

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»  
Інститут прикладного системного аналізу

**Курсова робота**  
з дисципліни  
«Теорія керування»

**Виконав:** студент 4 курсу  
групи КА-81

Галганов Олексій

**Прийняв:** професор  
Романенко Віктор Демидович

**Київ 2021**

## ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1	Вступ .....	2
1.1.	Теоретичні дані .....	2
1.2.	Завдання курсової роботи.....	3
1.3.	Значення коефіцієнтів та сталих .....	4
РОЗДІЛ 2	Розрахунок дискретних передаточних функцій .....	5
2.1.	Теоретичні дані .....	5
2.2.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{T_1s+1}$ .....	5
2.3.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ .....	6
2.4.	Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$ .....	7
2.5.	Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ .....	8
РОЗДІЛ 3	Розрахунок періодів квантування .....	10
3.1.	Розрахунок на умові забезпечення необхідної точності керування .....	10
3.1.1	Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$ .....	10
3.1.2	Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ .....	11
3.2.	Розрахунок за критерієм Джурі .....	11
3.2.1	Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$ .....	12
3.2.2	Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ .....	13
3.3.	Розрахунок для об'єкта з динамікою в чисельнику .....	13
РОЗДІЛ 4	Визначення структури та оптимальних налаштувань регуляторів методом «прямого» синтезу .....	15
РОЗДІЛ 5	Розрахунок оптимальних параметрів ПІ-регулятора і періоду квантування резонансним методом .....	17
5.1.	Випадок $W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$ .....	17
5.2.	Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ .....	20

## РОЗДІЛ 1

### ВСТУП

#### 1.1. Теоретичні дані

Розглядається одноконтурна система автоматичного цифрового керування (ЦК) з наступною структурною схемою:

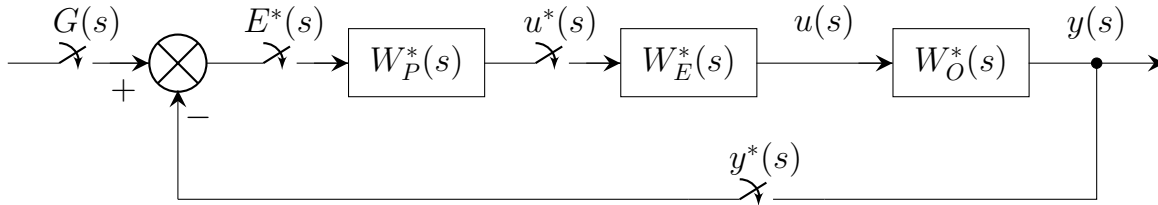


Рисунок 1.1 – Структурна схема типового контура ЦК

Тут  $W_O(s)$  – передаточна функція об'єкта керування по керуючому діянню,  $G(s)$  і  $u(s)$  – відповідно задаюче і керуюче діяння в формі перетворення Лапласа,  $W_P^*(s)$  – передаточна функція цифрового регулятора (ЦАП) у формі дискретного перетворення Лапласа,  $W_E(s)$  – передаточна функція цифро-аналогового регулятора,  $E^*(s)$ ,  $u^*(s)$ ,  $y^*(s)$  – відповідно помилка керування, керуюче діяння та вихідна керована координата у формі дискретного перетворення Лапласа. Передаточні функції об'єкта для окремих задач мають вигляд

$$W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.1)$$

$$W_O(s) = \frac{k(T_1s + 1)}{(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.2)$$

де  $k$  – коефіцієнт передачі об'єкта керування,  $T_1, T_2, T_3$  – сталі часу в секундах,  $\tau$  – час запізнення в секундах.

Регулятор ЦК, представлений в різницевій формі на основі позиційного алгоритма пропорційно-інтегрально-диференціального (ПІД) закону керування записується таким чином:

$$u(nT_0) = K_p \left( e(nT_0) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^n e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} [e(nT_0) - e((n-1)T_0)] \right) \quad (1.3)$$

Тут  $u(nT_0)$  та  $e(nT_0)$  – відповідно керуюче діяння і помилка керування в  $n$ -тий період квантування,  $K_p$  – коефіцієнт передачі регулятора,  $T_I$  та  $T_D$  – відповідно сталі часу інтегрування та диференціювання в секундах,  $T_0$  – період квантування в секундах.

Відповідно до (1.3), дискретна передаточна функція ПІД-регулятора має вигляд

$$W_p(z) = K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} + \frac{T_D (1 - z^{-1})}{T_0} \right) \quad (1.4)$$

Якщо час диференціювання  $T_D = 0$ , то для цифрового ПІ-регулятора матимемо дискретну передаточну функцію

$$W_p(z) = K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} \right) \quad (1.5)$$

де  $z = e^{sT_0}$  – оператор  $z$ -перетворення.

## 1.2. Завдання курсової роботи

1. Розрахувати дискретну передаточну функцію замкненого контура цифрового керування, попередньо розрахувавши дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта

$$W_n(z) = z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} \quad (1.6)$$

для наступних варіантів передаточної функції об'єкта:

$$W_O(S) = \frac{k}{T_1 s + 1}, W_O(S) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}, W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$

2. Розрахувати періоди квантування в системі цифрового керування для об'єктів

$$W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1} \quad (1.7)$$

$$W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (1.8)$$

і для об'єкта (1.2), передаточна функція якого має динаміку в чисельнику.

3. На основі методу «прямого» синтезу визначити структуру і оптимальні настройки регуляторів цифрового керування і неперервного регулятора для управління об'єктами, передаточна функція яких має вигляд (1.7). При цьому приймається період квантування  $T_0$ , розрахований у пункті 2 на основі умови забезпечення необхідної точності керування. Значення коефіцієнта підсилення регулятора  $K_{P_{\text{онт}}}$  необхідно визначити при таких параметрах настройки  $\lambda$ :

а)  $\lambda = \frac{1}{T_1}$ ; б)  $\lambda = \frac{1}{1.5T_1}$ ; в)  $\lambda = \frac{1}{2T_1}$ ; г)  $\lambda = \frac{1}{3T_1}$ .

