

# Домашнє завдання 1.

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Аксиома 1. Яка б не була площина, існують точки, що належать цій площині, і точки, які не належать їй.
- Аксиома 2. Через будь-які три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.
- Аксиома 3. Якщо дві різні точки прямої лежать у площині, то і вся пряма лежить у цій площині.
- Аксиома 4. Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.
- Аксиома 5. Відстань між будь-якими двома точками простору одна і та сама на всіх площинах, що містять ці точки.

# Домашнє завдання 2.

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Теорема. Через пряму і точку, що не лежить на ній, можна провести площину, і до того ж тільки одну.
- Теорема. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

## Завдання 2:

1. Дано точки  $K$ ,  $L$  і  $M$  такі, що  $KL = 8$  см,  $LM = 10$  см,  $KM = 12$  см. Скільки площин можна провести через точки  $K$ ,  $L$  і  $M$ ? **(1 площина)**
2. Дано точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  такі, що  $AB = 3$  см,  $BC = 5$  см,  $AC = 8$  см. Скільки площин можна провести через точки  $A$ ,  $B$  і  $C$ ? **(безліч площин)**
3. Дано точки  $M$ ,  $N$  і  $K$  такі, що  $MN = 7$  см,  $NK = 9$  см,  $MK = 16$  см. Скільки площин можна провести через точки  $M$ ,  $N$  і  $K$ ? **(безліч площин)**

4. Дано точки  $P$ ,  $Q$  і  $R$  такі, що  $PQ = 9$  см,  $QR = 12$  см,  $PR = 15$  см. Скільки площин можна провести через точки  $P$ ,  $Q$  і  $R$ ? **(1 площина)**
5. Дано точки  $X$ ,  $Y$  і  $Z$  такі, що  $XY = 10$  см,  $YZ = 11$  см,  $XZ = 13$  см. Скільки площин можна провести через точки  $X$ ,  $Y$  і  $Z$ ? **(1 площина)**
6. Дано точки  $S$ ,  $T$  і  $V$  такі, що  $ST = 6$  см,  $TV = 11$  см,  $SV = 17$  см. Скільки площин можна провести через точки  $S$ ,  $T$  і  $V$ ? **(безліч площин)**

## Домашнє завдання 3.

### Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Дві прямі в просторі називають **паралельними**, якщо вони лежать в одній площині та не перетинаються.
- Дві прямі в просторі називають **мимобіжними**, якщо вони не лежать в одній площині.
- Теорема. Через дві паралельні прямі проходить площина, і до того ж тільки одна.
- Теорема. Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а друга перетинає цю площину в точці, яка не належить першій прямій, то дані прямі є мимобіжними.
- Пряму та площину називають **паралельними**, якщо вони не мають спільних точок.
- Теорема. Якщо пряма, яка не належить даній площині, паралельна якій-небудь прямій, що лежить у цій площині, то дана пряма паралельна самій площині.
- Теорема. Якщо площина проходить через дану пряму, паралельну другій площині, та перетинає цю площину, то пряма перетину площин паралельна даній прямій.
- Теорема. Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні між собою

### Завдання 2 (22 см):

Кінець  $A$  відрізка  $AB$  належить площині  $\alpha$ . Через точку  $B$  і точку  $C$ , що належить відрізку  $AB$ , проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $B_1$  і  $C_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $BB_1$ , якщо точка  $C$  - середина відрізка  $AB$  і  $CC_1 = 11$  см. Побудуйте відповідний рисунок.

### Завдання 3 (27 см):

Кінець  $C$  відрізка  $CD$  належить площині  $\beta$ . На відрізку  $CD$  позначили точку  $E$  так, що  $CE = 5$  см,  $DE = 4$  см. Через точки  $D$  і  $E$  провели паралельні прямі, які перетинають площину  $\beta$  у точках  $D_1$  і  $E_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $DD_1$ , якщо  $EE_1 = 15$  см. Побудуйте відповідний рисунок.

# Домашнє завдання 4

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Теорема 1. Паралельною проекцією прямої є пряма; паралельною проекцією відрізка є відрізок.
- Теорема 2. Паралельною проекцією двох паралельних прямих є або пряма, або дві паралельні прямі. Паралельні проекції двох паралельних відрізків лежать на одній прямій або на паралельних прямих.
- Теорема 3. Відношення паралельних проекцій відрізків, які лежать на одній прямій або на паралельних прямих, дорівнює відношенню самих відрізків.
- Запишіть також примітку до вищевказаних теорем. Примітка: вищевказані теореми справедливі для випадку, коли прямі, що проектуються, не є паралельними прямій, що є основою для цього проектування.

## Завдання 2 (9 см):

Точки  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  є паралельними проекціями відповідно точок  $A$ ,  $B$  і  $C$ , які лежать на одній прямій (точка  $B$  лежить між точками  $A$  і  $C$ ). Знайдіть відрізок  $B_1C_1$ , якщо  $AB = 8$  см,  $BC = 6$  см,  $A_1B_1 = 12$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

Примітка: для розв'язку цієї задачі необхідно застосувати теорему 3, що наведена вище у завданні 1.

