

## Influence des paramètres sur le nombre d'itérations

Les paramètres tels que le **point initial**, la **constante d'Armijo**  $\omega$ , et le **facteur de réduction**  $\rho$  jouent un rôle crucial dans le nombre d'itérations de la méthode de descente de gradient avec recherche linéaire (Backtracking Line Search - BLS). Voici l'influence de chacun de ces paramètres :

### 1. Point initial $x_0$

**Influence :**

- Le choix du point initial a un effet direct sur la convergence. Un point initial bien choisi, proche du minimum global, peut réduire considérablement le nombre d'itérations nécessaires pour converger.
- Si le point initial est éloigné du minimum, le nombre d'itérations augmentera, car l'algorithme devra parcourir une plus grande distance pour atteindre la solution.
- Dans les problèmes non convexes, un mauvais choix de point initial peut amener la méthode à converger vers un minimum local non souhaité.

**Impact :** Plus le point initial est éloigné de la solution, plus le nombre d'itérations sera élevé.

### 2. Constante d'Armijo $\omega$

**Influence :**

- $\omega$  contrôle la rigueur de la condition de suffisance d'Armijo. Cette condition assure que le pas  $\alpha_k$  entraîne une réduction suffisante de la fonction à chaque étape.
- **Si  $\omega$  est trop grand :** La méthode devient trop stricte, exigeant une grande réduction à chaque étape, ce qui réduit  $\alpha_k$  trop rapidement. Cela peut augmenter le nombre d'itérations, car les pas deviennent trop petits pour progresser efficacement.
- **Si  $\omega$  est trop petit :** La méthode peut accepter des réductions trop faibles de la fonction, ce qui peut ralentir la convergence et nécessiter davantage d'itérations pour atteindre le minimum.

**Impact :** Un  $\omega$  trop grand ou trop petit peut ralentir la convergence. Un choix modéré améliore la stabilité et réduit le nombre d'itérations.

### 3. Facteur de réduction $\rho$

**Influence :**

- $\rho$  détermine de combien  $\alpha_k$  est réduit à chaque itération lorsque la condition de suffisance d'Armijo n'est pas satisfaite. Typiquement,  $\rho \in (0, 1)$ .
- **Si  $\rho$  est proche de 1** : Le pas  $\alpha_k$  sera réduit lentement. Cela peut nécessiter plusieurs itérations de la recherche linéaire pour trouver un pas acceptable, augmentant ainsi le nombre d'itérations globales.
- **Si  $\rho$  est trop petit** (par exemple,  $\rho = 0.1$ ) : Le pas  $\alpha_k$  sera réduit trop rapidement, ce qui peut conduire à des pas trop petits, ralentissant la convergence globale.

**Impact** : Un  $\rho$  proche de 1 entraîne plus d'itérations dans la recherche linéaire, tandis qu'un  $\rho$  trop faible risque de ralentir la convergence de la méthode de gradient.

### Résumé

- **Point initial** : Plus il est proche du minimum, moins il y a d'itérations.
- **Constante d'Armijo  $\omega$**  : Si  $\omega$  est trop grand ou trop petit, le nombre d'itérations augmente. Un choix intermédiaire (par exemple,  $\omega = 10^{-4}$ ) est souvent optimal.
- **Facteur de réduction  $\rho$**  : Si  $\rho$  est trop faible, la descente devient lente. Un choix typique est autour de 0.5, équilibrant vitesse et efficacité.