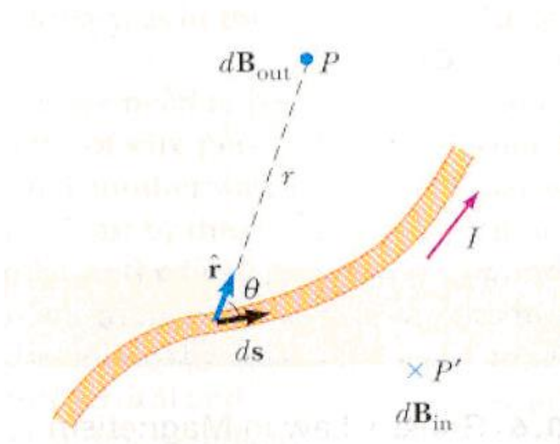
BÖLÜM 8
MANYETİK ALANIN KAYNAKLARI

8.1. BİOT-SAVART YASASI

Biot-Savart deneysel sonuçlardan yola çıkarak uzayın bir noktasındaki manyetik alanı, bu alanı oluşturan akım cinsinden veren matematiksel bir ifade buldular. İfadede kararlı bir *I* akımı taşıyan bir telin bir d**s** uzunluk elemanının *P* noktasında oluşturduğu d**B** manyetik alanı şu deneysel gözlemlere dayanır:



Şekil 8.1. Bir ds uzunluk elemanından geçen I akımının P noktasında oluşturduğu manyetik alanı Biot-Savart yasasıyla verilir.

- d**B** vektörü hem d**s**'ye (akım yönünde) ve hem de d**s**'den *P*'ye doğru yönelen $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektörüne diktir.
- d**B**'nin büyüklüğü r^2 ile ters orantılıdır. Burada *r*, d**s**'nin *P* noktasına uzaklığıdır.
- d**B**'nin büyüklüğü akımla ve d**s** uzunluk elemanının büyüklüğüyle orantılıdır.
- d**B**'nin büyüklüğü sinθ ile orantılıdır. Burada θ, d**s** ve **r** vektörleri arasındaki açıdır.

Bu gözlemlerden

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Biot-Savart yasası elde edilir. Burada $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ N/A^2 olan serbest uzayın geçirgenliğidir.

Sonlu büyüklükteki bir akımın, bir noktada oluşturduğu **B** toplam manyetik alanını bulmak için akımı oluşturan tüm Id**s** akım elemanlarından doğan katkıları toplamamız gerekir.

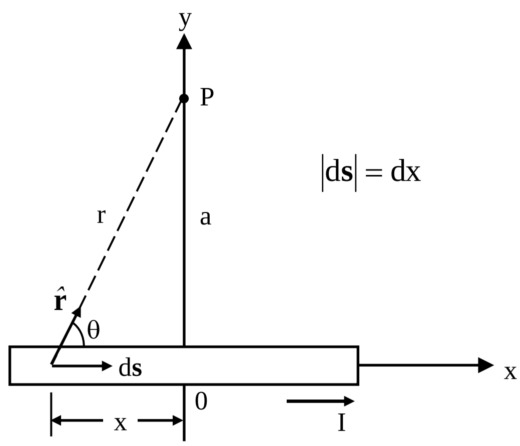
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Burada integral akım dağılımının tamamı üzerinden alınmalıdır. Bir akım elemanının oluşturduğu manyetik alan, vektörel çarpım gereği hem d**s** akım elemanına ve hem de $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektörüne diktir. Bu yüzden iletken kağıt düzleminde bulunuyorsa şekilde gösterildiği gibi d**B**, P noktasında kağıt düzleminden dışa ve P′ noktasında da içe doğru yönelmektedir.

Örnek: Şekildeki gibi x ekseni boyunca yerleştirilen ve sabit bir I akımı taşıyan ince doğrusal bir tel veriliyor. Bu akımın P noktasında oluşturduğu manyetik alanın büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Çözüm:

d**s** uzunluk elemanındaki akımın P noktasında oluşturduğu manyetik alanın yönü sayfa düzleminden dışa doğrudur. Çünkü d**s**×**r** dışa doğrudur. Gerçekte akım elemanlarının hepsi sayfa düzleminin içinde oldukları için P noktasında oluşturdukları manyetik alanın yönü sayfa düzleminden dışa doğrudur.



Böylece P noktasındaki toplam manyetik alanın yönü kağıt düzleminden dışa doğrudur.

Başlangıcı O noktasında ve P noktasını pozitif y ekseni üzerinde alarak, $\hat{\mathbf{k}}$ kağıt düzleminden dışa doğru olan birim vektör olmak koşuluyla,

$$d\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{k}}|d\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{r}}| = \hat{\mathbf{k}}(dx\sin\theta)$$

$\hat{\mathbf{r}}$ birim vektör olduğundan vektörel çarpımın birimi d**s**’nin biriminin aynısı yani uzunluktur. Bu sonuç

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

ifadesinde yerine konursa

$$d\mathbf{B} = dB\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\sin\theta}{r^2}\hat{\mathbf{k}}$$

elde edilir. Tüm akım elemanlarının manyetik alanları k yönünde olduklarından bir akım elemanından kaynaklanan alanın büyüklüğü

