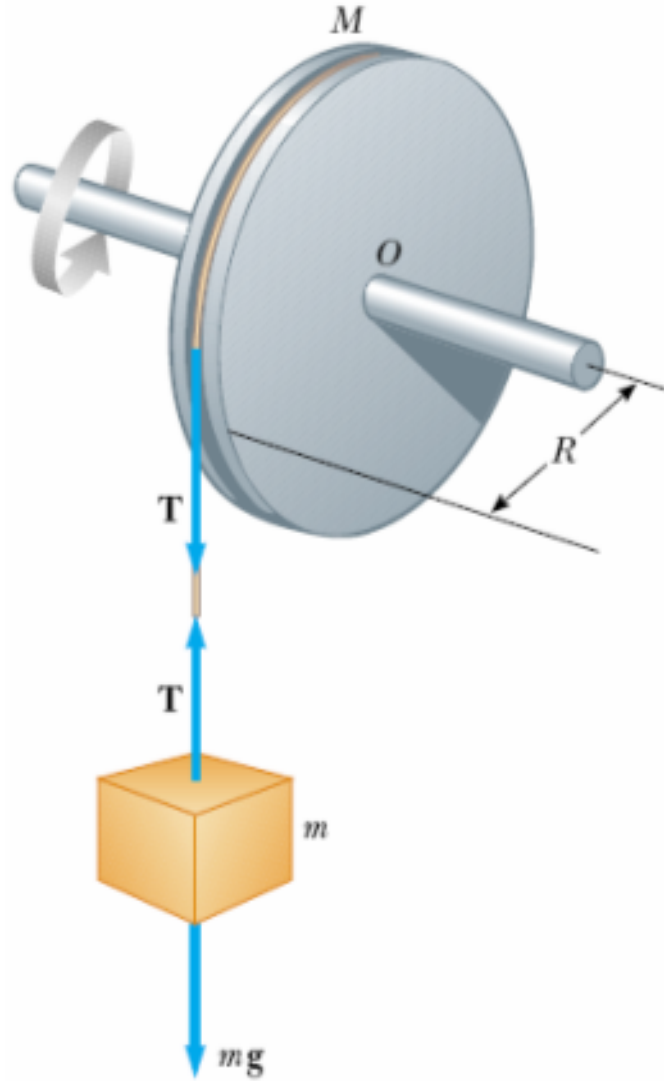
$$\tau = \alpha I$$

$$Mg(L/2) = \alpha \frac{1}{3} ML^2$$

$$\alpha = \frac{3g}{2L}$$

$$a_t = r\alpha = L\alpha = \frac{3}{2}g$$

Örnek : Şekildeki makara ucundaki m kütesinin etkisi ile dönebilmektedir. Bu durumda ipteki gerilme ve kütenin ivmesini hesaplayınız.