Для вказаного набору параметрів настройки  $\lambda$  шляхом цифрового моделювання побудувати перехідні процеси в замкненому контурі цифрового керування.

4. Розрахувати оптимальні параметри ПІ-регулятора цифрового керування і періоду квантування резонансним методом для об'єкта керування (1.1), (1.8). На основі цифрового моделювання побудувати перехідні процеси вихідної координати  $y$  в замкненому контурі при подачі імпульсних тестів на задаюче діяння цифрового регулятора.
5. Виконати синтез лінійно-квадратичного регулятора стану і виконати цифрове моделювання замкненої системи з регулятором стану.
6. Дослідити стійкість контура цифрового керування, розрахованої за пунктом 3. При цьому використовувати відомі критерії стійкості.
7. Сформувати позиційний і швидкісний алгоритм цифрового керування в формі, зручній для програмування для регуляторів цифрового керування відповідно до пунктів 3, 4.
8. Виконати цифрове моделювання замкнених систем керування при синтезованих цифрових регуляторах.

### 1.3. Значення коефіцієнтів та сталих

$k$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$\tau$
9.32	35	19	11	14

$k$  – коефіцієнт передачі об'єкта керування,  $T_1, T_2, T_3$  – сталі часу в секундах,  $\tau$  – час запізнення в секундах.

## РОЗДІЛ 2

### РОЗРАХУНОК ДИСКРЕТНИХ ПЕРЕДАТОЧНИХ ФУНКЦІЙ

#### 2.1. Теоретичні дані

Дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} = z \left\{ \frac{1 - e^{-sT_0}}{s} \cdot W_O(s) \right\} = \\ &= z \left\{ (1 - e^{-sT_0}) \cdot \frac{W_O(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Дискретна передаточна функція замкненого контуру цифрового керування має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} \quad (2.2)$$

де  $W_p(z)$  – дискретна передаточна функція регулятора, що для ПІД-регулятора має вигляд (1.3), а для ПІ-регулятора – вигляд (1.5). Далі за текстом термін «дискретна передаточна функція» буде скорочено до ДПФ.

#### 2.2. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{T_1 s + 1}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1}{T_1 s + 1}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{kz}{z - 1} - \frac{kz}{z - e^{-T_0/T_1}} = \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} \quad (2.3)$$

Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} = \\ &= \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})}{z - e^{-T_0/T_1}} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(z-e^{-T_0/T_1}) + k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)}{(z-e^{-T_0/T_1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}} = \\
 &= \frac{kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_1(1-z^{-1})+kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}} \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

### 2.3. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1^2}{(T_1-T_2)(T_1s+1)} + \frac{kT_2^2}{(T_1-T_2)(T_2s+1)}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = k \left( \frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.7)$$

де  $a = \frac{T_1^2}{T_1-T_2}$ ,  $b = \frac{T_2^2}{T_1-T_2}$ ,  $d_1 = e^{-T_0/T_1}$ ,  $d_2 = e^{-T_0/T_2}$ . Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= (1-z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \\
 &= \frac{z-1}{z} \cdot k \left( \frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) = \\
 &= k \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{k \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + k \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k K_p \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1-z^{-1}) + k K_p \left( 1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)}{T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

## 2.4. Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{ke^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{s} - \frac{k T_1 e^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо для  $d T_0 < \tau \leq (d + 1) T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k z^{-d}}{z - 1} - \frac{k z^{-d-1}}{1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}} e^{\left[ \frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} \quad (2.11)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \quad (2.12)$$

де  $d$  – ціла частина від ділення часу запізнення  $\tau$  на період квантування  $T_0$ ,  $a = 1 - \frac{\tau - d T_0}{T_0}$ ,  $C_1 = 1 - e^{-\frac{a T_0}{T_1}}$ ,  $C_2 = e^{-\frac{a T_0}{T_1}} - e^{-\frac{T_0}{T_1}}$ . Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} =$$



$$\begin{aligned}
& k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right) \\
&= \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) + k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
W_3(z) &= \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)}{T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)} \quad (2.14)
\end{aligned}$$

**2.5. Випадок**  $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

Обчислимо  $z$ -перетворення для  $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{k e^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{k e^{-\tau s}}{s} - \frac{k T_1^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_1 s + 1)} + \frac{k T_2^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_2 s + 1)}$ . За таблицею  $z$ -перетворення отримаємо для  $d T_0 < \tau \leq (d + 1) T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k z^{-d}}{z - 1} - \frac{k T_1 e^{\left[ \frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} + \frac{k T_2 e^{\left[ \frac{\tau}{T_2} - (d+1) \frac{T_0}{T_2} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.15)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k \left( \tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2} \right) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.16)$$

де  $a = (d + 1) - \frac{\tau}{T_0}$  і сталі  $\tilde{C}_0, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2$  визначаються з

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_0 &= 1 - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} - T_2 e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2} \\
\tilde{C}_1 &= \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} (1 + e^{-T_0/T_2}) - T_2 e^{-a T_0/T_2} (1 + e^{-T_0/T_1})}{T_1 - T_2} - e^{-T_0/T_1} - e^{-T_0/T_2} \\
\tilde{C}_2 &= e^{-T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - T_2 e^{-T_0/T_1} e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2}
\end{aligned}$$

як і раніше,  $d$  – ціла частина від ділення часу запізнення  $\tau$  на період квантування  $T_0$ .  
Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{\frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})(1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1 - z^{-1})} + \frac{T_D(1 - z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})(1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1 - z^{-1})} + \frac{T_D(1 - z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1 - z^{-1})} + \frac{T_D(1 - z^{-1})}{T_0} \right)}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})(1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1}) + k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) z^{-d-1} \cdot K_p \left( 1 + \frac{T_0}{T_I(1 - z^{-1})} + \frac{T_D(1 - z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k K_p z^{-d-1} (\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) (T_0 T_I (1 - z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1 - z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1 - z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) (T_0 T_I (1 - z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1 - z^{-1})^2)} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ( $T_D = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= \\
 &= \frac{k K_p z^{-d-1} (\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) (T_0 T_I (1 - z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I (1 - z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) (T_0 T_I (1 - z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{k K_p z^{-d-1} (\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)}{T_I (1 - z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)} \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

