2006 年 秋 季

研究生课程《计算机科学中使用的数理逻辑》试卷

任课教师　刘西洋

考试时间：　1 月 24 日上午 8：30－10：30

地点：西 406、407、408、409、410、411

（自然语言到谓词逻辑的翻译 10 分）

1、(逻辑公式的结构 20 分)

（1）给出命题逻辑公式 (((　p) ↔ (q　r)) → (r　p))的语法树（10 分）

（2）给出一阶谓词逻辑公式　x (F(b) →　y(　z G(y, z)　H(u, x, y)))的语法树（10 分）

2　（量词 20 分）

基于全称量词　、存在量词　以及 等词=或⌒，定义以下扩展的量词：

（1）存在至少 2 个 （8 分）
（2）存在至多 2 个 （7 分）
（3）存在恰好 3 个 （5 分）

3　（有限论域上一阶谓词逻辑到命题逻辑的翻译 20 分）
4
5　（《面向计算机科学的数理逻辑》引理 4.4.1 结论 (i)　20 分）

6　(OBDD OBDD 论文 10 分)

→　↔　　　Š

2007 年 秋 季

研究生课程《计算机科学中使用的数理逻辑》试卷

任课教师：刘西洋　　考试时间：2 小时　　地点：西大楼

班级：　　　　学号：　　　　姓名：

1、逻辑公式的结构（20 分)

（1）给出命题逻辑公式 $(((\neg p) \leftrightarrow (q \vee r)) \rightarrow (r \wedge p))$的语法树（10 分）

（2）给出一阶谓词逻辑公式$\forall x\ (F(b) \rightarrow \exists y(\forall z\ G(y, z) \vee H(u, x, y)))$的语法树（10 分）

2、证明（20 分）

（1）（$A\rightarrow B$）$\vee$（$A\rightarrow C$）$\not\models$ $A\rightarrow(B\wedge C)$　（10 分）

（2）$A\rightarrow(B\vee C)$ $\not\models$（$A\rightarrow B$）$\wedge$（$A\rightarrow C$）　（10 分）

3、根据命题逻辑的形式推演证明下述定理（20 分）

（1）$\neg\neg A \vdash A$　（10 分）

（2）$A \vdash \neg\neg A$　（10 分）

4、由（Ref），（+），（→ +）和下面的：

如果$\Sigma \vdash \neg\neg A$，则$\Sigma \vdash A$.

证明（¬ −）.（10 分）

其中：（Ref）　$A \vdash A$

（+）　如果$\Sigma \vdash A$，则Σ，$\Sigma' \vdash A$.

（→ +）如果$\Sigma, A \vdash B$,则$\Sigma \vdash A\rightarrow B$.

5、语句集

$\{\forall x\ \exists y F(x,y), \forall x\ \neg F(x,x),$

$\forall x \forall y \forall z[F(x,y) \wedge F(y,z) \rightarrow F(x,z)]\}$

在无限论域中是可满足的，但在有限论域中是不可满足的。（10 分）

6、设 $A\in Form(\mathcal{L}^p)$含不同的原子公式 $p_1,\ldots,p_n$, v 是真假赋值。对于 i=1，…,n,

令　$$A_i = \begin{cases} p_i & \text{如果} p_i^v = 1 \\ \neg p_i & \text{否则} \end{cases}$$

证明：

（1）$A^v=1 \Rightarrow A_1,\ldots,A_n \vdash A$

（2）$A^v=0 \Rightarrow A_1,\ldots,A_n \vdash \neg A$

（只考虑 A 为$\neg B$ 和 $B_1\rightarrow B_2$ 两种形式）（20 分）

2008 年 秋 季
研究生课程《计算机科学中使用的数理逻辑》试卷

任课教师：刘西洋　　　　考试时间：2 小时

1、逻辑公式的结构（20 分)

（1）给出命题逻辑公式 $(((\neg(p \lor s)) \leftrightarrow (q \lor r)) \to (r \land (p \lor s)))$的语法树（5 分）

（2）给出（1）中命题逻辑公式共用子结构的有向无环图（10 分）

（3）给出一阶谓词逻辑公式$\forall x\,(F(a) \to \forall y(\exists z\, G(x, y, z) \lor H(u, x, y)))$的语法树（5 分）

2、证明（20 分）

（1）$(A \land B) \to C \nvDash (A \to C) \land (B \to C)$　（10 分）

（2）$(A \to C) \lor (B \to C) \nvDash (A \lor B) \to C$　（10 分）

3、根据命题逻辑的形式推演证明下述定理（20 分）

（1）如果 $A \vdash B$，则 $\neg B \vdash \neg A$（10 分）

（2）$A \land \neg B \vdash \neg(A \to B)$　（10 分）

4、证明（10 分）

$\neg\forall x A(x) \vdash \exists x \neg A(x)$.

