

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»
Інститут прикладного системного аналізу

Курсова робота
з дисципліни
«Теорія керування»

Виконав: студент 4 курсу
групи КА-81

Галганов Олексій

Прийняв: професор
Романенко Віктор Демидович

Київ 2021

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1	Вступ	2
1.1.	Теоретичні дані	2
1.2.	Завдання курсової роботи.....	3
1.3.	Значення коефіцієнтів та сталих	4
РОЗДІЛ 2	Розрахунок дискретних передаточних функцій	5
2.1.	Теоретичні дані	5
2.2.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{T_1s+1}$	5
2.3.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	6
2.4.	Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$	7
2.5.	Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	8
РОЗДІЛ 3	Розрахунок періодів квантування	10
3.1.	Розрахунок на умові забезпечення необхідної точності керування	10
3.1.1	Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$	10
3.1.2	Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	11
3.2.	Розрахунок за критерієм Джурі	11
3.3.	Розрахунок для об'єкта з динамікою в чисельнику	12

РОЗДІЛ 1

ВСТУП

1.1. Теоретичні дані

Розглядається одноконтурна система автоматичного цифрового керування (ЦК) з наступною структурною схемою:

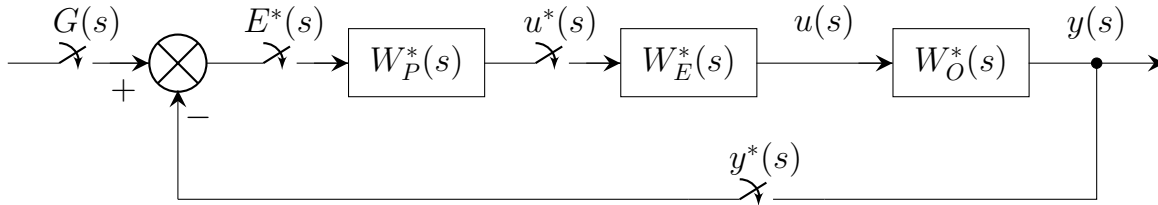


Рисунок 1.1 – Структурна схема типового контура ЦК

Тут $W_O(s)$ – передаточна функція об'єкта керування по керуючому діянню, $G(s)$ і $u(s)$ – відповідно задаюче і керуюче діяння в формі перетворення Лапласа, $W_P^*(s)$ – передаточна функція цифрового регулятора (ЦАП) у формі дискретного перетворення Лапласа, $W_E(s)$ – передаточна функція цифро-аналогового регулятора, $E^*(s)$, $u^*(s)$, $y^*(s)$ – відповідно помилка керування, керуюче діяння та вихідна керована координата у формі дискретного перетворення Лапласа. Передаточні функції об'єкта для окремих задач мають вигляд

$$W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.1)$$

$$W_O(s) = \frac{k(T_1s + 1)}{(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.2)$$

де k – коефіцієнт передачі об'єкта керування, T_1, T_2, T_3 – сталі часу в секундах, τ – час запізнення в секундах.

Регулятор ЦК, представлений в різницевій формі на основі позиційного алгоритма пропорційно-інтегрально-диференціального (ПІД) закону керування записується таким чином:

$$u(nT_0) = K_p \left(e(nT_0) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^n e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} [e(nT_0) - e((n-1)T_0)] \right) \quad (1.3)$$

Тут $u(nT_0)$ та $e(nT_0)$ – відповідно керуюче діяння і помилка керування в n -тий період квантування, K_p – коефіцієнт передачі регулятора, T_I та T_D – відповідно сталі часу інтегрування та диференціювання в секундах, T_0 – період квантування в секундах.

Відповідно до (1.3), дискретна передаточна функція ПІД-регулятора має вигляд

$$W_p(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} + \frac{T_D (1 - z^{-1})}{T_0} \right) \quad (1.4)$$

Якщо час диференціювання $T_D = 0$, то для цифрового ПІ-регулятора матимемо дискретну передаточну функцію

$$W_p(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} \right) \quad (1.5)$$

де $z = e^{sT_0}$ – оператор z -перетворення.

