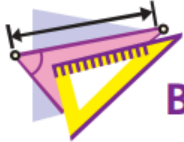


Математика Задачі 2 курс 1 семестр

Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них



ВПРАВИ

- 27.1.° Зобразіть площину α , точку M , що їй належить, і точку K , що їй не належить. Запишіть це за допомогою відповідних символів.
- 27.2.° Зобразіть площину γ , яка проходить через пряму a . Запишіть це за допомогою відповідних символів.
- 27.3.° Зобразіть площину α і пряму b , яка перетинає дану площину в точці A . Запишіть це за допомогою відповідних символів. Скільки точок прямої b належить площині α ?
- 27.4.° Зобразіть площини β і γ , які перетинаються по прямої c . Запишіть це за допомогою відповідних символів.
- 27.5.° Запишіть за допомогою символів взаємне розміщення точок, прямих і площини, зображених на рисунку 27.19.
- 27.6.* Скільки площин можна провести через дані пряму та точку?
- 27.7.* Дано точки A , B і C такі, що $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см. Скільки площин можна провести через точки A , B і C ?

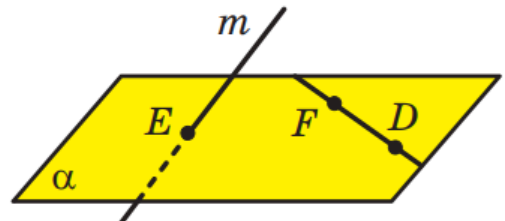


Рис. 27.19

27.8.* Дано точки D , E і F такі, що $DE = 2$ см, $EF = 4$ см, $DF = 6$ см. Скільки площин можна провести через точки D , E і F ?

27.9.** Прямі AB і AC перетинають площину α в точках B і C , точки D і E належать цій площині (рис. 27.20). Побудуйте точку перетину прямої DE з площиною ABC .

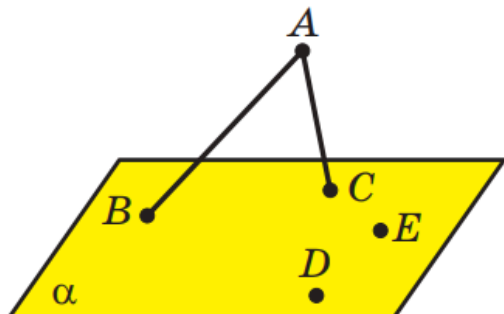


Рис. 27.20

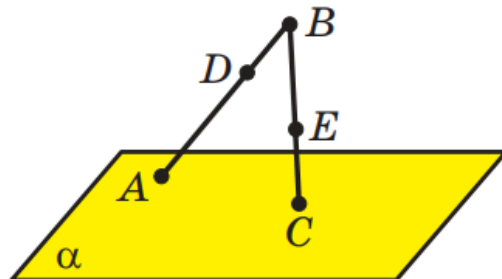


Рис. 27.21

27.10.** Прямі BA перетинає площину α в точці A , пряма BC — у точці C (рис. 27.21). На відрізку AB позначили точку D , на відрізку BC — точку E . Побудуйте точку перетину прямої DE з площиною α .

27.11.** Прямі m — лінія перетину площин α і β (рис. 27.22). Точки A і B належать площині α , а точка C — площині β . Побудуйте лінії перетину площини ABC із площиною α і з площиною β .

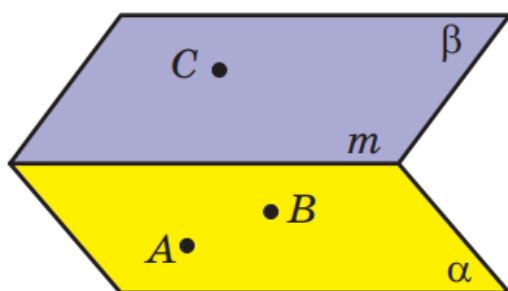


Рис. 27.22

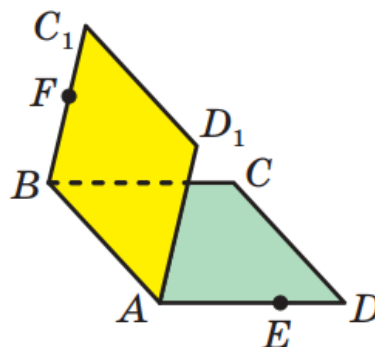


Рис. 27.23

27.12.** Квадрати $ABCD$ і ABC_1D_1 не лежать в одній площині (рис. 27.23). На відрізку AD позначили точку E , а на відрізку BC_1 — точку F . Побудуйте точку перетину:

- 1) прямої CE з площиною ABC_1 ;
- 2) прямої FD_1 із площиною ABC .

