Toetsvoorblad

Naam Student: ________________________

Studentnummer:_______________________

Opleiding: **Mechatronica**	**Toetsnaam:** ME-MECCON1-19
Opsteller: Olivier Potma Tweede lezer: Hugo Makkink	Datum: donderdag 20 april 2023 Tijd: 08:45 - 10:15
Groep: ME P2 Module: ME-MECCON1-19	Aantal bladzijden: 13 (inclusief voorblad) Aantal vragen: 3

Bij deze toets worden verstrekt:

☐ Gelinieerd papier
☐ Ruitjes papier
☒ Kladpapier
☐ Omslag voor gemaakt tentamen
☐ Overig: _____
☐ Bijlage(n): _____
☒ Opgavenbladen met ruimte om de vragen te beantwoorden
☐ Antwoordformulier ABCDE
☐ Antwoordformulier Ja/Nee
☐ Antwoordformulier Ja/Nee/Vraagteken

Toegestane eigen hulpmiddelen bij het maken van deze toets:

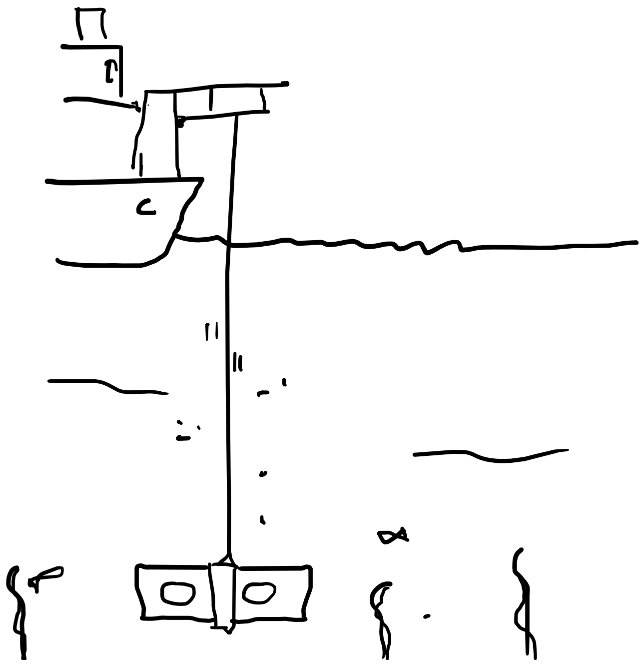
☒ Eenvoudige rekenmachine
☐ Grafische rekenmachine
☐ Computer
☐ Formuleblad(en): _____
☐ Eigen aantekeningen: _____
☐ Boeken/dictaten: _____

Opmerkingen:
ALLEEN het AANGEHECHT FORMULEBLAD is toegestaan. Noteer je VLS, berekeningen en antwoorden op het toetsblad. Kladpapier hoef je niet in te leveren.
Cesuur (voorlopig):
100 punten totaal, 55 punten = 5,5

In te leveren door student bij surveillant:
☐ Alle documenten voorzien van naam en studentnummer, per document gesorteerd
☒ Alle documenten voorzien van naam en studentnummer, per student gesorteerd (in omslag)

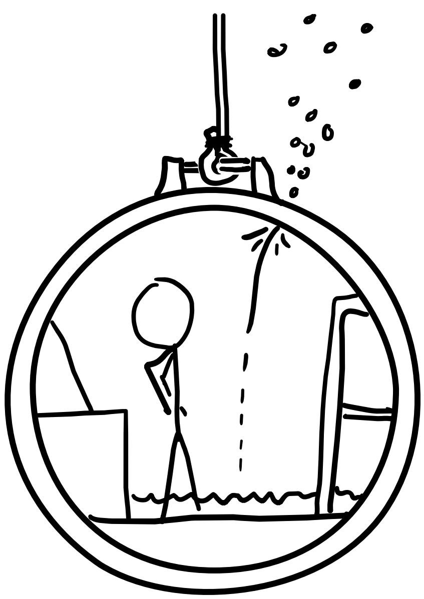
Belangrijk:
Voor dit tentamen gelden de regels uit de toetsregeling van het Onderwijs- en Examenreglement. Dit document is aanwezig in het toetslokaal;
Je dient zelf te controleren of je alle pagina's en vragen van dit tentamen hebt ontvangen;
Dit tentamen is dubbelzijdig geprint;
Schrijf je naam en studentnummer op alle documenten.