1.2. Завдання курсової роботи

1. Розрахувати дискретну передаточну функцію замкненого контура цифрового керування, попередньо розрахувавши дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта

$$W_n(z) = z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} \quad (1.6)$$

для наступних варіантів передаточної функції об'єкта:

$$W_O(S) = \frac{k}{T_1 s + 1}, W_O(S) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}, W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$

2. Розрахувати періоди квантування в системі цифрового керування для об'єктів

$$W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1} \quad (1.7)$$

$$W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (1.8)$$

і для об'єкта (1.2), передаточна функція якого має динаміку в чисельнику.

3. На основі методу «прямого» синтезу визначити структуру і оптимальні настройки регуляторів цифрового керування і неперервного регулятора для управління об'єктами, передаточна функція яких має вигляд (1.7). При цьому приймається період квантування T_0 , розрахований у пункті 2 на основі умови забезпечення необхідної точності керування. Значення коефіцієнта підсилення регулятора $K_{P_{\text{онт}}}$ необхідно визначити при таких параметрах настройки λ :

а) $\lambda = \frac{1}{T_1}$; б) $\lambda = \frac{1}{1.5T_1}$; в) $\lambda = \frac{1}{2T_1}$; г) $\lambda = \frac{1}{3T_1}$.

Для вказаного набору параметрів настройки λ шляхом цифрового моделювання побудувати перехідні процеси в замкненому контурі цифрового керування.

4. Розрахувати оптимальні параметри ПІ-регулятора цифрового керування і періоду квантування резонансним методом для об'єкта керування (1.1), (1.8). На основі цифрового моделювання побудувати перехідні процеси вихідної координати y в замкненому контурі при подачі імпульсних тестів на задаюче діяння цифрового регулятора.
5. Виконати синтез лінійно-квадратичного регулятора стану і виконати цифрове моделювання замкненої системи з регулятором стану.
6. Дослідити стійкість контура цифрового керування, розрахованої за пунктом 3. При цьому використовувати відомі критерії стійкості.
7. Сформувати позиційний і швидкісний алгоритм цифрового керування в формі, зручній для програмування для регуляторів цифрового керування відповідно до пунктів 3, 4.
8. Виконати цифрове моделювання замкнених систем керування при синтезованих цифрових регуляторах.

1.3. Значення коефіцієнтів та сталих

k	T_1	T_2	T_3	τ
9.32	35	19	11	14

k – коефіцієнт передачі об'єкта керування, T_1, T_2, T_3 – сталі часу в секундах, τ – час запізнення в секундах.

РОЗДІЛ 2

РОЗРАХУНОК ДИСКРЕТНИХ ПЕРЕДАТОЧНИХ ФУНКЦІЙ

2.1. Теоретичні дані

Дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} = z \left\{ \frac{1 - e^{-sT_0}}{s} \cdot W_O(s) \right\} = \\ &= z \left\{ (1 - e^{-sT_0}) \cdot \frac{W_O(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Дискретна передаточна функція замкненого контуру цифрового керування має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} \quad (2.2)$$

де $W_p(z)$ – дискретна передаточна функція регулятора, що для ПІД-регулятора має вигляд (1.3), а для ПІ-регулятора – вигляд (1.5). Далі за текстом термін «дискретна передаточна функція» буде скорочено до ДПФ.

2.2. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{T_1 s + 1}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1}{T_1 s + 1}$. За таблицею z -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{kz}{z - 1} - \frac{kz}{z - e^{-T_0/T_1}} = \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} \quad (2.3)$$

Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} = \\ &= \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})}{z - e^{-T_0/T_1}} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(z-e^{-T_0/T_1}) + k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)}{(z-e^{-T_0/T_1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}} = \\
 &= \frac{kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_1(1-z^{-1})+kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}} \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

2.3. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1^2}{(T_1-T_2)(T_1s+1)} + \frac{kT_2^2}{(T_1-T_2)(T_2s+1)}$. За таблицею z -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = k \left(\frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.7)$$

