Toetsvoorblad

Naam Student: ________________________

Studentnummer:________________________

Opleiding: **Mechatronica**	**Toetsnaam:** ME-MECCON1-19
Opsteller: Olivier Potma Tweede lezer: Hugo Makkink	Datum: maandag 4 april 2022 Tijd: 08:45 - 10:15
Groep: ME P2 Module: ME-MECCON1-19	Aantal bladzijden: 11 (inclusief voorblad) Aantal vragen: 3

Bij deze toets worden verstrekt:

☐ Gelinieerd papier
☐ Ruitjes papier
☒ Kladpapier
☐ Omslag voor gemaakt tentamen
☐ Overig: _____
☐ Bijlage(n): _____
☒ Opgavenbladen met ruimte om de vragen te beantwoorden
☐ Antwoordformulier ABCDE
☐ Antwoordformulier Ja/Nee
☐ Antwoordformulier Ja/Nee/Vraagteken

Toegestane eigen hulpmiddelen bij het maken van deze toets:

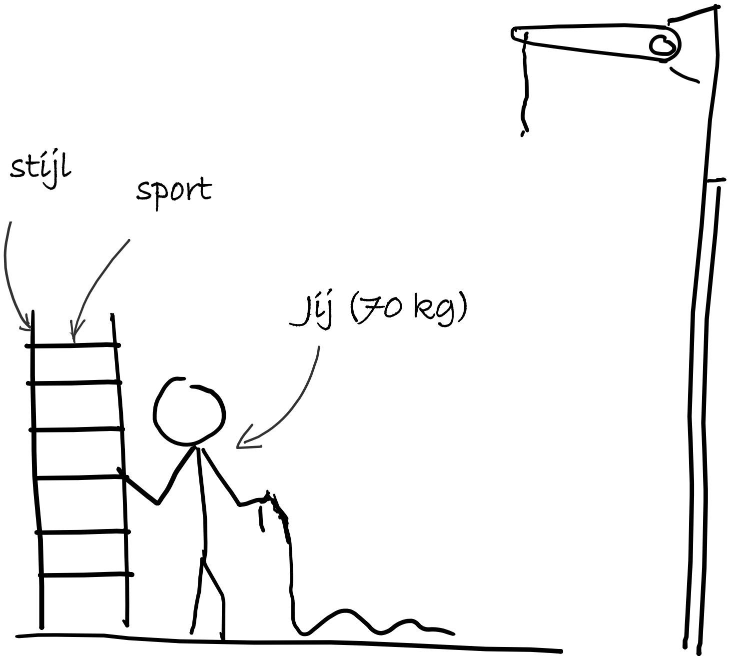
☒ Eenvoudige rekenmachine
☐ Grafische rekenmachine
☐ Computer
☐ Formuleblad(en): _____
☐ Eigen aantekeningen: _____
☐ Boeken/dictaten: _____

Opmerkingen:
ALLEEN het AANGEHECHT FORMULEBLAD is toegestaan. Noteer je berekeningen en antwoorden op het toetsblad. Kladpapier hoef je niet in te leveren.
Cesuur (voorlopig):
100 punten, 55 punten = 5,5

In te leveren door student bij surveillant:

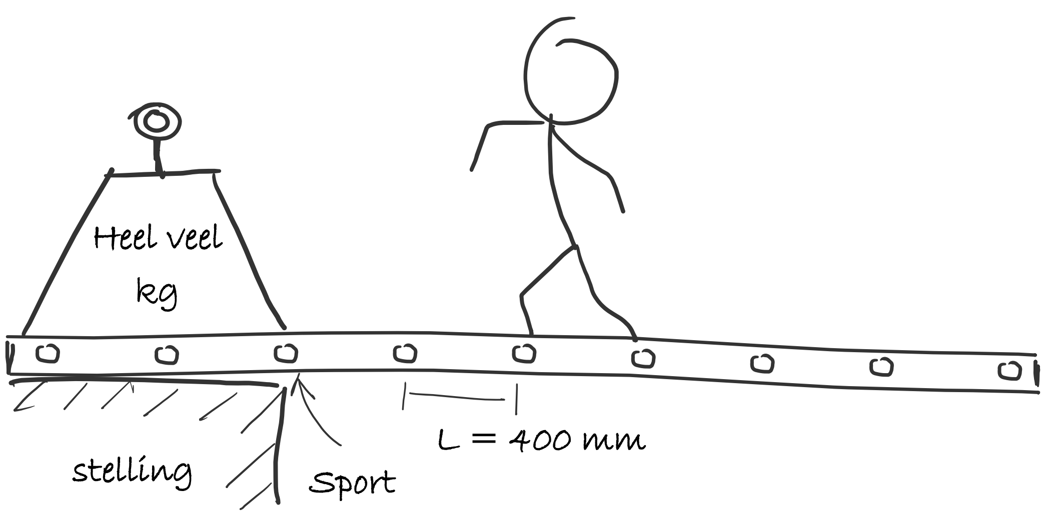
☐ Alle documenten voorzien van naam en studentnummer, per document gesorteerd
☒ Alle documenten voorzien van naam en studentnummer, per student gesorteerd (in omslag)