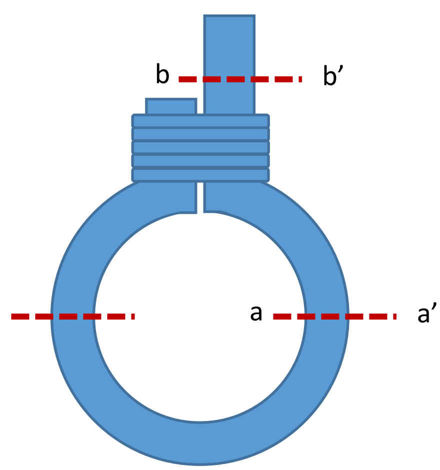
Je bent een oceaan bioloog en zit in een duikerklok om onderzoek te doen in de diepe zee. Je klok hangt aan een kabel die wordt bestuurd door een kraan op een boot. Duikerklokken drijven nét niet, waardoor je met een relatief kleine motor de klok kan laten dalen en stijgen.



Figuur 1: een duikerklok die aan een kabel hangt

Helaas is er een lek onstaan in je klok en loop het vol met water (zie figuur 3). Dit maakt de klok zwaarder en zet meer spanning op de kabel, die met een lus aan de klok vast is gemaakt (zie figuur 3). De kabeldoorsnede is rond over de gehele lus. Je mag aannemen dat de zwaarteversnelling $g = 9{,}81 \frac{m}{s2}$ is.





Figuur 2: Schematische weergave van kabellus

Figuur 3: er is een lek in de duikerklok

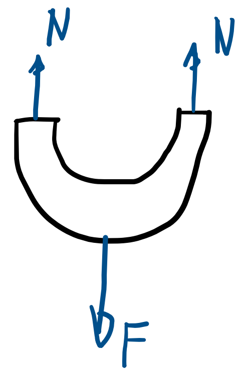
Vraag 1. (7 + 8 = 15 punten)

Op een bepaald punt heeft de klok een massa van $m = 1300\ kg$ (verwaarloos opwaartse krachten). Je mag aannemen dat de kabel een dikte heeft van $d = 30\ mm$.

a) **Bepaal de trekspanning** in [MPa] die het de lus ondervindt bij doorsnede a-a'. [7 pnt] <u>Schijf je berekening en antwoord in dit vlak</u>

$$\left.\begin{aligned} &\overset{+\uparrow}{\Sigma F_y} = 0 \\ &\sigma = \frac{N}{A} \\ &A = \frac{\pi d^2}{4} \\ &F = m \cdot g \end{aligned}\right\} \quad \overset{+\uparrow}{\Sigma F}: -F + 2N = 0 \qquad N = \frac{F}{2}$$

3



$$\sigma = \frac{4m \cdot g}{2\pi d^2} = \frac{2mg}{\pi d^2}$$

3

$$= \frac{2 \cdot 1300 \cdot 9{,}81}{\pi \cdot 30^2} = \boxed{9{,}02\ MPa}$$

1

De kabel is ontworpen met een toelaatbare spanning van $\sigma_t = 20.1\ Mpa$. In een noodsituatie zou je dus een grotere spanning kunnen uitoefenen voordat de kabel daadwerkelijk breekt.

b) Bij **welk gewicht van de duikerklok** in [kg] het faalt de kabel bij doorsnede b-b' op trekspanning? Neem een veiligheidsfactor van $V_f = 2{,}1$. HINT: bereken de bezwijkspanning σ_b. [8 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