## РОЗДІЛ 3

### РОЗРАХУНОК ПЕРІОДІВ КВАНТУВАННЯ

#### 3.1. Розрахунок на умові забезпечення необхідної точності керування

За цим критерієм період квантування обчислюється з умови  $T_0 \leq \frac{\varepsilon}{B_{\max}}$ , де  $B_{\max}$  – максимальне значення функції  $B(\omega) = \omega A(\omega)$ , а  $A(\omega)$  – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) об'єкта.  $B(\omega)$  описує верхню границю можливих швидкостей зміни сигналу на виході об'єкта.

##### 3.1.1. Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

Знайдемо  $B(\omega)$ :

$$B(\omega) = \omega A(\omega) = \omega \cdot |W_{O_1}(j\omega)| = \omega \cdot \frac{k |e^{-\tau j\omega}|}{|T_1 j\omega + 1|} = \frac{k\omega}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} \quad (3.1)$$

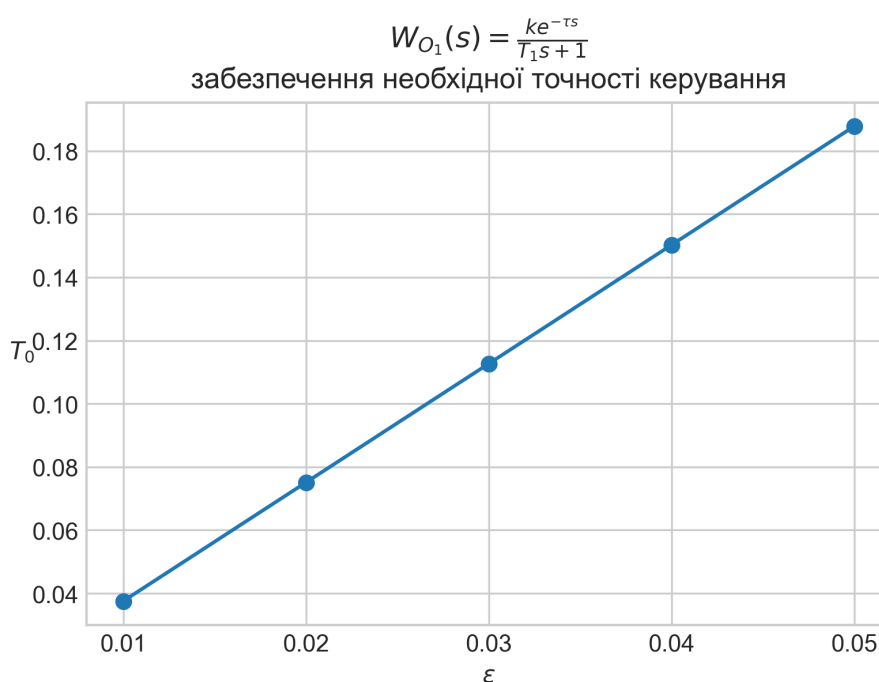
Оскільки  $\frac{k\omega}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} = \frac{k}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} + T_1^2}}$ , то  $B(\omega)$  – монотонно зростаюча за  $\omega$  функція, тому

$$B_{\max} = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} B(\omega) = \frac{k}{T_1} \Rightarrow T_0 = \frac{\varepsilon T_1}{k} \quad (3.2)$$

Отже, отримуємо наступні періоди квантування для різних  $\varepsilon$ :

$\varepsilon$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$T_0$	0.0376	0.0751	0.1127	0.1502	0.1878

Залежність  $T_0$  від  $\varepsilon$ :



### 3.1.2. Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Знайдемо  $B(\omega)$ :

$$B(\omega) = \omega A(\omega) = \omega \cdot |W_{O_2}(j\omega)| = \omega \cdot \frac{k|e^{-\tau j\omega}|}{|T_1j\omega+1||T_2j\omega+1|} = \frac{k\omega}{\sqrt{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}} \quad (3.3)$$

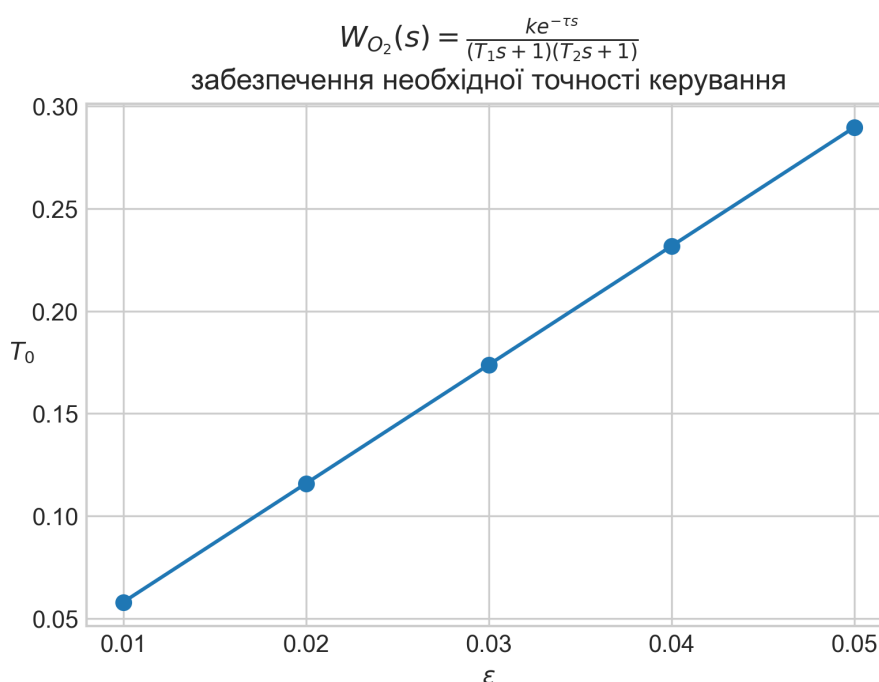
$B_{\max}$  можна знайти за допомогою відповідної таблиці:

$$B_{\max} = \frac{k}{T_1 + T_2} \Rightarrow T_0 = \frac{\varepsilon(T_1 + T_2)}{k} \quad (3.4)$$

