

Toetsvoorblad

Naam Student: _____

Studentnummer: _____

Opleiding: Mechatronica	Toetsnaam: ME-MECCON1-19 Sterkteleer
Opsteller: Olivier Potma/Frieda Woldhek Tweede lezer: Hugo Makkink	Datum: woensdag 20 april 2022 Tijd: 14:15 - 15:45
Groep: ME P2 Module: ME-MECCON1-19	Aantal bladzijden: 11 (inclusief voorblad) Aantal vragen: 4

Bij deze toets worden verstrekt:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Gelineeerd papier | <input checked="" type="checkbox"/> Opgavenbladen met ruimte om de vragen te beantwoorden |
| <input type="checkbox"/> Ruitjes papier | <input type="checkbox"/> Antwoordformulier ABCDE |
| <input checked="" type="checkbox"/> Kladpapier | <input type="checkbox"/> Antwoordformulier Ja/Nee |
| <input type="checkbox"/> Omslag voor gemaakt tentamen | <input type="checkbox"/> Antwoordformulier Ja/Nee/Vraagteken |
| <input type="checkbox"/> Overig: _____ | |
| <input type="checkbox"/> Bijlage(n): _____ | |

Toegestane eigen hulpmiddelen bij het maken van deze toets:

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> Eenvoudige rekenmachine | <input type="checkbox"/> Eigen aantekeningen: _____ |
| <input type="checkbox"/> Grafische rekenmachine | <input type="checkbox"/> Boeken/dictaten: _____ |
| <input type="checkbox"/> Computer | |
| <input type="checkbox"/> Formuleblad(en): _____ | |

Opmerkingen:

ALLEEN het AANGEHECHT FORMULEBLAD is toegestaan. Noteer je berekeningen en antwoorden op het toetsblad. Kladpapier hoeft je niet in te leveren.

Cesuur (voorlopig):

100 punten, 55 punten = 5,5

In te leveren door student bij surveillant:

- | |
|--|
| <input type="checkbox"/> Alle documenten voorzien van naam en studentnummer, per document gesorteerd |
| <input checked="" type="checkbox"/> Alle documenten voorzien van naam en studentnummer, per student gesorteerd (in omslag) |

Belangrijk:

Voor dit tentamen gelden de regels uit de toetsregeling van het Onderwijs- en Examenreglement. Dit document is aanwezig in het toetslokaal;

Je dient zelf te controleren of je alle pagina's en vragen van dit tentamen hebt ontvangen;

Dit tentamen is dubbelzijdig geprint;

Schrijf je naam en studentnummer op alle documenten.

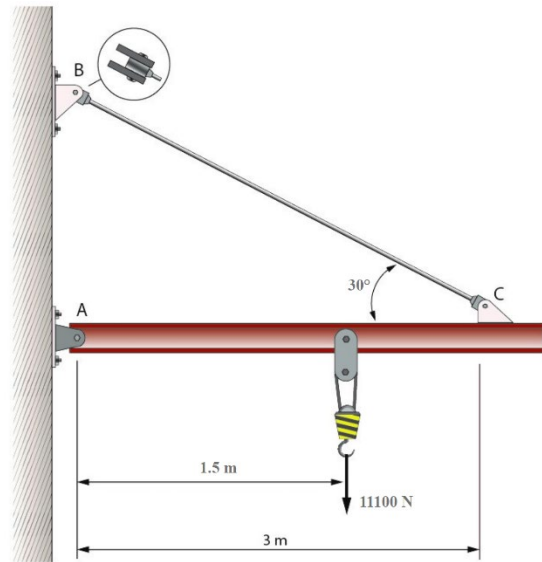
Vraag 1. (7 + 12 = 19 punten)

In figuur 1 is een kraan afgebeeld. De stang BC heeft een diameter van **20 mm** en is gemaakt van een materiaal met een **E = 200 GPa**.

De stang is bij B door middel van een stalen pen bevestigd, zie bovenaanzicht bij B. De toelaatbare schuifspanning van de stalen pen is **145 MPa**.