$$\overset{\uparrow}{\sum} F_y = 0$$

$$V_f = \frac{\sigma_b}{\sigma_t}$$

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$F = m \cdot g$$

3

$$\overset{\uparrow}{\sum} F : -F + N = 0 \Rightarrow N = F$$

$$\sigma_b = V_f \cdot \sigma_t$$

$$V_f \cdot \sigma_t = \frac{4 m \cdot g}{\pi d^2}$$

$$m = \frac{V_f \cdot \sigma_t \cdot \pi \cdot d^2}{4 g}$$

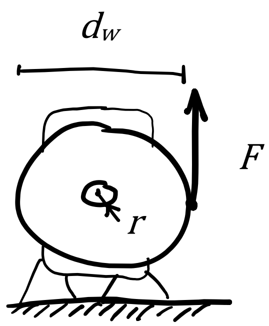
4

$$= \frac{2{,}1 \cdot 20{,}1 \cdot \pi \cdot 30^2}{4 \cdot 9{,}81}$$

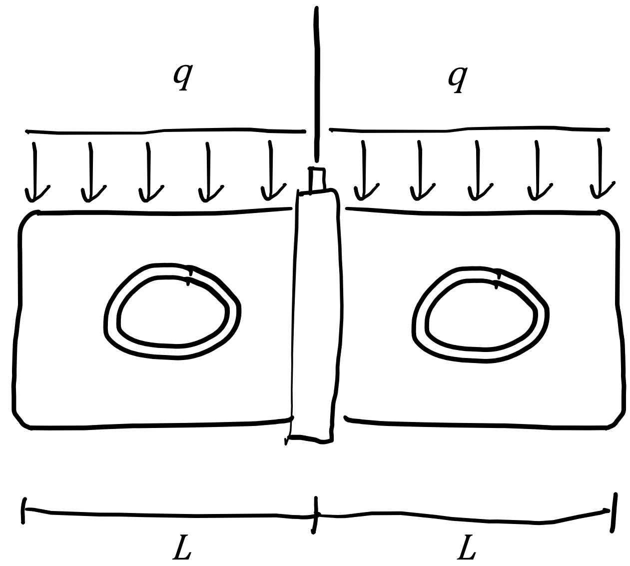
$$= \boxed{3041{,}44\ kg}$$

1

Vraag 2. (30 = 30 punten)



Figuur 2: motor met trekkracht op wiel



Figuur 5: verdeelde belasting op de duikerklok

bij het hijsen ondervindt de klok weerstand aan het water. Dit is versimpeld weergeven als q in figuur 5. De q wordt groter naarmate de klok sneller beweegt. Dit moet de motor as wel aan kunnen. De motor, weergeven in figuur 4, heeft een wiel met een diameter $d_w = 0{,}45\ m$, en een as met een radius $r = 23\ mm$. De klok is al wat meer gevuld en heeft nu een gewicht van $m = 1750kg$ (verwaarloos opwaartse krachten). Je mag aannemen dat $L = 5m$.

a) Wat is de **maximale verdeelde belasting** q in [N/m] dat opgewekt mag worden als de as van de motor een bezwijkspanning heeft $\tau = 220\ MPa$? [30 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

8

$T = F \cdot r$

$\Sigma T = 0$

$F = q \cdot l$

$F = m \cdot g$

$\tau = \frac{Tc}{J}$

$\Sigma F = 0$

$c = r$

$l = 2L$

$J = \frac{\pi r^4}{2}$

$\Sigma T: \ F \cdot \frac{d_w}{2} - T_m = 0$ 5

$T_m = F \cdot \frac{d_w}{2}$

$\Sigma F: \ F - m \cdot g - 2qL = 0$ 5

$F = m \cdot g + 2qL$

a) (vervolg)

$$T_m = \frac{\tau J}{c}$$

$$\frac{\tau J}{c} = (mg + 2qL) \cdot \frac{d_w}{2}$$

$$mg + 2qL = \frac{\cancel{2}\tau \cdot \pi r^{\cancel{4}\,3}}{\cancel{2} d_w \cdot \cancel{r}}$$

10

$$2qL = \frac{\tau \pi r^3}{d_w} - mg$$

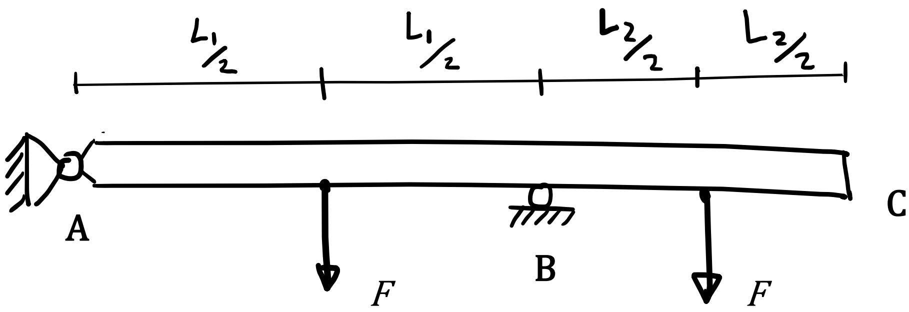
$$q = \frac{\frac{\tau \pi r^3}{d_w} - mg}{2L} = \frac{\frac{220 \cdot \pi \cdot 23^3}{450} - 1750 \cdot 9{,}81}{2 \cdot 5}$$