Отже, отримуємо наступні періоди квантування для різних  $\varepsilon$ :

$\varepsilon$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$T_0$	0.0579	0.1159	0.1738	0.2318	0.2897

Залежність  $T_0$  від  $\varepsilon$ :



### 3.2. Розрахунок за критерієм Джурі

За цим критерієм період квантування обчислюється як  $T_0 = \frac{\pi}{\omega_k}$ , де  $\omega_k$  – розв’язок рівняння

$$|W_3(j\omega_k)| = \left| \frac{W_O(j\omega_k)W_p(j\omega_k)}{1 + W_O(j\omega_k)W_p(j\omega_k)} \right| = \varepsilon \quad (3.5)$$

### 3.2.1. Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

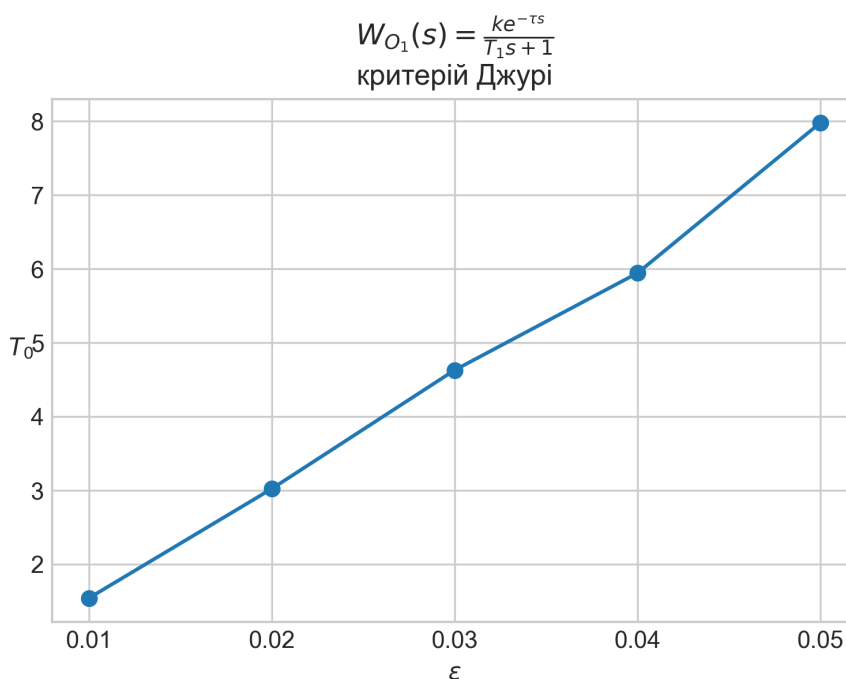
Згідно з розділом 4, оптимальним регулятором в цьому випадку є ПІ-регулятор з передаточною функцією  $W_p(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = K_p \cdot \frac{T_1 s + 1}{T_1 s}$ , де  $K_p = \frac{\lambda T_1}{k(1+\lambda\tau)}$ ,  $\lambda = \frac{1}{T_1}$ ,  $T_I = T_1$ . Знайдемо  $|W_3(j\omega)|$ :

$$\begin{aligned}
 |W_3(j\omega)| &= \frac{|W_{O_1}(j\omega)W_p(j\omega)|}{|1 + W_{O_1}(j\omega)W_p(j\omega)|} = \frac{\left| \frac{ke^{-\tau j\omega}}{T_1 j\omega + 1} \cdot K_p \cdot \frac{T_1 j\omega + 1}{T_1 j\omega} \right|}{\left| 1 + \frac{ke^{-\tau j\omega}}{T_1 j\omega + 1} \cdot K_p \cdot \frac{T_1 j\omega + 1}{T_1 j\omega} \right|} = \\
 &= \frac{|kK_p e^{-\tau j\omega}|}{|T_1 j\omega + kK_p e^{-\tau j\omega}|} = \frac{1}{\left| 1 + \frac{T_1}{kK_p} j\omega e^{\tau j\omega} \right|} = \frac{1}{\left| 1 + \frac{T_1}{kK_p} j\omega (\cos \tau\omega + j \sin \tau\omega) \right|} = \\
 &= \frac{1}{\left| 1 + \frac{T_1}{kK_p} (j\omega \cos \tau\omega - \omega \sin \tau\omega) \right|} = \frac{1}{\left| 1 - \frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega + j \frac{T_1}{kK_p} \omega \cos \tau\omega \right|} = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega\right)^2 + \left(\frac{T_1}{kK_p} \omega \cos \tau\omega\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{T_1}{kK_p}\right)^2 \omega^2 - 2\frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega + 1}}
 \end{aligned}$$

Отже,  $|W_3(j\omega)| = \varepsilon \Leftrightarrow \left(\frac{T_1}{kK_p}\right)^2 \omega^2 - 2\frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega + 1 = \frac{1}{\varepsilon^2}$ . Отримуємо наступні періоди квантування для різних  $\varepsilon$ :

$\varepsilon$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$T_0$	1.5430	3.0234	4.6304	5.9449	7.9803

Залежність  $T_0$  від  $\varepsilon$ :



### 3.2.2. Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Згідно з розділом 5, оптимальним регулятором в цьому випадку є ПІ-регулятор з передаточною функцією  $W_p(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = K_p \cdot \frac{T_1s+1}{T_1s}$ , де  $K_p = ?$ ,  $T_I = ?$ . Знайдемо  $|W_3(j\omega)|$ : ???