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\sin\theta}{r^2}$$

olur. İntegral alabilmek için θ, x ve r değişkenlerini birbirine bağlamalıyız.

$$\sin\theta = \frac{a}{r} \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{a}{\sin\theta} = a\csc\theta$$

$$\tan\theta = \frac{a}{-x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-a}{\tan\theta} = -a\cot\theta \quad \Rightarrow \quad dx = a\csc^2 d\theta$$

Elde edilen eşitlikler yerine konduğunda

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a\csc^2\theta\sin\theta d\theta}{a^2\csc^2\theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\sin\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(-\cos\theta\Big|_0^{\pi}\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(-\cos\pi + \cos 0\right)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

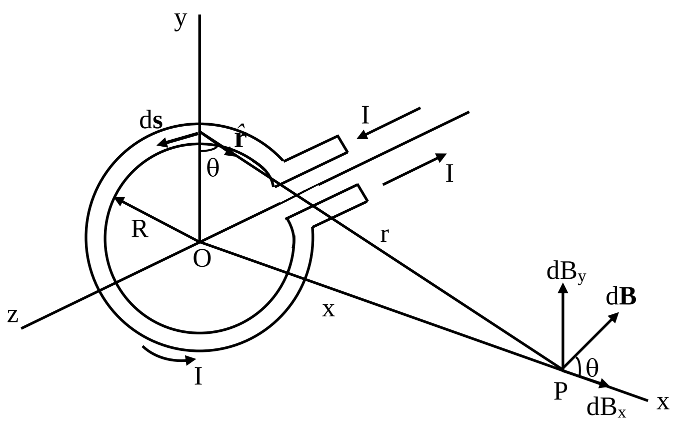
Örnek: 5 A akım taşıyan sonsuz uzunlukta doğrusal bir telin kendisinden 4 cm uzaklıkta oluşturduğu manyetik alanın büyüklüğünü hesaplayınız. $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ N/A^2

Çözüm:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{4\pi.10^{-7}.5}{2\pi.0{,}04} = 2{,}5.10^{-5}\ \text{T}$$

Örnek: Şekilde görüldüğü gibi kararlı bir I akımı taşıyan ve yz düzleminde bulunan R yarıçaplı çembersel bir tel ilmeğin ekseni üzerinde merkezinden x uzaklıkta bulunan bir P noktasında manyetik alanının hesaplayınız.

Çözüm:



d**s** her noktada $\hat{\mathbf{r}}$ ’ya dik olduğundan $|d\mathbf{s}\times\hat{r}| = |d\mathbf{s}|.1.\sin 90 = ds$ olur.

$r^2 = x^2 + R^2$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{|d\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{r}}|}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds}{x^2+R^2}$$

d**B** alanın yönü, $\hat{\mathbf{r}}$ ve d**s**'ye diktir. dB_x ve dB_y bileşenleri şekildeki gibidir. Simetriden dB_y'lerin toplamı sıfırdır. O halde P noktasındaki bileşke alan x ekseni boyunca olmalıdır.

$$dB_x = dB\cos\theta$$

$$B_x = \oint dB\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{ds\cos\theta}{x^2+R^2} \qquad \cos\theta = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

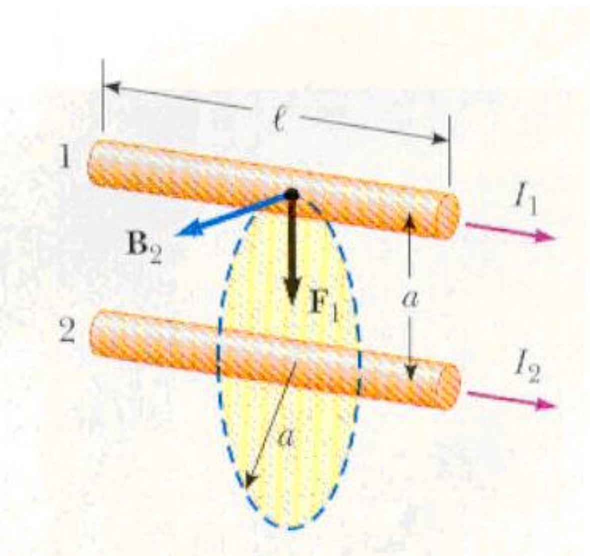
$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}\oint ds$$

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

x = 0'da $\quad B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

x >>R'de $\quad B = \dfrac{\mu_0 IR^2}{2x^3}$

8.2. İKİ PARALEL İLETKEN ARASINDAKİ MANYETİK KUVVET



Şekil 8.2. Kararlı akım taşıyan iki paralel tel, birbirlerine bir kuvvet etki ettirirler.

