

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»
Інститут прикладного системного аналізу

Курсова робота
з дисципліни
«Теорія керування»

Виконав: студент 4 курсу
групи КА-81

Галганов Олексій

Прийняв: професор
Романенко Віктор Демидович

Київ 2021

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1	Вступ	2
1.1.	Теоретичні дані	2
1.2.	Завдання курсової роботи.....	3
1.3.	Значення коефіцієнтів та сталих	4
РОЗДІЛ 2	Розрахунок дискретних передаточних функцій	5
2.1.	Теоретичні дані	5
2.2.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{T_1s+1}$	5
2.3.	Випадок $W_O(S) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	6
2.4.	Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$	7
2.5.	Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	8
РОЗДІЛ 3	Розрахунок періодів квантування	10
3.1.	Розрахунок на умові забезпечення необхідної точності керування	10
3.1.1	Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$	10
3.1.2	Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	11
3.2.	Розрахунок за критерієм Джурі	11
3.2.1	Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1s+1}$	12
3.2.2	Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	13
3.3.	Розрахунок для об'єкта з динамікою в чисельнику	13
РОЗДІЛ 4	Визначення структури та оптимальних налаштувань регуляторів методом «прямого» синтезу	15
РОЗДІЛ 5	Розрахунок оптимальних параметрів ПІ-регулятора і періоду квантування резонансним методом	17
5.1.	Випадок $W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$	17
5.2.	Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	19

РОЗДІЛ 1

ВСТУП

1.1. Теоретичні дані

Розглядається одноконтурна система автоматичного цифрового керування (ЦК) з наступною структурною схемою:

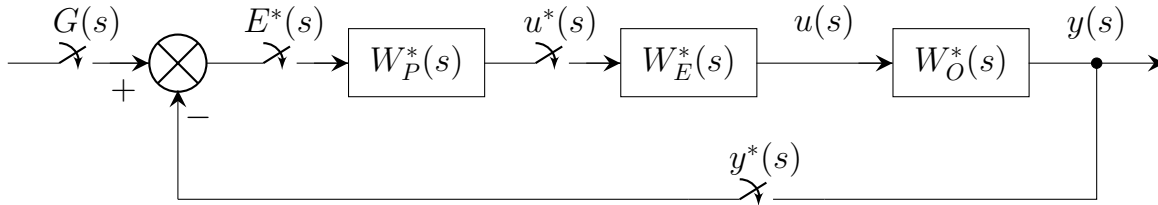


Рисунок 1.1 – Структурна схема типового контура ЦК

Тут $W_O(s)$ – передаточна функція об'єкта керування по керуючому діянню, $G(s)$ і $u(s)$ – відповідно задаюче і керуюче діяння в формі перетворення Лапласа, $W_P^*(s)$ – передаточна функція цифрового регулятора (ЦАП) у формі дискретного перетворення Лапласа, $W_E(s)$ – передаточна функція цифро-аналогового регулятора, $E^*(s)$, $u^*(s)$, $y^*(s)$ – відповідно помилка керування, керуюче діяння та вихідна керована координата у формі дискретного перетворення Лапласа. Передаточні функції об'єкта для окремих задач мають вигляд

$$W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.1)$$

$$W_O(s) = \frac{k(T_1s + 1)}{(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (1.2)$$

де k – коефіцієнт передачі об'єкта керування, T_1, T_2, T_3 – сталі часу в секундах, τ – час запізнення в секундах.

Регулятор ЦК, представлений в різницевій формі на основі позиційного алгоритма пропорційно-інтегрально-диференціального (ПІД) закону керування записується таким чином:

$$u(nT_0) = K_p \left(e(nT_0) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^n e(iT_0) + \frac{T_D}{T_0} [e(nT_0) - e((n-1)T_0)] \right) \quad (1.3)$$

Тут $u(nT_0)$ та $e(nT_0)$ – відповідно керуюче діяння і помилка керування в n -тий період квантування, K_p – коефіцієнт передачі регулятора, T_I та T_D – відповідно сталі часу інтегрування та диференціювання в секундах, T_0 – період квантування в секундах.

Відповідно до (1.3), дискретна передаточна функція ПІД-регулятора має вигляд

$$W_p(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} + \frac{T_D (1 - z^{-1})}{T_0} \right) \quad (1.4)$$

Якщо час диференціювання $T_D = 0$, то для цифрового ПІ-регулятора матимемо дискретну передаточну функцію

$$W_p(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I (1 - z^{-1})} \right) \quad (1.5)$$

де $z = e^{sT_0}$ – оператор z -перетворення.

1.2. Завдання курсової роботи

1. Розрахувати дискретну передаточну функцію замкненого контура цифрового керування, попередньо розрахувавши дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта

$$W_n(z) = z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} \quad (1.6)$$

для наступних варіантів передаточної функції об'єкта:

$$W_O(S) = \frac{k}{T_1 s + 1}, W_O(S) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}, W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$

2. Розрахувати періоди квантування в системі цифрового керування для об'єктів

$$W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1} \quad (1.7)$$

$$W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (1.8)$$

і для об'єкта (1.2), передаточна функція якого має динаміку в чисельнику.

3. На основі методу «прямого» синтезу визначити структуру і оптимальні настройки регуляторів цифрового керування і неперервного регулятора для управління об'єктами, передаточна функція яких має вигляд (1.7). При цьому приймається період квантування T_0 , розрахований у пункті 2 на основі умови забезпечення необхідної точності керування. Значення коефіцієнта підсилення регулятора $K_{P_{\text{онт}}}$ необхідно визначити при таких параметрах настройки λ :

а) $\lambda = \frac{1}{T_1}$; б) $\lambda = \frac{1}{1.5T_1}$; в) $\lambda = \frac{1}{2T_1}$; г) $\lambda = \frac{1}{3T_1}$.

Для вказаного набору параметрів настройки λ шляхом цифрового моделювання побудувати перехідні процеси в замкненому контурі цифрового керування.

