



Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»  
Інститут прикладного системного аналізу

**Доповідь**  
з курсу «Теорія ігор»  
на тему «Основи диференціальних ігор»

**Виконали**

студенти 3 курсу групи КА-81

Галганов Олексій

Фордуй Нікіта

**Прийняла**

доцент кафедри ММСА

Барановська Леся Валеріївна

**Київ 2021**

# Зміст

<b>1</b>	<b>Вступ</b>	<b>2</b>
1.1	Передумови для розгляду диференціальних ігор . . . . .	2
1.2	Основні визначення . . . . .	3
1.3	Приклади задання фазових змінних . . . . .	3

# Розділ 1

## Вступ

### 1.1 Передумови для розгляду диференціальних ігор

Класична теорія ігор, творцями якої є Джон фон Нейман та Оскар Морґенштерн, оперує матричними іграми та зв'язаними з ними поняттями. Для них сформульовано та доведено багато фундаментальних теорем — наприклад, щодо існування рівноваги Неша. Однак, ці результати зовсім не покривають всі можливості формалізувати процеси, в яких гравці приймають рішення. Наприклад, якщо розглядати задачу про оптимальну траєкторію корабля від керованої торпеди, яка його переслідує, то необхідно досліджувати не просто скінченний набір можливих дій кожного з гравців, а континуум можливих стратегій, кожна з яких відповідає деякій комбінації траєкторій руху корабля та торпеди.

Визначення поняття диференціальної гри буде базуватися на тому, що до їх розв'язання (чи хоча б дослідження) буде застосовуватися апарат математичного аналізу, як-от теорія диференціальних рівнянь. Сам термін «диференціальна гра» було введено Руфусом Айзексом — одним з основоположників теорії диференціальних ігор.

Прикладами диференціальних ігор, окрім наведеного вище, є й звичайні спортивні ігри на кшталт футболу, де, очевидно, недоречно розглядати лише дискретні моменти часу або скінченний набір стратегій, бо найменше відхилення від таких стратегій (яке, звичайно, може статися через людський фактор), породжує вже іншу стратегію. Зауважимо, що коли рішення протягом усієї гри приймає лише один гравець, то така задача фактично стосується *теорії керування та варіаційного числення*, тому такі випадки в теорії ігор не розглядаються.

## 1.2 Основні визначення

Рішення, що їх приймають гравці, полягають у виборі так званих *керувань*, від яких залежать *фазові координати*: їх значення у будь-який момент часу повністю визначає хід гри, характеризуючи положення гравців у деякому просторі — *фазовому просторі*. Для визначення результату гри необхідно знати значення фазових координат у початковий момент. Також, в кожен момент часу гравець має звертати увагу на значення фазових змінних (що, по суті, і означає деяких рух гравців). В процесі гри фазові координати змінюються. Оскільки розглядається випадок скінченної кількості фазових змінних, то фазовий простір зручно ототожнювати з координатами точок в  $\mathbb{R}^n$  (або в деякій підмножині цього простору). Поточні значення фазових координат завжди відомі гравцям — тобто, це ігри з повною інформацією. Хід гри характеризується рухом точки у фазовому просторі, причому гра завершується, якщо виконуються деякі умови: наприклад, потрапляння точки в деяку підмножину простору.

## 1.3 Приклади задання фазових змінних