$$\Sigma \tau = I\alpha$$

$$\Sigma \tau = I\alpha = TR$$

$$(1) \quad \alpha = \frac{TR}{I}$$

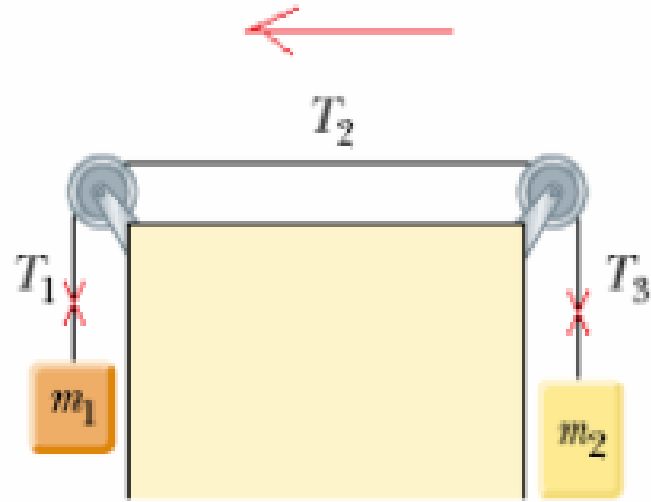
$$\Sigma F_y = mg - T = ma$$

$$(2) \quad a = \frac{mg - T}{m}$$

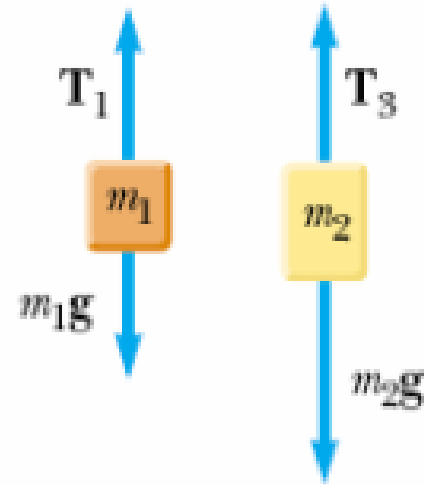
$$(3) \quad a = R\alpha = \frac{TR^2}{I} = \frac{mg - T}{m}$$

$$(4) \quad T = \frac{mg}{1 + (mR^2/I)}$$

Örnek : Şekildeki sistemin ivmesini $I = \frac{1}{2} mR^2$ için hesaplayınız. İplerdeki gerilmeleri bulunuz.



(a)



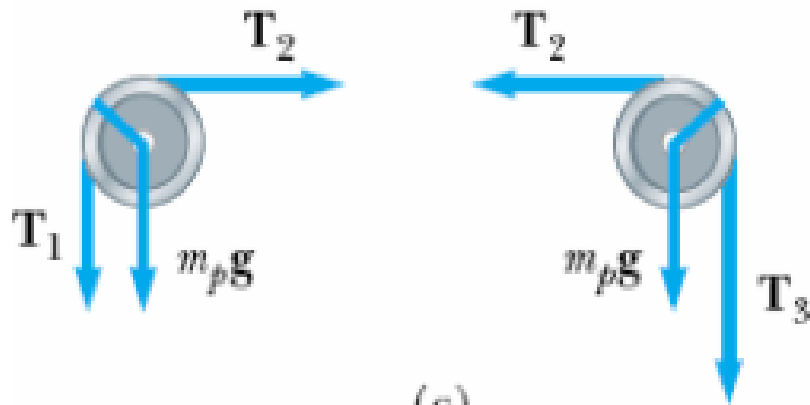
(b)

$$(1) \quad m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$(2) \quad T_3 - m_2 g = m_2 a$$

$$(3) \quad (T_1 - T_2) R = I \alpha$$

$$(4) \quad (T_2 - T_3) R = I \alpha$$



(c)

$$(5) \quad (T_1 - T_3)R = 2I\alpha$$

$$T_3 - T_1 + m_1g - m_2g = (m_1 + m_2)a$$

$$(6) \quad T_1 - T_3 = (m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a$$

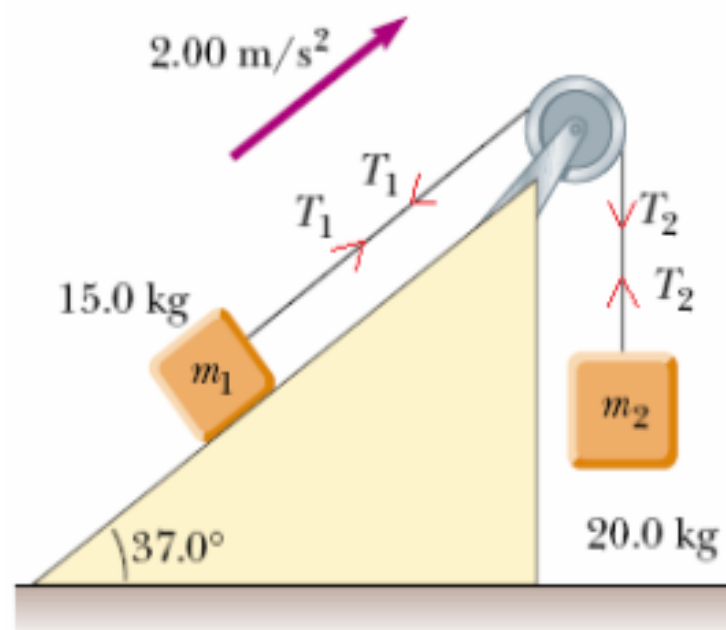
$$[(m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a]R = 2I\alpha$$

$$\alpha = a/R$$

$$(m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a = 2I\frac{a}{R^2}$$

$$(7) \quad a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + 2(I/R^2)}$$

Soru : Şekildeki sistem 2 m/s^2 ivme ile yukarı gittiğinde iplerdeki gerilmeler ne olur?