4. Розрахувати оптимальні параметри ПІ-регулятора цифрового керування і періоду квантування резонансним методом для об'єкта керування (1.1), (1.8). На основі цифрового моделювання побудувати перехідні процеси вихідної координати y в замкненому контурі при подачі імпульсних тестів на задаюче діяння цифрового регулятора.
5. Виконати синтез лінійно-квадратичного регулятора стану і виконати цифрове моделювання замкненої системи з регулятором стану.
6. Дослідити стійкість контура цифрового керування, розрахованої за пунктом 3. При цьому використовувати відомі критерії стійкості.
7. Сформувати позиційний і швидкісний алгоритм цифрового керування в формі, зручній для програмування для регуляторів цифрового керування відповідно до пунктів 3, 4.
8. Виконати цифрове моделювання замкнених систем керування при синтезованих цифрових регуляторах.

1.3. Значення коефіцієнтів та сталих

k	T_1	T_2	T_3	τ
9.32	35	19	11	14

k – коефіцієнт передачі об'єкта керування, T_1, T_2, T_3 – сталі часу в секундах, τ – час запізнення в секундах.

РОЗДІЛ 2

РОЗРАХУНОК ДИСКРЕТНИХ ПЕРЕДАТОЧНИХ ФУНКЦІЙ

2.1. Теоретичні дані

Дискретну передаточну функцію приведеної неперервної частини (ПНЧ) об'єкта має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= z \{W_E(s) \cdot W_O(s)\} = z \left\{ \frac{1 - e^{-sT_0}}{s} \cdot W_O(s) \right\} = \\ &= z \left\{ (1 - e^{-sT_0}) \cdot \frac{W_O(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Дискретна передаточна функція замкненого контуру цифрового керування має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} \quad (2.2)$$

де $W_p(z)$ – дискретна передаточна функція регулятора, що для ПІД-регулятора має вигляд (1.3), а для ПІ-регулятора – вигляд (1.5). Далі за текстом термін «дискретна передаточна функція» буде скорочено до ДПФ.

2.2. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{T_1 s + 1}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1}{T_1 s + 1}$. За таблицею z -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{kz}{z - 1} - \frac{kz}{z - e^{-T_0/T_1}} = \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} \quad (2.3)$$

Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned} W_{\Pi}(z) &= (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{z - 1}{z} \cdot \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})z}{(z - 1)(z - e^{-T_0/T_1})} = \\ &= \frac{k(1 - e^{-T_0/T_1})}{z - e^{-T_0/T_1}} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k(1-e^{-T_0/T_1})}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(z-e^{-T_0/T_1}) + k(1-e^{-T_0/T_1}) \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)}{(z-e^{-T_0/T_1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2+T_IT_D(1-z^{-1})^2)z^{-1}} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_0T_I(1-z^{-1})+kK_p(1-e^{-T_0/T_1})(T_0T_I(1-z^{-1})+T_0^2)z^{-1}} = \\
 &= \frac{kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})T_1(1-z^{-1})+kK_p(z-e^{-T_0/T_1})(T_1(1-z^{-1})+T_0)z^{-1}} \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

2.3. Випадок $W_O(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(s)}{s} = \frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k}{s} - \frac{kT_1^2}{(T_1-T_2)(T_1s+1)} + \frac{kT_2^2}{(T_1-T_2)(T_2s+1)}$. За таблицею z -перетворення отримаємо

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = k \left(\frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.7)$$

де $a = \frac{T_1^2}{T_1-T_2}$, $b = \frac{T_2^2}{T_1-T_2}$, $d_1 = e^{-T_0/T_1}$, $d_2 = e^{-T_0/T_2}$. Тому ДПФ ПНЧ має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= (1-z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \\
 &= \frac{z-1}{z} \cdot k \left(\frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) = \\
 &= k \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{k \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + k \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
 &= \frac{k K_p \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1-z^{-1}) + k K_p \left(1 - \frac{a(z-1)}{T_1(z-d_1)} + \frac{b(z-1)}{T_2(z-d_2)} \right) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)}{T_I T_1 T_2 (1-z^{-1})(z-d_1)(z-d_2) + k K_p (T_1 T_2 (z-d_1)(z-d_2) - a T_2 (z-1)(z-d_2) + b T_1 (z-1)(z-d_1)) (T_I (1-z^{-1}) + T_0)} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

2.4. Випадок $W_O(S) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{ke^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{s} - \frac{k T_1 e^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$. За таблицею z -перетворення отримаємо для $d T_0 < \tau \leq (d + 1) T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k z^{-d}}{z - 1} - \frac{k z^{-d-1}}{1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}} e^{\left[\frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} \quad (2.11)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \quad (2.12)$$

де d – ціла частина від ділення часу запізнення τ на період квантування T_0 , $a = 1 - \frac{\tau - d T_0}{T_0}$, $C_1 = 1 - e^{-\frac{a T_0}{T_1}}$, $C_2 = e^{-\frac{a T_0}{T_1}} - e^{-\frac{T_0}{T_1}}$. Отже, ДПФ замкнутого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$W_3(z) = \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \frac{\frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{1 + \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} =$$

$$\begin{aligned}
& k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right) \\
&= \frac{k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) + k (C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0} \right)} = \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D (1-z^{-1})^2)} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
W_3(z) &= \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1-z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_0 T_I (1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
&= \frac{k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)}{T_I (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - z^{-1}) + k K_p z^{-d-1} (C_1 + C_2 z^{-1}) (T_I (1 - z^{-1}) + T_0)} \quad (2.14)
\end{aligned}$$

2.5. Випадок $W_O(S) = \frac{k e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

