

# Домашнє завдання 1.

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Аксіома 1. Яка б не була площаина, існують точки, що належать цій площині, і точки, які не належать їй.
- Аксіома 2. Через будь-які три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.
- Аксіома 3. Якщо дві різні точки прямої лежать у площині, то і вся пряма лежить у цій площині.
- Аксіома 4. Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.
- Аксіома 5. Відстань між будь-якими двома точками простору одна і та сама на всіх площинах, що містять ці точки.

# Домашнє завдання 2.

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Теорема. Через пряму і точку, що не лежить на ній, можна провести площину, і до того ж тільки одну.
- Теорема. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

## Завдання 2:

1. Дано точки K, L і M такі, що  $KL = 8$  см,  $LM = 10$  см,  $KM = 12$  см. Скільки площин можна провести через точки K, L і M? (**1 площаина**)
2. Дано точки A, B і C такі, що  $AB = 3$  см,  $BC = 5$  см,  $AC = 8$  см. Скільки площин можна провести через точки A, B і C? (**безліч площин**)
3. Дано точки M, N і K такі, що  $MN = 7$  см,  $NK = 9$  см,  $MK = 16$  см. Скільки площин можна провести через точки M, N і K? (**безліч площин**)

4. Дано точки P, Q і R такі, що  $PQ = 9$  см,  $QR = 12$  см,  $PR = 15$  см. Скільки площин можна провести через точки P, Q і R? (**1 площаина**)
5. Дано точки X, Y і Z такі, що  $XY = 10$  см,  $YZ = 11$  см,  $XZ = 13$  см. Скільки площин можна провести через точки X, Y і Z? (**1 площаина**)
6. Дано точки S, T і V такі, що  $ST = 6$  см,  $TV = 11$  см,  $SV = 17$  см. Скільки площин можна провести через точки S, T і V? (**безліч площин**)

## Домашнє завдання 3.

### Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Дві прямі в просторі називають **паралельними**, якщо вони лежать в одній площині та не перетинаються.
- Дві прямі в просторі називають **мимобіжними**, якщо вони не лежать в одній площині.
- Теорема. Через дві паралельні прямі проходить площаина, і до того ж тільки одна.
- Теорема. Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а друга перетинає цю площину в точці, яка не належить першій прямій, то дані прямі є мимобіжними.
- Пряму та площину називають **паралельними**, якщо вони не мають спільних точок.
- Теорема. Якщо пряма, яка не належить даній площині, паралельна якій-небудь прямій, що лежить у цій площині, то дана пряма паралельна самій площині.
- Теорема. Якщо площаина проходить через дану пряму, паралельну другій площині, та перетинає цю площину, то пряма перетину площин паралельна даній прямій.
- Теорема. Дві прямі, паралельні третьій прямій, паралельні між собою

### Завдання 2 (22 см):

Кінець A відрізка AB належить площині  $\alpha$ . Через точку B і точку C, що належить відрізку AB, проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $B_1$  і  $C_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $BB_1$ , якщо точка C - середина відрізка AB і  $CC_1 = 11$  см. Побудуйте відповідний рисунок.

### Завдання 3 (27 см):

Кінець C відрізка CD належить площині  $\beta$ . На відрізку CD позначили точку E так, що  $CE = 5$  см,  $DE = 4$  см. Через точки D і E провели паралельні прямі, які перетинають площину  $\beta$  у точках  $D_1$  і  $E_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $DD_1$ , якщо  $EE_1 = 15$  см. Побудуйте відповідний рисунок.

# Домашнє завдання 4

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Теорема 1. Паралельною проекцією прямої є пряма; паралельною проекцією відрізка є відрізок.
- Теорема 2. Паралельною проекцією двох паралельних прямих є або пряма, або дві паралельні прямі. Паралельні проекції двох паралельних відрізків лежать на одній прямій або на паралельних прямих.
- Теорема 3. Відношення паралельних проекцій відрізків, які лежать на одній прямій або на паралельних прямих, дорівнює відношенню самих відрізків.
- Запишіть також примітку до вищевказаних теорем. Примітка: вищевказані теореми справедливі для випадку, коли прямі, що проектуються, не є паралельними пряміми, що є основою для цього проектування.

## Завдання 2 (9 см):

Точки  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  є паралельними проекціями відповідно точок  $A$ ,  $B$  і  $C$ , які лежать на одній прямій (точка  $B$  лежить між точками  $A$  і  $C$ ). Знайдіть відрізок  $B_1C_1$ , якщо  $AB = 8$  см,  $BC = 6$  см,  $A_1B_1 = 12$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

Примітка: для розв'язку цієї задачі необхідно застосувати теорему 3, що наведена вище у завданні 1.

