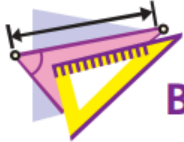


# Математика Задачі 2 курс 1 семестр

## Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них



### ВПРАВИ

- 27.1.° Зобразіть площину  $\alpha$ , точку  $M$ , що їй належить, і точку  $K$ , що їй не належить. Запишіть це за допомогою відповідних символів.
- 27.2.° Зобразіть площину  $\gamma$ , яка проходить через пряму  $a$ . Запишіть це за допомогою відповідних символів.
- 27.3.° Зобразіть площину  $\alpha$  і пряму  $b$ , яка перетинає дану площину в точці  $A$ . Запишіть це за допомогою відповідних символів. Скільки точок прямої  $b$  належить площині  $\alpha$ ?
- 27.4.° Зобразіть площини  $\beta$  і  $\gamma$ , які перетинаються по прямої  $c$ . Запишіть це за допомогою відповідних символів.
- 27.5.° Запишіть за допомогою символів взаємне розміщення точок, прямих і площини, зображених на рисунку 27.19.
- 27.6.\* Скільки площин можна провести через дані пряму та точку?
- 27.7.\* Дано точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  такі, що  $AB = 5$  см,  $BC = 6$  см,  $AC = 7$  см. Скільки площин можна провести через точки  $A$ ,  $B$  і  $C$ ?

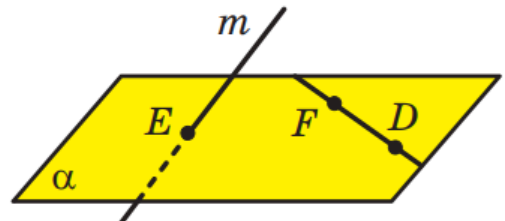


Рис. 27.19

**27.8.\*** Дано точки  $D$ ,  $E$  і  $F$  такі, що  $DE = 2$  см,  $EF = 4$  см,  $DF = 6$  см. Скільки площин можна провести через точки  $D$ ,  $E$  і  $F$ ?

**27.9.\*\*** Прямі  $AB$  і  $AC$  перетинають площину  $\alpha$  в точках  $B$  і  $C$ , точки  $D$  і  $E$  належать цій площині (рис. 27.20). Побудуйте точку перетину прямої  $DE$  з площиною  $ABC$ .

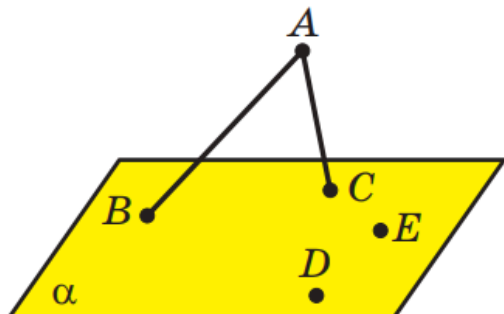


Рис. 27.20

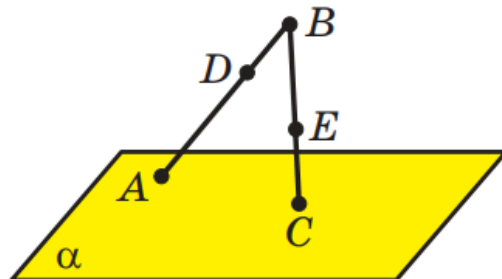


Рис. 27.21

**27.10.\*\*** Прямі  $BA$  перетинає площину  $\alpha$  в точці  $A$ , пряма  $BC$  — у точці  $C$  (рис. 27.21). На відрізку  $AB$  позначили точку  $D$ , на відрізку  $BC$  — точку  $E$ . Побудуйте точку перетину прямої  $DE$  з площиною  $\alpha$ .

**27.11.\*\*** Прямі  $m$  — лінія перетину площин  $\alpha$  і  $\beta$  (рис. 27.22). Точки  $A$  і  $B$  належать площині  $\alpha$ , а точка  $C$  — площині  $\beta$ . Побудуйте лінії перетину площини  $ABC$  із площиною  $\alpha$  і з площиною  $\beta$ .