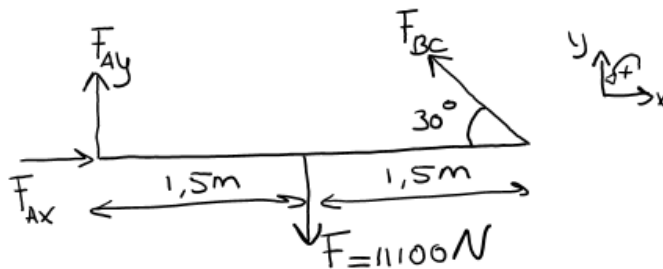
Een kettingtakel kan langs de balk AC worden verplaatst.

De takel wordt door een kracht van **11100 N** belast.



Figuur 1: kraan

bereken de kracht in stang BC



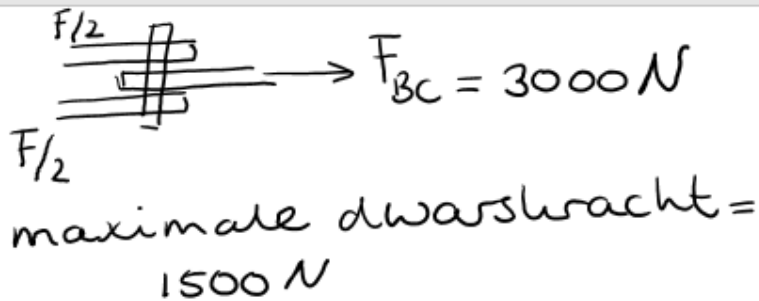
$$\sum F_x = 0 \text{ en } \sum F_y = 0 \text{ hoeven niet}$$

$$\sum M_{\text{tov A}} = 0$$

$$\sin 30 \cdot F_{BC} \cdot 3 - 11100 \cdot 1,5 = 0$$

$$F_{BC} = \frac{11100 \cdot 1,5}{\sin 30 \cdot 3} = 11100 \text{ N}$$

- a) Bereken de **minimaal vereiste diameter** van de pen in B indien rekening dient te worden gehouden met een veiligheidsfactor van $V_f = 1,6$. Ga uit van een belasting in buis BC van $F_{BC} = 3000 \text{ N}$ [12 pnt] Schrijf je berekening en antwoord in dit vak



maximale dwarskracht =
1500 N

$$\tau_{\max} = 145 \text{ MPa} \text{ en } V_f = 1,6$$

$$\tau_{\text{toel}} = \frac{145}{1,6} = 90,6 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{D}{A} \quad D = 1500 \text{ N}$$

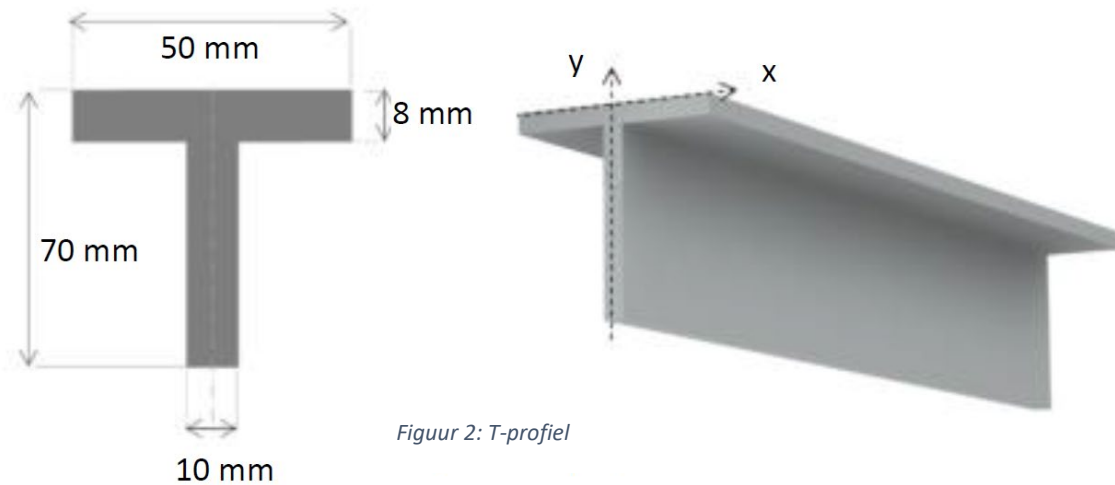
$$A = \frac{D}{\tau} = 16,56 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2,3 \text{ mm}$$