$$= 151{,}97 \, N/mm$$

$$= \boxed{151{,}97 \cdot 10^3 \, N/m}$$

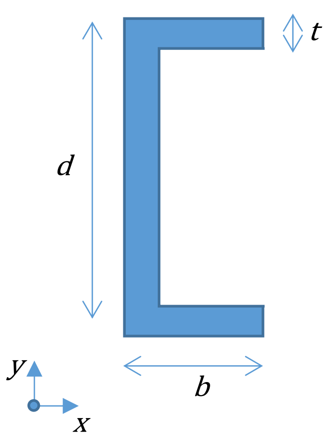
2

Vraag 3. (15 + 20 + 20 = 55 punten)



Figuur 6:balk van de kraan

De kraan zal gaan buigen door de toegevoegde belasting van de bijna volle duikerklok. De balk van de kraan wordt belast door de kabel met een kracht $F = 20 \cdot 10^3\ N$ en is weergeven in figuur 6. Je mag aannemen dat $E = 200\ Gpa$, $L_1 = 3\ m$ en $L_2 = 2\ m$. Figuur 7 toont de doorsnede van de balk.



Figuur 7: doorsnede van de balk

a) Bepaal eerst het **traagheidsmoment** I_x in [mm^4] van de extrusie zoals getoond in figuur 7. Neem hiervoor d=305mm, b=80,5mm en t=13mm [15 pnt] <u>Schijf je berekening en antwoord in dit vlak</u>

2 $I = \frac{1}{12} b h^3$

5 $\Sigma I = I_1 - I_2 = \frac{1}{12} b d^3 - \frac{1}{12}(b-t)(d-2t)^3$

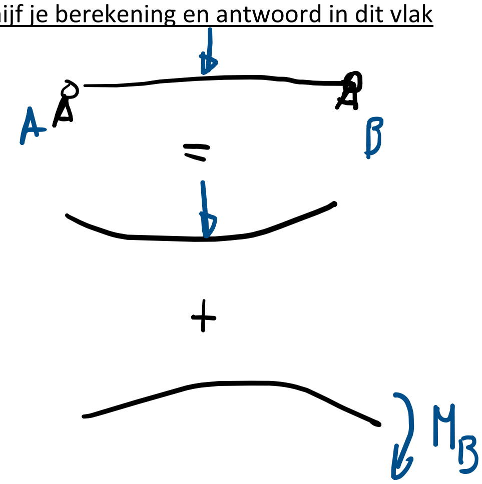
a) (vervolg)

$$= \frac{1}{12}\, 80{,}5 \cdot 305^3 - \frac{1}{12}(80{,}5-13)(305-2\cdot 13)^3$$ 6

$$= \boxed{68{,}17 \cdot 10^6\ mm^4}$$ 2

andere methoden om lokale I te berekenen mogelijk

b) Wat is **de verplaatsing** v in [mm] die positie **C** ondervindt? Gebruik $I_x = 61 \cdot 10^6 mm^4$ als vraag a) niet lukte. HINT: let op het kwispeleffect. [20 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak



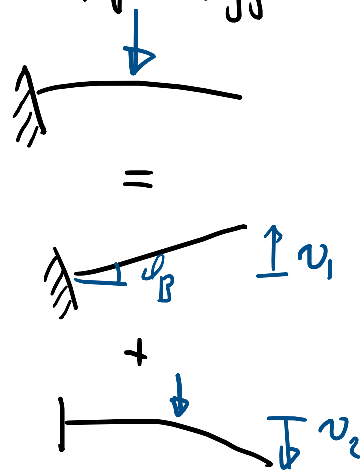
2 $$\theta_B = \theta_{B_1} + \theta_{B_2}$$