- 27.13."** Як за допомогою двох ниток столяр може перевірити, чи лежать кінці чотирьох ніжок стільця в одній площині?
- 27.14."** Точка M — спільна точка двох площин ABC і BCD . Знайдіть відрізок BC , якщо $BM = 4$ см, $MC = 7$ см.
-

- 27.15."** Точка K — спільна точка двох площин MNF і MNE . Знайдіть відрізок MN , якщо $MK = KN = 5$ см.

Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельність прямої та площини. Паралельність площин

Взаємне розміщення двох прямих у просторі

Задачі: 29.3, 29.4

29.1.° Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 29.8). Назвіть його ребра:
1) паралельні ребру CD ; 2) мимобіжні з ребром CD .

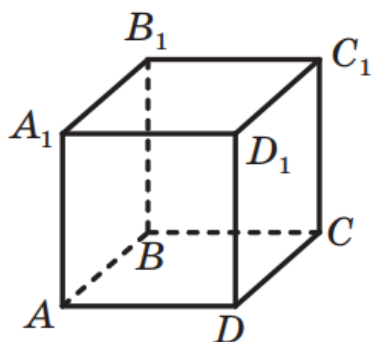


Рис. 29.8

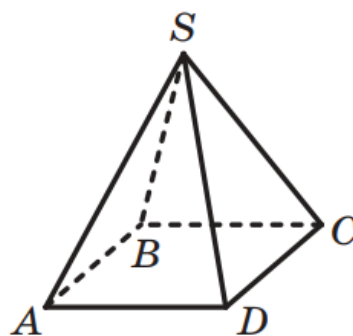


Рис. 29.9

29.2.° Укажіть моделі мимобіжних прямих, використовуючи предмети класної кімнати.

29.3.° Дано піраміду $SABCD$ (рис. 29.9). Назвіть ребра піраміди, мимобіжні з ребром SA .

29.4.° Дано прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 29.10).

Укажіть взаємне розміщення прямих:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) BC і A_1C ; | 3) BD і CC_1 ; | 5) DC_1 і BB_1 ; |
| 2) AB і C_1D_1 ; | 4) AB_1 і DC_1 ; | 6) AA_1 і CC_1 . |

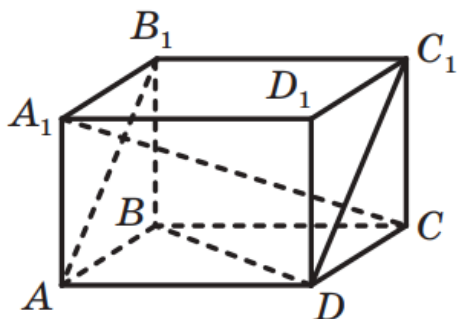


Рис. 29.10

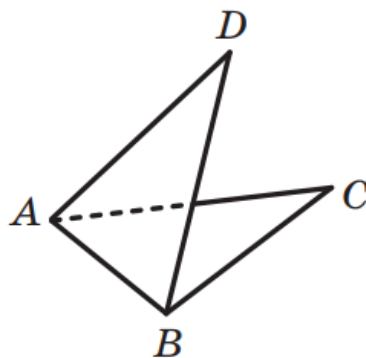


Рис. 29.11

Задачі: 29.6

29.5.° Чи є правильним твердження:

- 1) дві прямі, які не є паралельними, мають спільну точку;
- 2) дві прямі, які не є мимобіжними, лежать в одній площині;
- 3) дві прямі є мимобіжними, якщо вони не перетинаються і не паралельні?

29.6.° Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 29.8). Доведіть, що прямі AA_1 і BC мимобіжні.

29.7.° Трикутники ABC і ADB лежать у різних площинах (рис. 29.11). Яким є взаємне розміщення прямих AD і BC ? Відповідь обґрунтуйте.

29.8.° Яким може бути взаємне розміщення прямих b і c , якщо:

- 1) прямі a і b перетинаються, а прямі a і c паралельні;
- 2) прямі a і b паралельні, а прямі a і c мимобіжні?

29.9.° Скільки площин можуть задавати три попарно паралельні прямі? Зробіть рисунок.

29.10.° Кінець A відрізка AB належить площині α . Через точку B і точку C , що належить відрізку AB , проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках B_1 і C_1 відповідно.

- 1) Знайдіть відрізок BB_1 , якщо точка C — середина відрізка AB і $CC_1 = 5$ см.
- 2) Знайдіть відрізок CC_1 , якщо $AC : BC = 3 : 4$ і $BB_1 = 28$ см.

29.11.° Кінець C відрізка CD належить площині β . На відрізку CD позначили точку E так, що $CE = 6$ см, $DE = 9$ см. Через точки D і E провели паралельні прямі, які перетинають площину β у точках D_1 і E_1 відповідно. Знайдіть відрізок DD_1 , якщо $EE_1 = 12$ см.