$$(a) \quad m_2 g - T_2 = m_2 a$$

$$T_2 = m_2 (g - a) = 20.0 \text{ kg} (9.80 \text{ m/s}^2 - 2.00 \text{ m/s}^2)$$

$$= \boxed{156 \text{ N}}$$

$$T_1 - m_1 g \sin 37.0^\circ = m_1 a$$

$$T_1 = (15.0 \text{ kg})(9.80 \sin 37.0^\circ + 2.00) \text{ m/s}^2$$

$$= \boxed{118 \text{ N}}$$

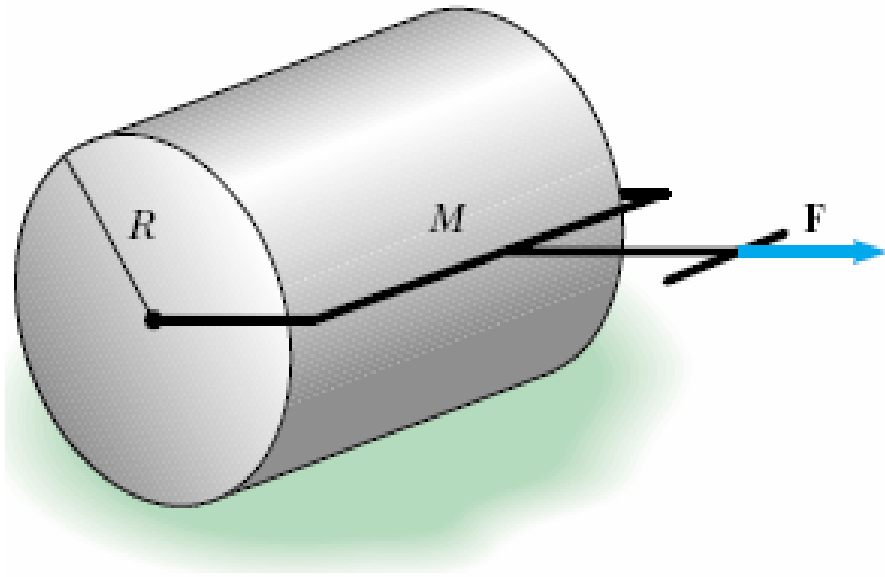
$$(b) \quad (T_2 - T_1)R = I\alpha = I\left(\frac{a}{R}\right)$$

$$I = \frac{(T_2 - T_1)R^2}{a} = \frac{(156 \text{ N} - 118 \text{ N})(0.250 \text{ m})^2}{2.00 \text{ m/s}^2}$$

$$= \boxed{1.17 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

Soru : sabit bir F kuvveti ile çekilen şekildeki sisindir sürtünmeli bir düzlemde hareket ediyor.

Sürtünme kuvveti f olduğuna göre sürtünme katsayısını hesaplayınız.

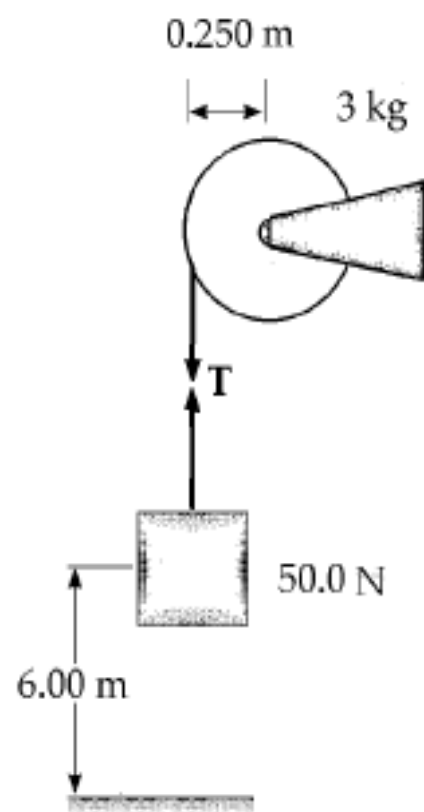


$$\sum \tau = fR = I\alpha \quad \begin{matrix} \nearrow \alpha = \frac{a}{R} \\ \searrow I = \frac{1}{2}MR^2 \end{matrix} \quad \longrightarrow \quad f = \frac{1}{2}Ma$$

