HI 4 電気磁気学 演習課題 (2024/6/13)

45号 山口 惺司

[課題7]

(a) (a1) (左辺) $= \oint_S E_n dS$

$= E_r \oint dS$

$= E_r \cdot 2\pi r l$

(右辺) $= \dfrac{1}{\varepsilon_0} \sum_i Q_i = \dfrac{q_l l}{\varepsilon_0}$

(左辺) = (右辺)

$$E_r \cdot 2\pi r l = \frac{q_l l}{\varepsilon_0}$$

$$E_r = \frac{q_l \cancel{l}}{\varepsilon_0 \cdot 2\pi r \cancel{l}}$$

$$E_r = \frac{q_l}{2\pi r \varepsilon_0} \text{ [V/m]}$$

(a2)

$$V = -\int_a^b E_r \, dr$$

$$= -\int_a^b \frac{q_l}{2\pi r \varepsilon_0} dr$$

$$= -\frac{q_l}{2\pi\varepsilon_0} \int_a^b \frac{1}{r} dr$$

$$= -\frac{q_l}{2\pi\varepsilon_0} \left[\log r\right]_a^b$$

$$= -\frac{q_l}{2\pi\varepsilon_0} (\log b - \log a)$$

$$= -\frac{q_l}{2\pi\varepsilon_0} \log\frac{b}{a}$$

したがって

電位差 $V = \dfrac{q_l}{2\pi\varepsilon_0} \log\left(\dfrac{b}{a}\right)$ [V]

(a3) 電荷密度 $\sigma = \dfrac{q_l}{2\pi a L}$

ガウスの法則より。

$$E_a = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Lは無視する。

$$= \frac{q_l}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

(a2)より。

$$q_l = \frac{2\pi\varepsilon_0 V}{\log\left(\frac{b}{a}\right)}$$

これを代入すると。

$$E_a = \frac{\frac{2\pi\varepsilon_0 V}{\log\left(\frac{b}{a}\right)}}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

$$= \frac{\frac{V}{\log\left(\frac{b}{a}\right)}}{a}$$

$$= \frac{V}{a\log\left(\frac{b}{a}\right)} \text{ [V/m]}$$

(b)

$\oint E \cdot dA = \dfrac{q_l}{\varepsilon_0}$ 高さをLとする。

$\oint E \cdot dA = E_r 2\pi r L$ より。

$$\frac{q_l}{\varepsilon_0} = E_r 2\pi r L$$

$q_l = \lambda L$ であるため。

$$\frac{\lambda L}{\varepsilon_0} = E_r 2\pi r L$$

$$E_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \text{ [V/m]}$$

H24 電気磁気学　演習課題 (2024/6/20)
45号 山の 惺司

[課題8]

(a)(a1) 例題2.6より、

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

(a2)

小さな水滴の体積をV_sとする

$$V_s = \frac{4}{3}\pi a^3$$

大きな水滴の体積をV_Lとする

$$V_L = 2\cdot\frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{8}{3}\pi a^3$$

大きな水滴の半径をbとおいて、

$$V_L = \frac{4}{3}\pi b^3$$

したがって

$$\frac{4}{3}\pi b^3 = \frac{8}{3}\pi a^3$$

$$b^3 = 2a^3$$

$$b = 2^{\frac{1}{3}}\cdot a \ [m]$$

(a3) 大きな水滴の電荷をQ_Lとすると

$Q_L = 2Q$ となる。

したがって表面電位は、

$$V = \frac{Q_L}{4\pi\varepsilon_0 b} = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot a}$$

$$= \frac{2}{2^{\frac{1}{3}}}\cdot V_1$$

$$= 2^{\frac{2}{3}}\cdot V_1 \ [V]$$

(b) ガウスの法則 $\oint_s E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

E_1について (左辺) $= \oint_s E_1 dS$

$$= E_1\cdot 2\pi r l$$

(右辺) $= \frac{Q}{\varepsilon_0}$, $Q = \lambda l$ より、

$$= \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

(左辺) = (右辺)

$$E_1\cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \ [V/m]$$

E_2について、$r = (d-r)$として同様に計算する。

$$E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-r)} \ [V/m]$$

$$E_r = E_1 + E_2$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-r)}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{(d-r)}\right) [V/m]$$