29.12.° На відрізку AB , який не перетинає площину α , позначили точку C так, що $AC = 4$ см, $BC = 8$ см. Через точки A , B і C провели паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1 , B_1 і C_1 відповідно. Знайдіть відрізок A_1C_1 , якщо $B_1C_1 = 10$ см.

29.13.° Точка C — середина відрізка AB , який не перетинає площину β . Через точки A , B і C проведено паралельні прямі, які перетинають площину β у точках A_1 , B_1 і C_1 відповідно. Знайдіть відрізок AA_1 , якщо $BB_1 = 18$ см, $CC_1 = 15$ см.

29.14.* Через кінці відрізка AB , що перетинає площину α , і його середину C проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1 , B_1 і C_1 відповідно (рис. 29.12). Знайдіть відрізок CC_1 , якщо $AA_1 = 16$ см, $BB_1 = 8$ см.

29.15.* Трикутник ABC не має спільних точок із площиною α . Відрізок BM — медіана трикутника ABC , точка O — середина відрізка BM . Через точки A, B, C, M і O проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1, B_1, C_1, M_1 і O_1 відповідно. Знайдіть відрізок BB_1 , якщо $AA_1 = 17$ см, $CC_1 = 13$ см, $OO_1 = 12$ см.

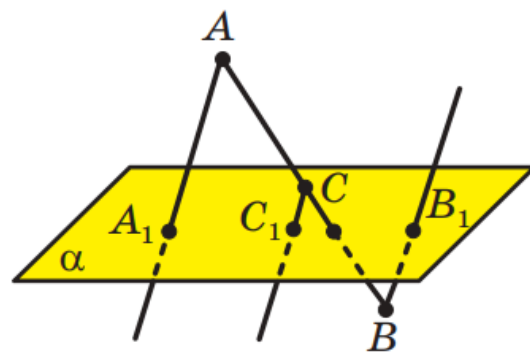
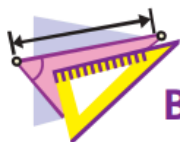


Рис. 29.12

Паралельність прямої та площини

Задачі: 30.2 та 30.3



ВПРАВИ

30.1.° Укажіть серед предметів, що вас оточують, моделі площини та прямої, яка їй паралельна.

30.2.° Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 30.7). Площинам яких граней куба паралельне ребро: 1) AD ; 2) $C_1 D_1$; 3) BB_1 ?

30.3.° Дано прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 30.8), точки E і F — середини ребер CC_1 і DD_1 відповідно. Запишіть грані паралелепіпеда, яким паралельна пряма: 1) AB ; 2) CC_1 ; 3) AC ; 4) EF .

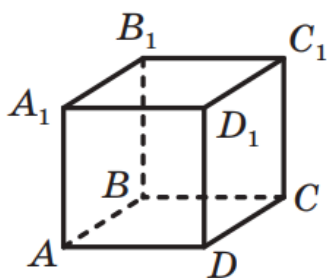


Рис. 30.7

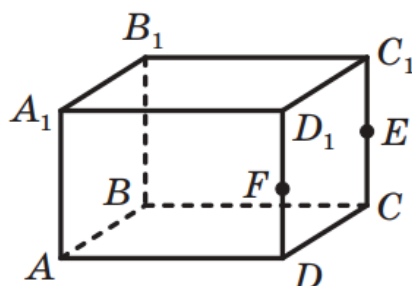


Рис. 30.8

Задачі: 30.4, 30.5, 30.8, 30.9

30.4.° Пряма a паралельна площині α . Чи є правильним твердження, що пряма a паралельна будь-якій прямій, що лежить у площині α ?

30.5.° Дано прямі a і b та площину α . Чи є правильним твердження:

- 1) якщо $a \parallel \alpha$ і $b \parallel \alpha$, то $a \parallel b$;
- 2) якщо $a \parallel b$ і $b \subset \alpha$, то $a \parallel \alpha$?

30.6.° Пряма a та площина α паралельні прямій b . Яким може бути взаємне розміщення прямої a та площини α ?

30.7.° Прямі a і b перетинаються, а площина α паралельна прямій a . Яким може бути взаємне розміщення прямої b і площини α ?

30.8.* Точки M і K — середини відповідно сторін AB і BC трикутника ABC . Точка D не належить площині ABC . Доведіть, що $MK \parallel ADC$.

30.9.* Точки E і F — середини відповідно бічних сторін AB і CD трапеції $ABCD$. Пряма EF лежить у площині α , відмінній від площини трапеції. Доведіть, що прямі AD і BC паралельні площині α .

Задачі: 30.10, 30.11, 30.12

30.10.* Відрізки BC і AD — основи трапеції $ABCD$. Трикутник BMC і трапеція $ABCD$ не лежать в одній площині (рис. 30.9). Точка E — середина відрізка BM , точка F — середина відрізка CM . Доведіть, що $EF \parallel AD$.