5、构作语句（可以使用相等符号）使得

（1）它在有一个或是两个个体的论域中是有效的，但在更大的论域中是不有效的.（7 分）

（2）它在有不超过三个个体的论域中是有效的，但在更大的论域中是不有效的.（8 分）

6、设$\sum$是有限集，由

$$\varnothing \vdash A \Rightarrow \varnothing \vDash A$$

证明

$$\sum \vdash A \Rightarrow \sum \vDash A$$　（15 分）

2009 年 秋 季
研究生课程《计算机科学中使用的数理逻辑》试卷

任课教师：刘西洋　　　考试时间：2 小时

1. 证明（20 分）

   （1）（A→B）∨（A→C）$\nvDash$ A→(B∧C)　　（5 分）

   （2）(A→C) ∨ (B→C) $\nvDash$ (A ∨ B)→ C　（5 分）

   （3） ∃x∀y A(x,y) $\models$∀y∃xA(x,y)　　（5 分）

   （4）∀y∃xA(x,y) $\nvDash$ ∃x∀y A(x,y)　　　（5 分）

2. 根据命题逻辑和一阶谓词逻辑的形式推演证明下述定理（15 分）

   （1）A→B，¬A→B ⊢ B　　　　　　　　（5 分）

   （2）A→B，A→¬B ⊢ ¬A　　　　　　（5 分）

   （3） ¬∃xA(x)　$\dashv\vdash$ ∀x¬A(x)　　　　　（5 分）

3. 证明语句集（15 分）

   { ∀x ∃yF(x,y), ∀x¬F(x,x),∀x∀y∀z[F(x,y) ∧ F(y,z) → F(x,z)] }在无限论域中是可满足的，但在有限论域中是不可满足的。

4. 基于全称量词∀、存在量词∃以及等词=或≠，定义以下扩展量词（10 分）

   （1）存在至少 2 个　　（3 分）

   （2）存在至多 2 个　　（3 分）

   （3）存在恰好 3 个　　（4 分）

5. 对于一阶谓词逻辑公式集∑和一阶谓词逻辑公式 A，已知“如果∑是可满足的，则∑是协调的”，证明“如果 ∑ ⊢ A，则∑⊨A” （10 分）

6. 设∑是极大协调集，则对于任何公式 A 和 B，证明：　（10 分）

   （1）A∧B ∈ ∑，当且仅当 A∈∑ 并且 B∈∑　　（5 分）

   （2）A→B ∈ ∑, 当且仅当 A∈∑ 蕴涵 B∈∑（5 分）

7. 布尔函数 $f=\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1x_2x_3$的 BDD 如图 1 所示。其中 x1 是根节点，例点 1、例点 2 为非终节点，0、1 为终节点，虚线表示取 0 实线表示取 1。（10 分）

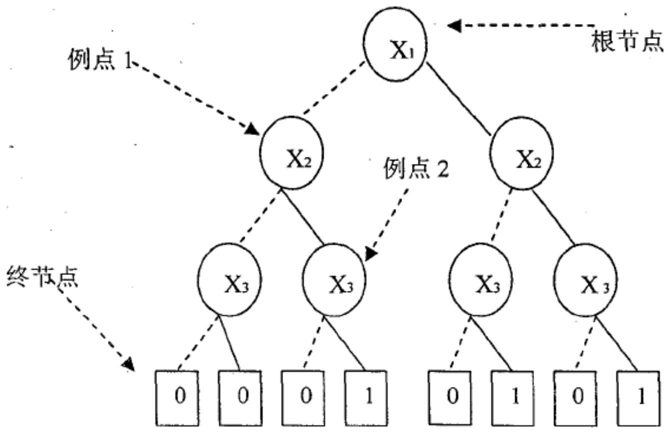


图 1 函数 f 的 BDD

定义 1：当沿着某个 BDD 的根节点向下搜索时，若每个节点在每条分支上出现的次数最多一次且变量出现的顺序相同，则把 BDD 称作偏序 BDD（Ordered BDD）。定义 2：当一个 OBDD 中不包含同构子图且节点的两条分支不指向同一个节点时，称这个 OBDD 为约简的偏序 BDD（Reduced and Ordered BDD, ROBDD）

问题 1：对于图 1，我们选取变量序为 x_1、x_2、x_3，请判断它是否为 OBDD。

问题 2：化简 OBDD 为 ROBDD，可以参照以下步骤：

a) 合并相同的终节点：合并终节点中相同的节点，使之最多只有两个终节点，取值为 0、1；

b) 去除同构子图：对非终节点 u、v，如果满足以下三个条件，则删除其中一个节点，将删除节点的所有入边指向保留节点。Low()/high()分别表示取 0 取 1。

$$Var(u) = Var(v)$$
$$Low(u) = Low(v)$$
$$High(u) = High(v)$$

c) 删除无效节点：如果有 $Low(v) = High(v)$，则删除节点 v，并把它的所有入边指向 $Low(v)$。

8. SAT（Boolean Satisfaction Problem, SAT）的完备算法中 DPLL 算法尤其突出。请描述 DPLL 算法思想，并判断以下实例是否可满足，如果可满足，在图中画出算法走过的相应路径。（10 分）

可满足性问题：(C,V)

变量集合：$V=\{a,b,c,d\}$

变量顺序：$\pi=\{\pi_1(V)=a,\ \pi_2(V)=b,\pi_3(V)=c,\pi_4(V)=d\}$

子句：

$$
\begin{aligned}
c_1&=(\bar{a}+b+c)\\
c_2&=(a+c+d)\\
c_3&=(a+c+\bar{d})\\
c_4&=(a+\bar{c}+d)\\
c_5&=(a+\bar{c}+\bar{d})\\
c_6&=(\bar{b}+\bar{c}+d)\\
c_7&=(\bar{a}+b+\bar{c})\\
c_8&=(\bar{a}+\bar{b}+c)
\end{aligned}
$$