Обчислимо z -перетворення для $\frac{W_O(S)}{s} = \frac{k e^{-\tau s}}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{k e^{-\tau s}}{s} - \frac{k T_1^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_1 s + 1)} + \frac{k T_2^2 e^{-\tau s}}{(T_1 - T_2)(T_2 s + 1)}$. За таблицею z -перетворення отримаємо для $d T_0 < \tau \leq (d + 1) T_0$

$$z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k z^{-d}}{z - 1} - \frac{k T_1 e^{\left[\frac{\tau}{T_1} - (d+1) \frac{T_0}{T_1} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1})} + \frac{k T_2 e^{\left[\frac{\tau}{T_2} - (d+1) \frac{T_0}{T_2} \right]} z^{-d-1}}{(T_1 - T_2) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.15)$$

Тоді після перетворень ДПФ ПНЧ матиме вигляд

$$W_{\Pi}(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z \left\{ \frac{W_O(s)}{s} \right\} = \frac{k \left(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2} \right) z^{-d-1}}{(1 - e^{-T_0/T_1} z^{-1}) (1 - e^{-T_0/T_2} z^{-1})} \quad (2.16)$$

де $a = (d + 1) - \frac{\tau}{T_0}$ і сталі $\tilde{C}_0, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2$ визначаються з

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_0 &= 1 - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} - T_2 e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2} \\
\tilde{C}_1 &= \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} (1 + e^{-T_0/T_2}) - T_2 e^{-a T_0/T_2} (1 + e^{-T_0/T_1})}{T_1 - T_2} - e^{-T_0/T_1} - e^{-T_0/T_2} \\
\tilde{C}_2 &= e^{-T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - \frac{T_1 e^{-a T_0/T_1} e^{-T_0/T_2} - T_2 e^{-T_0/T_1} e^{-a T_0/T_2}}{T_1 - T_2}
\end{aligned}$$

як і раніше, d – ціла частина від ділення часу запізнення τ на період квантування T_0 .
Отже, ДПФ замкненого контуру цифрового керування з ПІД-регулятором має вигляд

$$\begin{aligned}
 W_3(z) &= \frac{W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)}{1 + W_{\Pi}(z) \cdot W_p(z)} = \\
 &= \frac{\frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)}{1 + \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1}}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1})} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)} = \\
 &= \frac{k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)}{(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + k(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})z^{-d-1} \cdot K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})} + \frac{T_D(1-z^{-1})}{T_0}\right)} = \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D(1-z^{-1})^2)}{T_0 T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2 + T_I T_D(1-z^{-1})^2)} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Відповідно, з ПІ-регулятором ($T_D = 0$):

$$\begin{aligned}
 W_{\Pi}(z) &= \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2)}{T_0 T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_0 T_I(1-z^{-1}) + T_0^2)} = \\
 &= \frac{kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_I(1-z^{-1}) + T_0)}{T_I(1-z^{-1})(1-e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1-e^{-T_0/T_2}z^{-1}) + kK_p z^{-d-1}(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 z^{-1} + \tilde{C}_2 z^{-2})(T_I(1-z^{-1}) + T_0)} \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

РОЗДІЛ 3

РОЗРАХУНОК ПЕРІОДІВ КВАНТУВАННЯ

3.1. Розрахунок на умові забезпечення необхідної точності керування

За цим критерієм період квантування обчислюється з умови $T_0 \leq \frac{\varepsilon}{B_{\max}}$, де B_{\max} – максимальне значення функції $B(\omega) = \omega A(\omega)$, а $A(\omega)$ – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) об'єкта. $B(\omega)$ описує верхню границю можливих швидкостей зміни сигналу на виході об'єкта.

3.1.1. Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

Знайдемо $B(\omega)$:

$$B(\omega) = \omega A(\omega) = \omega \cdot |W_{O_1}(j\omega)| = \omega \cdot \frac{k |e^{-\tau j\omega}|}{|T_1 j\omega + 1|} = \frac{k\omega}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} \quad (3.1)$$

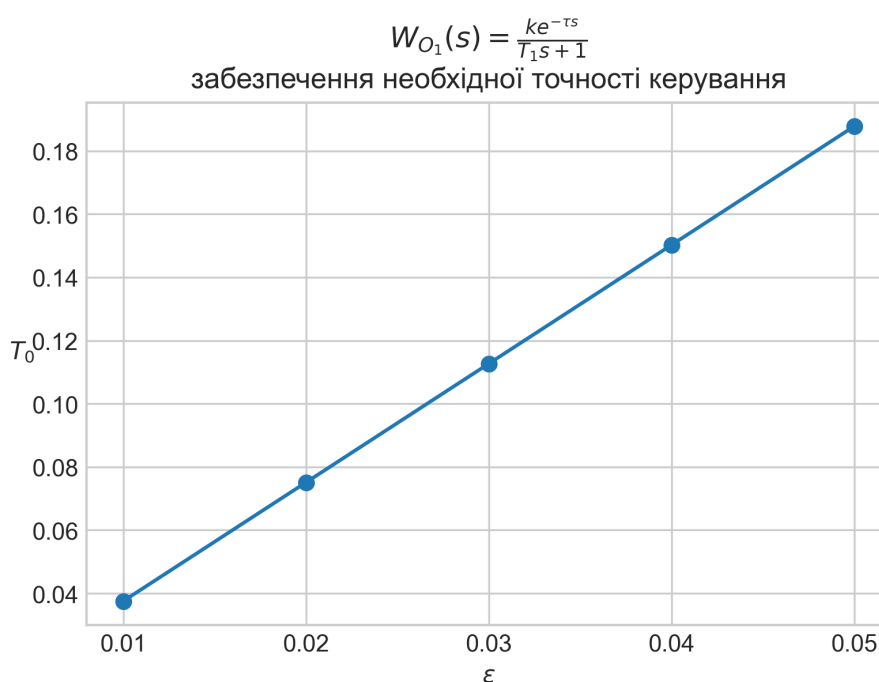
Оскільки $\frac{k\omega}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} = \frac{k}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} + T_1^2}}$, то $B(\omega)$ – монотонно зростаюча за ω функція, тому

$$B_{\max} = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} B(\omega) = \frac{k}{T_1} \Rightarrow T_0 = \frac{\varepsilon T_1}{k} \quad (3.2)$$