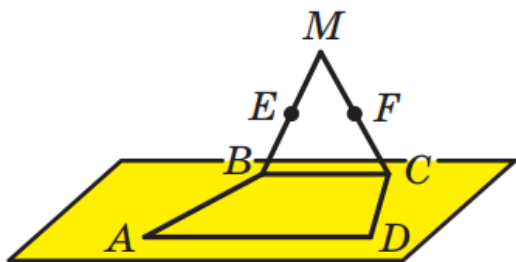


Рис. 30.9

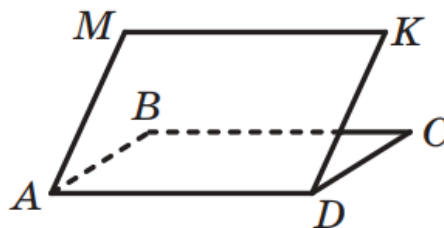


Рис. 30.10

30.11.* Паралелограми $ABCD$ і $AMKD$ не лежать в одній площині (рис. 30.10). Доведіть, що чотирикутник $BMKC$ — паралелограм.

30.12.* Площина α , паралельна стороні AC трикутника ABC , перетинає сторони AB і BC у точках A_1 і C_1 відповідно (рис. 30.11). Знайдіть відрізок A_1C_1 , якщо $AC = 18$ см і $AA_1 : A_1B = 7 : 5$.

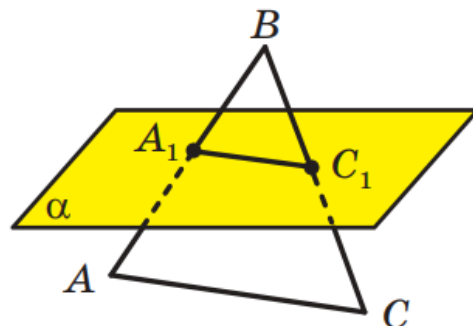


Рис. 30.11

Задачі: 30.13 та 30.15

30.13.* Площина α , паралельна стороні AB трикутника ABC , перетинає сторони AC і BC у точках E і F відповідно. Знайдіть відношення $AE : EC$, якщо $CF : CB = 3 : 11$.

30.14.** Вершини A і C трикутника ABC належать площині α , а вершина B не належить цій площині. На сторонах AB і BC позначено відповідно точки E і F так, що $BA : BE = BC : BF$. Доведіть, що пряма EF паралельна площині α .

30.15.** Точка M — середина сторони AB трикутника ABC . Площина α проходить через точку M паралельно прямій AC і перетинає сторону BC у точці K . Доведіть, що точка K — середина сторони BC . Знайдіть площу чотирикутника $AMKC$, якщо площа трикутника ABC дорівнює 28 см^2 .

Паралельність площин

Задачі: 31.5, 31.6

31.5.° Площини α і β паралельні. У площині α вибрано точки C і D , а в площині β — точки C_1 і D_1 такі, що прямі CC_1 і DD_1 паралельні. Знайдіть відрізки DD_1 і C_1D_1 , якщо $CD = 12$ см, $CC_1 = 4$ см.

31.6.° Трикутник ABC лежить у площині α . Через його вершини проведено паралельні прямі, які перетинають площину β , паралельну площині α , у точках A_1 , B_1 і C_1 . Знайдіть периметр трикутника $A_1B_1C_1$, якщо периметр трикутника ABC дорівнює 20 см.

31.7.° Точки M , N і K — середини ребер AB , AC і AD тетраедра $DABC$. Доведіть, що площини MNK і BCD паралельні.

31.8.° На ребрах DA , DB і DC тетраедра $DABC$ позначили відповідно точки E , F і K так, що $\frac{DE}{DA} = \frac{DF}{DB} = \frac{DK}{DC}$. Доведіть, що площини EFK і ABC паралельні.

Задачі: 31.11, 31.12

31.11.° Паралельні площини α і β перетинають сторону BA кута ABC у точках A_1 і A_2 відповідно, а сторону BC — у точках C_1 і C_2 відповідно. Знайдіть:

- 1) відрізок A_1C_1 , якщо $A_2C_2 = 36$ см, $BA_1 : BA_2 = 5 : 9$;
- 2) відрізок C_1C_2 , якщо $A_1C_1 = 14$ см, $A_2C_2 = 21$ см, $BC_1 = 12$ см.

31.12.° Площини α і β паралельні. Точки A і B лежать у площині α , точки C і D — у площині β . Відрізки AC і BD перетинаються в точці O .

- 1) Доведіть, що $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD}$.

- 2) Знайдіть відрізок AB , якщо $CD = 32$ см, $AC : AO = 7 : 3$.