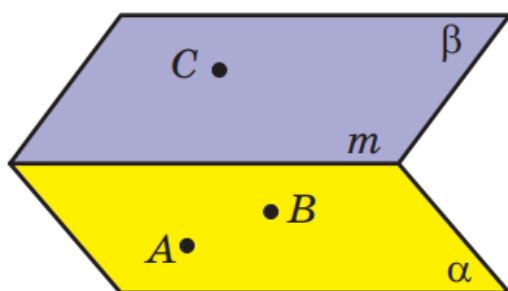


Рис. 27.22

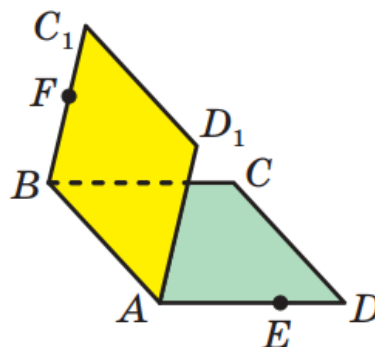


Рис. 27.23

**27.12.\*\*** Квадрати  $ABCD$  і  $ABC_1D_1$  не лежать в одній площині (рис. 27.23). На відрізку  $AD$  позначили точку  $E$ , а на відрізку  $BC_1$  — точку  $F$ . Побудуйте точку перетину:

- 1) прямої  $CE$  з площиною  $ABC_1$ ;
- 2) прямої  $FD_1$  із площиною  $ABC$ .

- 27.13."** Як за допомогою двох ниток столяр може перевірити, чи лежать кінці чотирьох ніжок стільця в одній площині?
- 27.14."** Точка  $M$  — спільна точка двох площин  $ABC$  і  $BCD$ . Знайдіть відрізок  $BC$ , якщо  $BM = 4$  см,  $MC = 7$  см.
- 

- 27.15."** Точка  $K$  — спільна точка двох площин  $MNF$  і  $MNE$ . Знайдіть відрізок  $MN$ , якщо  $MK = KN = 5$  см.

# Взаємне розміщення прямих у просторі.

## Паралельність прямої та площини. Паралельність площин

**29.1.°** Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (рис. 29.8). Назвіть його ребра:  
1) паралельні ребру  $CD$ ; 2) мимобіжні з ребром  $CD$ .

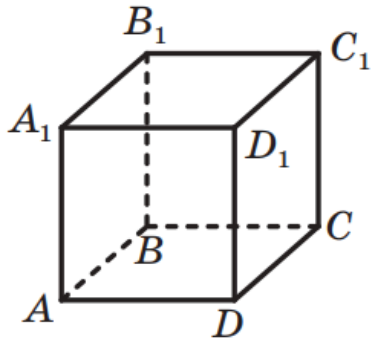


Рис. 29.8

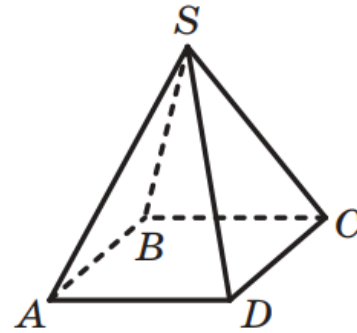


Рис. 29.9

**29.2.°** Укажіть моделі мимобіжних прямих, використовуючи предмети класної кімнати.

**29.3.°** Дано піраміду  $SABCD$  (рис. 29.9). Назвіть ребра піраміди, мимобіжні з ребром  $SA$ .

**29.4.°** Дано прямокутний паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (рис. 29.10).

Укажіть взаємне розміщення прямих:

- |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $BC$ і $A_1C$ ;   | 3) $BD$ і $CC_1$ ;   | 5) $DC_1$ і $BB_1$ ; |
| 2) $AB$ і $C_1D_1$ ; | 4) $AB_1$ і $DC_1$ ; | 6) $AA_1$ і $CC_1$ . |

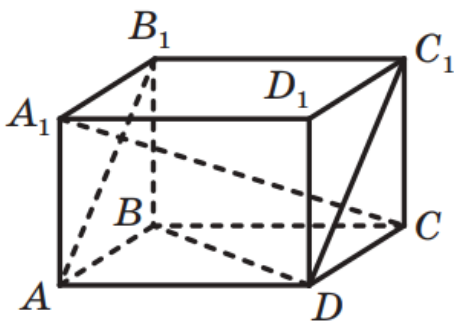


Рис. 29.10

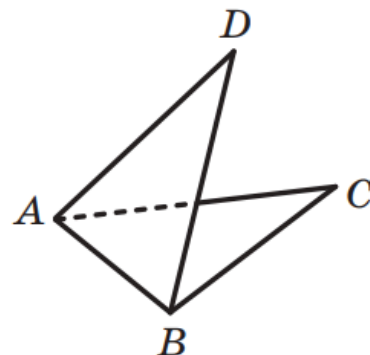


Рис. 29.11

**29.5.°** Чи є правильним твердження:

- 1) дві прямі, які не є паралельними, мають спільну точку;
- 2) дві прямі, які не є мимобіжними, лежать в одній площині;
- 3) дві прямі є мимобіжними, якщо вони не перетинаються і не паралельні?