$$\sum F_x = F - f = Ma \quad \longrightarrow \quad a = \frac{2F}{3M}$$

$$\sum F_x = F - f = Ma \quad \begin{matrix} \nearrow f = \mu Mg \\ \searrow a = \frac{2F}{3M} \end{matrix}$$
$$\mu = \frac{F}{3Mg}$$

Örnek : Şekildeki sistem serbest bırakıldığında bloğun yere çarpma hızını farklı iki yolla bulunuz.



$$\sum F_y = ma_y \quad 50.0 - T = \left(\frac{50.0}{9.80} \right) a$$

$$\sum \tau = I\alpha$$

$$TR = I\alpha = I \frac{a}{R}$$

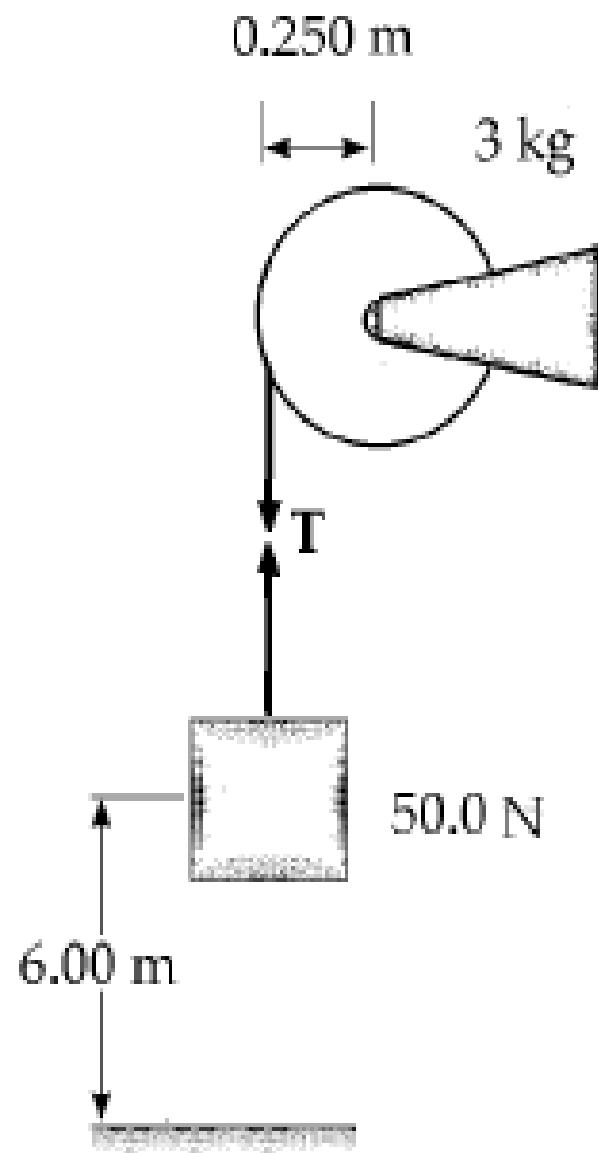
$$I = \frac{1}{2} MR^2 = 0.0938 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$50.0 - T = 5.10 \left(\frac{TR^2}{I} \right)$$

$$T = 11.4 \text{ N} \quad a = 7.57 \text{ m/s}^2$$

$$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i)$$

$$v_s = \sqrt{2(7.57)(6.00)} = \boxed{9.53 \text{ m/s}}$$



$$(K + U)_i = (K + U)_f$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$2mgh = mv^2 + I\left(\frac{v^2}{R^2}\right) = v^2\left(m + \frac{I}{R^2}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}}} = \sqrt{\frac{2(50.0 \text{ N})(6.00 \text{ m})}{5.10 \text{ kg} + \frac{0.0938}{(0.250)^2}}} = 9.53 \text{ m/s}$$