### 3.3. Розрахунок для об'єкта з динамікою в чисельнику

Розглядається об'єкт з передаточною функцією  $W_O(s) = \frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)}$ . Через те, що передаточна функція має динаміку в чисельнику, критерій забезпечення необхідної точності керування та критерій Джурі непридатні для застосування. Приведемо передаточну функцію до вигляду  $W_O(s) = \frac{K(bTs+1)}{T^2s^2+2\nu Ts+1}$ :

$$\frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)} = \frac{k(T_1s+1)}{T_2T_3s^2 + (T_2+T_3)s+1}$$

тому  $T = \sqrt{T_2T_3} \approx 14.4568$ ,  $b = \frac{T_1}{T} \approx 2.421$ ,  $\nu = \frac{T_2+T_3}{2\sqrt{T_2T_3}} = \frac{T_2+T_3}{2T} \approx 1.0376$ . Знайдемо  $|W_O(j\omega)|$ :

$$|W_O(j\omega)| = \frac{k|bT \cdot j\omega + 1|}{|-T^2\omega^2 + 2\nu T \cdot j\omega + 1|} = \frac{k\sqrt{1+b^2T^2\omega^2}}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\nu^2T^2\omega^2}}$$

Введемо  $\omega_{зр} = \frac{q}{T}$  – найвищу частоту сигналу, який необхідно відновити на виході системи:

$$|W_O(j\omega_{зр})| = \frac{k\sqrt{1+b^2q^2}}{\sqrt{(1-q^2)^2 + 4\nu^2q^2}}$$

Розв'яжемо рівняння  $|W_O(j\omega_{зр})| = \frac{1}{\theta}$ , де  $\theta = 31$ , відносно  $q$ :

$$\begin{aligned} \frac{k\sqrt{1+b^2q^2}}{\sqrt{(1-q^2)^2 + 4\nu^2q^2}} &= \frac{1}{\theta} \Leftrightarrow \frac{1+b^2q^2}{1-2q^2+q^4+4\nu^2q^2} = \frac{1}{k^2\theta^2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1-2q^2+q^4+4\nu^2q^2 = k^2\theta^2(1+b^2q^2) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow q^4 + q^2(4\nu^2 - b^2k^2\theta^2 - 2)q^2 + (1 - k^2\theta^2) = 0 \end{aligned}$$

Розв'яжемо це рівняння спочатку відносно  $q^2$ . Приблизні значення коренів:

$$\begin{cases} q^2 = 489263.8397 \\ q^2 = -0.17061 \end{cases}$$

Оскільки комплексні та від'ємні  $q$  не розглядаються, то отримуємо  $q \approx 699.474$ . Отже, період квантування  $T_0 = \frac{\pi}{\omega_{\text{зр}}} = \frac{\pi T}{q} = 0.0649$ .

## РОЗДІЛ 4

### ВИЗНАЧЕННЯ СТРУКТУРИ ТА ОПТИМАЛЬНИХ НАСТРОЙОК РЕГУЛЯТОРІВ МЕТОДОМ «ПРЯМОГО» СИНТЕЗУ

Розглядається об'єкт з передаточною функцією  $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$ . При перехідному режимі є бажаним аперіодичний перехідний процес в контурі цифрового керування, тобто при подачі на задаюче діяння регулятора одиничного ступінчатого збурення замкнений контур має вести себе як неперервна модель першого порядку з запізненням:

$$W_3(s) = \frac{y(s)}{G(s)} = \frac{\lambda e^{-\tau s}}{s + \lambda} \quad (4.1)$$

Згідно з методичними рекомендаціями, оптимальні параметри ПІ-регулятора з ДПФ  $K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})}\right)$  визначаються за формулами

$$K_{p_{\text{опт}}} = \frac{1 - e^{-\lambda T_0}}{k (e^{T_0/T_1} - 1) (1 + d(1 - e^{-\lambda T_0}))} \quad (4.2)$$

$$T_{I_{\text{опт}}} = \frac{T_0}{e^{T_0/T_1} - 1} \quad (4.3)$$

де  $d$  – ціла частина від ділення часу запізнення  $\tau$  на період квантування  $T_0$ , який беремо на основі умови забезпечення необхідної точності керування. Візьмемо  $T_0 = 0.1127$ . Тоді  $d = 124$ ,  $T_{I_{\text{опт}}} = 34.9437$ , а для різних варіантів  $\lambda$  отримаємо такі значення  $K_{p_{\text{опт}}}$ :

$\lambda$	$K_{p_{\text{опт}}}$
$\frac{1}{T_1} \approx 0.0286$	0.0765
$\frac{1}{1.5T_1} \approx 0.0190$	0.0564
$\frac{1}{2T_1} \approx 0.0143$	0.0446
$\frac{1}{3T_1} \approx 0.0095$	0.0315

Для цифрового моделювання перехідних процесів в замкненому контурі цифрового керування зауважимо, що можна записати рівняння

$$y(z) = W_p(z)W_{\Pi}(z) (G(z) - y(z)) \Rightarrow y(z) = \frac{W_p(z)W_{\Pi}(z)}{1 + W_p(z)W_{\Pi}(z)} G(z) = W_3(z)G(z)$$