dus $d_{\min} = 4,6 \text{ mm}$

Vraag 2. (9 + 15 = 24 punten)

Gegeven het T-profiel met dimensies uit figuur 2.



Figuur 2: T-profiel

- a) Bepaal het **centrum van de doorsnede** ten opzichte van de aangegeven oorsprong [9 punten]
Schrijf je berekening en antwoord in dit vak

aangegeven $0 \Rightarrow \bar{x} = 0 \text{ mm}$

$$\bar{y} = \frac{\sum A \cdot y}{\sum A} = \frac{(50 \cdot 8 \cdot -4) + (62 \cdot 10 \cdot -39)}{(50 \cdot 8) + (62 \cdot 10)}$$

$$\bar{y} = -25,3 \text{ mm}$$

vanwege vervolgvraag is

$\bar{x} = 25$ en $\bar{y} = 44,7 \text{ mm}$ ook goed

2
3
4

- b) **Bepaal het Traagheidsmoment I_x** om de x-as door het centrum. Neem de coördinaten $x=25$ en $y=25$ als centrum. [15 pnt] *Schrijf je berekening en antwoord in dit vak*

assenstelsel verplaatst naar linksboven

$$I_{x_1} = \frac{50 \cdot 8^3}{12} + (50 \cdot 8) \cdot (25-4)^2 = \cancel{162133,3 \text{ mm}^4} \quad 178533,33 \text{ mm}^4$$

$$I_{x_2} = \frac{10 \cdot 62^3}{12} + (10 \cdot 62) \cdot (25-39)^2 = 320126,7 \text{ mm}^4$$

$$I_{x \text{ tot}} = \cancel{482260} \text{ mm}^4 = \cancel{4,82} \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

$$498660 \quad 4,99 \cdot 10^5$$

5
5
5

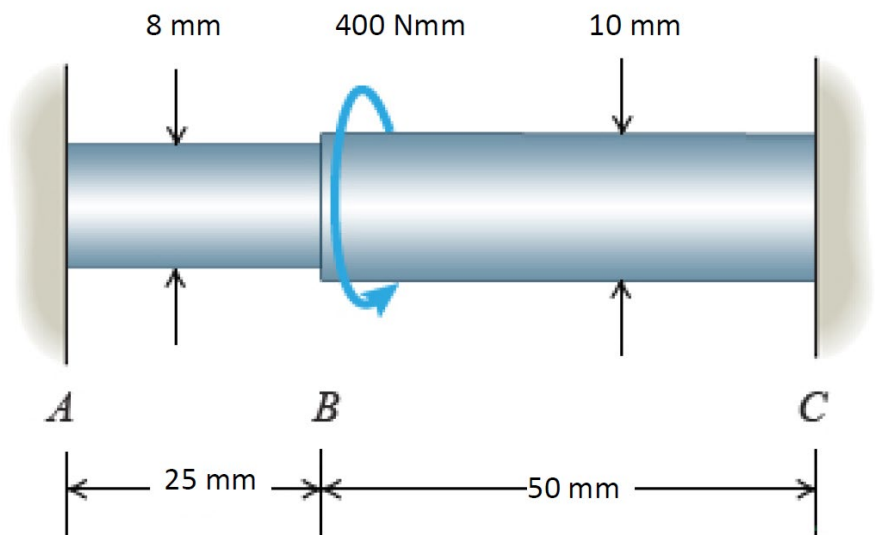
De vraag kan ook gelezen worden als oorsprong ligt links onderin. In dat geval is $I_x = 895460 \text{ mm}^4$, maar Steiner moet een hint geven dat beide zwaartepunten boven het echte zwaartepunt liggen en dat dat niet kan kloppen.