Şekildeki gibi aynı yönde I_1 ve I_2 akımları taşıyan ve aralarındaki uzaklık a olan l uzunluklu iki doğrusal ve paralel tellerden, I_2 akımı taşıyan tel-2, tel-1'in bulunduğu konumda bir B_2 manyetik alanı oluşturur. B_2'nin yönü tel-1'e diktir. Tel-1'in l uzunluğuna etkiyen manyetik kuvvet $F_1 = I_1\, l \times B_2$'dir. l, B_2'ye dik olduğundan

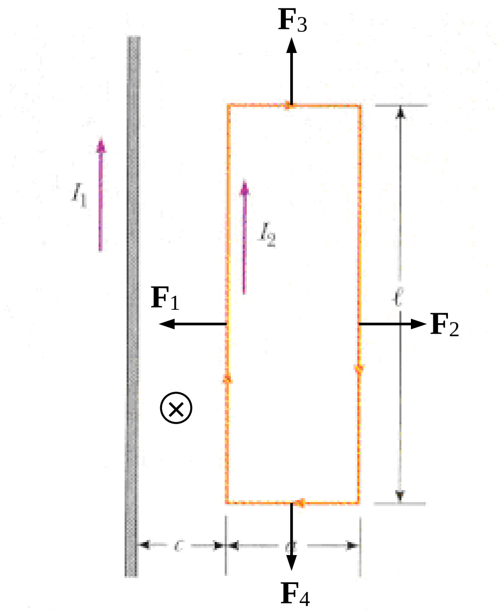
$$F_1 = I_1\, l\, B_2 = I_1\, l\, \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}\, l$$

olur. $l \times B_2$ aşağı yönde olduğundan F_1'in yönü tel-2'ye diktir. Eğer tel-2'nin bulunduğu yerde tel-1'in oluşturduğu alan hesaplanırsa tel-2'ye etkiyen F_2 kuvveti büyüklükçe F_1'e eşit fakat ters yönlüdür.

Eğer akımlar zıt yönlerde olsalardı, kuvvetlerin yönleri tersine döner ve bu yüzden teller birbirlerini iterlerdi.

Sonuçta aynı yönde akım taşıyan paralel tellerin birbirlerini çektiklerini, zıt yönlerde akım taşıyan tellerin ise ittiklerini söyleyebiliriz.

Örnek :



Şekildeki düzenekte, uzun doğru iletkenden geçen akım $I_1 = 5$ A olup, $I_2 = 10$ A'lik akım taşıyan dikdörtgensel ilmeğin düzlemi içinde bulunmaktadır. Boyutlar $c = 0{,}1$ m, $a = 0{,}15$ m ve $l = 0{,}45$ m'dir. I_1 akımı taşıyan iletkenin oluşturduğu manyetik alanın ilmeğe uyguladığı net kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Çözüm:

$\mathbf{F}_3 = \mathbf{F}_4$ olduğundan birbirini yok eder.

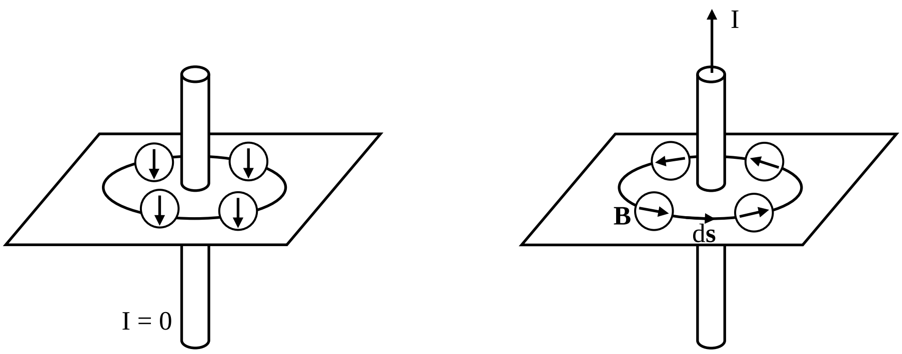
$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} l \left(\frac{1}{c+a} - \frac{1}{c}\right)\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F} = \frac{4\pi.10^{-7}.5.10}{2\pi} 0{,}45\left(\frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{0{,}1}\right)\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F} = -2{,}7.10^{-5}\mathbf{i}$$

8.3. AMPER YASASI



Şekil 8.3. Düşey telde akım olmadığı zaman, tüm pusula iğneleri aynı yönde yönelirler. Telden kuvvetli bir akım geçtiğinde pusula iğneleri, çembere teğet olan yönde saparlar.

Telde hiçbir akım olmadığı zaman, ilmekteki tüm pusulalar aynı yönde (yerin alanı yönünde) yönelirler. Eğer telden kuvvetli kararlı akım geçerse tüm pusula iğneleri çembere teğet olacak yönde saparlar. Pusula iğneleri **B**'nin yönünde yöneldiklerinden **B**'nin alan çizgileri teli eksen kabul eden çemberler oluştururlar. Simetriden ötürü **B**'nin büyüklüğü, tele dik olan bir düzlem içinde kalan ve merkezi tel üzerinde olan çembersel bir yol üzerinde her yönde aynıdır.