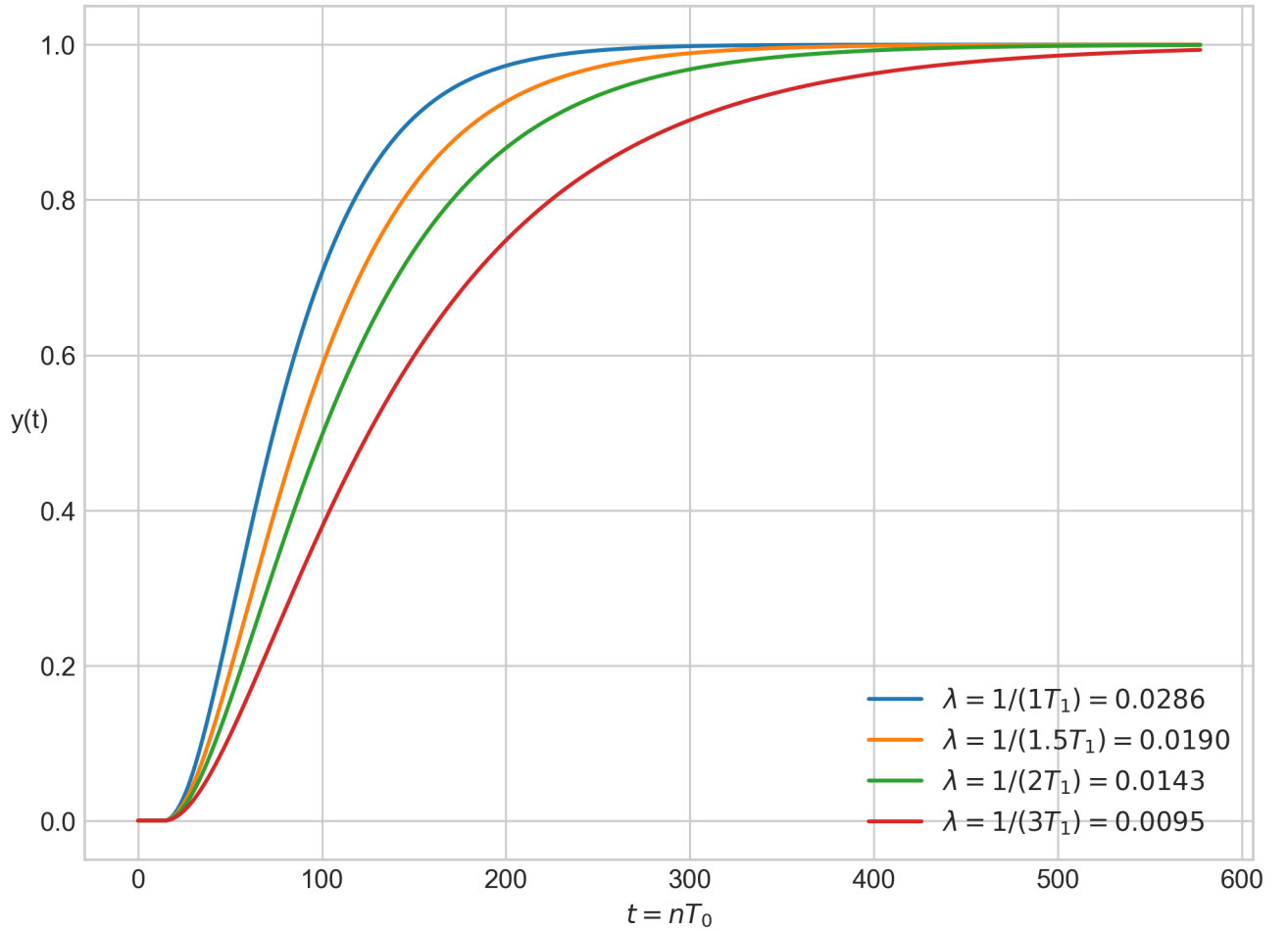
де  $y(z)$ ,  $G(z)$  –  $z$ -перетворення від керованої координати і задаючого діяння відповідно, а передаточну функцію  $W_3(z)$  було обчислено в (2.4). Можна записати реку-



рентне рівняння, за яким буде відбуватися моделювання:

$$y_n = (1 + e^{-T_0/T_1}) y_{n-1} - e^{-T_0/T_1} y_{n-2} - \frac{kK_{\text{ропт}}}{T_I} ((C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_1 T_0) y_{n-d-1} + (-C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_0) y_{n-d-2} - C_2 T_{I_{\text{опт}}} y_{n-d-3}) + \frac{kK_{\text{ропт}}}{T_I} ((C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_1 T_0) g_{n-d-1} + (-C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_0) g_{n-d-2} - C_2 T_{I_{\text{опт}}} g_{n-d-3}) \quad (4.4)$$

де  $a = 1 - \frac{\tau - dT_0}{T_0}$ ,  $C_1 = 1 - e^{-\frac{aT_0}{T_1}}$ ,  $C_2 = e^{-\frac{aT_0}{T_1}} - e^{-\frac{T_0}{T_1}}$ , початкові умови для  $y$  нульові, а  $g_n = 1$ . Отже, маємо наступні перехідні процеси для різних значень  $\lambda$ :



Видно, що процес зміни вихідної координати дійсно має бажаний монотонний характер.

На основі формул (4.2) та (4.3) можна визначити оптимальні настройки для неперервного регулятора, взявши границі при  $T_0 \rightarrow 0$ . Отримаємо  $K_p^H = \frac{\lambda T_1}{k(1+\lambda\tau)}$ ,  $T_I^H = T_1$ .

## РОЗДІЛ 5

### РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ПІ-РЕГУЛЯТОРА І ПЕРІОДУ КВАНТУВАННЯ РЕЗОНАНСНИМ МЕТОДОМ

За завданням, розрахунки треба провести для об'єктів з передаточними функціями  $W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$  (1.1) та  $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$  (1.8).

Регулятор цифрового керування реалізує пропорційно-інтегральний закон керування, який представлений позиційним алгоритмом:

$$u(nT_0) = K_p \left( e(nT_0) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^n e(iT_0) \right)$$

Для визначення оптимальних параметрів настройки  $K_{p_{\text{опт}}}$ ,  $T_{I_{\text{опт}}}$  та періоду квантування  $T_{0_{\text{опт}}}$  скористаємося алгоритмом, наведеним у методичних рекомендаціях до курсової роботи.

#### 5.1. Випадок $W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$

а) Шляхом розв'язання відносно частоти  $\omega$  нелінійного рівняння

$$\arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau = 2.62 \quad (5.1)$$

знаходимо резонансну частоту  $\omega_{\varphi_H} = 0.04096$  для неперервного контура керування.