Belangrijk:
Voor dit tentamen gelden de regels uit de toetsregeling van het Onderwijs- en Examenreglement. Dit document is aanwezig in het toetslokaal;
Je dient zelf te controleren of je alle pagina's en vragen van dit tentamen hebt ontvangen;
Dit tentamen is dubbelzijdig geprint;
Schrijf je naam en studentnummer op alle documenten.



Figuur 1: Probleem schets

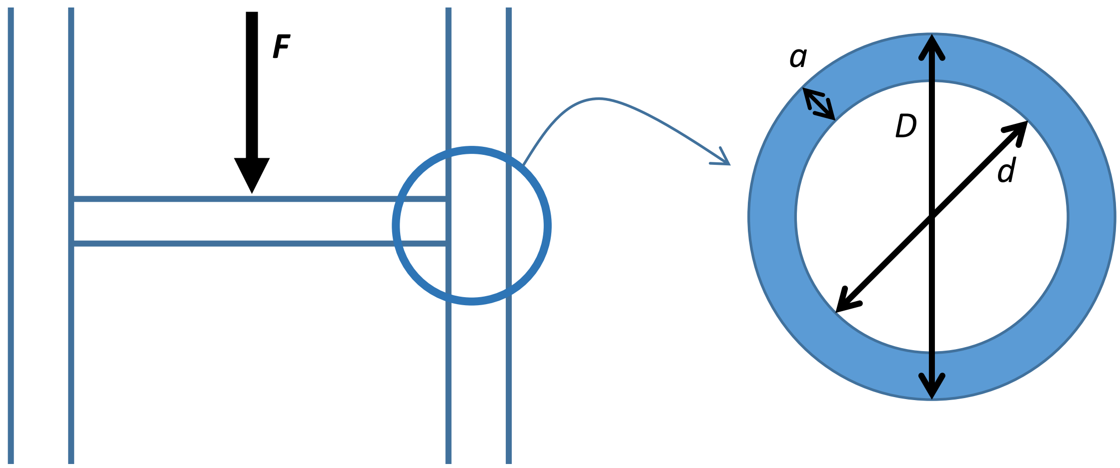
Je ben een werknemer die in de ochtend die de rolluik van de werkplaats moet ontgrendelen, maar de kabel waar je aan moet trekken is geknapt en de enige ladder die beschikbaar is, is te kort om bij de hendel te komen (zie Figuur 1). Gelukkig staat er een stelling naast het luik en ga je een gewaagde actie ondernemen om het luik te ontgrendelen. Je klimt naar de top van de stelling en legt er genoeg massa op om het als ingeklemd te mogen veronderstellen. Je gaat nu over de ladder lopen om bij de hendel te kunnen komen. Je hebt een gewicht van $m = 70\ kg$ en $m = 9{,}81\ m/s^2$. Deze waarden worden gebruikt door de gehele toets.



Figuur 2: Oplossing voor probleem

Vraag 1. (7 + 8 = 15 punten)

Als we kijken naar een enkele sport van de ladder, dan zien we dat het een buis is die ingeklemd is aan twee kanten zoals in Figuur 3. Rechts staat de doorsnede van het vlak waarover de schuifspanning plaatsvindt.