Отже, отримуємо наступні періоди квантування для різних ε :

ε	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
T_0	0.0376	0.0751	0.1127	0.1502	0.1878

Залежність T_0 від ε :



3.1.2. Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Знайдемо $B(\omega)$:

$$B(\omega) = \omega A(\omega) = \omega \cdot |W_{O_2}(j\omega)| = \omega \cdot \frac{k|e^{-\tau j\omega}|}{|T_1j\omega+1||T_2j\omega+1|} = \frac{k\omega}{\sqrt{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}} \quad (3.3)$$

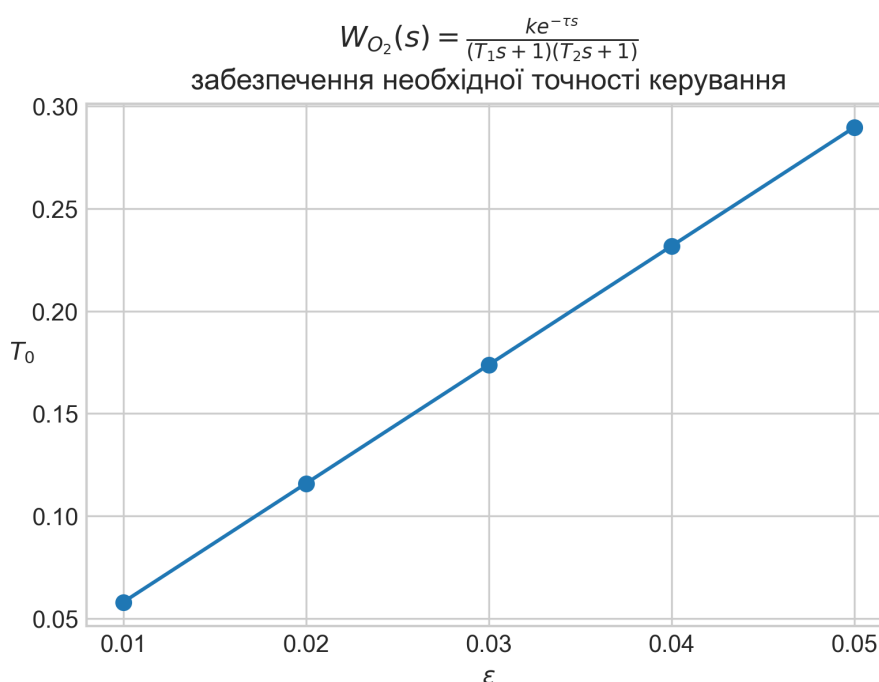
B_{\max} можна знайти за допомогою відповідної таблиці:

$$B_{\max} = \frac{k}{T_1 + T_2} \Rightarrow T_0 = \frac{\varepsilon(T_1 + T_2)}{k} \quad (3.4)$$

Отже, отримуємо наступні періоди квантування для різних ε :

ε	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
T_0	0.0579	0.1159	0.1738	0.2318	0.2897

Залежність T_0 від ε :



3.2. Розрахунок за критерієм Джурі

За цим критерієм період квантування обчислюється як $T_0 = \frac{\pi}{\omega_k}$, де ω_k – розв’язок рівняння

$$|W_3(j\omega_k)| = \left| \frac{W_O(j\omega_k)W_p(j\omega_k)}{1 + W_O(j\omega_k)W_p(j\omega_k)} \right| = \varepsilon \quad (3.5)$$

3.2.1. Випадок $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$

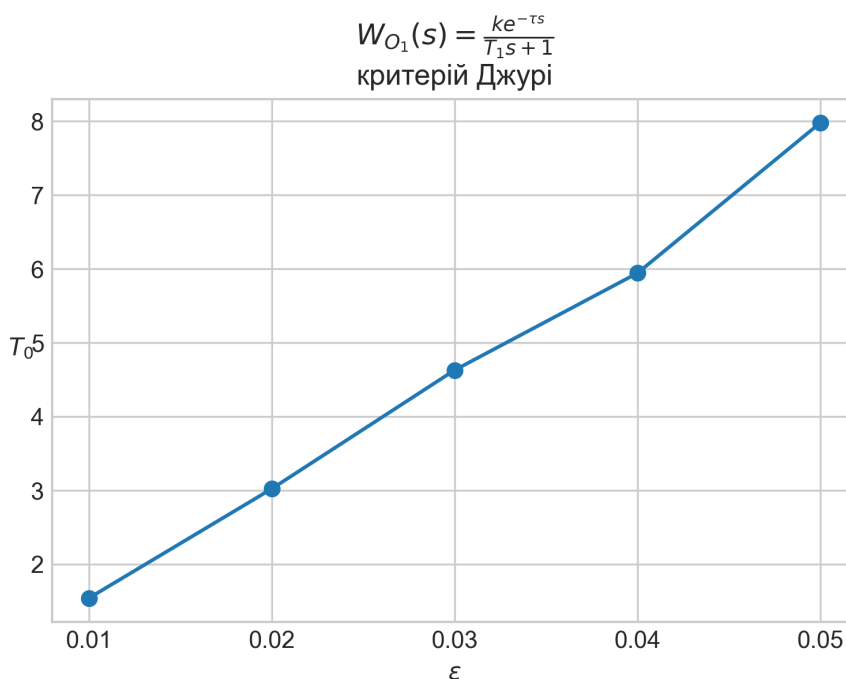
Згідно з розділом 4, оптимальним регулятором в цьому випадку є ПІ-регулятор з передаточною функцією $W_p(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = K_p \cdot \frac{T_1 s + 1}{T_1 s}$, де $K_p = \frac{\lambda T_1}{k(1+\lambda\tau)}$, $\lambda = \frac{1}{T_1}$, $T_I = T_1$. Знайдемо $|W_3(j\omega)|$:

$$\begin{aligned}
 |W_3(j\omega)| &= \frac{|W_{O_1}(j\omega)W_p(j\omega)|}{|1 + W_{O_1}(j\omega)W_p(j\omega)|} = \frac{\left| \frac{ke^{-\tau j\omega}}{T_1 j\omega + 1} \cdot K_p \cdot \frac{T_1 j\omega + 1}{T_1 j\omega} \right|}{\left| 1 + \frac{ke^{-\tau j\omega}}{T_1 j\omega + 1} \cdot K_p \cdot \frac{T_1 j\omega + 1}{T_1 j\omega} \right|} = \\
 &= \frac{|kK_p e^{-\tau j\omega}|}{|T_1 j\omega + kK_p e^{-\tau j\omega}|} = \frac{1}{\left| 1 + \frac{T_1}{kK_p} j\omega e^{\tau j\omega} \right|} = \frac{1}{\left| 1 + \frac{T_1}{kK_p} j\omega (\cos \tau\omega + j \sin \tau\omega) \right|} = \\
 &= \frac{1}{\left| 1 + \frac{T_1}{kK_p} (j\omega \cos \tau\omega - \omega \sin \tau\omega) \right|} = \frac{1}{\left| 1 - \frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega + j \frac{T_1}{kK_p} \omega \cos \tau\omega \right|} = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega\right)^2 + \left(\frac{T_1}{kK_p} \omega \cos \tau\omega\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{T_1}{kK_p}\right)^2 \omega^2 - 2\frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega + 1}}
 \end{aligned}$$

Отже, $|W_3(j\omega)| = \varepsilon \Leftrightarrow \left(\frac{T_1}{kK_p}\right)^2 \omega^2 - 2\frac{T_1}{kK_p} \omega \sin \tau\omega + 1 = \frac{1}{\varepsilon^2}$. Отримуємо наступні періоди квантування для різних ε :

ε	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
T_0	1.5430	3.0234	4.6304	5.9449	7.9803

Залежність T_0 від ε :



3.2.2. Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$

Згідно з розділом 5, оптимальним регулятором в цьому випадку є ПІ-регулятор з передаточною функцією $W_p(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = K_p \cdot \frac{T_1s+1}{T_1s}$, де $K_p = ?$, $T_I = ?$. Знайдемо $|W_3(j\omega)|$: ???

3.3. Розрахунок для об'єкта з динамікою в чисельнику

Розглядається об'єкт з передаточною функцією $W_O(s) = \frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)}$. Через те, що передаточна функція має динаміку в чисельнику, критерій забезпечення необхідної точності керування та критерій Джурі непридатні для застосування. Приведемо передаточну функцію до вигляду $W_O(s) = \frac{K(bTs+1)}{T^2s^2+2\nu Ts+1}$:

$$\frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)} = \frac{k(T_1s+1)}{T_2T_3s^2 + (T_2+T_3)s+1}$$

тому $T = \sqrt{T_2T_3} \approx 14.4568$, $b = \frac{T_1}{T} \approx 2.421$, $\nu = \frac{T_2+T_3}{2\sqrt{T_2T_3}} = \frac{T_2+T_3}{2T} \approx 1.0376$. Знайдемо $|W_O(j\omega)|$:

$$|W_O(j\omega)| = \frac{k|bT \cdot j\omega + 1|}{|-T^2\omega^2 + 2\nu T \cdot j\omega + 1|} = \frac{k\sqrt{1+b^2T^2\omega^2}}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\nu^2T^2\omega^2}}$$

Введемо $\omega_{зр} = \frac{q}{T}$ – найвищу частоту сигналу, який необхідно відновити на виході системи:

$$|W_O(j\omega_{зр})| = \frac{k\sqrt{1+b^2q^2}}{\sqrt{(1-q^2)^2 + 4\nu^2q^2}}$$

Розв'яжемо рівняння $|W_O(j\omega_{зр})| = \frac{1}{\theta}$, де $\theta = 31$, відносно q :

$$\begin{aligned} \frac{k\sqrt{1+b^2q^2}}{\sqrt{(1-q^2)^2 + 4\nu^2q^2}} &= \frac{1}{\theta} \Leftrightarrow \frac{1+b^2q^2}{1-2q^2+q^4+4\nu^2q^2} = \frac{1}{k^2\theta^2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1-2q^2+q^4+4\nu^2q^2 = k^2\theta^2(1+b^2q^2) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow q^4 + q^2(4\nu^2 - b^2k^2\theta^2 - 2)q^2 + (1 - k^2\theta^2) = 0 \end{aligned}$$

Розв'яжемо це рівняння спочатку відносно q^2 . Приблизні значення коренів:

$$\begin{cases} q^2 = 489263.8397 \\ q^2 = -0.17061 \end{cases}$$

Оскільки комплексні та від'ємні q не розглядаються, то отримуємо $q \approx 699.474$. Отже, період квантування $T_0 = \frac{\pi}{\omega_{\text{зр}}} = \frac{\pi T}{q} = 0.0649$.