б) Визначаємо верхню та нижню частоту відносно резонансної частоти неперервної системи:  $\omega_{\varphi_H}^H = \frac{\omega_{\varphi_H}}{\sqrt{2}} = 0.02897$ ,  $\omega_{\varphi_H}^B = \sqrt{2}\omega_{\varphi_H} = 0.05793$ .

в) Використовуючи знайдену частоту  $\omega_{\varphi_H}$ , за формулою

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)}} \quad (5.2)$$

знаходимо другий основний динамічний параметр неперервного контура в частотній області:  $A_H(\omega_{\varphi_H}) = 3.83604$ . Також, знайдемо третій основний параметр  $\Phi_H(A) = \frac{A(\omega_{\varphi_H}^B)}{A(\omega_{\varphi_H}^H)} = 0.42790$ .

г) Використовуючи вираз

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau \quad (5.3)$$

визначаємо четвертий основний параметр в частотній області для неперервного контуру:  $\Phi_H(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi_H}^H) - \varphi(\omega_{\varphi_H}^B) = 1.31497$ .

д) За емпіричними формулами визначаємо оптимальні коефіцієнти настройки

неперервного ПІ-регулятора та оптимальний період квантування:

$$T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{4.061 \cdot \Phi_H(A)^{-0.3387} \cdot \Phi_H(\varphi)^{0.2075}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.4)$$

$$K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{1}{2A_H(\omega_{\varphi_H})} \cdot \left(1 + 1.189 \cdot \Phi_H(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi_H(\varphi))^{0.8643}\right) \quad (5.5)$$

$$T_{0_{\text{опт}}} = \frac{0.5742 \cdot \Phi_H(A)^{0.5742} \Phi_H(\varphi)^{0.9394}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.6)$$

Отримуємо значення  $T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 139.88408$ ,  $K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 0.17974$ ,  $T_{0_{\text{опт}}} = 11.13496$ .

е) При оптимальному періоду квантування визначаємо чотири основні параметри  $\omega_{\varphi}$ ,  $A(\omega_{\varphi})$ ,  $\Phi(A)$ ,  $\Phi(\varphi)$  в частотній області при врахуванні ПНЧ об'єкта. Для цього використовуємо рівняння

$$A(\omega) = A_H(\omega) \cdot \frac{\sin \frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2}}{\frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2}} \quad (5.7)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau + \frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2} \quad (5.8)$$

Шляхом розв'язання  $\varphi(\omega) = 2.62$  знаходимо частоту  $\omega_{\varphi} = 0.03670$ , а потім за рівняннями (5.7), (5.8) знаходимо  $A(\omega_{\varphi}) = 4.32464$ ,  $\Phi(A) = \frac{A(\omega_{\varphi}^B)}{A(\omega_{\varphi}^H)} = 0.46223$ ,  $\Phi(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi}^H) - \varphi(\omega_{\varphi}^B) = 1.39902$ .

ж) При оптимальному періоді квантування  $T_{0_{\text{опт}}}$  знаходимо оптимальні значення  $T_{I_{\text{опт}}}$  та  $K_{p_{\text{опт}}}$  за формулами

$$T_{I_{\text{опт}}} = \frac{4.061 \cdot \Phi(A)^{-0.3387} \cdot \Phi(\varphi)^{0.2075}}{\omega_{\varphi}} \quad (5.9)$$

$$K_{p_{\text{опт}}} = \frac{1}{2A(\omega_{\varphi_H})} \cdot \left(1 + 1.189 \cdot \Phi(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi(\varphi))^{0.8843}\right) \quad (5.10)$$

Отримуємо значення  $T_{I_{\text{опт}}} = 154.07932$ ,  $K_{p_{\text{опт}}} = 0.15558$ .

Зберемо результати обчислень до таблиці:

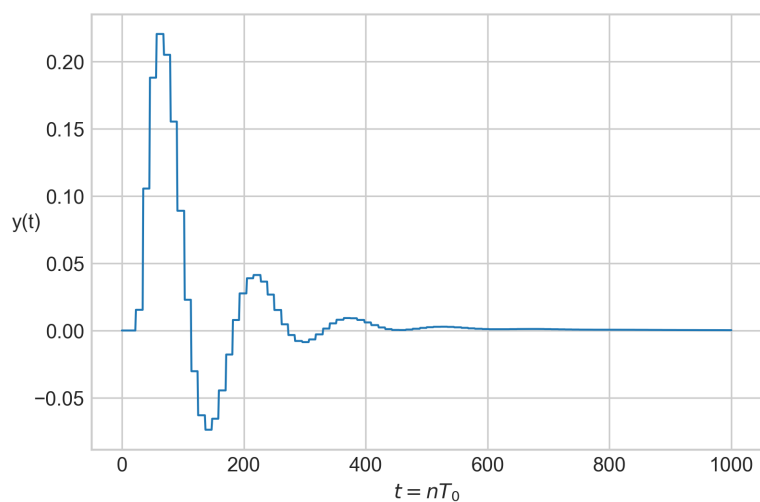
параметр	значення
$\omega_{\varphi_H}$	0.04096
$\omega_{\varphi_H}^H$	0.02897
$\omega_{\varphi_H}^B H$	0.05793
$A_H(\omega_{\varphi_H})$	3.83604
$\Phi_H(A)$	0.42790
$\Phi_H(\varphi)$	1.31497
$T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}}$	139.88408
$K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}}$	0.17974
$T_{0_{\text{опт}}}$	11.13496
$\omega_{\varphi}$	0.03670
$A(\omega_{\varphi})$	4.32464
$\Phi(A)$	0.46223
$\Phi(\varphi)$	1.39902
$T_{I_{\text{опт}}}$	154.07932
$K_{p_{\text{опт}}}$	0.15558

Для цифрового моделювання перехідного процесу вихідної координати  $y$  скористаємося передаточною функцією  $W_3(s)$ :

$$y(s) = W_3(s)G(s) = \frac{W_p(s)W_O(s)}{1+W_p(s)W_O(s)}G(s)$$

$$W_p(s) = K_{p_{\text{опт}}} \left( 1 + \frac{1}{T_{I_{\text{опт}}}s} \right), \quad G(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-sT_{0_{\text{опт}}}})$$

Чисельно знайшовши обернене перетворення Лапласа від  $y(s)$  в моменти  $nT_{0_{\text{опт}}}$ , отримаємо значення вихідної координати при подачі на задаюче діяння одиничного імпульсу довжиною  $T_{0_{\text{опт}}}$ . Відношення затухання дорівнює  $\frac{B}{A} = 0.16958$ .



