

Faculteit TIS

Sterkteleer

OPLEIDING **Mechatronica**

☒ Voltijd ☐ Deeltijd ☐ Duaal

TOETSCODE STERKT-T1

MODULECOÖRDINATOR:
Olivier Potma

INVULINSTRUCTIE:

1. Gebruik een blauwe of zwarte pen.
2. Check of het aantal pagina's overeenkomt met het aantal pagina's dat vermeld staat hieronder.
3. Vul daarna je naam, studentnummer, klas en handtekening onderaan in.
4. Zet je naam en handtekening op elke pagina van het toetspapier/ antwoordbladen.

INLEVERINSTRUCTIE:

Lever alles in bij de surveillant, ook het kladpapier indien dit is uitgereikt. Indien beschikbaar in een omslag.

TOETSDATUM : 03-04-2024

AANVANGSTIJD TOETS : 11:30
EINDTIJD TOETS : 13:00

TOEGESTANE TIJD IN MINUTEN : 90
EXCL. TOETSTIJDVERLENGING SOM STUDENTEN

TOETS BESTAAT UIT

AANTAL PAGINA'S (INCL. VOORBLAD EN BIJLAGE) : 11
AANTAL OPEN VRAGEN : 3
AANTAL GESLOTEN VRAGEN : 0

CESUUR = 5,5 / TE BEHALEN PUNTEN : 34

PUNTVERDELING EN NORMERING : 1.(7+8), 2.(12+10+6), 3.(11+14) = 68
(TOELICHTING INDIEN)

TOETSMATERIAAL:

- ☐ Toetspapier
- ☐ Antwoordenbladen
- ☐ Antwoordenbladen ABCDE
- ☐ Ruitjespapier

HULPMIDDELEN:

- ☒ Kladpapier
- ☒ Tekenbenodigdheden
- ☒ Rekenmachine
 - ☒ Eenvoudige
 - ☐ Grafische
- ☐ Formulebladen

- ☐ Wetbundel
- ☐ Eigen samenvatting
- ☐ Boek (aangeven welke boeken toegestaan zijn)
- ☐ Overige: <Vul in>
- ☐ Geen hulpmiddelen

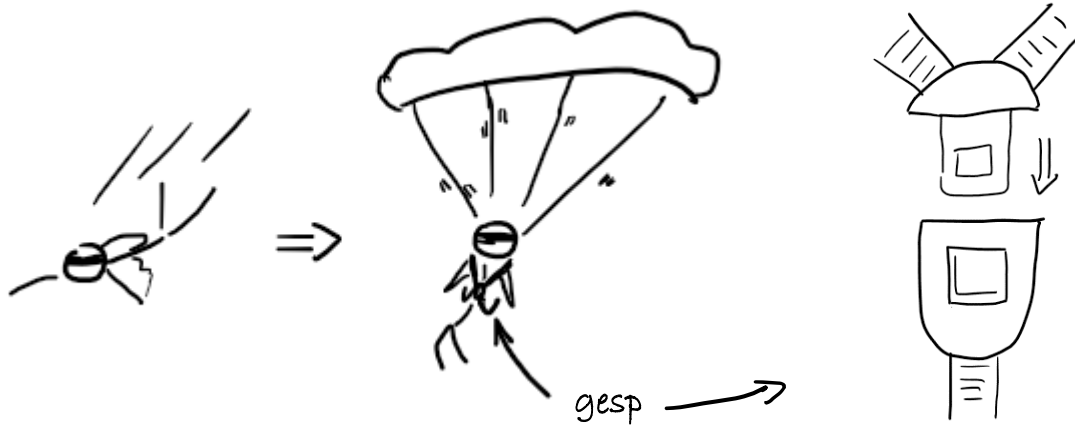
Naam student :

Studentnummer :

Klas :

