

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»  
Інститут прикладного системного аналізу

**Курсова робота**  
з дисципліни  
«Теорія керування»

**Виконав:** студент 4 курсу  
групи КА-81

Галганов Олексій

**Прийняв:** професор  
Романенко Віктор Демидович

**Київ 2021**

## ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1	Вступ .....	2
1.1.	Теоретичні дані .....	2
1.2.	Завдання курсової роботи.....	3
1.3.	Значення коефіцієнтів та сталих .....	4
РОЗДІЛ 2	Розрахунок дискретних передаточних функцій .....	5
2.1.	Теоретичні дані .....	5
2.2.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{T_1 s + 1}$ .....	5
2.3.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ .....	6
2.4.	Випадок $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$ .....	7
2.5.	Випадок $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ .....	8
РОЗДІЛ 3	Розрахунок періодів квантування .....	10

## РОЗДІЛ 1

### ВСТУП

#### 1.1. Теоретичні дані

Розглядається одноконтурна система автоматичного цифрового керування (ЦК) з наступною структурною схемою:

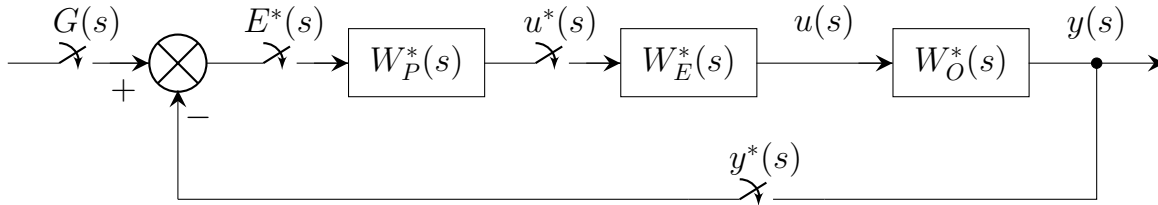


Рисунок 1.1 – Структурна схема типового контура ЦК

Тут  $W_O(s)$  – передаточна функція об'єкта керування по керуючому діянню,  $G(s)$  і  $u(s)$  – відповідно задаюче і керуюче діяння в формі перетворення Лапласа,  $W_P^*(s)$  – передаточна функція цифрового регулятора (ЦАП) у формі дискретного перетворення Лапласа,  $W_E(s)$  – передаточна функція цифро-аналогового регулятора,  $E^*(s)$ ,  $u^*(s)$ ,  $y^*(s)$  – відповідно помилка керування, керуюче діяння та вихідна керована координата у формі дискретного перетворення Лапласа. Передаточні функції об'єкта для окремих задач мають вигляд

$$W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.1)$$

$$W_O(s) = \frac{k(T_1s + 1)}{(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.2)$$

де  $k$  – коефіцієнт передачі об'єкта керування,  $T_1, T_2, T_3$  – сталі часу в секундах,  $\tau$  – час запізнення в секундах.

Регулятор ЦК, представлений в різницевій формі на основі позиційного алгоритма пропорційно-інтегрально-диференціального (ПІД) закону керування записується таким чином:

$$u(nT_0) = K_p \left( e(nT_0) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^n e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} [e(nT_0) - e((n-1)T_0)] \right) \quad (1.3)$$

Тут  $u(nT_0)$  та  $e(nT_0)$  – відповідно керуюче діяння і помилка керування в  $n$ -тий період квантування,  $K_p$  – коефіцієнт передачі регулятора,  $T_I$  та  $T_D$  – відповідно сталі часу інтегрування та диференціювання в секундах,  $T_0$  – період квантування в секундах.

Відповідно до (1.3), дискретна передаточна функція ПІД-регулятора має вигляд

$$W_p(z) = K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} + \frac{T_D (1 - z^{-1})}{T_0} \right) \quad (1.4)$$

Якщо час диференціювання  $T_D = 0$ , то для цифрового ПІ-регулятора матимемо дискретну передаточну функцію

$$W_p(z) = K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} \right) \quad (1.5)$$

де  $z = e^{sT_0}$  – оператор  $z$ -перетворення.

## 1.2. Завдання курсової роботи

1. Розрахувати дискретну передаточну функцію замкненого контура цифрового керування, попередньо розрахувавши дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта

$$W_n(z) = z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} \quad (1.6)$$

для наступних варіантів передаточної функції об'єкта:  $W_O(S) = \frac{k}{T_1 s + 1}$ ,  $W_O(S) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ ,  $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$ ,  $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ .

2. Розрахувати періоди квантування в системі цифрового керування для об'єктів

$$W_{O_1}(s) = \frac{k e^{-\tau s}}{T_1 s + 1} \quad (1.7)$$

$$W_{O_2}(s) = \frac{k e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (1.8)$$

і для об'єкта (1.2), передаточна функція якого має динаміку в чисельнику.

3. На основі методу «прямого» синтезу визначити структуру і оптимальні настройки регуляторів цифрового керування і неперервного регулятора для управління об'єктами, передаточні функції яких мають вигляд (1.7), (1.8). При цьому приймається період квантування  $T_0$ , розрахований у пункті 2 на основі умови забезпечення необхідної точності керування. Значення коефіцієнта підсилення регулятора  $K_{P_{\text{opt}}}$  необхідно визначити при таких параметрах настройки  $\lambda$ : а)  $\lambda = \frac{1}{T_1}$ ; б)  $\lambda = \frac{1}{1.5 T_1}$ ; в)  $\lambda = \frac{1}{2 T_1}$ ; г)  $\lambda = \frac{1}{3 T_1}$ .