## Завдання 3 (8 см):

Точки  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  є паралельними проекціями відповідно точок  $A$ ,  $B$  і  $C$ , які лежать на одній прямій (точка  $B_1$  лежить між точками  $A_1$  і  $C_1$ ). Знайдіть відрізок  $A_1C_1$ , якщо  $AB = 10$  см,  $AC = 16$  см,  $B_1C_1 = 3$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

Примітка: для розв'язку цієї задачі необхідно застосувати теорему 3, що наведена вище у завданні 1.

# Домашнє завдання 5

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Кутом між двома мимобіжними прямими називають кут між прямими, які перетинаються та відповідно паралельні даним мимобіжним прямим.
- Теорема. Кут між двома прямими, що перетинаються, дорівнює куту між двома іншими прямими, що перетинаються та відповідно паралельні даним.
- Дві прямі в просторі називають перпендикулярними, якщо кут між ними дорівнює  $90^\circ$ .
- Прямую називають перпендикулярною до площини, якщо вона перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині.
- Теорема (ознака перпендикулярності прямої та площини). Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, що лежать у площині та перетинаються, то вона перпендикулярна до цієї площини.
- Теорема. Якщо одна з двох паралельних прямих перпендикулярна до площини, то й друга пряма перпендикулярна до цієї площини.
- Теорема. Якщо дві прямі перпендикулярні до однієї і тієї самої площини, то вони паралельні.
- Теорема. Через дану точку можна провести пряму, перпендикулярну до даної площини, і до того ж тільки одну.

### Завдання 2 (12 см):

Відрізок  $AB$  не перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$  і  $B$  проведено прямі, які перпендикулярні до площини  $\alpha$  та перетинають її в точках  $C$  і  $D$  відповідно. Знайдіть відрізок  $CD$ , якщо  $AC = 15$  см,  $BD = 10$  см,  $AB = 13$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### Завдання 3 (13 см):

Відрізок  $AB$  не перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$  і  $B$  проведено прямі, які перпендикулярні до площини  $\alpha$  та перетинають її в точках  $A_1$  і  $B_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $AB$ , якщо  $AA_1 = 3$  см,  $BB_1 = 15$  см,  $A_1B_1 = 5$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

## Домашнє завдання 6

### Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- **Означення.** Якщо точка не належить площині, то **відстанню від точки до площини** називають довжину перпендикуляра, опущеного з точки на площину. Якщо точка належить площині, то вважають, що **відстань від точки до площини** дорівнює нулю.

- **Означення. Відстанню від прямої до паралельної їй площини** називають відстань від будь-якої точки цієї прямої до площини.
- **Означення. Відстанню між двома паралельними площинами** називають відстань від будь-якої точки однієї площини до другої площини.
- **Теорема про три перпендикуляри.** Якщо пряма, яка належить площині, перпендикулярна до проекції похилої до цієї площини, то вона перпендикулярна й до самої похилої. І навпаки, якщо пряма, яка належить площині, перпендикулярна до похилої до цієї площини, то вона перпендикулярна й до проекції похилої на цю площину.
- Якщо пряма перетинає площину й не перпендикулярна до неї, то кутом між такою прямою та площиною називають кут між прямою та її проекцією на площину.
- **Означення.** Великою двогранного кута називають величину його лінійного кута.
- **Означення.** Кутом між двома площинами, що перетинаються, називають величину того з утворених двогранних кутів, який не більший за  $90^\circ$ . Кут між двома паралельними площинами дорівнює  $0^\circ$ .

### Завдання 2 (3 см):

З точки А до площини  $\alpha$  проведено перпендикуляр і похилу завдовжки  $\sqrt{13}$  см. Проекція даної похилої на площину дорівнює 2 см. Знайдіть відстань від точки А до площини  $\alpha$ . Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### Завдання 3 ( $6\sqrt{2}$ ):

Із точки А до площини  $\alpha$  провели перпендикуляр АН та похилі АВ і АС, які утворюють із площиною відповідно кути  $45^\circ$  і  $60^\circ$ . Знайдіть відрізок АВ, якщо  $AC = 4\sqrt{3}$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

## Домашнє завдання 7

### Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- **Означення.** Дві площини називають **перпендикулярними**, якщо кут між ними дорівнює  $90^\circ$ .
- Якщо площини  $\alpha$  і  $\beta$  перпендикулярні, то записують:  $\alpha \perp \beta$ .
- **Теорема** Якщо одна з двох площин проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини, то ці площини перпендикулярні.

**Завдання 2 (6 см):**

Точки  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  є паралельними проекціями відповідно точок  $A$ ,  $B$  і  $C$ , які лежать на одній прямій (точка  $B$  лежить між точками  $A$  і  $C$ ). Знайдіть відрізок  $B_1C_1$ , якщо  $AB = 10$  см,  $BC = 4$  см,  $A_1B_1 = 15$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

**Завдання 3 (4 см):**

Відрізок  $AB$  не перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$  і  $B$  проведено прямі, які перпендикулярні до площини  $\alpha$  та перетинають її в точках  $C$  і  $D$  відповідно. Знайдіть відрізок  $CD$ , якщо  $AC = 10$  см,  $BD = 7$  см,  $AB = 5$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.