Evengoed voor deze optie ook volledige punten toekennen, want het ontbreken van de min bij $y=25 \text{ mm}$ kan voor verwarring zorgen.

Vraag 3. (18 + 9 = 27 punten)

Gegeven is de massieve staaf ABC (figuur 3) met $G = 72 \text{ GPa}$, aan beide kanten ingeklemd.

Gebruik de afmetingen zoals gegeven in de figuur. Er werkt een koppel op de staaf ter plaatse van de overgang in diameter bij B, de waardes en richtingen zijn ook in de figuur aangegeven.



Figuur 3: Ingeklemd staaf op torsie

a) Bepaal de **reactiemomenten** in A en C. [18 pnt]_Schrijf je berekening en antwoord in dit vak

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{AB} &= \varphi_{BC} \\ T - T_A - T_C &= 0 \\ \varphi &= \frac{TL}{JG} \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} \frac{T_A L_{AB}}{J_{AB}} &= \frac{T_C L_{BC}}{J_{BC}} \\ \frac{T_A L_{AB}}{J_{AB}} &= \frac{2 T_C L_{AB}}{J_{BC}} \end{aligned} \quad , \quad L_{BC} = 2 L_{AB}$$

$$T - 2 T_C - T_C = 0$$

$$T = T_C \left(2 \frac{J_{AB}}{J_{BC}} + 1 \right)$$

$$T_C = \frac{T}{2 \frac{J_{AB}}{J_{BC}} + 1} = \frac{400}{2 \cdot \frac{\frac{\pi}{2} \cdot 4^4}{\frac{\pi}{2} \cdot 5^4} + 1} = \frac{400}{2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 + 1} = \underline{\underline{219,88 \text{ Nmm}}}$$

Vervolg antwoord a

$$400 - T_A - 219,88 = 0 \quad 3$$
$$T_A = 400 - 219,88 = \boxed{180,12 \text{ Nmm}} \quad 1$$

- b. Bereken de maximaal optredende schuifspanning ten gevolge van torsie in de staaf. Gebruik voor het maximale Torsiemoment $T_A = 150 \text{ Nmm}$ en $T_C = 250 \text{ Nmm}$ [9 pnt] Schrijf je berekening en antwoord in dit vak

$$3b) \quad \tau_{AB} = \frac{150 \cdot 4}{402,1} = 1,49 \text{ MPa}$$

$$\tau_{BC} = \frac{250 \cdot 5}{981,7} = 1,27 \text{ MPa}$$

dus $\tau_{\max} = 1,49 \text{ MPa}$
doorrekenpunt voor J_{AB} en J_{BC}

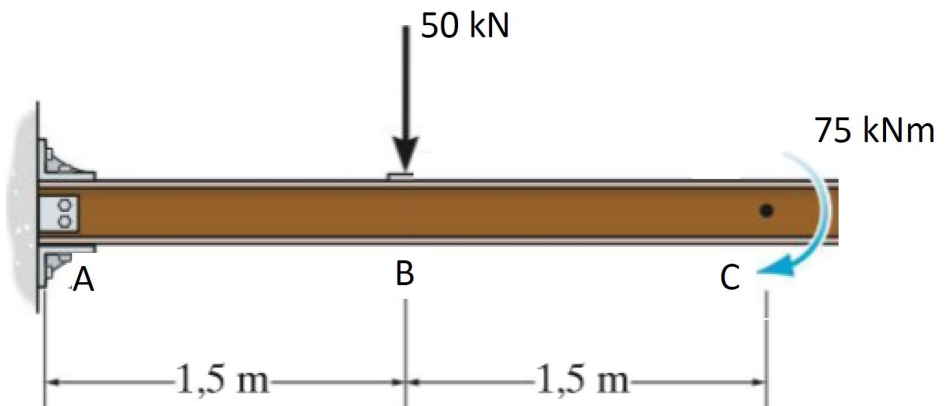
3

3

3

Vraag 4. (15 +15 = 30 punten)

Gegeven is balk ABC (zie figuur 4). Punt A is ingeklemd, de rest hangt vrij. Bij punt B grijpt een puntbelasting aan, op punt C grijpt een koppel aan. De waarden en afmetingen staan in de figuur. De E modulus is **200 GPa**.