де $a = \frac{T_1^2}{T_1-T_2}$, $b = \frac{T_2^2}{T_1-T_2}$, $d_1 = e^{-T_0/T_1}$, $d_2 = e^{-T_0/T_2}$. Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= (1-z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \\
 &= \frac{z-1}{z} \cdot k \left(\frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) = \\
 &= k \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{k \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + k \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k K_p \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1-z^{-1}) + k K_p \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)}{T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

2.4. Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{ke^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{s} - \frac{kT_1 e^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$. За таблицею z -перетворення отримаємо для $dT_0 < \tau \leq (d+1)T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{kz^{-d}}{z-1} - \frac{kz^{-d-1}}{1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}} e^{\left[\frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} \quad (2.11)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \quad (2.12)$$

де d – ціла частина від ділення часу запізнення τ на період квантування T_0 , $a = 1 - \frac{\tau - dT_0}{T_0}$, $C_1 = 1 - e^{\frac{aT_0}{T_1}}$, $C_2 = e^{\frac{aT_0}{T_1}} - e^{\frac{T_0}{T_1}}$. Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k(C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k(C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} =$$

$$\begin{aligned}
& k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right) \\
&= \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) + k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
W_3(z) &= \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
&= \frac{k K_p (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)}{T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)} \quad (2.14)
\end{aligned}$$

2.5. Випадок $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{k e^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{k e^{-\tau s}}{s} - \frac{k T_1^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_1 s + 1)} + \frac{k T_2^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_2 s + 1)}$. За таблицею z -перетворення отримаємо для $d T_0 < \tau \leq (d + 1) T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k z^{-d}}{z - 1} - \frac{k T_1 e^{\left[\frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} + \frac{k T_2 e^{\left[\frac{\tau}{T_2} - (d+1) \frac{T_0}{T_2} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.15)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k \left(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2} \right) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.16)$$

де $a = (d + 1) - \frac{\tau}{T_0}$ і сталі $\tilde{C}_0, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2$ визначаються з

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_0 &= 1 - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} - T_2 e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2} \\
\tilde{C}_1 &= \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} (1 + e^{-T_0/T_2}) - T_2 e^{-a T_0/T_2} (1 + e^{-T_0/T_1})}{T_1 - T_2} - e^{-T_0/T_1} - e^{-T_0/T_2} \\
\tilde{C}_2 &= e^{-T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - T_2 e^{-T_0/T_1} e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2}
\end{aligned}$$

як і раніше, d – ціла частина від ділення часу запізнення τ на період квантування T_0 .
Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{\frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)}{1 + \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)} = \\
 &= \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)} = \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D(1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D(1-z^{-1})^2)} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_I(1-z^{-1}) + T_0)}{T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_I(1-z^{-1}) + T_0)} \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

РОЗДІЛ 3

РОЗРАХУНОК ПЕРІОДІВ КВАНТУВАННЯ

3.1. Розрахунок на умові забезпечення необхідної точності керування

За цим критерієм період квантування обчислюється з умови $T_0 \leq \frac{\varepsilon}{B_{\max}}$, де B_{\max} – максимальне значення функції $B(\omega) = \omega A(\omega)$, а $A(\omega)$ – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) об'єкта. $B(\omega)$ описує верхню границю можливих швидкостей зміни сигналу на виході об'єкта.

3.1.1. Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

Знайдемо $B(\omega)$:

$$B(\omega) = \omega A(\omega) = \omega \cdot |W_{O_1}(j\omega)| = \omega \cdot \frac{k |e^{-\tau j\omega}|}{|T_1 j\omega + 1|} = \frac{k\omega}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} \quad (3.1)$$