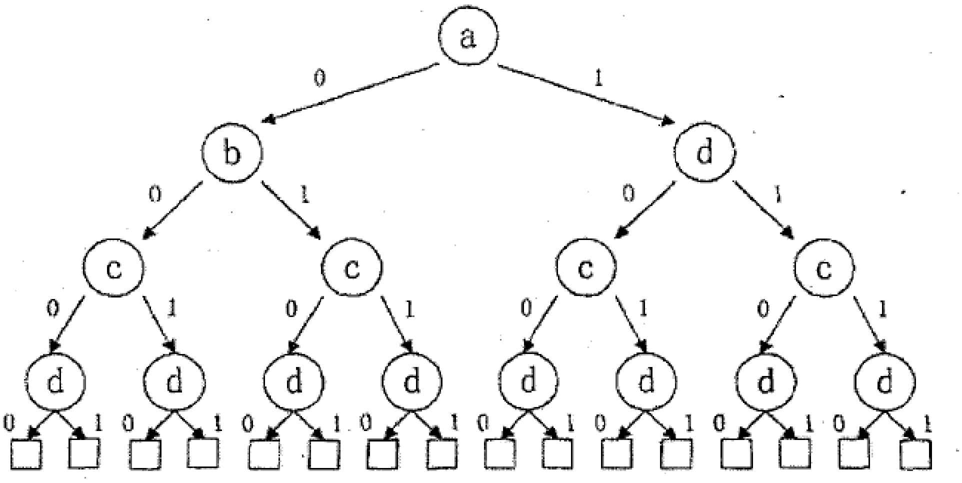


图 2 真值赋值搜索空间

2010 年 秋 季
研究生课程《计算机科学中使用的数理逻辑》试卷

任课教师：刘西洋　　　考试时间：2 小时

9. 证明（20 分）

1) $A \to (B \vee C) \not\models (A \to B) \wedge (A \to C)$　　（5 分）

2) $(A \wedge B) \to C \not\models (A \to C) \wedge (B \to C)$　　（5 分）

3) $\exists x A(x) \wedge \exists x B(x) \not\models \exists x\, [A(x) \wedge B(x)]$　　（5 分）

4) $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \models \forall x\, [A(x) \vee B(x)]$　　（5 分）

10.根据命题逻辑和一阶谓词逻辑的形式推演证明下述定理（15 分）

1) $A \to \neg B \vdash B \to \neg A$　　（5 分）

2) 如果 $A \vdash B$,则 $\neg B \vdash \neg A$　　（5 分）

3) $\neg \forall x A(x) \vdash\dashv \exists x \neg A(x)$　　（5 分）

11.证明（15 分）

$\Sigma \subseteq Form(\ell)$ 是协调的，当且仅当存在 A，使得 $\Sigma \nvdash A$。

12.构作语句（可以使用相等符号）使得它在论域 D 中是可满足的，当且仅当：（10 分）

1) D 有一个个体　　（2 分）

2) D 有三个个体　　（2 分）

3) D 有至多三个个体　　（3 分）

4) D 有至少三个个体　　（3 分）

13. 给出一阶谓词逻辑公式 $\forall x\, (F(b) \to \exists y (\forall z\, G(y, z) \vee H(u, x, y)))$ 的语法树（10 分）

14. 布尔函数 $f = \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3$ 的 BDD 如图 1 所示。其中 x1 是根节点，例点 1、例点 2 为非终节点，0、1 为终节点，虚线表示取 0 实线表示取 1。（20 分）

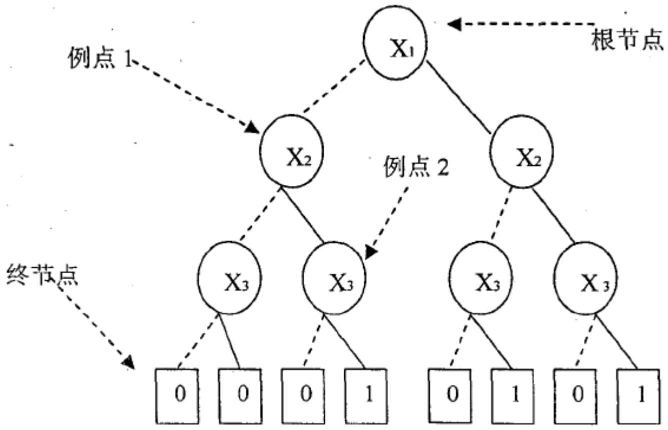


图 1 函数 f 的 BDD

定义 1：当沿着某个 BDD 的根节点向下搜索时，若每个节点在每条分支上出现的次数最多一次且变量出现的顺序相同，则把 BDD 称作偏序 BDD（Ordered BDD）。

定义 2：当一个 OBDD 中不包含同构子图且节点的两条分支不指向同一个节点时，称这个 OBDD 为约简的偏序 BDD（Reduced and Ordered BDD, ROBDD）