Для вказаного набору параметрів настройки  $\lambda$  шляхом цифрового моделювання побудувати перехідні процеси в замкненому контурі цифрового керування.

4. Розрахувати оптимальні параметри ПІІ-регулятора цифрового керування і періоду квантування резонансним методом для об'єкта керування (1.1), (1.8). На основі цифрового моделювання побудувати перехідні процеси вихідної координати  $y$  в замкненому контурі при подачі імпульсних тестів на задаюче діяння цифрового регулятора.
5. Виконати синтез лінійно-квадратичного регулятора стану і виконати цифрове моделювання замкненої системи з регулятором стану.
6. Дослідити стійкість контура цифрового керування, розрахованої за пунктом 3. При цьому використовувати відомі критерії стійкості.
7. Сформувати позиційний і швидкісний алгоритм цифрового керування в формі, зручній для програмування для регуляторів цифрового керування відповідно до пунктів 3, 4.

### 1.3. Значення коефіцієнтів та сталих

$k$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$\tau$
9.32	35	19	11	14

$k$  – коефіцієнт передачі об'єкта керування,  $T_1, T_2, T_3$  – сталі часу в секундах,  $\tau$  – час запізнення в секундах.

## РОЗДІЛ 2

### РОЗРАХУНОК ДИСКРЕТНИХ ПЕРЕДАТОЧНИХ ФУНКЦІЙ

#### 2.1. Теоретичні дані

Дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} = z \left\{ \frac{1 - e^{-sT_0}}{s} \cdot W_O(s) \right\} = \\ &= z \left\{ (1 - e^{-sT_0}) \cdot \frac{W_O(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Дискретна передаточна функція замкненого контуру цифрового керування має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} \quad (2.2)$$

де  $W_p(z)$  – дискретна передаточна функція регулятора, що для ПІД-регулятора має вигляд (1.3), а для ПІ-регулятора – вигляд (1.5). Далі за текстом термін «дискретна передаточна функція» буде скорочено до ДПФ.

#### 2.2. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{T_1 s + 1}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1}{T_1 s + 1}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{kz}{z - 1} - \frac{kz}{z - e^{-T_0/T_1}} = \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} \quad (2.3)$$

Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} = \\ &= \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})}{z - e^{-T_0/T_1}} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(z-e^{-T_0/T_1}) + k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)}{(z-e^{-T_0/T_1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}} = \\
 &= \frac{kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_1(1-z^{-1})+kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}} \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

### 2.3. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1^2}{(T_1-T_2)(T_1s+1)} + \frac{kT_2^2}{(T_1-T_2)(T_2s+1)}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = k \left( \frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.7)$$

де  $a = \frac{T_1^2}{T_1-T_2}$ ,  $b = \frac{T_2^2}{T_1-T_2}$ ,  $d_1 = e^{-T_0/T_1}$ ,  $d_2 = e^{-T_0/T_2}$ . Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= (1-z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \\
 &= \frac{z-1}{z} \cdot k \left( \frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) = \\
 &= k \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{k \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + k \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k K_p \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1-z^{-1}) + k K_p \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)}{T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

#### 2.4. Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{ke^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{s} - \frac{kT_1 e^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо для  $dT_0 < \tau \leq (d+1)T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{kz^{-d}}{z-1} - \frac{kz^{-d-1}}{1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}} e^{\left[ \frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} \quad (2.11)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \quad (2.12)$$

де  $d$  – ціла частина від ділення часу запізнення  $\tau$  на період квантування  $T_0$ ,  $a = 1 - \frac{\tau - dT_0}{T_0}$ ,  $C_1 = 1 - e^{\frac{aT_0}{T_1}}$ ,  $C_2 = e^{\frac{aT_0}{T_1}} - e^{\frac{T_0}{T_1}}$ . Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k(C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k(C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} =$$



$$\begin{aligned}
& k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right) \\
&= \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) + k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
W_3(z) &= \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
&= \frac{k K_p (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)}{T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)} \quad (2.14)
\end{aligned}$$

**2.5. Випадок**  $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{k e^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{k e^{-\tau s}}{s} - \frac{k T_1^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_1 s + 1)} + \frac{k T_2^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_2 s + 1)}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо для  $d T_0 < \tau \leq (d + 1) T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k z^{-d}}{z - 1} - \frac{k T_1 e^{\left[ \frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} + \frac{k T_2 e^{\left[ \frac{\tau}{T_2} - (d+1) \frac{T_0}{T_2} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.15)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k \left( \tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2} \right) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.16)$$

де  $a = (d + 1) - \frac{\tau}{T_0}$  і сталі  $\tilde{C}_0, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2$  визначаються з

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_0 &= 1 - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} - T_2 e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2} \\
\tilde{C}_1 &= \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} (1 + e^{-T_0/T_2}) - T_2 e^{-a T_0/T_2} (1 + e^{-T_0/T_1})}{T_1 - T_2} - e^{-T_0/T_1} - e^{-T_0/T_2} \\
\tilde{C}_2 &= e^{-T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - T_2 e^{-T_0/T_1} e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2}
\end{aligned}$$

як і раніше,  $d$  – ціла частина від ділення часу запізнення  $\tau$  на період квантування  $T_0$ .  
Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{\frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)}{1 + \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)} = \\
 &= \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)} = \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D(1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D(1-z^{-1})^2)} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_I(1-z^{-1}) + T_0)}{T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_I(1-z^{-1}) + T_0)} \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

### **РОЗДІЛ 3**

## **РОЗРАХУНОК ПЕРІОДІВ КВАНТУВАННЯ**