Horner Yöntemi
(Bottom Up)

Transform and Conquer

Çarpanlarına ayırma, L'Hopital gibi yöntemler bu Algoritmayı kullanır

$x^0 = 1$

✓ soru

$$a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0 = ?$$

Ortak Çarpan → $x(a_3 x^2 + a_2 x + a_1) + a_0$

Tekrar → $x \cdot (x(a_3 x + a_2) + a_1) + a_0$

Tekrar → $x(x(a_3(x) + a_2) + a_1) + a_0$

⚠️ En başta 0. Bir sabit sayı alıyoruz ve x ile çarpıyoruz. Sonra elimizdeki x'li ifadeye sabit sayı alıyoruz ve yine x ile çarpıyoruz mantığı ile bir algoritma kuruyoruz.

1-) $a_3(x)$

2-) $(a_3(x) + a_2)$

3-) $(a_3(x) + a_2) x$

4-) $(a_3 x^2 + a_2 x) + a_1$

5-) $(a_3 x^2 + a_2 x + a_1) \cdot x$

6-) $(a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

$\longrightarrow$ Bu algoritmanın karmaşıklığı =

Temel işlemlerin sayımı ile tespit edelim.

$k \leq n$ için 1 karşılaştırma, 1 çarpma, 2 toplama, 1 çıkarma

$k > n$ için 1 karşılaştırma $\longrightarrow \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 5 \right) + 1$ maliyetimiz var

$\Rightarrow 5n + 1$

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a \longrightarrow \Theta(n)$$

$$a^n \begin{cases} 1 & n=0 \\ a & n=1 \\ a^{\lfloor n/2 \rfloor} \cdot a^{\lceil n/2 \rceil} & n => 1 \\ (a^x \cdot a^{x+1}) \end{cases} \longrightarrow a^5 = a^2 \cdot a^3$$

$$a^{15}$$

$$a^7 \qquad a^8$$

$$a^4 \quad * \quad a^3 \qquad a^4 \qquad a^4$$

$$a^2 \quad * \quad a^2 \qquad a^2 \quad * \quad a$$

$$a * a \qquad a * a \qquad a * a$$
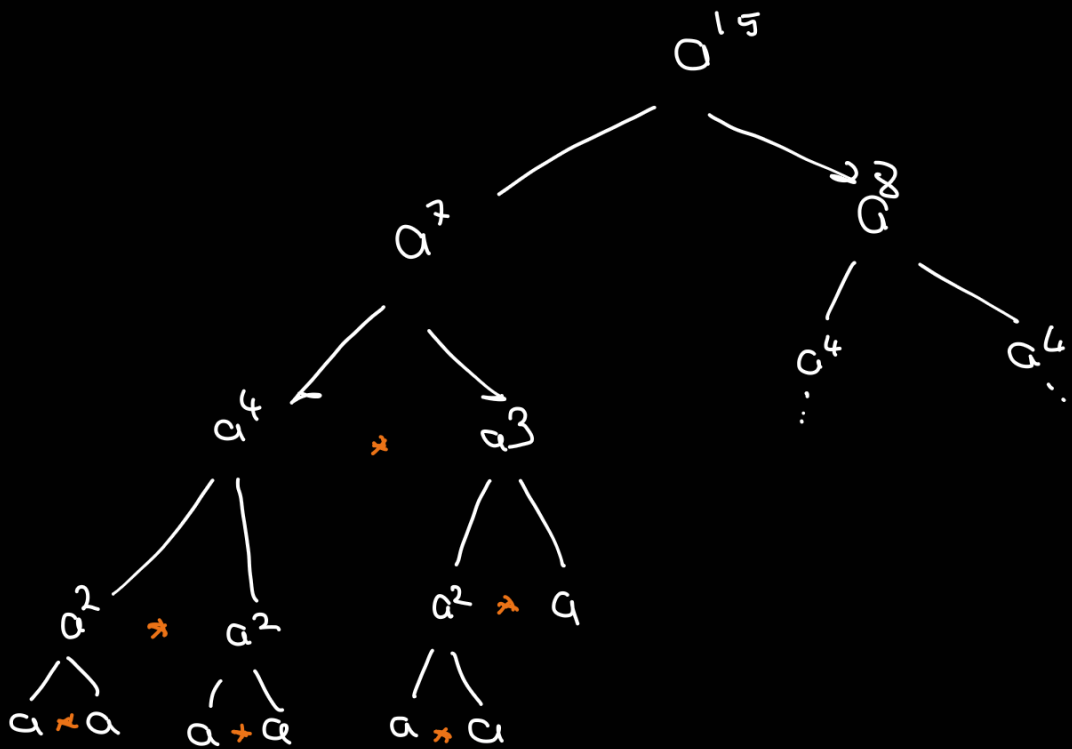
$$M(n) = M\left(\lfloor n/2 \rfloor\right) + M\left(\lceil n/2 \rceil\right) + 1 \qquad \text{For } n > 1$$

$$\text{Maliyet} \quad \cong \Theta(\log n)$$

Binary Exponation

$p=1$ başlangıç

$p = 2p + y_i^p$

left to right B.E.

→ a ve n pozitif açılımındaki: $y_I, \ldots y_0$ listesi
kullanıcıdan alınarak ve a^n cevabı verilecek.

$a^{13} = \overset{(3)(2)}{1\,1}\ \overset{(1)\ (0)}{0\ 1}_{(2)}$

$n=13$

$\longrightarrow l = 4$ → P değerimiz 3'e kadar çalıcak

1-1 'e kadar aşağı çalışır.

Maliyet = $\log_2 n - 1$ adet karşılaştırma

↳ Her karşılaştırma için $(b-1)$
ile $(b-1) \cdot 2$ arasında çarpma yapılır.

$b = \log_2 n$

→ Eğer sınavda sorsa

$$(b-1) \leq M(n) \leq 2(b-1) \quad \rightarrow \text{isteriz}$$

Sınavda Çıkabilir Dedi: ↑↓ isteriz

$$a^n = a^{b_i 2^i + \dots + b_i 2^i + \dots + b_0} = a^{b_i 2^i} + \dots + a^{b_i 2^i} + \dots \ a^{b_0}$$

$$a^{13} = a^{1101}$$

$b_i \longrightarrow 1 \qquad\qquad 1 \qquad\qquad 0 \qquad 1$

term $= a \qquad$ term $\longrightarrow a^8 \qquad\qquad a^4 \qquad\qquad a^2 \qquad a$

eğer $b_0 = 1$ ise $\qquad$ adım $\Rightarrow a^5 . a^8 = a^{13} \qquad a^4 . a = a^5 \qquad\qquad a$
$\qquad\qquad p = a$

eğer $b \neq 1$ ise
$\qquad\qquad p = 1$

$i = 1$'den $1'$ ya kadar

$\qquad$ term $=$ term . term

eğer $b_i = 1$ ise $p = p$. term

Right to Left $\quad$ ve Left to Right

algoritmalarının içinde de maliyet logritmiktir.