## 5.2. Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

а) Шляхом розв'язання відносно частоти  $\omega$  нелінійного рівняння

$$\operatorname{arctg} \omega T_1 + \operatorname{arctg} \omega T_2 + \omega \tau = 2.62 \quad (5.11)$$

знаходимо резонансну частоту  $\omega_{\varphi_H} = 0.05341$  для неперервного контура керування.

б) Визначаємо верхню та нижню частоту відносно резонансної частоти неперервної системи:  $\omega_{\varphi_H}^H = \frac{\omega_{\varphi_H}}{\sqrt{2}} = 0.03777$ ,  $\omega_{\varphi_H}^B = \sqrt{2}\omega_{\varphi_H} = 0.07553$ .

в) Використовуючи знайдену частоту  $\omega_{\varphi_H}$ , за формулою

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)}} \quad (5.12)$$

знаходимо другий основний динамічний параметр неперервного контура в частотній області:  $A_H(\omega_{\varphi_H}) = 3.08583$ . Також, знайдемо третій основний параметр  $\Phi_H(A) = \frac{A(\omega_{\varphi_H}^B)}{A(\omega_{\varphi_H}^H)} = 0.41264$ .

г) Використовуючи вираз

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \omega T_1 + \operatorname{arctg} \omega T_2 + \operatorname{arctg} \omega T_3 + \omega \tau \quad (5.13)$$

визначаємо четвертий основний параметр в частотній області для неперервного контуру:  $\Phi_H(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi_H}^H) - \varphi(\omega_{\varphi_H}^B) = 1.15456$ .

д) За емпіричними формулами визначаємо оптимальні коефіцієнти настройки неперервного ПІ-регулятора та оптимальний період квантування:

$$T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{4.061 \cdot \Phi_H(A)^{-0.3387} \cdot \Phi_H(\varphi)^{0.2075}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.14)$$

$$K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{1}{2A_H(\omega_{\varphi_H})} \cdot \left(1 + 1.189 \cdot \Phi_H(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi_H(\varphi))^{0.8643}\right) \quad (5.15)$$

$$T_{0_{\text{опт}}} = \frac{0.5742 \cdot \Phi_H(A)^{0.5742} \Phi_H(\varphi)^{0.9394}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.16)$$

Отримуємо значення  $T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 105.72649$ ,  $K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 0.23703$ ,  $T_{0_{\text{опт}}} = 7.40205$ .

е) При оптимальному періоду квантування визначаємо чотири основні параметри  $\omega_{\varphi}$ ,  $A(\omega_{\varphi})$ ,  $\Phi(A)$ ,  $\Phi(\varphi)$  в частотній області при врахуванні ПНЧ об'єкта. Для

цього використаємо рівняння

$$A(\omega) = A_H(\omega) \cdot \frac{\sin \frac{\omega T_{0\text{опт}}}{2}}{\frac{\omega T_{0\text{опт}}}{2}} \quad (5.17)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau + \frac{\omega T_{0\text{опт}}}{2} \quad (5.18)$$

Шляхом розв'язання  $\varphi(\omega) = 2.62$  знаходимо частоту  $\omega_\varphi = 0.04792$ , а потім за рівняннями (5.7), (5.8) знаходимо  $A(\omega_\varphi) = 3.51065$ ,  $\Phi(A) = \frac{A(\omega_{\varphi_H}^B)}{A(\omega_{\varphi_H}^H)} = 0.43618$ ,  $\Phi(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi_H}^H) - \varphi(\omega_{\varphi_H}^B) = 1.23981$ .

ж) При оптимальному періоді квантування  $T_{0\text{опт}}$  знаходимо оптимальні значення  $T_{I\text{опт}}$  та  $K_{p\text{опт}}$  за формулами

$$T_{I\text{опт}} = \frac{4.061 \cdot \Phi(A)^{-0.3387} \cdot \Phi(\varphi)^{0.2075}}{\omega_\varphi} \quad (5.19)$$

$$K_{p\text{опт}} = \frac{1}{2A(\omega_{\varphi_H})} \cdot \left( 1 + 1.189 \cdot \Phi(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi(\varphi))^{0.8843} \right) \quad (5.20)$$

Отримуємо значення  $T_{I\text{опт}} = 117.36092$ ,  $K_{p\text{опт}} = 0.20311$ .

Зберемо результати обчислень до таблиці:

параметр	значення
$\omega_{\varphi_H}$	0.05341
$\omega_{\varphi_H}^H$	0.03777
$\omega_{\varphi_H}^B H$	0.07553
$A_H(\omega_{\varphi_H})$	3.08583
$\Phi_H(A)$	0.41264
$\Phi_H(\varphi)$	1.15456
$T_{I\text{опт}}^{\text{неп}}$	105.72649
$K_{p\text{опт}}^{\text{неп}}$	0.23703
$T_{0\text{опт}}$	7.40205
$\omega_\varphi$	0.04792
$A(\omega_\varphi)$	3.51065
$\Phi(A)$	0.43618
$\Phi(\varphi)$	1.23981
$T_{I\text{опт}}$	117.36092
$K_{p\text{опт}}$	0.20311

Цифрове моделювання перехідного процесу вихідної координати  $y$  проведемо аналогічно попередньому пункту. Коефіцієнт згасання дорівнює  $\frac{B}{A} = 0.35151$ .