B.ds çarpımlarının, pusula iğnelerinin tanımladığı çembersel yolun üzerindeki ds uzunluk elemanları için çembersel kapalı yol üzerinden toplamını alalım. Bu yol boyunca ds ve **B** birbirlerine paraleldirler ve **B**.ds = Bds'dir. Ayrıca çember üzerinde **B**'nin büyüklüğü sabit olup $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ile verilir. Bu nedenle kapalı yol boyunca Bds çarpımların toplamı

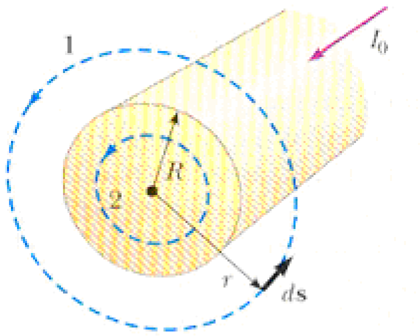
$$\oint \mathbf{B}.ds = B\oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(2\pi r) = \mu_0 I$$

ile verilir. Burada $\oint ds = 2\pi r$ çemberin çevresidir. Bu sonuç, zamanla değişmeyen (kararlı) bir akım çevreleyen keyfi biçimli kapalı bir yol içinde geçerlidir. Bu ifade Amper yasası olarak bilinir ve şöyle ifade edilir:

Herhangi bir kapalı yol çevresinde **B**.ds'nin çizgi integrali μ_0I'ya eşittir. Burada I kapalı yolun çevrelediği herhangi bir yüzeyden geçen toplam sürekli akımdır.

$$\oint \mathbf{B}.ds = \mu_0 I$$

Örnek : Kesitinin her tarafına düzgün dağılmış kararlı bir I_0 akımı taşıyan R yarıçaplı uzun ve doğrusal bir tel veriliyor. r ≥ R ve r < R bölgelerinde telin merkezinden r uzaklıktaki noktalarda manyetik alanı hesaplayınız.



Çözüm :

r ≥ R durumu

Şekilde görüldü gibi integral yolu olarak 1 nolu çemberi seçelim. Simetriden ötürü, bu yolun üzerindeki her noktada **B**'nin büyüklüğü sabit ve yönü ise d**s** ye paralel olmalıdır. 1 nolu yolun çevrelediği yüzeyden geçen toplam akım I_0 olduğu için Amper yasasından

$$\oint \mathbf{B}.ds = B\oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I_0$$

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \qquad (r \geq R \text{ için})$$

olur.

r < R durumu

Bu durumda 2 nolu yolun çevrelediği I akımı I_0'dan daha azdır. Akımın telin kesit alanının her tarafına düzgün olarak dağıldığı varsayıldığı için, 2 nolu yolun çevrelediği akımın toplam akıma oranı, 2 nolu yolun çevrelediği πr^2 alanının telin kesit alanı πR^2'ye oranına eşit olması gerekir. Yani

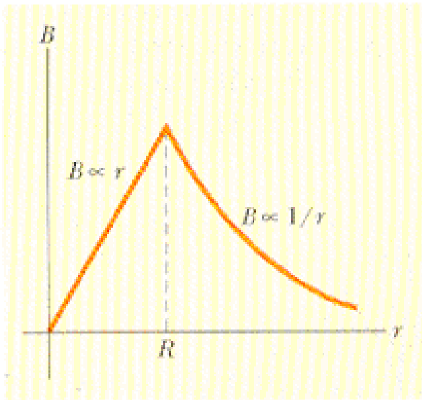
$$\frac{I}{I_0} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \qquad \Rightarrow \qquad I = \frac{r^2}{R^2} I_0$$

Amper yasasından

$$\oint \mathbf{B}.d\mathbf{s} = B\oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 I = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} I_0$$

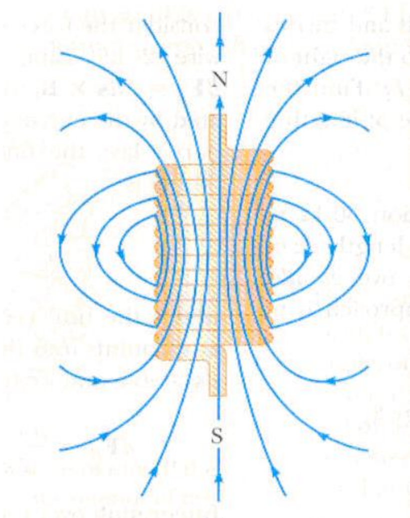
$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} r \qquad (r < R \text{ için})$$

olur.



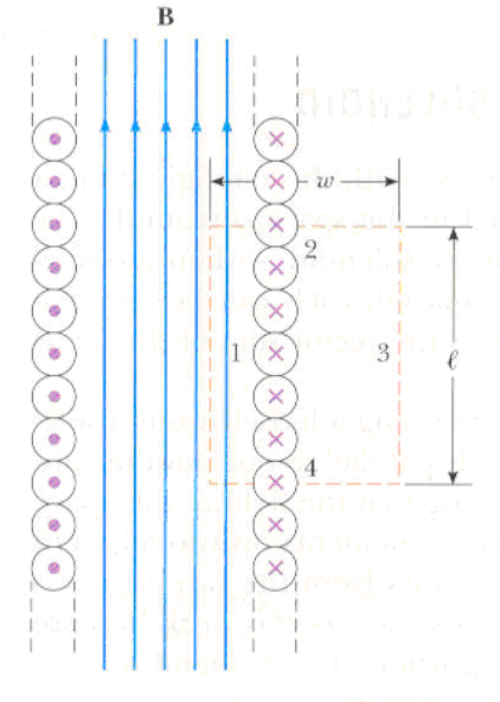
8.4. BİR SOLENOİDİN MANYETİK ALA

Bir solenoid (akım makarası) helis biçiminde sarılmış uzun bir teldir (Şekil 8.4). İdeal bir solenoidin (sarımlar sıkıca sarıldıkları ve solenoidin uzunluğu yarıçapına göre oldukça fazla olduğu zaman) iç bölgesindeki manyetik alan Amper yasasından bulunur.