Figuur 4: Balk ABC

- a) Bereken het benodigde **traagheidsmoment** bij een maximale doorbuiging van **5 mm** in punt C.
[15 pnt]_Schrijf je berekening en antwoord in dit vak

4a) $I_x = ?$ $v_{\text{tot}} = 5 \text{ mm} = 0,005 \text{ m} \downarrow$
 $E = 200 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ $F = 50 \cdot 10^3 \text{ N}$ $M = 75 \cdot 10^3 \text{ Nm}$ $L = 3 \text{ m}$

$$v = \frac{-5PL^3}{48EI}$$

$$v = -\frac{ML^2}{2EI}$$

$$- \frac{5PL^3}{48EI} - \frac{ML^2}{2EI} = -0,005$$

$$0,005 I = \frac{5PL^3}{48E} + \frac{ML^2}{2E}$$

$$\Rightarrow I = 4,78 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

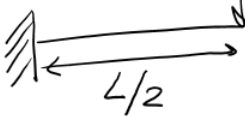
alles in juiste eenheden = 3

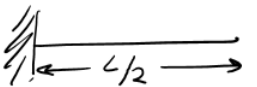
3

5

- b) Bereken de **doorbuiging** die optreedt in **punt B**. Gebruik voor het traagheidsmoment $I_x = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ [15 pnt]_Schrijf je berekening en antwoord in dit vak

4b) doorbuigings B



$$V_p = \frac{-P \cdot (L/2)^3}{3EI} \quad 5$$


$$V_m = \frac{-M (L/2)^2}{2EI} \quad 5$$

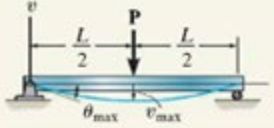
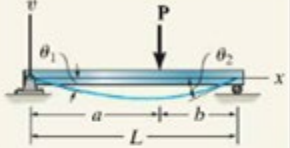
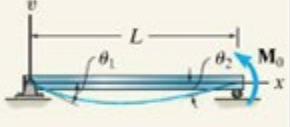
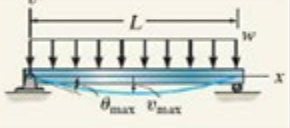
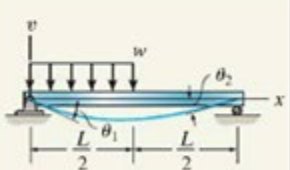
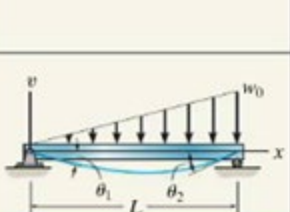
$V_{\text{tot}} = -1,47 \text{ mm} \quad 5$

$$\frac{50 \text{ e}^3 \cdot 1,5^3}{3 \cdot 200 \text{ e}^9 \cdot 7,5 \text{ e}^{-4}} + \frac{75 \text{ e}^3 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 200 \text{ e}^9 \cdot 7,5 \text{ e}^{-4}} = 0,937 \text{ mm}$$

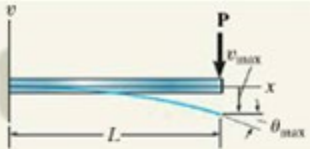
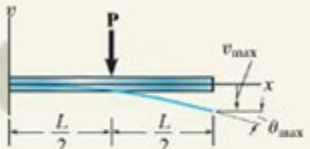
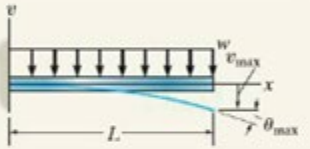
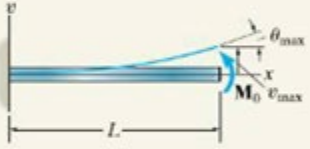
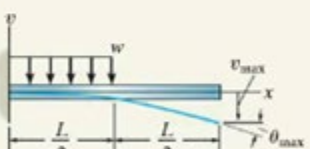
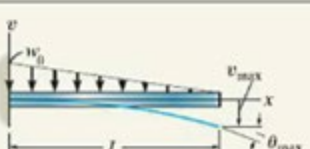
Formuleblad bij het tentamen Sterkteleer (ME-MECCON1-19 / STERKT-T1)