(a) $\tau = I\alpha$

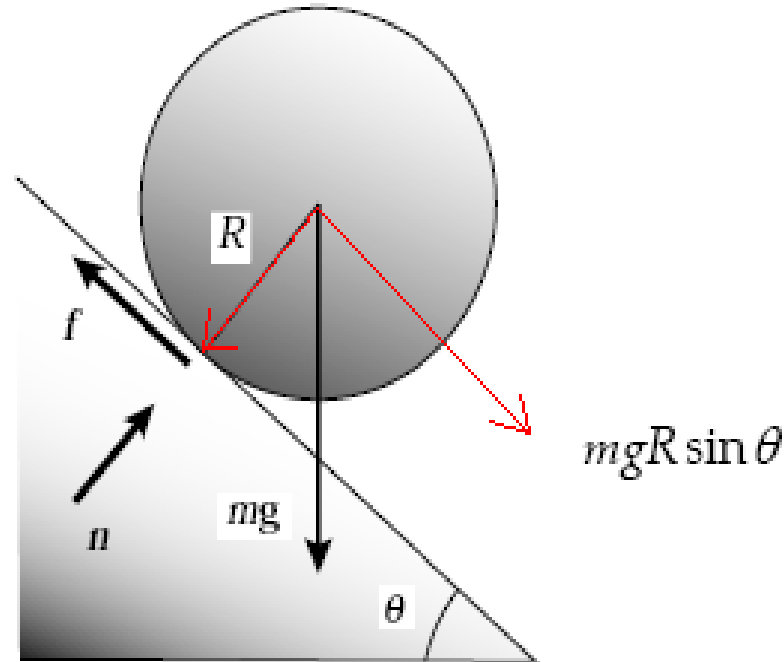
$$mgR \sin \theta = (I_{CM} + mR^2)\alpha$$

$$a = \frac{mgR^2 \sin \theta}{I_{CM} + mR^2}$$

$$a_{\text{çember}} = \frac{mgR^2 \sin \theta}{2mR^2} = \boxed{\frac{1}{2}g \sin \theta}$$

$$a_{\text{disk}} = \frac{mgR^2 \sin \theta}{\frac{3}{2}mR^2} = \boxed{\frac{2}{3}g \sin \theta}$$

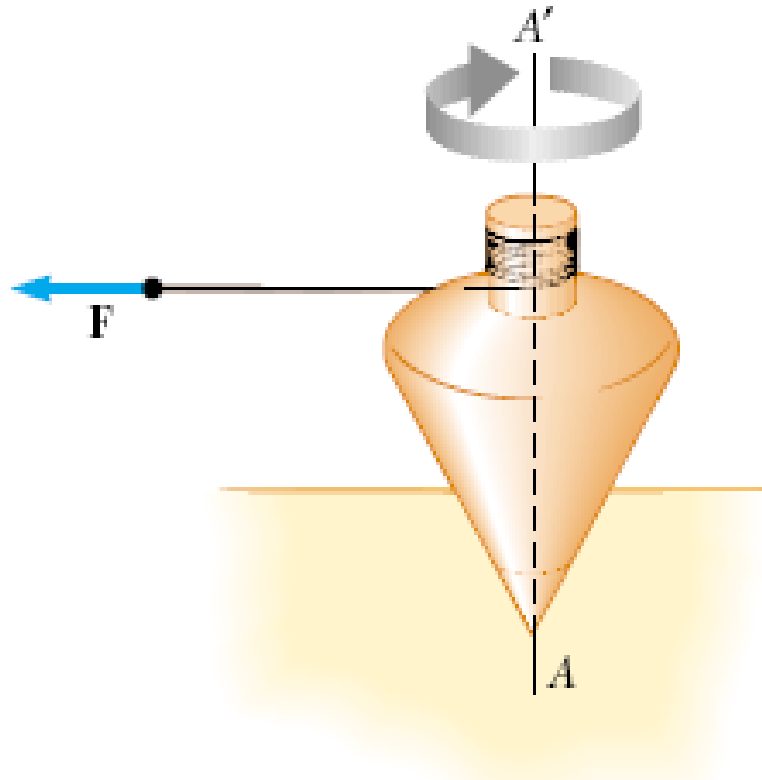
Örnek : Şekildeki cismin disk ve çember olması halinde ivmesi ve düzlemin sürtünme katsayısını hesaplayınız.