## Завдання 3 (8 см):

Точки  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  є паралельними проекціями відповідно точок  $A$ ,  $B$  і  $C$ , які лежать на одній прямій (точка  $B_1$  лежить між точками  $A_1$  і  $C_1$ ). Знайдіть відрізок  $A_1C_1$ , якщо  $AB = 10$  см,  $AC = 16$  см,  $B_1C_1 = 3$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

Примітка: для розв'язку цієї задачі необхідно застосувати теорему 3, що наведена вище у завданні 1.

# Домашнє завдання 5

## Завдання 1:

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Кутом між двома мимобіжними прямими називають кут між прямими, які перетинаються та відповідно паралельні даним мимобіжним прямим.
- Теорема. Кут між двома прямими, що перетинаються, дорівнює куту між двома іншими прямими, що перетинаються та відповідно паралельні даним.
- Дві прямі в просторі називають перпендикулярними, якщо кут між ними дорівнює  $90^\circ$ .
- Пряму називають перпендикулярною до площини, якщо вона перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині.
- Теорема (ознака перпендикулярності прямої та площини). Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, що лежать у площині та перетинаються, то вона перпендикулярна до цієї площини.
- Теорема. Якщо одна з двох паралельних прямих перпендикулярна до площини, то й друга пряма перпендикулярна до цієї площини.
- Теорема. Якщо дві прямі перпендикулярні до однієї і тієї самої площини, то вони паралельні.
- Теорема. Через дану точку можна провести пряму, перпендикулярну до даної площини, і до того ж тільки одну.

### **Завдання 2 (12 см):**

Відрізок  $AB$  не перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$  і  $B$  проведено прямі, які перпендикулярні до площини  $\alpha$  та перетинають її в точках  $C$  і  $D$  відповідно. Знайдіть відрізок  $CD$ , якщо  $AC = 15$  см,  $BD = 10$  см,  $AB = 13$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### **Завдання 3 (13 см):**

Відрізок  $AB$  не перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$  і  $B$  проведено прямі, які перпендикулярні до площини  $\alpha$  та перетинають її в точках  $A_1$  і  $B_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $AB$ , якщо  $AA_1 = 3$  см,  $BB_1 = 15$  см,  $A_1B_1 = 5$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

## **Домашнє завдання 6**

### **Завдання 1:**

Записати наступні означення/формули в конспект:

- **Означення.** Якщо точка не належить площині, то **відстанню від точки до площини** називають довжину перпендикуляра, опущеного з точки на площину. Якщо точка належить площині, то вважають, що **відстань від точки до площини** дорівнює нулю.

- **Означення. Відстанню від прямої до паралельної їй площини** називають відстань від будь-якої точки цієї прямої до площини.
- **Означення. Відстанню між двома паралельними площинами** називають відстань від будь-якої точки однієї площини до другої площини.
- **Теорема про три перпендикуляри.** Якщо пряма, яка належить площині, перпендикулярна до проекції похилої до цієї площини, то вона перпендикулярна й до самої похилої. І навпаки, якщо пряма, яка належить площині, перпендикулярна до похилої до цієї площини, то вона перпендикулярна й до проекції похилої на цю площину.
- Якщо пряма перетинає площину й не перпендикулярна до неї, то кутом між такою прямую та площею називають кут між прямую та її проекцією на площину.
- Означення. Величиною двогранного кута називають величину його лінійного кута.
- Означення. Кутом між двома площинами, що перетинаються, називають величину того з утворених двогранних кутів, який не більший за  $90^\circ$ . Кут між двома паралельними площинами дорівнює  $0^\circ$ .

### **Завдання 2 (3 см):**

З точки А до площини  $\alpha$  проведено перпендикуляр і похилу завдовжки  $\sqrt{13}$  см. Проекція даної похилої на площину дорівнює 2 см. Знайдіть відстань від точки А до площини  $\alpha$ . Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### **Завдання 3 ( $6\sqrt{2}$ ):**

Із точки А до площини  $\alpha$  провели перпендикуляр АН та похилі АВ і АС, які утворюють із площею відповідно кути  $45^\circ$  і  $60^\circ$ . Знайдіть відрізок АВ, якщо  $AC = 4\sqrt{3}$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

## **Домашнє завдання 7**

### **Завдання 1:**

Записати наступні означення/формули в конспект:

- **Означення.** Дві площини називають **перпендикулярними**, якщо кут між ними дорівнює  $90^\circ$ .
- Якщо площини  $\alpha$  і  $\beta$  перпендикулярні, то записують:  $\alpha \perp \beta$ .
- **Теорема** Якщо одна з двох площин проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини, то ці площини перпендикулярні.