Şekil 8.4. Kararlı bir akım taşıyan sonlu uzunlukta sıkıca sarılmış bir solenoidin manyetik alan çizgileri.

Şekil 8.5'te solenoid ideal olduğundan iç bölgesinde B düzgün ve solenoidin eksenine paralel, fakat dışındaki bölgede B sıfırdır.



Şekil 8.5. İdeal bir solenoidin kesitten görünüşü.

Şekildeki dikdörtgenin dört kenarı boyunca **B**.ds integralini alarak Amper yasasını uygularsak 3 kenarı boyunca olan katkı sıfırdır. Çünkü bu bölgede B = 0'dır. 2 ve 4 nolu kenarlardan gelen toplam katkıda sıfırdır. Çünkü bu yollar boyunca **B** alanı d**s**'ye diktir. Uzunluğu *l* olan kenar-1'in integrale katkısı B.*l*'dir. Çünkü bu yol boyunca **B** düzgün ve d**s**'ye paraleldir. Bu nedenle kapalı yol boyunca integralin değeri

$$\oint \mathbf{B}.\mathrm{ds} = \int_{yol} \mathbf{B}.\mathrm{ds} = \mathrm{B}\int_{\mathrm{yol}} \mathrm{ds} = \mathrm{B}l$$

Amper yasasının sağ tarafı integralin alındığı kapalı yolun çevrelediği yüzeyden geçen toplam akımı içerir. Dikdörtgen yolun çevrelediği yüzeyden geçen toplam akım, her bir sarımdan geçen akımla yüzeyin içindeki sarım sayısının çarpımı NI'dır.

$$\oint \mathbf{B}.\mathrm{ds} = \mathrm{B}l = \mu_0 \mathrm{NI} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B} = \mu_0 \frac{N}{l} \mathrm{I} = \mu_0 \mathrm{nI}$$

Burada n = N/*l* birim uzunluktaki sarım sayısıdır.

Örnek: Yarıçapı R = 5 cm olan bir solenoid, yarıçapı r = 2 mm uzunluğu l = 10 m (l >> R) ve özdirenci ρ = 1,7.10^{-8} Ω.m olan uzun bir telden yapılmıştır. Tel emk'sı ε = 20 V olan bir üretece bağlanırsa solenoidin merkezindeki manyetik alanı bulunuz. Uzunluk başına sarım sayısı, tel çapının tersi kadardır (n = 1/ 2r).

Çözüm :

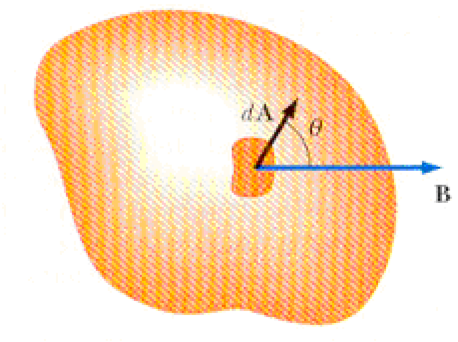
$$R = \rho\frac{l}{A} = \rho\frac{l}{\pi r^2} \qquad\qquad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon\pi r^2}{\rho l}$$

$$B = n\mu_0 I = \frac{1}{2r}\mu_0\frac{\varepsilon\pi r^2}{\rho l} = \frac{\mu_0\varepsilon\pi r}{2\rho l}$$

$$B = \frac{4\pi.10^{-7}.20.\pi.2.10^{-3}}{2.1{,}7.10^{-8}.10}$$

$$B = 464.10^{-3}\ \text{T} = 464\ \text{mT}$$

8.5. MANYETİK AKI



Şekil 8. 6. Bir dA yüzey elemanından geçen manyetik akı, **B**.d**A** = BdAcosθ ile verilir.

Şekildeki yüzey elemanındaki manyetik alan **B** ise, elemandan geçen manyetik akı **B**.d**A**'dır. Burada d**A**, büyüklüğü dA alanına eşit ve yönü yüzeye dik olan bir vektördür. Böylece, tüm yüzeyden geçen toplam manyetik akı Φ_B,

$$\Phi_B = \int \mathbf{B}.d\mathbf{A}$$

ile verilir.

Yüzey alanı A olan bir düzlem ve dA vektörü ile θ açısı yapan düzgün bir B manyetik alan durumunda, düzlemden geçen manyetik akı,

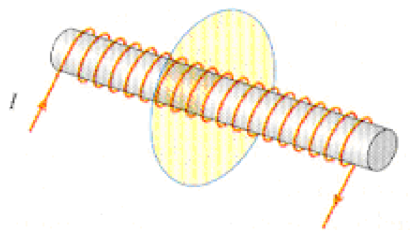
$$\Phi_B = BA\cos\theta$$

olur. $\theta = 90°$ olduğunda manyetik akı sıfır, $\theta = 0°$ olduğunda ise manyetik akı maksimum değeri olan BA'dır. Akının birimi $T.m^2$'dir. Buna Weber (Wb) denir.