Figuur 3: dwarsdoorsnede sport

a) **Bepaal de schuifspanning** in [MPa] bij een van de inklemmingen. Neem hiervoor $D = 32\ mm$ en $d = 28\ mm$. Je mag de kracht belasting als een punt belasting in het midden van de sport veronderstellen. [7 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{mg}{2A} = \frac{mg}{2\left(\pi \frac{D^2}{4} - \pi \frac{d^2}{4}\right)} = \frac{2mg}{\pi(D^2 - d^2)}$$

$$= \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 70}{\pi(0{,}032^2 - 0{,}028^2)} = \boxed{1{,}821\ MPa}$$

b) Wat is de **minimale dikte** a in [mm] van de sport om falen door schuifspanning te voorkomen? Neem hiervoor $D = 32\ mm$, $\tau_{max} = 5{,}05\ Mpa$ en een veiligheidsfactor van $V_f = 1.6$. Je mag de belasting als een punt belasting in het midden van de sport veronderstellen. . [8 pnt] <u>Schijf je berekening en antwoord in dit vlak</u>

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_f &= \frac{\tau_b}{\tau_t} \\ \tau &= \frac{V}{A} \\ a &= \frac{D-d}{2} \end{aligned}\right\} \qquad \frac{\tau_b}{\upsilon_f} = \frac{2mg}{\pi(D^2-d^2)}$$

$$D^2-d^2 = \frac{2mg\,\upsilon_f}{\pi\,\tau_b} \quad (1)$$

$$d = D-2a \quad (2)$$

$$\Rightarrow (D-2a)^2 = D^2 - \frac{2mg\,\upsilon_f}{\pi\,\tau_b}$$

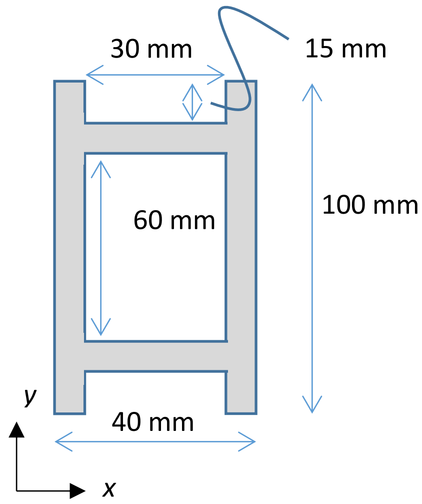
$$D-2a = \sqrt{D^2 - \frac{2mg\,\upsilon_f}{\pi\,\tau_b}}$$

$$a = \frac{1}{2}\left[D - \sqrt{D^2 - \frac{2mg\,\upsilon_f}{\pi\,\tau_b}}\right]$$

$$= \boxed{1{,}12\ mm}$$

Ingeval van doorreken fout: $a = 2{,}33\ mm$
(foutieve kracht)

Vraag 2. (15 + 20 + 20 = 55 punten)



Figuur 4: dwarsdoorsnede stijl

De ladder is natuurlijk niet gemaakt om op deze manier gebruikt te worden. Hij zou op buiging kunnen breken als het moment te groot wordt. We gaan berekenen hoe ver je over de ladder kunt lopen voordat het gevaarlijk wordt. De belasting wordt aangenomen als een punt belasting op de midden van de sport.

a) Bepaal eerst het **traagheidsmoment** I_x in [mm^4] van een stijl zoals getoond in Figuur 4.
[15 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

$$I_x = \frac{1}{12} b h^3$$
$$I_i = I + d_y^2 A$$
$$\sum I = I_1 + I_2 + \dots$$

$$I = 2\left[\frac{1}{12}\cdot 5 \cdot 100^3\right] + 2\left[\frac{1}{12}\cdot 30\cdot 5^3 + 32{,}5^2\,(30\cdot 5)\right]$$
$$= \boxed{1{,}15\cdot 10^6\ mm^4}$$

b) Bepaal nu **tot welke sport je kunt gaan** voordat de maximale buigspanning wordt bereikt. De eerste sport bij de ophanging is 0, de volgende 1, enz. (zie Figuur 2). Neem hiervoor $\sigma_{max} = 32{,}03\ MPa, l = 400\ mm, I_x = 1{,}10 \cdot 10^6\ mm^4$ (mocht vraag *a* niet gelukt zijn) en veronderstel de massa als een punt kracht. HINT: er zijn twee stijlen! [20 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_{max} = \dfrac{Mc}{I_x} \\ M = F \cdot r \\ F = m \cdot g \end{array}\right\} \qquad \sigma_{max} = \frac{F \cdot r \cdot c}{2\, I_x}$$