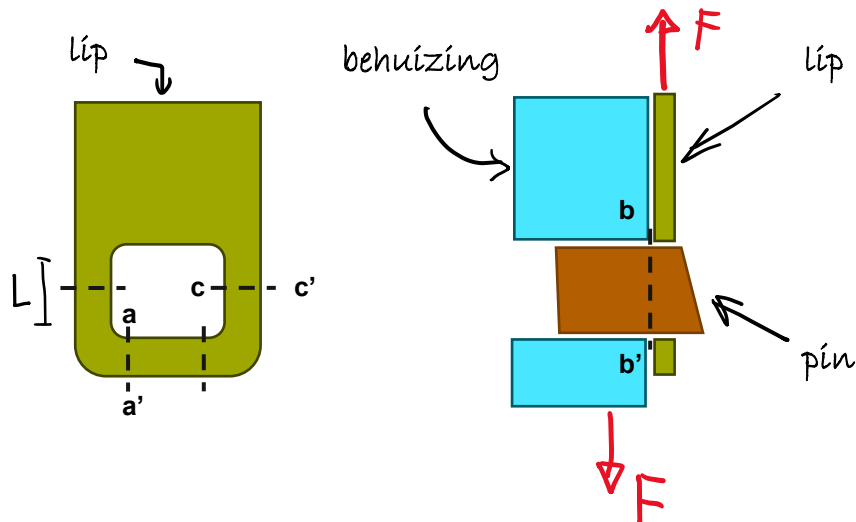
OPMERKINGEN:

Vraag 1. (7 + 8 = 15 punten)



Figuur 1: Gesp om je in te snoeren in parachute tuigage

Jou bedrijf maakt producten voor de skydive industrie. Een specifieke onderdeel waar je heel trots op bent is de gesp van de parachute tuigage (vergelijkbaar met de veiligheidsgordel in de auto). Dit product moet tegen hele hoge spanningen kunnen die optreden bij het openen van de parachute. Om te controleren of de gesp aan de veiligheidsnormen voldoet wordt er onder anderen een trekproef uitgevoerd.



a) Vooraanzicht lip

b) Doorsnede gesp (Zijaanzicht)

Figuur 2: Schematische weergave gesp

De gesp bestaat uit 3 hoofdonderdelen; de lip, de zekeringspin en de behuizing. Het faalgedrag kan ontstaan in de lip of pin. De lip heeft in doorsnede a-a' een dimensie van $4 \times 12 \text{ mm}$, de pin een dimensie van $31 \times 24 \text{ mm}$ in doorsnede b-b'.

- a) **Bepaal de schuifspanning** in zowel de lip in doorsnede a-a' als de pin in doorsnede b-b' bij een opgelegde kracht van $F = 2,0 \text{ kN}$ (7 pt).

$$\tau = \frac{V}{A}$$

$$A = b \cdot h$$

$$V_a = \frac{F}{2}, V_b = F \quad 2$$

$$\tau_a = \frac{V_a}{A_a} = \frac{1000}{4 \cdot 12} = 20,83 \text{ MPa}, \quad \tau_b = \frac{V_b}{A_b} = \frac{2000}{31 \cdot 24} = 2,69 \text{ MPa}$$

2

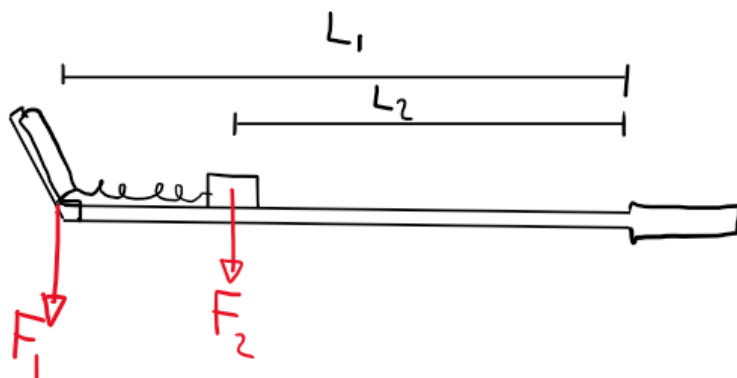


Een gesp wordt destructief getest totdat het permanent verbuigt. Het faalgedrag op normaalspanning kan ontstaan in de lip in deel L (zie figuur 2a) en heeft een doorsnede c-c' van $4 \times 10 \text{ mm}$. De lip is ontworpen met een toelaatbare trekspanning van $\sigma_t = 52,5 \text{ Mpa}$. Onder belasting gaat deel L van de lip rekken.