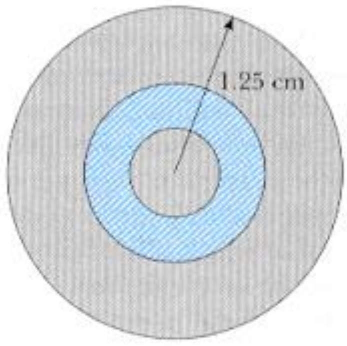
$$1\ Wb = 1\ T.m^2$$

Örnek: a) Çapı 2,5 cm ve uzunluğu 30 cm olan bir solenoidin sarım sayısı 300 ve geçen akım 12 A'dir. Şekil a'da görüldüğü gibi merkezi solenoidin ekseni üzerinde olan ve bu eksene dik olarak yerleştirilen 5 cm yarıçaplı diskin yüzeyinden geçen akıyı hesaplayınız.

b) Şekil b'de aynı solenoidin büyütülmüş önden görüntüsünü göstermektedir. İç yarıçapı 0,4 cm ve dış yarıçapı 0,8 cm olan taralı bölgeden geçen akıyı hesaplayınız.



(a)



(b)

Çözüm:

a) Böyle bir solenoidde manyetik alan $B = \mu_0 \frac{N}{l} I$ ile verilir.

Akı ise $\Phi_B = \mathbf{B}.\mathbf{A} = BA$'dır. A solenoidin kesit alanıdır.

$$\Phi_B = \mu_0 \frac{N}{l} I\, \pi r^2$$

$$\Phi_B = 4\pi.10^{-7} \frac{300}{0,3} 12.\pi.(1,25.10^{-2})$$

$$\Phi_B = 7,39.10^{-6}\ Wb = 7,39\ \mu Wb$$

b) $\Phi_B = \mathbf{B}.\mathbf{A} = BA$

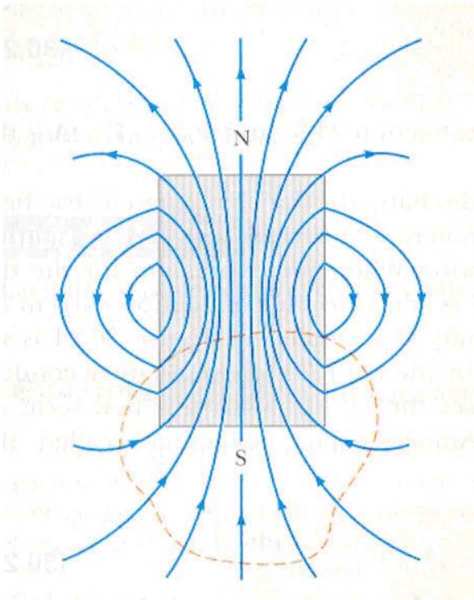
$$\Phi_B = \mu_0 \frac{N}{l} I \, \pi \left(r_2^2 - r_1^2\right)$$

$$\Phi_B = 4\pi.10^{-7} \frac{300}{0,3} 12.\pi \left((0,8.10^{-2})^2 - (0,4.10^{-2})^2\right)$$

$$\Phi_B = 2,27 \ \mu Wb$$

8.6. MANYETİZMADA GAUSS YASASI

Manyetik alanlarda durum elektrik alandakinden farklıdır. Manyetik alan çizgileri sürekli olup kapalı ilmek oluştururlar. Yani, herhangi bir noktadan başlamaz veya herhangi bir noktada sona ermezler. Bu durum çubuk mıknatıs için Şekil 8.7'de gösterilmektedir.



Şekil 8.7. Bir çubuk mıknatısın manyetik alan çizgileri kapalı ilmek oluştururlar.

Şekildeki kesikli çizgi ile belirtilen herhangi bir kapalı yüzeye giren alan çizgilerinin sayısı, bu yüzeyden çıkan çizgilerin sayısına eşittir. Bu nedenle kapalı yüzeyden geçen net manyetik akı sıfırdır.

O halde manyetizmadaki Gauss yasası şöyle ifade edilir:

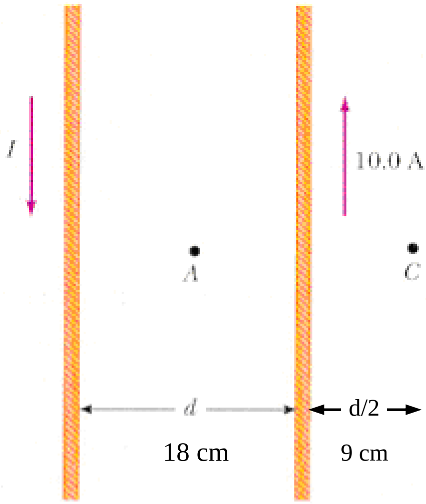
$$\oint \mathbf{B}.d\mathbf{A} = 0$$

Problemler

1. Şekilde gösterildiği gibi iki paralel iletken zıt yönlerde akımlar taşımaktadır. İletkenlerin birinden geçen akım 10 A'dir. A noktası teller arası uzaklığın orta noktası, C noktası ise 10 A akım taşıyan telin sağına doğru d/2 uzaklıktadır. d = 18 cm ve I, C noktasında manyetik alan sıfır olacak şekilde ayarlanmışsa,

a) I akımının değerini,

b) A noktasındaki manyetik alan değerini bulunuz.