Formules traagheidsmomenten:

$y_{\text{zwaartepunt}} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i * A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$	Zwaartepunt
$I_x = I_y = \frac{1}{4} \pi r^4$	Traagheidsmoment van cirkel
$I_x = \frac{1}{12} b h^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de x-as
$I_y = \frac{1}{12} h b^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de y-as
$I_x = I_{x'} + A d_y^2$	Traagheidsmoment rond een andere as berekenen
$J = I_p = \frac{1}{2} \pi r^4$	Polair traagheidsmoment van een cirkel

Simply Supported Beam Slopes and Deflections			
Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{16EI}$	$v_{\max} = \frac{-PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px}{48EI}(3L^2 - 4x^2)$ $0 \leq x \leq L/2$
	$\theta_1 = \frac{-Pab(L+b)}{6EIL}$ $\theta_2 = \frac{Pab(L+a)}{6EIL}$	$v \Big _{x=a} = \frac{-Pba}{6EIL}(L^2 - b^2 - a^2)$	$v = \frac{-Pbx}{6EIL}(L^2 - b^2 - x^2)$ $0 \leq x \leq a$
	$\theta_1 = \frac{-M_0L}{6EI}$ $\theta_2 = \frac{M_0L}{3EI}$	$v_{\max} = \frac{-M_0L^2}{\sqrt{243EI}}$ at $x = 0.5774L$	$v = \frac{-M_0x}{6EIL}(L^2 - x^2)$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{24EI}$	$v_{\max} = \frac{-5wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
	$\theta_1 = \frac{-3wL^3}{128EI}$ $\theta_2 = \frac{7wL^3}{384EI}$	$v \Big _{x=L/2} = \frac{-5wL^4}{768EI}$ $v_{\max} = -0.006563 \frac{wL^4}{EI}$ at $x = 0.4598L$	$v = \frac{-wx}{384EI}(16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-wL}{384EI}(8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \leq x < L$
	$\theta_1 = \frac{-7w_0L^3}{360EI}$ $\theta_2 = \frac{w_0L^3}{45EI}$	$v_{\max} = -0.00652 \frac{w_0L^4}{EI}$ at $x = 0.5193L$	$v = \frac{-w_0x}{360EIL}(3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$

Cantilevered Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{2EI}$	$v_{\max} = \frac{-PL^3}{3EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI} (3L - x)$
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{8EI}$	$v_{\max} = \frac{-5PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI} \left(\frac{3}{2}L - x \right) \quad 0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-PL^2}{24EI} \left(3x - \frac{1}{2}L \right) \quad L/2 \leq x \leq L$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{6EI}$	$v_{\max} = \frac{-wL^4}{8EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI} (x^2 - 4Lx + 6L^2)$
	$\theta_{\max} = \frac{M_0L}{EI}$	$v_{\max} = \frac{M_0L^2}{2EI}$	$v = \frac{M_0x^2}{2EI}$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{48EI}$	$v_{\max} = \frac{-7wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI} \left(x^2 - 2Lx + \frac{3}{2}L^2 \right) \quad 0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-wL^3}{192EI} (4x - L/2) \quad L/2 \leq x \leq L$
	$\theta_{\max} = \frac{-w_0L^3}{24EI}$	$v_{\max} = \frac{-w_0L^4}{30EI}$	$v = \frac{-w_0x^2}{120EIL} (10L^3 - 10L^2x + 5Lx^2 - x^3)$