(b) $Rf = I\alpha$ $f = \mu n = \mu mg \cos \theta$

$$\mu = \frac{f}{mg \cos \theta} = \frac{\frac{I\alpha}{R}}{mg \cos \theta} = \frac{\left(\frac{2}{3}g \sin \theta\right)\left(\frac{1}{2}mR^2\right)}{R^2 mg \cos \theta} = \boxed{\frac{1}{3} \tan \theta}$$

Örnek : Şekildeki topacın eylemsizlik momenti $0.0004 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ dir. AA' eksenini etrafında rahatça dönebilen topaç 5.57 N luk kuvvet ile şekildeki gibi harekete geçiriliyor. kuvvetin uygulandığı noktanın AA' eksenine uzaklı 80 cm ise topacın kuvvet uygulanıktan sonraki açısal hızını hesaplayınız.



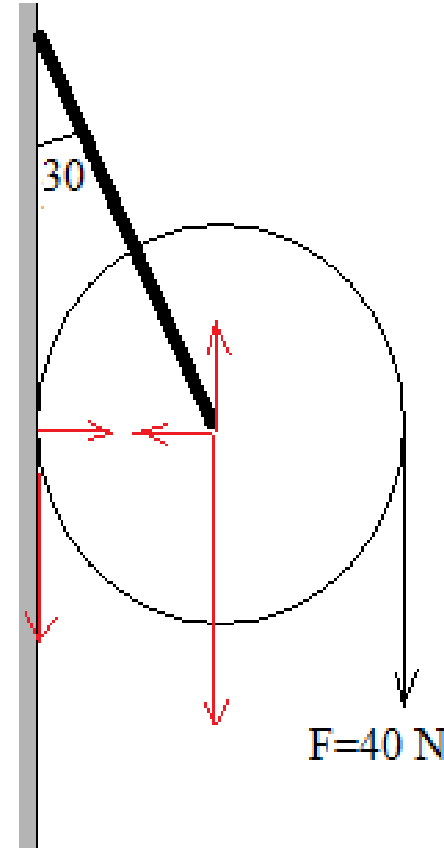
$$W = F\Delta r = (5.57 \text{ N})(0.800 \text{ m}) = 4.46 \text{ J}$$

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} I \omega_s^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2$$

$$4.46 \text{ J} = \frac{1}{2} (4.00 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \omega_s^2$$

$$\omega_s = 149 \text{ rad/s}$$

Örnek : Kütlesi 16 kg olan rulonun yarıçapı 18 m, rulo ve çubuğun eylemsizlik momenti 0.26 km.m², yüzeyin sürtünme katsayısı da 0.25 olduğuna göre F kuvvetinin etkisiyle açılan ruloyu tutan çubuğun ruloya uyguladığı kuvveti ve rulonun açısal ivmesini hesaplayınız.



$$F_{\text{çubuk}} \cos \theta = f + w + F \quad F_{\text{çubuk}} \sin \theta = n$$

$$F_{\text{çubuk}} = \frac{w + F}{\cos \theta - \mu_k \sin \theta} = \frac{(16.0 \text{ kg}) (9.80 \text{ m/s}^2) + (40.0 \text{ N})}{\cos 30^\circ - (0.25) \sin 30^\circ} = 266 \text{ N}$$

$$f = \mu_k F_{\text{rod}} \sin \theta = 33.2 \text{ N}$$

$$(F - f)R = \alpha I$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{(40.0 \text{ N} - 31.54 \text{ N})(18.0 \times 10^{-2} \text{ m})}{(0.260 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)} = 4.71 \text{ rad/s}^2$$