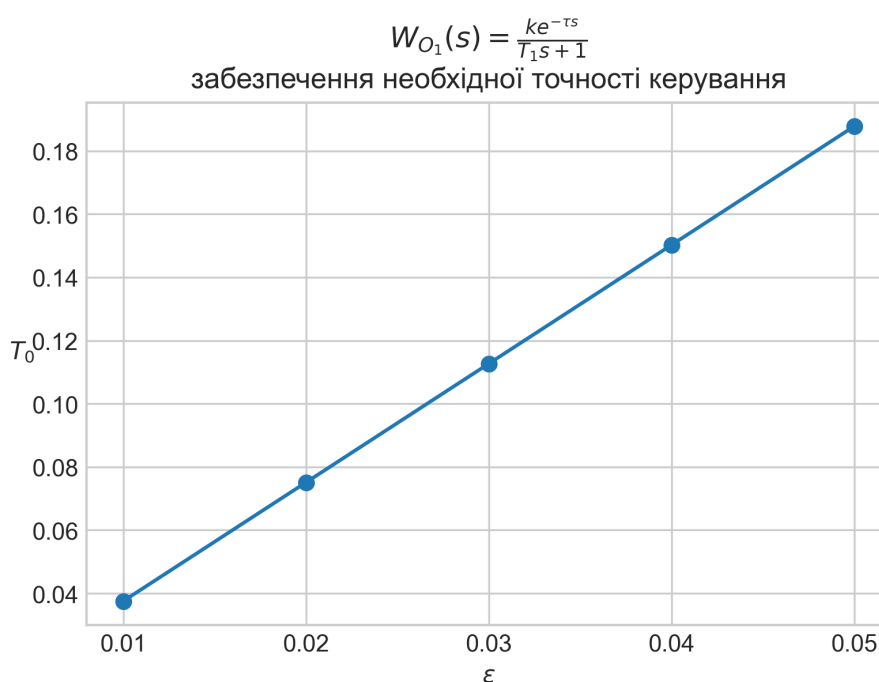
Оскільки $\frac{k\omega}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} = \frac{k}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} + T_1^2}}$, то $B(\omega)$ – монотонно зростаюча за ω функція, тому

$$B_{\max} = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} B(\omega) = \frac{k}{T_1} \Rightarrow T_0 = \frac{\varepsilon T_1}{k} \quad (3.2)$$

Отже, отримуємо наступні періоди квантування для різних ε :

ε	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
T_0	0.0376	0.0751	0.1127	0.1502	0.1878

Залежність T_0 від ε :



3.1.2. Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Знайдемо $B(\omega)$:

$$B(\omega) = \omega A(\omega) = \omega \cdot |W_{O_2}(j\omega)| = \omega \cdot \frac{k|e^{-\tau j\omega}|}{|T_1j\omega+1||T_2j\omega+1|} = \frac{k\omega}{\sqrt{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}} \quad (3.3)$$

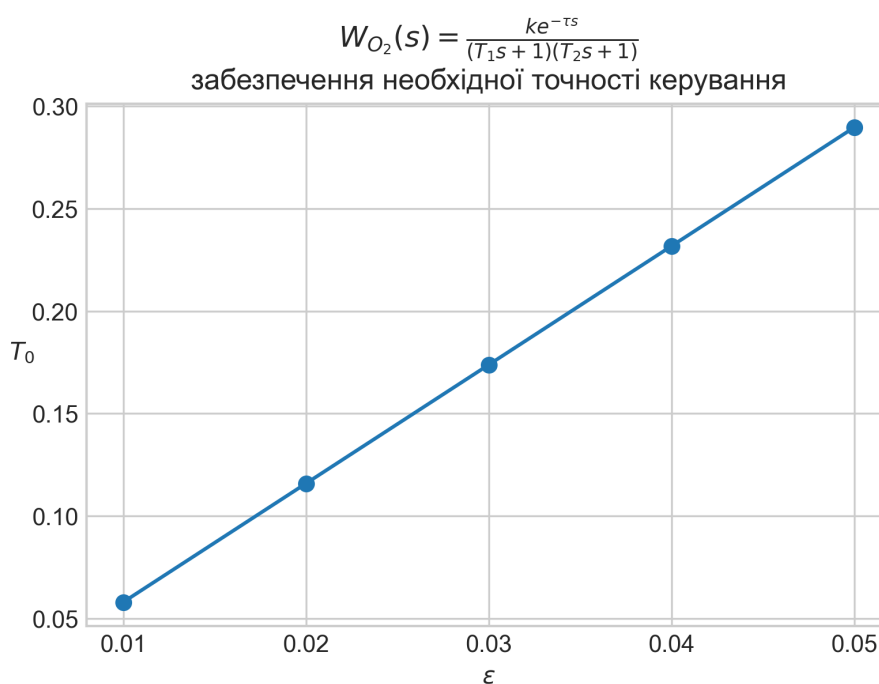
B_{\max} можна знайти за допомогою відповідної таблиці:

$$B_{\max} = \frac{k}{T_1 + T_2} \Rightarrow T_0 = \frac{\varepsilon(T_1 + T_2)}{k} \quad (3.4)$$

Отже, отримуємо наступні періоди квантування для різних ε :

ε	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
T_0	0.0579	0.1159	0.1738	0.2318	0.2897

Залежність T_0 від ε :



3.2. Розрахунок за критерієм Джурі

За цим критерієм період квантування обчислюється як $T_0 = \frac{\pi}{\omega_k}$, де ω_k – розв’язок рівняння

$$W_3(\omega_k) = \left| \frac{W_O(j\omega_k)W_p(j\omega_k)}{1 + W_O(j\omega_k)W_p(j\omega_k)} \right| = \varepsilon \quad (3.5)$$

$W_p = ???$

3.3. Розрахунок для об'єкта з динамікою в чисельнику

Розглядається об'єкт з передаточною функцією $W_O(s) = \frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)}$. Через те, що передаточна функція має динаміку в чисельнику, критерій забезпечення необхідної точності керування та критерій Джурі непридатні для застосування. Приведемо передаточну функцію до вигляду $W_O(s) = \frac{K(bTs+1)}{T^2s^2+2\nu Ts+1}$:

$$\frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)} = \frac{k(T_1s+1)}{T_2T_3s^2 + (T_2+T_3)s+1}$$

тому $T = \sqrt{T_2T_3} \approx 14.4568$, $b = \frac{T_1}{T} \approx 2.421$, $\nu = \frac{T_2+T_3}{2\sqrt{T_2T_3}} = \frac{T_2+T_3}{2T} \approx 1.0376$. Знайдемо $|W_O(j\omega)|$:

$$|W_O(j\omega)| = \frac{k|bT \cdot j\omega + 1|}{|-T^2\omega^2 + 2\nu T \cdot j\omega + 1|} = \frac{k\sqrt{1+b^2T^2\omega^2}}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\nu^2T^2\omega^2}}$$

Введемо $\omega_{\text{зр}} = \frac{q}{T}$ – найвищу частоту сигналу, який необхідно відновити на виході системи:

$$|W_O(j\omega_{\text{зр}})| = \frac{k\sqrt{1+b^2q^2}}{\sqrt{(1-q^2)^2 + 4\nu^2q^2}}$$

Розв'яжемо рівняння $|W_O(j\omega_{\text{зр}})| = \frac{1}{\theta}$, де $\theta = 31$, відносно q :

$$\begin{aligned} \frac{k\sqrt{1+b^2q^2}}{\sqrt{(1-q^2)^2 + 4\nu^2q^2}} &= \frac{1}{\theta} \Leftrightarrow \frac{1+b^2q^2}{1-2q^2+q^4+4\nu^2q^2} = \frac{1}{k^2\theta^2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1-2q^2+q^4+4\nu^2q^2 = k^2\theta^2(1+b^2q^2) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow q^4 + q^2(4\nu^2 - b^2k^2\theta^2 - 2)q^2 + (1 - k^2\theta^2) = 0 \end{aligned}$$

Розв'яжемо це рівняння спочатку відносно q^2 . Приблизні значення коренів:

$$\begin{cases} q^2 = 489261.8397 \\ q^2 = -0.17061 \end{cases}$$

Оскільки комплексні та від'ємні q не розглядаються, то отримуємо $q \approx 699.4725$.

Отже, період квантування $T_0 = \frac{\pi}{\omega_{\text{зр}}} = \frac{\pi T}{q} = 0.0649$.