Çözüm:

a) $$B_C = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+\frac{d}{2})} - \frac{\mu_0 I'}{2\pi\frac{d}{2}} = 0$$

$$\frac{I}{(d+\frac{d}{2})} = \frac{I'}{\frac{d}{2}}$$

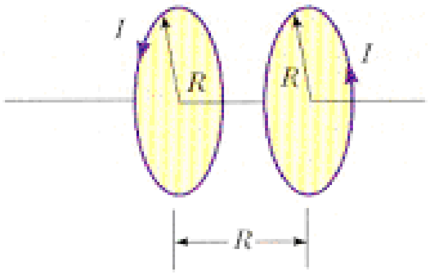
$$\frac{I}{0{,}27} = \frac{10}{0{,}09} \quad \Rightarrow \quad I = 30\text{ A}$$

b) $$B_A = \frac{\mu_0 I}{2\pi\frac{d}{2}} + \frac{\mu_0 I'}{2\pi\frac{d}{2}}$$

$$B_A = \frac{\mu_0}{2\pi\frac{d}{2}}(I + I')$$

$$B_A = \frac{4\pi.10^{-7}}{2\pi.0{,}09}(40) \quad \Rightarrow \quad B_A = 88{,}9\ \mu T$$ Sayfadan dışa doğru

2. Her birinin yarıçapı 0,5 m ve sarım sayısı 100 olan iki özdeş yassı ve çember şeklinde tel kangal veriliyor. Bu kangallar, Helmoltz kangalları takımı biçiminde paralel ve aralarındaki uzaklık 0,5 m olarak düzenleniyor ve her iki kangaldan da 10 A akım geçirilirse, kangalların ekseni üzerinde olmak şartıyla aralarındaki orta noktada manyetik alanın büyüklüğünü bulunuz.



Çözüm:

Tek bir dairesel halka için, ekseni üzerinde bir noktadaki manyetik alan

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

ile verilir. Eğer halkaların sarım sayısı N ise bu ifade N ile çarpılır. Böyle iki halka yan yana getirilirse oluşan sisteme Helmoltz bobinleri denir ve aralarındaki manyetik alan düzgündür. Her ikisinden gelen katkıyı hesaba katmak için ifade 2 ile çarpılır. O halde kangalların ekseni üzerinde aralarındaki orta noktada manyetik alan

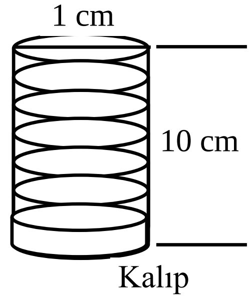
$$B = \frac{2N\mu_0 I R^2}{2\left(\left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

$$B = \frac{100.4\pi.10^{-7}.10.R^2}{\left(\frac{1}{4}+1\right)^{3/2} R^3}$$

$$B = \frac{4\pi.10^{-4}}{1,4.0,5}$$

$$B = 1,8.10^{-3}\ \text{T}$$

3. Bir öğrenci bir araştırma projesi için, içinde 0,03 T büyüklüğünde bir manyetik alan oluşturabilen bir solenoide gereksinim duyar. Şiddeti 1 A olan bir akım ve çapı 0,5 mm olan bir tel kullanmaya karar verir. Çapı 1 cm ve uzunluğu 10 cm olan yalıtkan bir kalıp üzerine tabakalar halinde sararak solenoidi oluşturur. Tel tabakaların sayısını ve kullanılan telin toplam uzunluğunu bulunuz.



Çözüm:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{B l}{\mu_0 I}$$

$$N = \frac{0{,}03.0{,}1}{4\pi.10^{-7}.1}$$

$N = 2{,}39.10^3$ sarım

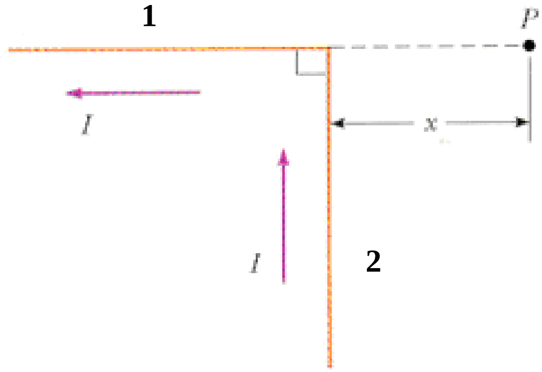
$$\frac{10\text{ cm}}{0{,}05\text{ cm}} = 200 \text{ tane sarım vardır}$$

$$\frac{2{,}39.10^3}{200} = 12 \text{ tane tabakaya ihtiyaç var.}$$

En iç tabakanın iç çapı	10 mm
En dış tabakanın dış çapı	10+2.12.0,5 = 22 mm
Ortalama çap 16 mm olup telin uzunluğu	$2{,}39.10^3.2\pi.(8.10^{-3}\text{m}) = 120$ m

4. Şekilde gösterildiği biçimde dik açıyla bükülen sonsuz uzunlukta bir telin köşesinden x uzaklıktaki bir P noktasında manyetik alan nedir? Tel kararlı bir I akımı taşımaktadır.