РОЗДІЛ 4

ВИЗНАЧЕННЯ СТРУКТУРИ ТА ОПТИМАЛЬНИХ НАСТРОЙОК РЕГУЛЯТОРІВ МЕТОДОМ «ПРЯМОГО» СИНТЕЗУ

Розглядається об'єкт з передаточною функцією $W_{O_1}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{T_1 s + 1}$. При перехідному режимі є бажаним аперіодичний перехідний процес в контурі цифрового керування, тобто при подачі на задаюче діяння регулятора одиничного ступінчатого збурення замкнений контур має вести себе як неперервна модель першого порядку з запізненням:

$$W_3(s) = \frac{y(s)}{G(s)} = \frac{\lambda e^{-\tau s}}{s + \lambda} \quad (4.1)$$

Згідно з методичними рекомендаціями, оптимальні параметри ПІ-регулятора з ДПФ $K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_I(1-z^{-1})}\right)$ визначаються за формулами

$$K_{p_{\text{опт}}} = \frac{1 - e^{-\lambda T_0}}{k(e^{T_0/T_1} - 1)(1 + d(1 - e^{-\lambda T_0}))} \quad (4.2)$$

$$T_{I_{\text{опт}}} = \frac{T_0}{e^{T_0/T_1} - 1} \quad (4.3)$$

де d – ціла частина від ділення часу запізнення τ на період квантування T_0 , який беремо на основі умови забезпечення необхідної точності керування. Візьмемо $T_0 = 0.1127$. Тоді $d = 124$, $T_{I_{\text{опт}}} = 34.9437$, а для різних варіантів λ отримаємо такі значення $K_{p_{\text{опт}}}$:

λ	$K_{p_{\text{опт}}}$
$\frac{1}{T_1} \approx 0.0286$	0.0765
$\frac{1}{1.5T_1} \approx 0.0190$	0.0564
$\frac{1}{2T_1} \approx 0.0143$	0.0446
$\frac{1}{3T_1} \approx 0.0095$	0.0315

Для цифрового моделювання перехідних процесів в замкненому контурі цифрового керування зауважимо, що можна записати рівняння

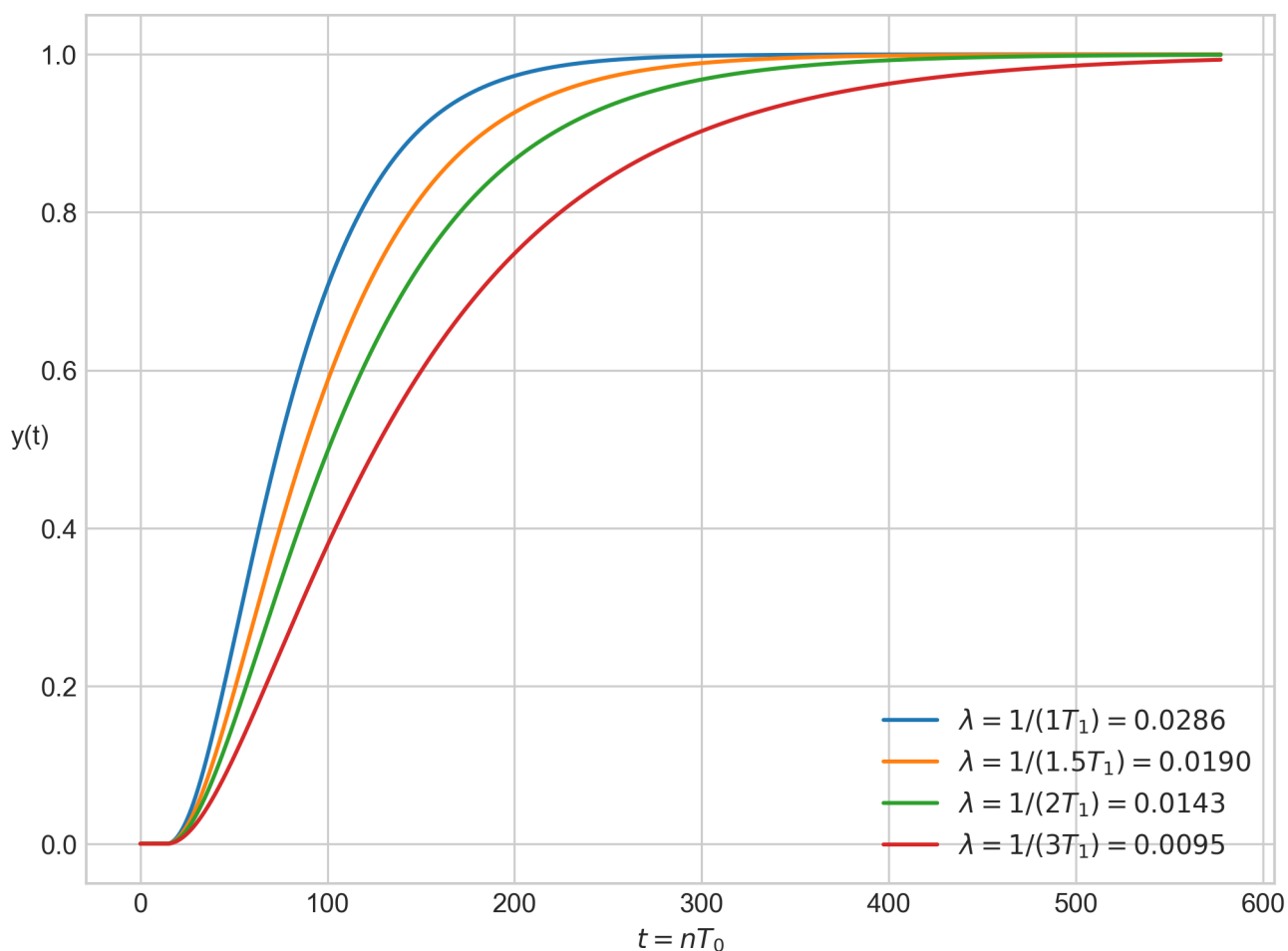
$$y(z) = W_p(z)W_{\Pi}(z)(G(z) - y(z)) \Rightarrow y(z) = \frac{W_p(z)W_{\Pi}(z)}{1 + W_p(z)W_{\Pi}(z)}G(z) = W_3(z)G(z)$$

де $y(z)$, $G(z)$ – z -перетворення від керованої координати і задаючого діяння відповідно, а передаточну функцію $W_3(z)$ було обчислено в (2.4). Можна записати реку-