2 $$= \frac{FL_1^2}{16EI} - \frac{M_B L_1}{3EI}$$

2 $$M_B = F \cdot \frac{L_2}{2}$$

b) (vervolg)

Kwispel effect:



2 $v_C = v_1 + v_2$

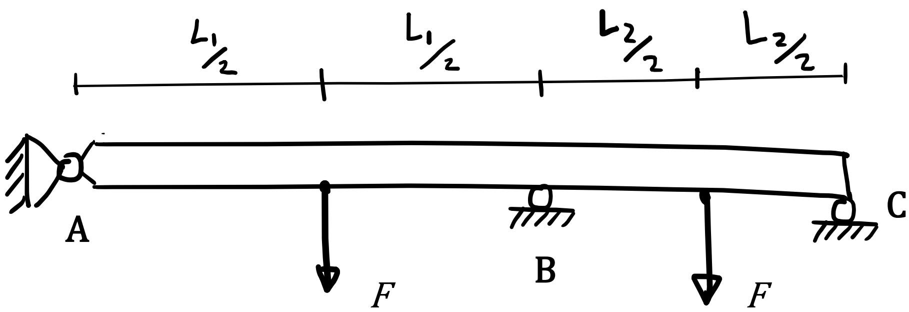
3 $= \theta_B \cdot L_2 - \dfrac{5PL_2^3}{48EI}$

$= \left(\dfrac{FL_1^2}{16EI} - \dfrac{FL_1L_2}{6EI}\right) \cdot L_2 - \dfrac{5FL_2^3}{48EI}$

4 $= \dfrac{FL_2}{2EI}\left(\dfrac{L_1^2}{8} - \dfrac{L_1L_2}{3} - \dfrac{5L_2^2}{24}\right)$

3 $= \dfrac{20 \cdot \cancel{10^3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{10^3}}{\cancel{2} \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 68{,}17 \cdot \cancel{10^6}} \left(\dfrac{(3 \cdot 10^3)^2}{8} - \dfrac{(3 \cdot 10^3)(2 \cdot 10^3)}{3} - \dfrac{5 \cdot (2 \cdot 10^3)^3}{24}\right)$

$= \boxed{-2{,}51\,\text{mm}}$ 2



Figuur 8: balk is nu statisch onbepaald

ij zware beladingen krijgt de kraan een extra ondersteuning om buigingen te beperken, maar nu is de balk statisch onbepaald (zie figuur 8).

c) Bepaal **de reactiekrachten** van A,B en C in [N]. Neem $v_c = -3{,}0\ mm$ als vraag b) niet lukte. HINT: horizontale krachten mogen verwaarloosd worden.[20 pnt] Schijf je berekening en antwoord in dit vlak