问题 1：对于图 1，我们选取变量序为 x_1、x_2、x_3，请判断它是否为 OBDD。

问题 2：化简 OBDD 为 ROBDD，可以参照以下步骤：

d) 合并相同的终节点：合并终节点中相同的节点，使之最多只有两个终节点，取值为 0、1；

e) 去除同构子图：对非终节点 u、v，如果满足以下三个条件，则删除其中一个节点，将删除节点的所有入边指向保留节点。Low()/high()分别表示取 0 取 1。

$$Var(u) = Var(v)$$
$$Low(u) = Low(v)$$
$$High(u) = High(v)$$

f) 删除无效节点：如果有 $Low(v) = High(v)$，则删除节点 v，并把它的所有

入边指向 $Low(v)$ 。

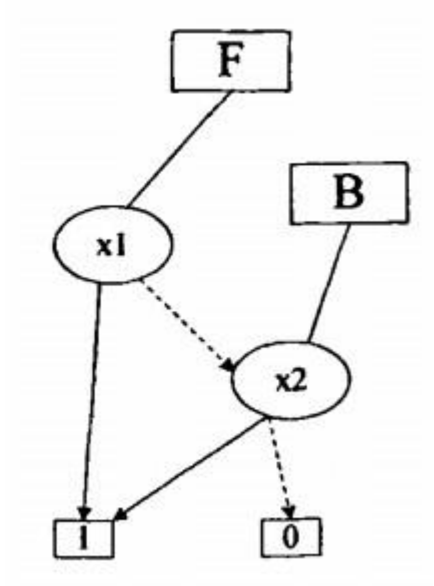
15. 对 OBDD 应用 ITE（IF-THEN-ELSE）运算法。（10 分）

ITE 运算特别适合 OBDD，它是一种三元运算，如式（1）所示。其用统一的方式来表示布尔函数的基本运算，所有的一元、二元逻辑函数都可用 ITE 算法来实现。

$$ite(f,g,h) = f \bullet g + \overline{f} \bullet h \qquad \text{式（1）}$$

问题 1： 例如 x_1+x_2 可以用 ite(x_1, 1, x_2)来表示，那么 x1*x2 用 ITE 如何表示？

问题 2： 设函数 $f=x_1+x_2$, $g=x_1*x_2$，例如函数 f 的 ITE 运算如图 2 所示（这里 B 无意义，仅起指代作用），那么请画出函数 g 的 ITE 运算示意图。



2011 年 秋 季
研究生课程《计算机科学中使用的数理逻辑》试卷

任课教师：刘西洋　　　考试时间：2 小时

16.证明（20 分）

（1）$(A\wedge B)\to C \not\models (A\to C)\wedge(B\to C)$　　（5 分）

（2）$(A\to C)\vee(B\to C) \not\models (A\vee B)\to C$　　（5 分）

（3）$\exists x\forall y\, A(x,y) \models \forall y\exists x A(x,y)$　　（5 分）

（4）$\forall y\exists x A(x,y) \not\models \exists x\forall y\, A(x,y)$　　（5 分）

17.根据命题逻辑和一阶谓词逻辑的形式推演证明下述定理（15 分）

（1）$A \vdash \neg\neg A$　　（5 分）

（2）$A\to B$，$A\to\neg B \vdash \neg A$　　（5 分）

（3）$\neg\exists x A(x) \dashv\vdash \forall x\neg A(x)$　　（5 分）

18.证明语句集（15 分）

$\{\forall x\, \exists y F(x,y), \forall x\neg F(x,x), \forall x\forall y\forall z[F(x,y)\wedge F(y,z)\to F(x,z)]\}$在无限论域中是可满足的，但在有限论域中是不可满足的。

19.基于全称量词∀、存在量词∃以及等词=或≠，定义以下扩展量词（10 分）

（1）存在至少 2 个　　（3 分）

（2）存在至多 2 个　　（3 分）

（3）存在恰好 3 个　　（4 分）

5．设 $A\in \mathrm{Form}(\mathcal{L}^p)$含不同的原子公式 $p_1,\ldots,p_n$, v 是真假赋值。对于 i=1，…,n,

令 $$A_i=\begin{cases} p_i & \text{如果} p_i^{\,v}=1 \\ \neg p_i & \text{否则}\end{cases}$$

证明：

（1）$A^v=1\Rightarrow A_1,\ldots,A_n\vdash A$

（2）$A^v=0\Rightarrow A_1,\ldots,A_n\vdash \neg A$

（只考虑 A 为$\neg B$ 和 $B_1\to B_2$ 两种形式）（20 分）

6.布尔函数 $f=\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1x_2x_3$的 BDD 如图 1 所示。其中 x1 是根节点，例点 1、例点 2 为非终节点，0、1 为终节点，虚线表示取 0 实线表示取 1。（10 分）

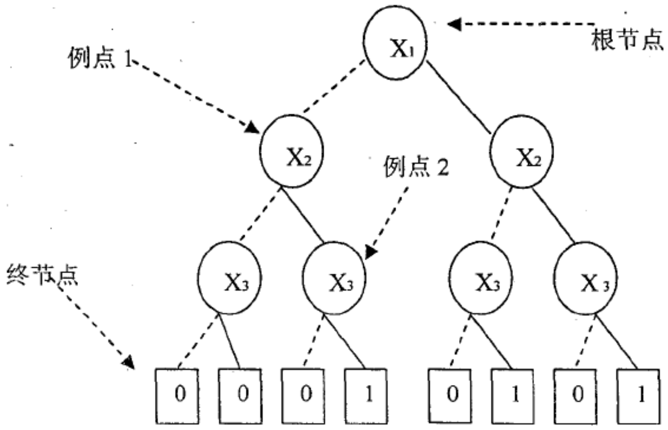


图 1 函数 f 的 BDD

定义 1：当沿着某个 BDD 的根节点向下搜索时，若每个节点在每条分支上出现的次数最多一次且变量出现的顺序相同，则把 BDD 称作偏序 BDD（Ordered BDD）。定义 2：当一个 OBDD 中不包含同构子图且节点的两条分支不指向同一个节点时，称这个 OBDD 为约简的偏序 BDD（Reduced and Ordered BDD, ROBDD）