рентне рівняння, за яким буде відбуватися моделювання:

$$y_n = (1 + e^{-T_0/T_1}) y_{n-1} - e^{-T_0/T_1} y_{n-2} - \frac{kK_{\text{ропт}}}{T_I} ((C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_1 T_0) y_{n-d-1} + (-C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_0) y_{n-d-2} - C_2 T_{I_{\text{опт}}} y_{n-d-3}) + \frac{kK_{\text{ропт}}}{T_I} ((C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_1 T_0) g_{n-d-1} + (-C_1 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_{I_{\text{опт}}} + C_2 T_0) g_{n-d-2} - C_2 T_{I_{\text{опт}}} g_{n-d-3}) \quad (4.4)$$

де $a = 1 - \frac{\tau - dT_0}{T_0}$, $C_1 = 1 - e^{-\frac{aT_0}{T_1}}$, $C_2 = e^{-\frac{aT_0}{T_1}} - e^{-\frac{T_0}{T_1}}$, початкові умови для y нульові, а $g_n = 1$. Отже, маємо наступні перехідні процеси для різних значень λ :



Видно, що процес зміни вихідної координати дійсно має бажаний аперіодичний характер.

На основі формул (4.2) та (4.3) можна визначити оптимальні настройки для неперервного регулятора, взявши границі при $T_0 \rightarrow 0$. Отримаємо $K_p^H = \frac{\lambda T_1}{k(1+\lambda\tau)}$, $T_I^H = T_1$.

РОЗДІЛ 5

РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ПІ-РЕГУЛЯТОРА І ПЕРІОДУ КВАНТУВАННЯ РЕЗОНАНСНИМ МЕТОДОМ

За завданням, розрахунки треба провести для об'єктів з передаточними функціями $W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$ (1.1) та $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$ (1.8).

Регулятор цифрового керування реалізує пропорційно-інтегральний закон керування, який представлений позиційним алгоритмом:

$$u(nT_0) = K_p \left(e(nT_0) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^n e(iT_0) \right)$$

Для визначення оптимальних параметрів настройки $K_{p_{\text{опт}}}$, $T_{I_{\text{опт}}}$ та періоду квантування $T_{0_{\text{опт}}}$ скористаємося алгоритмом, наведеним у методичних рекомендаціях до курсової роботи.

5.1. Випадок $W_O(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$

а) Шляхом розв'язання відносно частоти ω нелінійного рівняння

$$\arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau = 2.62 \quad (5.1)$$

знаходимо резонансну частоту $\omega_{\varphi_H} = 0.04096$ для неперервного контура керування.

б) Визначаємо верхню та нижню частоту відносно резонансної частоти неперервної системи: $\omega_{\varphi_H}^H = \frac{\omega_{\varphi_H}}{\sqrt{2}} = 0.02897$, $\omega_{\varphi_H}^B = \sqrt{2}\omega_{\varphi_H} = 0.05793$.

в) Використовуючи знайдену частоту ω_{φ_H} , за формулою

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)}} \quad (5.2)$$

знаходимо другий основний динамічний параметр неперервного контура в частотній області: $A_H(\omega_{\varphi_H}) = 3.83604$. Також, знайдемо третій основний параметр $\Phi_H(A) = \frac{A(\omega_{\varphi_H}^B)}{A(\omega_{\varphi_H}^H)} = 0.42790$.

г) Використовуючи вираз

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau \quad (5.3)$$

визначаємо четвертий основний параметр в частотній області для неперервного контуру: $\Phi_H(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi_H}^H) - \varphi(\omega_{\varphi_H}^B) = 1.31497$.

д) За емпіричними формулами визначаємо оптимальні коефіцієнти настройки

неперервного ПІ-регулятора та оптимальний період квантування:

$$T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{4.061 \cdot \Phi_H(A)^{-0.3387} \cdot \Phi_H(\varphi)^{0.2075}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.4)$$

$$K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{1}{2A_H(\omega_{\varphi_H})} \cdot (1 + 1.189 \cdot \Phi_H(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi_H(\varphi)^{0.8643})) \quad (5.5)$$

$$T_{0_{\text{опт}}} = \frac{0.5742 \cdot \Phi_H(A)^{0.5742} \Phi_H(\varphi)^{0.9394}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.6)$$

Отримуємо значення $T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 139.88408$, $K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 1.37945$, $T_{0_{\text{опт}}} = 0.45613$.

е) При оптимальному періоді квантування визначаємо чотири основні параметри ω_{φ} , $A(\omega_{\varphi})$, $\Phi(A)$, $\Phi(\varphi)$ в частотній області при врахуванні ПНЧ об'єкта. Для цього використаємо рівняння

$$A(\omega) = A_H(\omega) \cdot \frac{\sin \frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2}}{\frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2}} \quad (5.7)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau + \frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2} \quad (5.8)$$

Шляхом розв'язання $\varphi(\omega) = 2.62$ знаходимо частоту $\omega_{\varphi} = 0.04076$, а потім за рівняннями (5.7), (5.8) знаходимо $A(\omega_{\varphi}) = 3.85887$, $\Phi(A) = \frac{A(\omega_{\varphi}^B)}{A(\omega_{\varphi}^H)} = 0.42959$, $\Phi(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi}^H) - \varphi(\omega_{\varphi}^B) = 1.31889$.

ж) При оптимальному періоді квантування $T_{0_{\text{опт}}}$ знаходимо оптимальні значення $T_{I_{\text{опт}}}$ та $K_{p_{\text{опт}}}$ за формулами

$$T_{I_{\text{опт}}} = \frac{4.061 \cdot \Phi(A)^{-0.3387} \cdot \Phi(\varphi)^{0.2075}}{\omega_{\varphi}} \quad (5.9)$$

$$K_{p_{\text{опт}}} = \frac{1}{2A(\omega_{\varphi_H})} \cdot (1 + 1.189 \cdot \Phi(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi(\varphi)^{0.8643})) \quad (5.10)$$

Отримуємо значення $T_{I_{\text{опт}}} = 140.46968$, $K_{p_{\text{опт}}} = 1.37839$.