### **Завдання 2 (6 см):**

Точки  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  є паралельними проекціями відповідно точок  $A$ ,  $B$  і  $C$ , які лежать на одній прямій (точка  $B$  лежить між точками  $A$  і  $C$ ). Знайдіть відрізок  $B_1C_1$ , якщо  $AB = 10$  см,  $BC = 4$  см,  $A_1B_1 = 15$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### **Завдання 3 (4 см):**

Відрізок  $AB$  не перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$  і  $B$  проведено прямі, які перпендикулярні до площини  $\alpha$  та перетинають її в точках  $C$  і  $D$  відповідно. Знайдіть відрізок  $CD$ , якщо  $AC = 10$  см,  $BD = 7$  см,  $AB = 5$  см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

## **Домашнє завдання 8**

### **Теоретичний матеріал:**

- Мерзляк А.Г. та інші. Математика 11 Клас. Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту. 2019.
  - Розділ 2 "Геометрія". Параграф 4 Многогранники. Пункти 16, 17. Ст. 98 - 109.

### **Завдання 1:**

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Многогранник, дві грані якого - рівні  $n$ -кутники, що лежать у паралельних площинах, а решта  $n$  граней - паралелограми, називають  $n$ -кутною призмою.
- Призму називають прямою, якщо її бічні ребра перпендикулярні до площини основи.
- Призму називають правильною, якщо вона є прямою та її основа - правильний многоугольник.
- Паралелепіпедом називають призму, основи якої є паралелограмами.
- Паралелепіпед називають прямим, якщо його бічні ребра перпендикулярні до площини основи.
- Прямий паралелепіпед називають прямокутним, якщо його основами є прямокутники.
- Прямокутний паралелепіпед називають кубом, якщо його виміри рівні. Усі грані куба є квадратами.

### **Завдання 2 (4 $\sqrt{6}$ см ≈ 9,8 см):**

Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 4 см, а висота - 8 см. Знайдіть діагональ призми. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### **Завдання 3 (96 см<sup>2</sup>):**

Знайдіть площину бічної поверхні прямої призми, висота якої дорівнює 8 см, а основою є трикутник зі сторонами 3 см, 4 см і 5 см. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### **Завдання 4 ( $(5\sqrt{3})/3$ см ≈ 2,9 см):**

Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 4 см, а діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $30^\circ$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

### **Завдання 5 (13 см):**

Знайдіть діагональ прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 3 см, 4 см і 12 см. 12 см - це висота. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

## **Домашнє завдання 9**

### **Теоретичний матеріал:**

- Мерзляк А.Г. та інші. Математика 11 Клас. Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту. 2019.
  - Розділ 2 "Геометрія". Параграф 4 Многогранники. Пункт 18. Ст. 109 - 116.

### **Завдання 1:**

**ПРИМІТКА:** якщо означення/формули уже були записані в конспект під час пари, повторно можете їх не записувати.

Записати наступні означення/формули в конспект:

- Многогранник, одна грань якого -  $n$ -кутник, а решта граней - трикутники, що мають спільну вершину, називають  $n$ -кутною пірамідою.
- Висотою піраміди називають перпендикуляр, опущений із вершини піраміди на площину основи.
- Піраміду називають правильною, якщо її основа - правильний многокутник і основа висоти піраміди є центром цього многокутника.
- Правильну трикутну піраміду, у якої всі грані рівні, називають правильним тетраедром.
- Теорема. Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює половині добутку периметра її основи та апофеми.

**Завдання 2 ( $12\sqrt{2}$  см):**

Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см, а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть сторону основи піраміди. Нарисуйте рисунок до цієї задачі.

**Завдання 3 ( $\sqrt{13}$  см та  $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ):**

Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює 4 см, а сторона основи - 6 см. Знайдіть:

1. висоту піраміди;
2. двогранний кут піраміди при ребрі основи.

**Завдання 4 (1050 см<sup>2</sup>):**

Сторона основи правильної семикутної піраміди дорівнює 10 см, а її апофема - 30 см. Знайдіть площа бічної поверхні піраміди.

**Завдання 5 ( $64(1 + \sqrt{3})$  см<sup>2</sup>):**

Кожне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює 8 см. Знайдіть площа повної поверхні піраміди.