问题 1：对于图 1，我们选取变量序为 x_1、x_2、x_3，请判断它是否为 OBDD。

问题 2：化简 OBDD 为 ROBDD，可以参照以下步骤：

g) 合并相同的终节点：合并终节点中相同的节点，使之最多只有两个终节点，取值为 0、1；

h) 去除同构子图：对非终节点 u、v，如果满足以下三个条件，则删除其中一个节点，将删除节点的所有入边指向保留节点。Low()/high()分别表示取 0 取 1。

$$Var(u)=Var(v)$$
$$Low(u)=Low(v)$$
$$High(u)=High(v)$$

i) 删除无效节点：如果有 $Low(v)=High(v)$，则删除节点 v，并把它的所有

入边指向 $Low(v)$ 。

7. SAT（Boolean Satisfaction Problem, SAT）的完备算法中 DPLL 算法尤其突出。请描述 DPLL 算法思想，并判断以下实例是否可满足，如果可满足，在图中画出算法走过的相应路径。（10 分）

可满足性问题：(C,V)

变量集合：$V=\{a,b,c,d\}$

变量顺序：$\pi=\{\pi_1(V)=a,\ \pi_2(V)=b,\pi_3(V)=c,\pi_4(V)=d\}$

子句：

$$
\begin{aligned}
c_1&=(\bar{a}+b+c)\\
c_2&=(a+c+d)\\
c_3&=(a+c+\bar{d})\\
c_4&=(a+\bar{c}+d)\\
c_5&=(a+\bar{c}+\bar{d})\\
c_6&=(\bar{b}+\bar{c}+d)\\
c_7&=(\bar{a}+b+\bar{c})\\
c_8&=(\bar{a}+\bar{b}+c)
\end{aligned}
$$

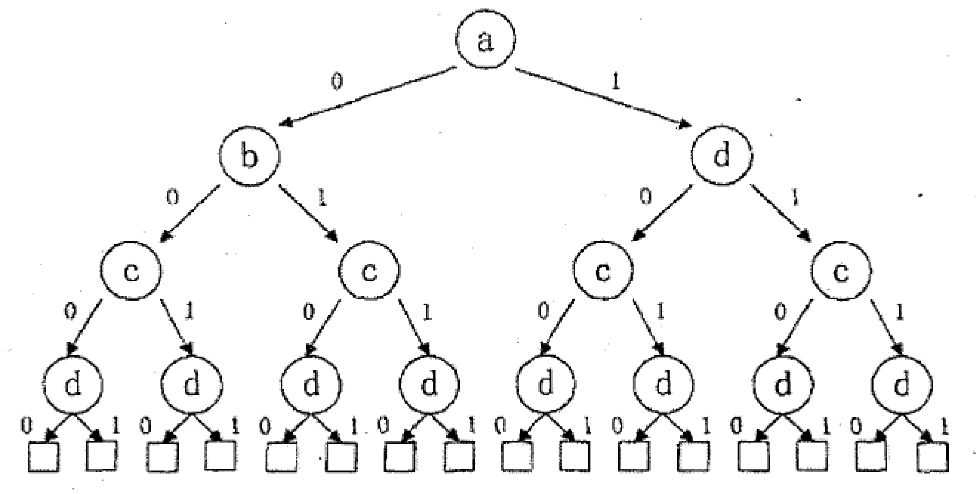


图 2 真值赋值搜索空间

西安电子科技大学

研 究 生 课 程 考 试 试 题

（答案必须写在答题纸上或在答题卡上填涂）

考试科目：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 课程编号：＿＿＿＿＿＿＿

考试日期：2012年＿＿月＿＿日 考试时间：＿＿＿＿＿＿分

考试方式：(闭卷) 任课教师：＿＿＿＿＿＿ 班号＿＿＿＿

学生姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 学 号：＿＿＿＿＿＿＿

1. 证明（15 分）

（1）$(A \to B) \vee (A \to C) | \neq A \to (B \wedge C)$ （5 分）

（2）$(A \wedge B) \to C | \neq (A \to C) \wedge (B \to C)$ （5 分）

（3）$\forall x[A(x) \vee B(x)] | \neq \forall x A(x) \vee \forall x B(x)$ （5 分）

2. 根据命题逻辑和一阶谓词逻辑的形式推演证明下述定理（15 分）

(1) $\neg A \to B \vdash \neg B \to A$ (5 分)

(2) $A \to (B \to C), A \to B \vdash A \to C$ (5 分)

(3) $\neg \forall x A(x) \vdash\dashv \exists x \neg A(x)$ (5 分)

3. 基于全称量词∀、存在量词∃以及等词=或≠，定义以下扩展量词（15 分）

（1）有 2 个 （5 分）

（2）存在至多 3 个 （5 分）

（3）存在至少 2 个 （5 分）

4. 设 A∈Form（$\mathcal{L}$p）含不同的原子公式 p1,…,pn, v 是真假赋值。对于 i=1，…,n,

令 $$A_i = \begin{cases} p_i & \text{如果} p_i^{\,v} = 1 \\ \neg p_i & \text{否则} \end{cases}$$

证明：

（1）$A^v=1 \Rightarrow A_1, \ldots, A_n \vdash A$

（2）$A^v=0 \Rightarrow A_1, \ldots, A_n \vdash \neg A$

（只考虑 A 为 $\neg B$ 和 $B_1 \to B_2$ 两种形式）（25 分）

5. 布尔函数 $f = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_3 + x_1 \overline{x_2}\,x_3 + x_1 x_2 \overline{x_3}$ 的 BDD 如图 1 所示。其中 x1 是根节点，