$$r = \frac{2\, I_x \sigma_{max}}{F \cdot c} = \frac{2 \cdot 1{,}15 \cdot 10^6 \cdot 32{,}03}{70 \cdot 9{,}81 \cdot 50}$$

$$= 2145.59\ mm$$

$$\frac{2145{,}59}{400} = 5{,}36 \Rightarrow \boxed{\text{sport } 5}$$

in geval van $I = 1{,}10 \cdot 10^6 \Rightarrow r = 2052.31\ mm$

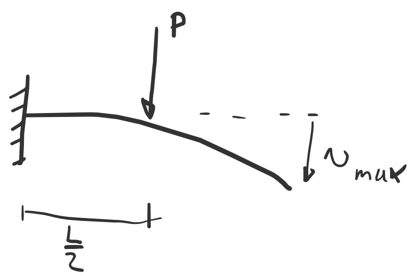
$$\frac{2052{,}31}{400} = 5{,}13 \Rightarrow \boxed{\text{sport } 5}$$

c) Wat is de **maximale doorbuiging** v_{max} in [mm] van de ladder als je halverwege de ladder (sport 3) bent. Maak hierbij ook een tekening van de doorbuiging. Neem hiervoor $E = 69\ GPa$, $I_x = 1{,}10 \cdot 10^6\ mm^4$ (mocht vraag *a* niet gelukt zijn) en veronderstel de massa als een punt kracht. <u>HINT: er zijn twee stijlen!</u> [20 pnt] <u>Schijf je berekening en antwoord in dit vlak</u>

$$v_{max} = \frac{-5PL^3}{2 \cdot 48EI} = \frac{5 \cdot 70 \cdot 9{,}81 \cdot 2400^3}{2 \cdot 48 \cdot 69 \cdot 10^3 \cdot 1{,}15 \cdot 10^6} = \boxed{6{,}23\ mm}$$

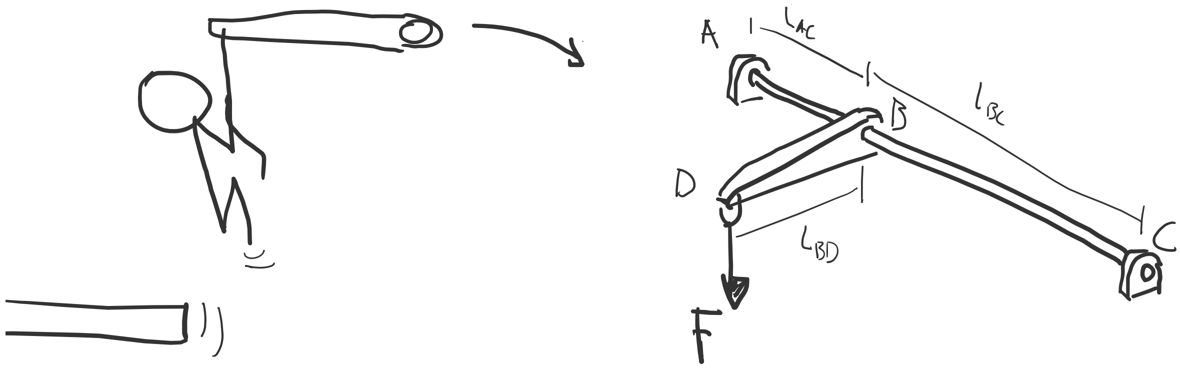
ingevul van $I = 1{,}10 \cdot 10^6\ mm^4$:

$$v_{max} = \boxed{6{,}51\ mm}$$



Vraag 3. (15 + 10 + 5 = 30 punten)

Gelukkig kun je vanaf een veilige sport op de ladder bij de hendel. Je trekt eraan en er gebeurt niks. Je gaat er vervolgens met je gehele lichaamsgewicht aan hangen maar nog steeds wil het systeem niet ontgrendelen. Het lijkt erop dat de as is vastgeroest bij oplegging *A* en *C*. Deze mogen dus als ingeklemd verondersteld worden (zie Figuur 5).