**29.6.°** Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (рис. 29.8). Доведіть, що прямі  $AA_1$  і  $BC$  мимобіжні.

**29.7.°** Трикутники  $ABC$  і  $ADB$  лежать у різних площинах (рис. 29.11). Яким є взаємне розміщення прямих  $AD$  і  $BC$ ? Відповідь обґрунтуйте.

**29.8.°** Яким може бути взаємне розміщення прямих  $b$  і  $c$ , якщо:

- 1) прямі  $a$  і  $b$  перетинаються, а прямі  $a$  і  $c$  паралельні;
- 2) прямі  $a$  і  $b$  паралельні, а прямі  $a$  і  $c$  мимобіжні?

**29.9.°** Скільки площин можуть задавати три попарно паралельні прямі? Зробіть рисунок.

**29.10.°** Кінець  $A$  відрізка  $AB$  належить площині  $\alpha$ . Через точку  $B$  і точку  $C$ , що належить відрізку  $AB$ , проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $B_1$  і  $C_1$  відповідно.

- 1) Знайдіть відрізок  $BB_1$ , якщо точка  $C$  — середина відрізка  $AB$  і  $CC_1 = 5$  см.
- 2) Знайдіть відрізок  $CC_1$ , якщо  $AC : BC = 3 : 4$  і  $BB_1 = 28$  см.

**29.11.°** Кінець  $C$  відрізка  $CD$  належить площині  $\beta$ . На відрізку  $CD$  позначили точку  $E$  так, що  $CE = 6$  см,  $DE = 9$  см. Через точки  $D$  і  $E$  провели паралельні прямі, які перетинають площину  $\beta$  у точках  $D_1$  і  $E_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $DD_1$ , якщо  $EE_1 = 12$  см.

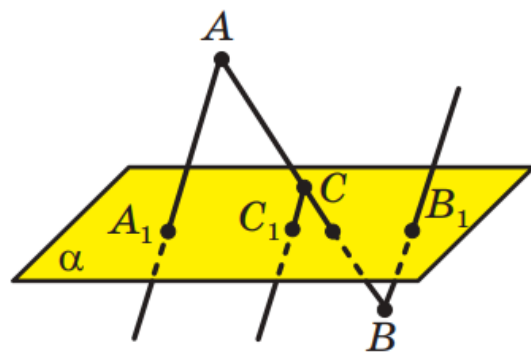
**29.12.°** На відрізку  $AB$ , який не перетинає площину  $\alpha$ , позначили точку  $C$  так, що  $AC = 4$  см,  $BC = 8$  см. Через точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  провели паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $A_1 C_1$ , якщо  $B_1 C_1 = 10$  см.

**29.13.°** Точка  $C$  — середина відрізка  $AB$ , який не перетинає площину  $\beta$ . Через точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\beta$  у точках  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $AA_1$ , якщо  $BB_1 = 18$  см,  $CC_1 = 15$  см.

**29.14.\*** Через кінці відрізка  $AB$ , що перетинає площину  $\alpha$ , і його середину  $C$  проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  відповідно (рис. 29.12). Знайдіть відрізок  $CC_1$ , якщо  $AA_1 = 16$  см,  $BB_1 = 8$  см.



**29.15.\*** Трикутник  $ABC$  не має спільних точок із площиною  $\alpha$ . Відрізок  $BM$  — медіана трикутника  $ABC$ , точка  $O$  — середина відрізка  $BM$ . Через точки  $A, B, C, M$  і  $O$  проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $A_1, B_1, C_1, M_1$  і  $O_1$  відповідно. Знайдіть відрізок  $BB_1$ , якщо  $AA_1 = 17$  см,  $CC_1 = 13$  см,  $OO_1 = 12$  см.



**Рис. 29.12**