例点 1、例点 2 为非终节点，0、1 为终节点，虚线表示取 0，实线表示取 1。（15 分）

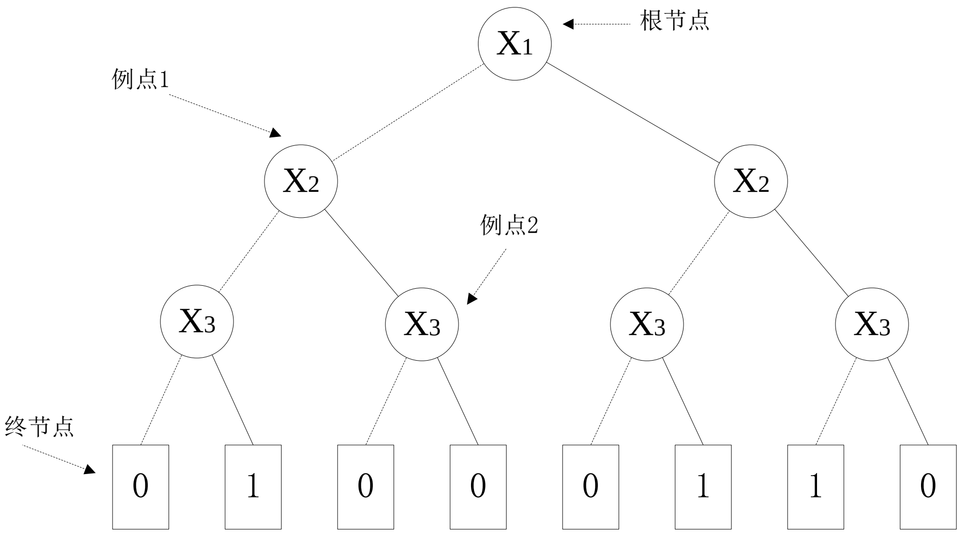


图 1 函数 f 的 BDD

定义 1：当沿着某个 BDD 的根节点向下搜索时，若每个节点在每条分支上出现的次数最多一次且变量出现的顺序相同，则把 BDD 称作偏序 BDD（Ordered BDD）。

定义 2：当一个 OBDD 中不包含同构子图且节点的两条分支不指向同一个节点时，称这个 OBDD 为约简的偏序 BDD（Reduced and Ordered BDD, ROBDD）

问题 1：对于图 1，我们选取变量序为 x_1、x_2、x_3，请判断它是否为 OBDD。

问题 2：化简 OBDD 为 ROBDD，可以参照以下步骤：

j) 合并相同的终节点：合并终节点中相同的节点，使之最多只有两个终节点，取值为 0、1；

k) 去除同构子图：对非终节点 u、v，如果满足以下三个条件，则删除其中一个节点，将删除节点的所有入边指向保留节点。Low()/high()分别表示取 0 取 1。

$$Var(u) = Var(v)$$
$$Low(u) = Low(v)$$
$$High(u) = High(v)$$

l) 删除无效节点：如果有 $Low(v) = High(v)$，则删除节点 v，并把它的所有入边指向 $Low(v)$。

6. DPLL 算法在 SAT（Boolean Satisfaction Problem, SAT）的完备算法中是最突

出的。请根据 DPLL 算法完成以下题目：（15 分）

问题 1：描述 DPLL 算法的基本思想；

问题 2：判断以下实例是否可满足，如果可满足，在图中画出算法走过的相应路径。

可满足性问题：(C,V)

变量集合：$V=\{a,b,c,d\}$

变量顺序：$\pi=\{\pi_1(V)=a,\pi_2(V)=b,\pi_3(V)=c,\pi_4(V)=d\}$

子句：

$c_1=(a+\bar{b}+c)$
$c_2=(a+b+\bar{c})$
$c_3=(a+b+c)$
$c_4=(\bar{a}+\bar{c}+\bar{d})$
$c_5=(\bar{a}+\bar{c}+d)$
$c_6=(\bar{a}+c+\bar{d})$
$c_7=(\bar{a}+c+d)$
$c_8=(\bar{b}+\bar{c}+d)$