Figuur 5: Hendel systeem

a. In deze onbepaalde situatie, welk **torsiemoment** in [Nm] wordt er uitgeoefend op oplegging *A* en *C?* Neem hiervoor $L_{AB} = 2\ m$, $L_{BC} = 3{,}5\ m$ en $L_{BD} = 1{,}2\ m$ [15 pnt] <u>Schijf je berekening en antwoord in dit vlak</u>

$$\left.\begin{array}{l} T - T_A - T_C = 0 \\ T = F.r \\ \varphi_{AB} = \varphi_{BC} \end{array}\right\} \qquad \frac{T_A L_{AB}}{\cancel{JG}} = \frac{T_c L_{Bc}}{\cancel{JG}} \Rightarrow T_A = T_C \frac{L_{BC}}{L_{AB}}$$

$$T - T_c\left(1 + \frac{L_{Bc}}{L_{AB}}\right) = 0$$

$$T_C = \frac{T}{1 + \frac{L_{BC}}{L_{AB}}} = \frac{70 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2}{1 + \frac{3{,}5}{2}} = \boxed{299{,}65\ Nm}$$

$$T_A = 299{,}65 \cdot \frac{3{,}5}{2} = \boxed{524{,}39\ N \cdot m}$$

b. De oplegging A schiet los en kan weer vrij roteren, maar C niet. De as is massief. **Bepaal** nu **de torsiehoek** in [rad] in positie B. neem hiervoor $J = 40 \cdot 10^3\ mm^4$ en $G = 86 \cdot 10^3\ Mpa$ [10 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

$$\Sigma T: \quad T_B = T_c$$

$$\varphi = \frac{TL}{JG} = \frac{70 \cdot 9{,}81 \cdot 1200 \cdot 3500}{40 \cdot 10^3 \cdot 86 \cdot 10^3} = \boxed{0{,}84 \text{ rad}}$$

c. Is de torsiehoek van de as in positie A gelijk aan positie B? leg uit waarom (evt met tekening). [5 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

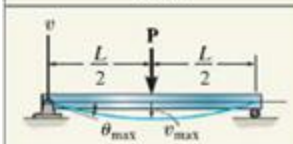
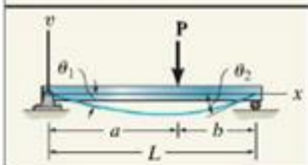
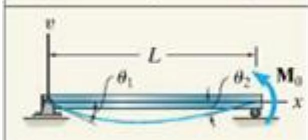
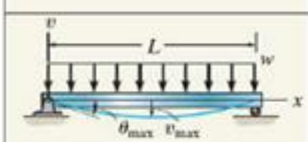
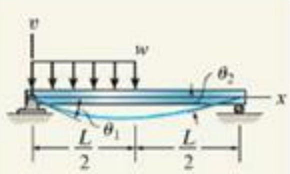
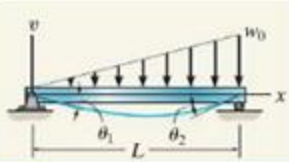
Ja, want er wordt geen torsie uit geoefent tussen A en B

Formuleblad bij het tentamen Sterkteleer (ME-MECCON1-19 / STERKT-T1)

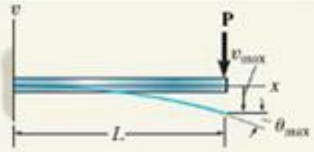
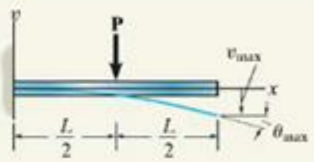
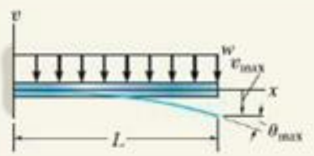
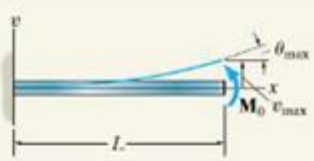
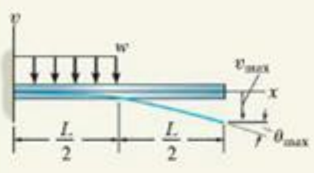
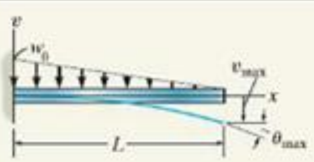
Formules traagheidsmomenten:

$y_{zwaartepunt} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_1 * A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$	Zwaartepunt
$I_x = I_y = \dfrac{1}{4}\pi r^4$	Traagheidsmoment van cirkel
$I_x = \dfrac{1}{12} b h^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de x-as
$I_y = \dfrac{1}{12} h b^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de y-as
$I_x = I_{x'} + A d_y^2$	Traagheidsmoment rond een andere as berekenen
$J = I_p = \dfrac{1}{2}\pi r^4$	Polair traagheidsmoment van een cirkel

Simply Supported Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{max} = \dfrac{-PL^2}{16EI}$	$v_{max} = \dfrac{-PL^3}{48EI}$	$v = \dfrac{-Px}{48EI}(3L^2 - 4x^2)$ $0 \le x \le L/2$
	$\theta_1 = \dfrac{-Pab(L+b)}{6EIL}$ $\theta_2 = \dfrac{Pab(L+a)}{6EIL}$	$v\Big\vert_{x=a} = \dfrac{-Pba}{6EIL}(L^2 - b^2 - a^2)$	$v = \dfrac{-Pbx}{6EIL}(L^2 - b^2 - x^2)$ $0 \le x \le a$
	$\theta_1 = \dfrac{-M_0L}{6EI}$ $\theta_2 = \dfrac{M_0L}{3EI}$	$v_{max} = \dfrac{-M_0L^2}{\sqrt{243}EI}$ at $x = 0.5774L$	$v = \dfrac{-M_0x}{6EIL}(L^2 - x^2)$
	$\theta_{max} = \dfrac{-wL^3}{24EI}$	$v_{max} = \dfrac{-5wL^4}{384EI}$	$v = \dfrac{-wx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
	$\theta_1 = \dfrac{-3wL^3}{128EI}$ $\theta_2 = \dfrac{7wL^3}{384EI}$	$v\Big\vert_{x=L/2} = \dfrac{-5wL^4}{768EI}$ $v_{max} = -0.006563\dfrac{wL^4}{EI}$ at $x = 0.4598L$	$v = \dfrac{-wx}{384EI}(16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \le x \le L/2$ $v = \dfrac{-wL}{384EI}(8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \le x < L$
	$\theta_1 = \dfrac{-7w_0L^3}{360EI}$ $\theta_2 = \dfrac{w_0L^3}{45EI}$	$v_{max} = -0.00652\dfrac{w_0L^4}{EI}$ at $x = 0.5193L$	$v = \dfrac{-w_0x}{360EIL}(3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$

Cantilevered Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{max} = \frac{-PL^2}{2EI}$	$v_{max} = \frac{-PL^3}{3EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI}(3L - x)$
	$\theta_{max} = \frac{-PL^2}{8EI}$	$v_{max} = \frac{-5PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI}\left(\frac{3}{2}L - x\right) \quad 0 \le x \le L/2$ $v = \frac{-PL^2}{24EI}\left(3x - \frac{1}{2}L\right) \quad L/2 \le x \le L$
	$\theta_{max} = \frac{-wL^3}{6EI}$	$v_{max} = \frac{-wL^4}{8EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI}(x^2 - 4Lx + 6L^2)$
	$\theta_{max} = \frac{M_0 L}{EI}$	$v_{max} = \frac{M_0 L^2}{2EI}$	$v = \frac{M_0 x^2}{2EI}$
	$\theta_{max} = \frac{-wL^3}{48EI}$	$v_{max} = \frac{-7wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI}\left(x^2 - 2Lx + \frac{3}{2}L^2\right)$ $0 \le x \le L/2$ $v = \frac{-wL^3}{192EI}(4x - L/2)$ $L/2 \le x \le L$
	$\theta_{max} = \frac{-w_0 L^3}{24EI}$	$v_{max} = \frac{-w_0 L^4}{30EI}$	$v = \frac{-w_0 x^2}{120EIL}(10L^3 - 10L^2 x + 5Lx^2 - x^3)$