4

$\uparrow + \sum F_y: A_y + B + C - 2F = 0$

$\sum M_A: -F\frac{L_1}{2} + BL_1 - F(L_1 + \frac{L_2}{2}) + C(L_1 + L_2) = 0$

4

$\uparrow + \sum v_c = 0: \underbrace{v_1 + v_2}_{=-2{,}51} + v_3 = 0$

doorreken fout niet meenemen

$\Rightarrow v_3 = 2{,}51$

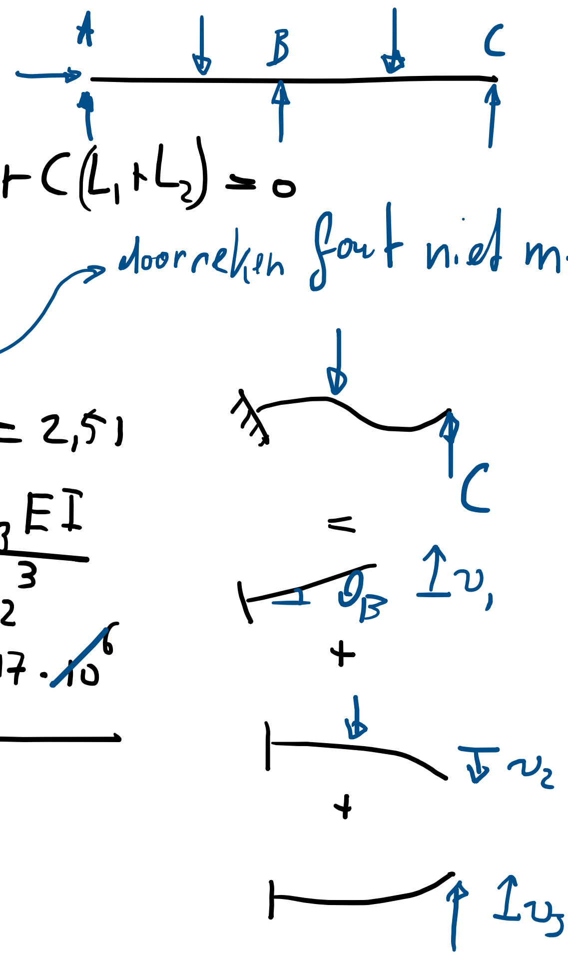
2

$v_3 = \frac{CL_2^3}{3EI} \Rightarrow C = \frac{3 \cdot v_3 EI}{L_2^3}$

$= \frac{3 \cdot 2{,}51 \cdot 200 \cdot \cancel{10^3} \cdot 68{,}17 \cdot \cancel{10^6}}{(2 \cdot \cancel{10^3})^3}$

$= \boxed{12{,}83 \cdot 10^3\ N}$ 1

alt: $v_3 = 15{,}39 \cdot 10^3 N$



c) (vervolg)

$$B L_1 = F\frac{L_1}{2} + F\left(L_1 + \frac{L_2}{2}\right) - C\,(L_1 + L_2)$$

2

$$B = \frac{F\frac{L_1}{2} + F\left(L_1 + \frac{L_2}{2}\right) - C\,(L_1 + L_2)}{L_1}$$

2

$$= \left[\frac{20\cdot 10^3 \cdot 3\cdot \cancel{10^3}}{2} + 20\cdot \cancel{10^3}\left(3\cdot 10^3 + \frac{2\cdot 10^3}{2}\right) - 51{,}33\left(3\cdot \cancel{10^3} + 2\cdot \cancel{10^3}\right)\right]\cdot \frac{1}{2\cdot \cancel{10^3}}$$

$$= \boxed{54{,}87\cdot 10^3\,N}$$ 1

2

$$A_y = 2F - B - C$$

2

$$= (2\cdot 20 - 54{,}87 - 51{,}33)\cdot 10^3$$

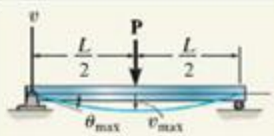
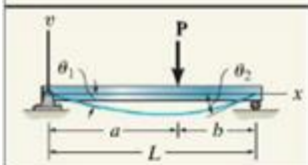
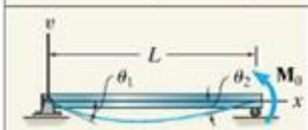
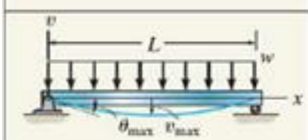
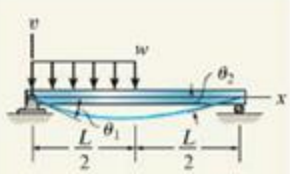
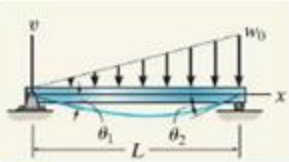
$$= \boxed{-66{,}20\cdot 10^3\,N}$$ 1

$$A_x = \boxed{0\,N}$$

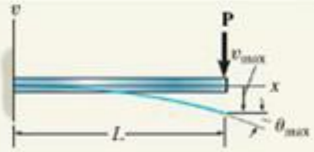
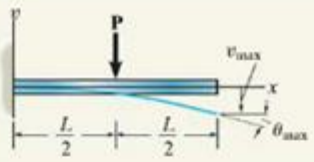
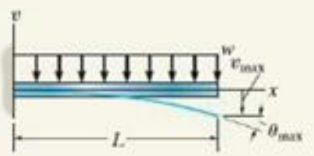
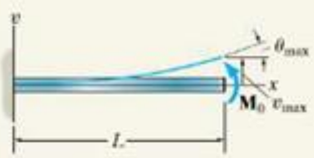
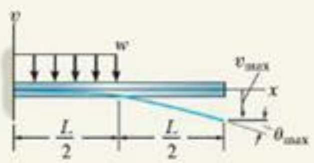
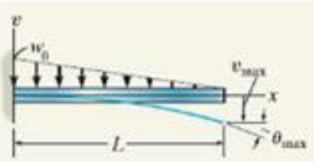
Formuleblad bij het tentamen Sterkteleer (ME-MECCON1-19 / STERKT-T1)
Formules traagheidsmomenten:

$y_{zwaartepunt} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_1 * A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$	Zwaartepunt
$I_x = I_y = \dfrac{1}{4}\pi r^4$	Traagheidsmoment van cirkel
$I_x = \dfrac{1}{12} b h^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de x-as
$I_y = \dfrac{1}{12} h b^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de y-as
$I_x = I_{x'} + A d_y^2$	Traagheidsmoment rond een andere as berekenen
$J = I_p = \dfrac{1}{2}\pi r^4$	Polair traagheidsmoment van een cirkel

Simply Supported Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{max} = \dfrac{-PL^2}{16EI}$	$v_{max} = \dfrac{-PL^3}{48EI}$	$v = \dfrac{-Px}{48EI}(3L^2 - 4x^2)$ $0 \le x \le L/2$
	$\theta_1 = \dfrac{-Pab(L+b)}{6EIL}$ $\theta_2 = \dfrac{Pab(L+a)}{6EIL}$	$v\Big\rvert_{x=a} = \dfrac{-Pba}{6EIL}(L^2 - b^2 - a^2)$	$v = \dfrac{-Pbx}{6EIL}(L^2 - b^2 - x^2)$ $0 \le x \le a$
	$\theta_1 = \dfrac{-M_0 L}{6EI}$ $\theta_2 = \dfrac{M_0 L}{3EI}$	$v_{max} = \dfrac{-M_0 L^2}{\sqrt{243}EI}$ at $x = 0.5774L$	$v = \dfrac{-M_0 x}{6EIL}(L^2 - x^2)$
	$\theta_{max} = \dfrac{-wL^3}{24EI}$	$v_{max} = \dfrac{-5wL^4}{384EI}$	$v = \dfrac{-wx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
	$\theta_1 = \dfrac{-3wL^3}{128EI}$ $\theta_2 = \dfrac{7wL^3}{384EI}$	$v\Big\rvert_{x=L/2} = \dfrac{-5wL^4}{768EI}$ $v_{max} = -0.006563\dfrac{wL^4}{EI}$ at $x = 0.4598L$	$v = \dfrac{-wx}{384EI}(16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \le x \le L/2$ $v = \dfrac{-wL}{384EI}(8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \le x < L$
	$\theta_1 = \dfrac{-7w_0L^3}{360EI}$ $\theta_2 = \dfrac{w_0L^3}{45EI}$	$v_{max} = -0.00652\dfrac{w_0L^4}{EI}$ at $x = 0.5193L$	$v = \dfrac{-w_0x}{360EIL}(3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$

Cantilevered Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{max} = \frac{-PL^2}{2EI}$	$v_{max} = \frac{-PL^3}{3EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI}(3L - x)$
	$\theta_{max} = \frac{-PL^2}{8EI}$	$v_{max} = \frac{-5PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI}\left(\frac{3}{2}L - x\right) \quad 0 \le x \le L/2$ $v = \frac{-PL^2}{24EI}\left(3x - \frac{1}{2}L\right) \quad L/2 \le x \le L$
	$\theta_{max} = \frac{-wL^3}{6EI}$	$v_{max} = \frac{-wL^4}{8EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI}(x^2 - 4Lx + 6L^2)$
	$\theta_{max} = \frac{M_0L}{EI}$	$v_{max} = \frac{M_0L^2}{2EI}$	$v = \frac{M_0x^2}{2EI}$
	$\theta_{max} = \frac{-wL^3}{48EI}$	$v_{max} = \frac{-7wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI}\left(x^2 - 2Lx + \frac{3}{2}L^2\right)$ $0 \le x \le L/2$ $v = \frac{-wL^3}{192EI}(4x - L/2)$ $L/2 \le x \le L$
	$\theta_{max} = \frac{-w_0L^3}{24EI}$	$v_{max} = \frac{-w_0L^4}{30EI}$	$v = \frac{-w_0x^2}{120EIL}(10L^3 - 10L^2x + 5Lx^2 - x^3)$