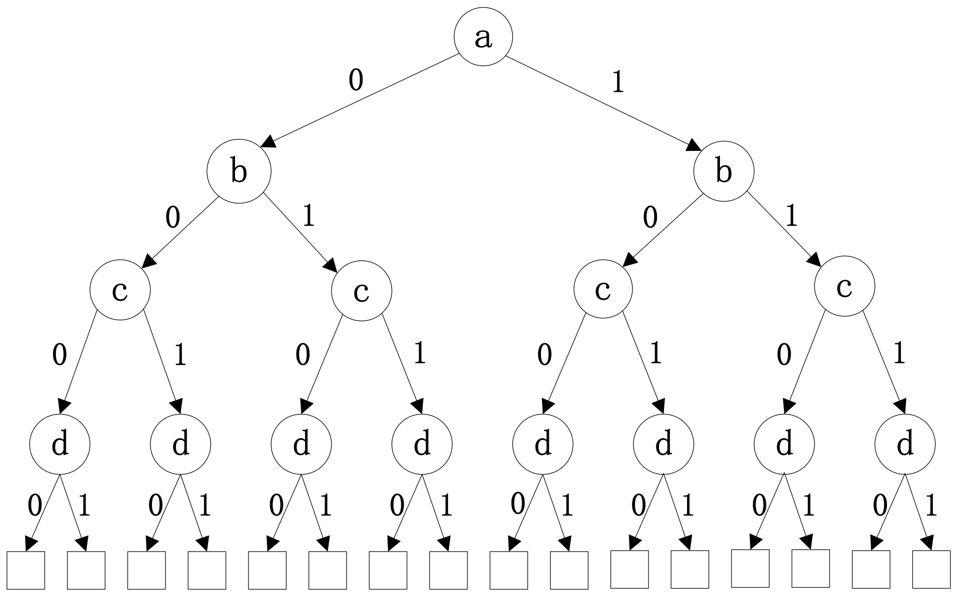


图 2 真值赋值搜索空间

西安电子科技大学

研 究 生 课 程 考 试 试 题

（答案必须写在答题纸上或在答题卡上填涂）

考试科目：____________________ 课程编号：______________

考试日期：2013年____月____日 考试时间：____________分

考试方式：(闭卷) 任课教师：____________ 班号_______

学生姓名：___________________ 学　　号：_____________

1. 证明（20 分）

   (1) $A \to (B \vee C) \nvDash (A \to B) \wedge (A \to C)$ （5 分）

   (2) $(A \to C) \vee (B \to C) |\neq (A \vee B) \to C$ （5 分）

   (3) $\forall x[A(x) \vee B(x)] |\neq \forall x A(x) \vee \forall x B(x)$ （5 分）

   (4) $\exists x \forall y\, A(x,y) \vDash \forall y \exists x A(x,y)$ （5 分）

2. 根据命题逻辑和一阶谓词逻辑的形式推演证明下述定理（20 分）

   (4) $\neg A \to \neg B \vdash B \to A$ (5 分)

   (5) $A \to B, B \to C \vdash A \to C$ (5 分)

   (6) $\exists x \exists y A(x,y) \vdash\dashv \exists y \exists x A(x,y)$ （5 分）

   (7) $\neg \exists x A(x) \vdash\dashv \forall x \neg A(x)$ （5 分）

3. 构作语句（可以使用相等符号）使得它在论域 D 中是可满足的，当且仅当：（15 分）

   5) D 有两个个体 （5 分）

   6) D 有至多三个个体 （5 分）

   7) D 有至少两个个体 （5 分）

4. 设在公式 A 中原子公式出现的数目是 m，$\wedge, \vee, \to$ 和 $\leftrightarrow$ 出现的总数是 n，证明 m=n+1。（注意，同一个公式和 $\wedge$ 等都可以在 A 中有多次出现。）（8 分）

5. 给出一阶谓词逻辑公式 $\forall x\, (F(b) \to \exists y(\forall z\, G(y, z) \vee H(u, x, y)))$ 的语法树（10 分）

6. 由(Ref)，（+），（→ +）和下面的：

(1) 如果$\Sigma\vdash\neg\neg A$，则$\Sigma\vdash A$.

(2) 如果$\Sigma\vdash A$，则$\Sigma\vdash\neg\neg A$.

(3) 如果$\Sigma\vdash A\to B,\neg B$，则$\Sigma\vdash\neg A$.

证明（¬－）.　　（12）

7. 布尔函数 $f=\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3+x_1\overline{x_2}x_3+x_1x_2\overline{x_3}$ 的 BDD 如图 1 所示。其中 x1 是根节点，例点 1、例点 2 为非终节点，0、1 为终节点，虚线表示取 0，实线表示取 1。（15 分）

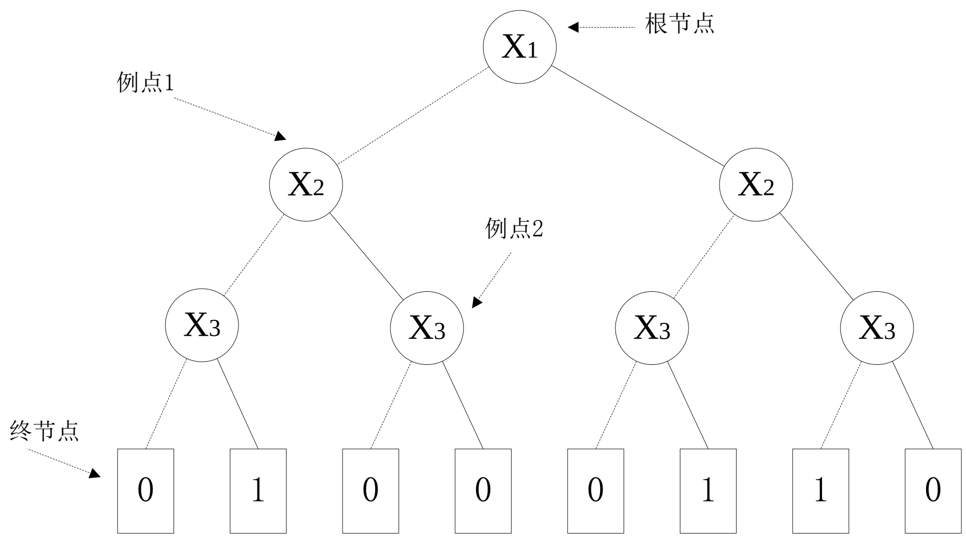


图 1 函数 f 的 BDD

定义 1：当沿着某个 BDD 的根节点向下搜索时，若每个节点在每条分支上出现的次数最多一次且变量出现的顺序相同，则把 BDD 称作偏序 BDD（Ordered BDD）。

