

דף תרגיל 6

1. (30 נק') אחת הבעיות בהצפנה היא שניתן לזהות מילות קוד לפי השכיחות היחסית שלהן וכך לפענח אותן. כדי להתגבר על-כך, ניתן להתאים למילה בשפה המקורית כמה מילות קוד שונות ועל ידי כך להסוות את השכיחות היחסית. דרך אפשרית לעשות זאת היא באמצעות מודל הופפילד. עבור כל מילה בשפה המקורית מייצרים אטרקטור ברשת הופפילד. המצפין בוחר אחת מהתבניות באגן המשיכה של האטרקטור ומעביר אותה למפענח. המפענח מציג אותה לרשת הופפילד עם הקשרים המתאימים ועל-ידי הדמיה של הרשת מקבל את האטרקטור הרלוונטי. המפתח לקוד הוא מטריצת הקשרים של הרשת. תלמידים בקורס "חשוביות וקוגניציה" החליטו להשתמש ברשת הופפילד כדי להעביר מסרים מוצפנים, כך שלא יתגלו על-ידי המרצה או המתרגל.

הם שיכנו ברשת הופפילד את שתי התבניות הבאות:

$$\xi^1 = [1, 1, 1, -1, 1, -1]$$

$$\xi^2 = [-1, 1, -1, 1, -1, 1]$$

הרשת עובדת בדינמיקה סינכרונית. כמו-כן, אם הקלט לנוירון הוא 0, הוא עובר למצב +1.

- מצאו את תבנית הקשרים לרשת הופפילד המתאימה.
- חשבו את פרמטר החפיפה בין שתי התבניות. מה ניתן להסיק מהערך שקיבלתם לגבי היציבות של התבניות ביחס לרעשים?
- התלמידים הסכימו כי מילת הקוד הראשונה, ξ^1 , מייצגת "מאד" ומילת הקוד השנייה, ξ^2 , מייצגת "לא". אחד התלמידים העביר לתלמידה אחרת את המסר הבא:
"המבחן [1, 1, -1, -1, -1, 1] קשה. הציון יהיה [1, 1, -1, -1, -1, 1] גבוה.
עזרו לתלמידה לפענח את המסר המוצפן.

2. (30 נק') מעוניינים לבנות רשת נוירונים שתפריד וקטורים של מספרים בינאריים (עם רכיבים $1 \pm$) לשתי מחלקות:

מחלקה אחת תכלול תבניות שדומות לוקטור הבינארי $\vec{V}_1 = [1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1]$. הפלט על וקטורים במחלקה זו יהיה +1.

מחלקה שנייה תכלול תבניות שדומות לוקטור הבינארי $\vec{V}_2 = [-1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1]$. הפלט על וקטורים במחלקה זו יהיה -1.

המונח תבניות דומות מתייחס לכאלו שבהן לכל היותר אחד מ-5 הביטים הראשונים הפוך מזה שבתבנית המקורית. הפלט של המערכת על תבניות אחרות אינו חשוב.

- סטודנט מתכנן רשת כזו. בשלב הראשון הוא בונה רשת זיכרון אסוציאטיבי מסוג הופפילד ומאחסן בה את שתי התבניות הללו. השלימו את האברים החסרים במטריצת הקשרים הנתונה. הציגו חישוב או הסבירו את שיקוליכם.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & ? & -1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & ? \\ ? & 0 & ? & ? & -1/3 & 0 \\ -1/3 & 0 & 1/3 & ? & -1/3 & ? \\ 1/3 & 0 & ? & -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 & ? & ? & 0 \end{bmatrix}$$

- בדקו עבור על אחד מתנאי ההתחלה הבאים לאיזה מצב יציב מגיעה הרשת (השתמשו בדינמיקה אסינכרונית שבה מעדכנים את הנוירונים לפי הסדר. אם הקלט לנוירון הוא 0, הוא עובר למצב +1):

- i. $\vec{C}_1 = [-1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1]$ (היפוך הביט הראשון בתבנית הראשונה)
 ii. $\vec{C}_2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1]$ (היפוך הביט הראשון בתבנית השנייה)

ג. בשלב השני, בונה הסטודנט פרספטרון בינארי, ומציג לו בשלב הלמידה רק את התבניות המקוריות \vec{V}_1 ו- \vec{V}_2 . מצאו וקטור קשרים $\vec{w} = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4 \ w_5 \ w_6]$ אשר עבורו הפרספטרון הבינארי מפריד את שתי הדוגמאות. הנחייה: רשמו שתי משוואות ב-6 נעלמים ומצאו להם פתרון.

ד. בשלב השלישי, מחבר הסטודנט את הפרספטרון לרשת האסוציאטיבית, כך שהפרספטרון מקבל כקלט את הפלט של הרשת האסוציאטיבית. הרשת המתקבלת אכן ממיינת את הקלטים לשתי המחלקות. גישה אחרת לבעייה היא ליצור סט של כל הדוגמאות האפשריות עם התיג שלהן ואז לאמן באמצעותן רשת נוירונים רב שכבתית. מהם היתרונות בגישה שבחר הסטודנט על פני גישה זו? בפרט, התייחסו בתשובתכם למקרה שבו מספר הביטים בכל אחת משתי התבניות הבינאריות גדול מאד.

3. (40 נק') **חקירת אגני משיכה במודל הופפילד באופן נומרי:**
 כיתבו סימולציה נומרית של רשת הופפילד בעלת $N = 200$ נוירונים ללא רעש ($T = 0$). הישתמשו בדינמיקה סידרתית אסינכרונית, כלומר, בכל צעד עדכנו את מצבו של אחד מבין הנוירונים, לפי סדר האינדקסים שלהם, בעזרת מצב הרשת הנוכחי. בחרו באקראי שלושה מצבי רשת והטמיעו אותם בתור זיכרונות של הרשת ע"י יצירת מטריצת משקולות מתאימה. כעת:
 א. בחרו את אחד הזיכרונות, ובכל נוירון היפכו את הערך בהסתברות $q = 0.1$. הציגו את המצב המתקבל כמצב התחלתי לרשת, והריצו את הרשת עד אשר היא מתייצבת. הוסיפו להדמיה גם גרף של האנרגיה כתלות בצעדי הזמן ובדקו אם היא יורדת.
 חיזרו על כך 50 פעמים וחשבו את החפיפה הסופית הממוצעת עם הזיכרון המקורי ועם השניים הנוספים. (אין צורך להגיש גרף מסעיף זה).
 ב. חזרו על סעיף א' עבור ערכי q הבאים:
 $q \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.35, 0.36, 0.37, 0.38, 0.39, 0.4, 0.45, 0.5\}$
 הגישו גרפים של החפיפה הסופית עם כל אחד משלושת הזיכרונות כפונקציה של q . הוסיפו גם גרף מייצג של האנרגיה באחת ההדמיות.