Çözüm:



1 parçası için: d**s**×**r** = 0 olup manyetik alana katkı vermez.

2 parçası için: Sonsuz uzun bir telin manyetik alanı $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ ile verilir. Burada a, akım geçen tele olan uzaklıktır. Bizim şekilde bir ucu kapalı olduğu için yarı sonsuz sayılır. Bu nedenle

$$B = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}$$

Yönü kağıt düzleminden içeri doğrudur.

5. Yarıçapı 2,5 cm olan silindirik bir iletken boyunca I = 2,5 A akım geçmektedir. Bu akım iletkenin kesitinin her tarafına düzgün olarak dağıtıldığına göre,

a) iletkenin yarıçapı boyunca yarı yoldaki (yani r = R/2'deki) manyetik alanı bulunuz.

b) İletkenin yüzeyi dışında hangi uzaklıkta manyetik alanın büyüklüğü r = R/2'deki büyüklüğü ile aynı olur?

Çözüm:

a) Silindirin içindeki bir noktada manyetik alan değeri

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

olarak bulunmuştu. O halde r = R/2'de manyetik alan değeri:

$$B = \frac{4\pi.10^{-7}.2,5}{2\pi(0,025)^2} 0,0125$$

$$B = 10\ \mu T$$

b) Silindirden belli bir uzaklıkta manyetik alan

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

ile verilir.

$$r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B}$$

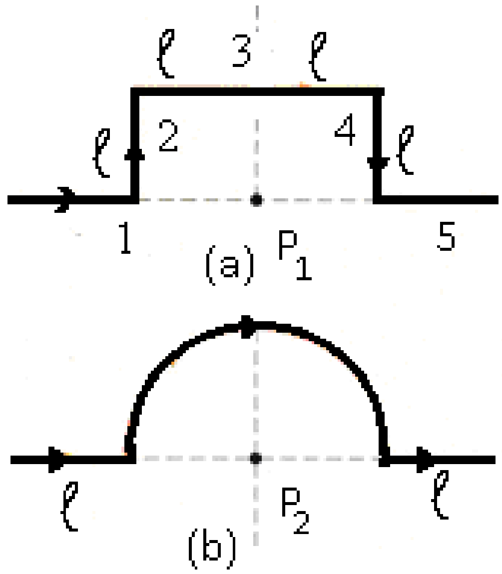
$$r = \frac{4\pi.10^{-7}.2,5}{2\pi 10.10^{-6}} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

İletkenin yüzeyinin 2,5 cm uzağında

6. Bir tel Şekil a'da gösterilen biçimde bükülüyor ve teldeki akım I olduğu zaman P_1'deki manyetik alan ölçülüyor. Aynı tel daha sonra, Şekil b'de gösterilen biçime sokuluyor ve akım yine I olduğunda P_2'deki manyetik alan ölçülüyor. Her iki durumda telin toplam uzunluğu aynı ise B_1/B_2 oranı nedir?

Çözüm:

Şekil a



<u>*Örnek-1 düzgün telin manyetik alanı'ından:*</u>

1 ve 3 nolu kısımlarda **dsxr**=0 çünki **ds**//**r**

2 ve 4 nolu parçalar zıt yönlü alan üretir

da Örnek-1 düzgün yarım telin

manyetik alanı çözümü: 2 ve 4 ten

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{90}^{45}\sin\theta d\theta \quad \text{ve} \quad B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{45}^{90}\sin\theta d\theta$$

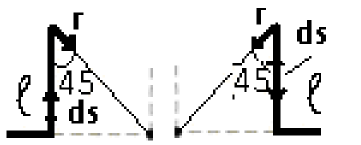
olur. Cos 90=0 olacağından

; $\theta_1 = 45^o$ ve $\theta_2 = 45^o$ alınarak integral sonucu

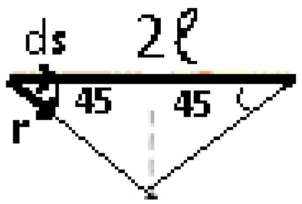
$$B_{2,4} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

$$B_{2,4} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\ell}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$B_{2,4} = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}\pi\ell} \quad \text{olarak bulunur}$$



Şekil: 2 ve 4 nolu parçalarda ds**x**r



Şekil: 3 nolu parçada ds**x**r

3 no lu parça için;

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{-45}^{45}\sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi\ell}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$$

$B_3 = \dfrac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}\pi\ell}$ olur. Bu durumda P1 noktasında Toplam Manyetik alan: $B_{P_1} = \dfrac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi\ell}$ olur

Şekil b

Kavisli yol boyunca oluşan manyetik alan Bio-Savart yasasından yarım halkanın alanı:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\theta$$

olarak bulunur. $S = R\theta \quad \Rightarrow \quad R = S/\theta = \frac{4\ell}{\pi}$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{4\ell}{\pi}}\pi \quad \text{ise} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I\pi}{16\ell}$$

$$\boxed{\frac{B_1}{B_2} = \frac{\frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi\ell}}{\frac{\mu_0 I\pi}{16\ell}} \quad \text{ve oranları} \quad \frac{B_1}{B_2} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} \quad \text{0lur}}$$