定义 2：当一个 OBDD 中不包含同构子图且节点的两条分支不指向同一个节点时，称这个 OBDD 为约简的偏序 BDD（Reduced and Ordered BDD, ROBDD）

问题 1：对于图 1，我们选取变量序为 x_1、x_2、x_3，请判断它是否为 OBDD。

问题 2：化简 OBDD 为 ROBDD，可以参照以下步骤：

m) 合并相同的终节点：合并终节点中相同的节点，使之最多只有两个终节点，取值为 0、1；

n) 去除同构子图：对非终节点 u、v，如果满足以下三个条件，则删除其中

一个节点，将删除节点的所有入边指向保留节点。Low()/high()分别表示取 0 取 1。

$$Var(u) = Var(v)$$
$$Low(u) = Low(v)$$
$$High(u) = High(v)$$

o) 删除无效节点：如果有 $Low(v) = High(v)$，则删除节点 v，并把它的所有入边指向 $Low(v)$

西安电子科技大学

研 究 生 课 程 考 试 试 题

（答案必须写在答题纸上或在答题卡上填涂）

考试科目：____________________ 课程编号：______________

考试日期：2014年____月____日 考试时间：____________分

考试方式：(闭卷) 任课教师：____________ 班号_______

学生姓名：___________________ 学　　号：_____________

1. （20 分）（Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation） Fig5
2. （10 分）（The Quest for Efficient Boolean Satisfiability Solvers）Fig2
3. （20 分）（The Quest for Efficient Boolean Satisfiability Solvers）

   为什么实际中采用的是 Fig2 中的迭代版本而非 Fig1 中的递归版本
4. （20 分）（The Quest for Efficient Boolean Satisfiability Solvers）3.2.1 L*M / N , M/N

5 (15 分)（将程序翻译为逻辑公式）

pp 9 ANY-Y

State variables 5

Initial Conndition 5

Transition Relation 10

L1, M0

6 (15 分) （The Quest for Efficient Boolean Satisfiability Solvers）

6.1

3.4 节 为什么 Chaff 实现中采用数组而非指针数据结构存储 clause database? （5 分）

6.2 给出 DPLL 算法在多核处理器上的并行实现方法 （10 分）

1. 布尔函数 $f=\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1x_2x_3$ 的 BDD 如图 1 所示。其中 x1 是根节点，例点 1、例点 2 为非终节点，0、1 为终节点，虚线表示取 0 实线表示取 1。（20 分）

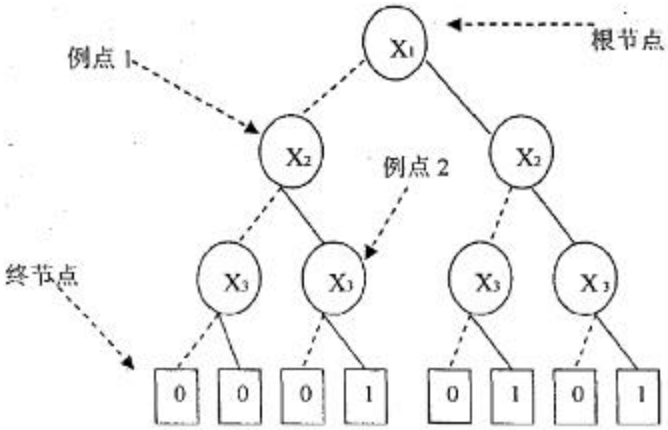


图 1 函数 f 的 BDD

定义 1：当沿着某个 BDD 的根节点向下搜索时，若每个节点在每条分支上出现的次数最多一次且变量出现的顺序相同，则把 BDD 称作偏序 BDD（Ordered BDD）。

定义 2：当一个 OBDD 中不包含同构子图且节点的两条分支不指向同一个节点时，称这个 OBDD 为约简的偏序 BDD（Reduced and Ordered BDD, ROBDD）

问题 1：对于图 1，我们选取变量序为 x_1、x_2、x_3，请判断它是否为 OBDD。

问题 2：化简 OBDD 为 ROBDD，可以参照以下步骤：

a) 合并相同的终节点：合并终节点中相同的节点，使之最多只有两个终节点，取值为 0、1；

b) 去除同构子图：对非终节点 u、v，如果满足以下三个条件，则删除其中一个节点，将删除节点的所有入边指向保留节点。Low()/high()分别表示取 0 取 1。

$$Var(u) = Var(v)$$
$$Low(u) = Low(v)$$
$$High(u) = High(v)$$

c) 删除无效节点：如果有 $Low(v) = High(v)$，则删除节点 v，并把它的所有入边指向 $Low(v)$。

2. 对 OBDD 应用 ITE（IF-THEN-ELSE）运算法。（10 分）

ITE 运算特别适合 OBDD，它是一种三元运算，如式（1）所示。其用统一的方式来表示布尔函数的基本运算，所有的一元、二元逻辑函数都可用 ITE 算法来实现。

$$ite(f,g,h) = f \cdot g + \overline{f} \cdot h \qquad \text{式（1）}$$

问题 1: 例如 x_1+x_2 可以用 ite(x_1, 1, x_2)来表示，那么 x1*x2 用 ITE 如何表示？

问题 2: 设函数 f=x_1+x_2, g=x_1*x_2，例如函数 f 的 ITE 运算如图 2 所示（这里 B 无意义，仅起指代作用），那么请画出函数 g 的 ITE 运算示意图。