Зберемо результати обчислень до таблиці:

параметр	значення
ω_{φ_H}	0.04096
$\omega_{\varphi_H}^H$	0.02897
$\omega_{\varphi_H}^B H$	0.05793
$A_H(\omega_{\varphi_H})$	3.83604
$\Phi_H(A)$	0.42790
$\Phi_H(\varphi)$	1.31497
$T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}}$	139.88408
$K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}}$	1.37945
$T_{0_{\text{опт}}}$	0.45613
ω_{φ}	0.04076
$A(\omega_{\varphi})$	3.85887
$\Phi(A)$	0.42959
$\Phi(\varphi)$	1.31889
$T_{I_{\text{опт}}}$	140.46968
$K_{p_{\text{опт}}}$	1.37839

5.2. Випадок $W_{O_2}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$

а) Шляхом розв'язання відносно частоти ω нелінійного рівняння

$$\arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \omega \tau = 2.62 \quad (5.11)$$

знаходимо резонансну частоту $\omega_{\varphi_H} = 0.05341$ для неперервного контура керування.

б) Визначаємо верхню та нижню частоту відносно резонансної частоти неперервної системи: $\omega_{\varphi_H}^H = \frac{\omega_{\varphi_H}}{\sqrt{2}} = 0.03777$, $\omega_{\varphi_H}^B = \sqrt{2}\omega_{\varphi_H} = 0.07553$.

в) Використовуючи знайдену частоту ω_{φ_H} , за формулою

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)}} \quad (5.12)$$

знаходимо другий основний динамічний параметр неперервного контура в частотній області: $A_H(\omega_{\varphi_H}) = 3.08583$. Також, знайдемо третій основний параметр $\Phi_H(A) = \frac{A(\omega_{\varphi_H}^B)}{A(\omega_{\varphi_H}^H)} = 0.41264$.

г) Використовуючи вираз

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau \quad (5.13)$$

визначаємо четвертий основний параметр в частотній області для неперервного контуру: $\Phi_H(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi_H}^H) - \varphi(\omega_{\varphi_H}^B) = 1.15456$.

д) За емпіричними формулами визначаємо оптимальні коефіцієнти настройки неперервного ПІ-регулятора та оптимальний період квантування:

$$T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{4.061 \cdot \Phi_H(A)^{-0.3387} \cdot \Phi_H(\varphi)^{0.2075}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.14)$$

$$K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = \frac{1}{2A_H(\omega_{\varphi_H})} \cdot (1 + 1.189 \cdot \Phi_H(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi_H(\varphi)^{0.8643})) \quad (5.15)$$

$$T_{0_{\text{опт}}} = \frac{0.5742 \cdot \Phi_H(A)^{0.5742} \Phi_H(\varphi)^{0.9394}}{\omega_{\varphi_H}} \quad (5.16)$$

Отримуємо значення $T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 105.72649$, $K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}} = 1.45490$, $T_{0_{\text{опт}}} = 0.39533$.

е) При оптимальному періоді квантування визначаємо чотири основні параметри ω_{φ} , $A(\omega_{\varphi})$, $\Phi(A)$, $\Phi(\varphi)$ в частотній області при врахуванні ПНЧ об'єкта. Для цього використаємо рівняння

$$A(\omega) = A_H(\omega) \cdot \frac{\sin \frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2}}{\frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2}} \quad (5.17)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_1 + \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3 + \omega \tau + \frac{\omega T_{0_{\text{опт}}}}{2} \quad (5.18)$$

Шляхом розв'язання $\varphi(\omega) = 2.62$ знаходимо частоту $\omega_{\varphi} = 0.05307$, а потім за рівняннями (5.7), (5.8) знаходимо $A(\omega_{\varphi}) = 3.11084$, $\Phi(A) = \frac{A(\omega_{\varphi_H}^B)}{A(\omega_{\varphi_H}^H)} = 0.41412$, $\Phi(\varphi) = \varphi(\omega_{\varphi_H}^H) - \varphi(\omega_{\varphi_H}^B) = 1.15962$.

ж) При оптимальному періоді квантування $T_{0_{\text{опт}}}$ знаходимо оптимальні значення $T_{I_{\text{опт}}}$ та $K_{p_{\text{опт}}}$ за формулами

$$T_{I_{\text{опт}}} = \frac{4.061 \cdot \Phi(A)^{-0.3387} \cdot \Phi(\varphi)^{0.2075}}{\omega_{\varphi}} \quad (5.19)$$

$$K_{p_{\text{опт}}} = \frac{1}{2A(\omega_{\varphi_H})} \cdot (1 + 1.189 \cdot \Phi(A)^{0.7139} \cdot (1.852 - \Phi(\varphi)^{0.8643})) \quad (5.20)$$

Отримуємо значення $T_{I_{\text{опт}}} = 106.36317$, $K_{p_{\text{опт}}} = 1.45335$.

Зберемо результати обчислень до таблиці:

параметр	значения
ω_{φ_H}	0.05341
$\omega_{\varphi_H}^H$	0.03777
$\omega_{\varphi_H}^B H$	0.07553
$A_H(\omega_{\varphi_H})$	3.08583
$\Phi_H(A)$	0.41264
$\Phi_H(\varphi)$	1.15456
$T_{I_{\text{опт}}}^{\text{неп}}$	105.72649
$K_{p_{\text{опт}}}^{\text{неп}}$	1.45490
$T_{0_{\text{опт}}}$	0.39533
ω_{φ}	0.05307
$A(\omega_{\varphi})$	3.11084
$\Phi(A)$	0.41412
$\Phi(\varphi)$	1.15962
$T_{I_{\text{опт}}}$	106.36317
$K_{p_{\text{опт}}}$	1.45335