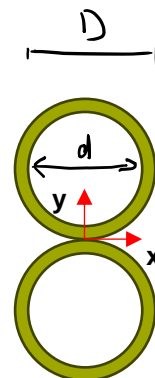
- b) **Bepaal bij de bezwijkspanning de verlenging in [mm] van de lip voor het deel L.**
 Neem aan dat $L = 17 \text{ mm}$, de veiligheidsfactor $v_f = 2,3$, de E modulus $E = 210 \text{ GPa}$ en de dimensies in c-c'. (hint: bereken eerst de bezwijkspanning σ_b) (8 pt).

$$\begin{aligned}
 v_f &= \frac{\sigma_b}{\sigma_t} \\
 \sigma &= \frac{N}{A} \\
 \Delta L &= \frac{NL}{EA}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} v_f &= \frac{\sigma_b}{\sigma_t} \\ \sigma &= \frac{N}{A} \\ \Delta L &= \frac{NL}{EA} \end{aligned}} \right\}
 \begin{aligned}
 \sigma_b &= v_f \cdot \sigma_t \\
 N &= \sigma A = v_f \cdot \sigma_t \cdot A \\
 \Delta L &= \frac{v_f \sigma_t A \cdot L}{E \cdot A} \\
 &= \frac{2,3 \cdot 52,5 \cdot 17}{210 \cdot 10^3} = 0,0098 \text{ mm}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \sigma_b &= v_f \cdot \sigma_t \\ N &= \sigma A = v_f \cdot \sigma_t \cdot A \\ \Delta L &= \frac{v_f \sigma_t A \cdot L}{E \cdot A} \end{aligned}} \right\}$$

Vraag 2. (12 + 10 + 6 = 28 punten)



Figuur 3: STX-88 selfiestick met powerbank



Figuur 4: Doorsnede STX-88

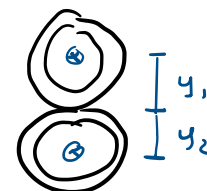
Skydivers filmen zichzelf graag op het moment dat de parachute openspringt en gebruiken hier vaak een selfie stick voor. Toevallig produceert jou bedrijf ook een serie selfiesticks, speciaal ontwikkeld voor deze extreme omstandigheden. De STX-88 bestaat uit twee in de lengte richting aan elkaar gelaste buizen. De doorsnede is te zien in figuur 4.

- a) Bepaal het traagheidsmoment I_x in $[\text{mm}^4]$ van de selfiestick. Neem hiervoor $D = 22 \text{ mm}$ en $d = 21 \text{ mm}$ (12 pt).

$$I_{x_{\text{totaal}}} = \sum (I_i + d_{y_i}^2 \cdot A_i)$$

$$I_i = \frac{\pi}{4} r^4$$

$$A = \pi r^2$$



$$\bar{y} = 0$$

$$y_1 = -y_2 = \frac{D}{2}, \quad d_{y_1} = -d_{y_2} = y_1 - \bar{y} = y_1 = \frac{D}{2}$$

$$I_{x_{\text{totaal}}} = 2 \left[\frac{\pi}{4} \left(\left(\frac{D}{2} \right)^4 - \left(\frac{d}{2} \right)^4 \right) + \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot \pi \left(\left(\frac{D}{2} \right)^2 - \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right) \right]$$

$$= 2 \left[\frac{\pi}{4} \left(\left(\frac{22}{2} \right)^4 - \left(\frac{21}{2} \right)^4 \right) + \left(\frac{22}{2} \right)^2 \cdot \pi \left(\left(\frac{22}{2} \right)^2 - \left(\frac{21}{2} \right)^2 \right) \right]$$

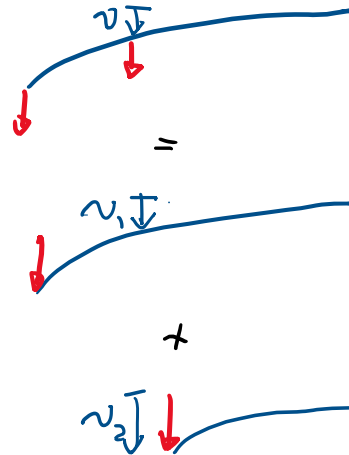
$$= \boxed{12,08 \cdot 10^3 \text{ mm}^4}$$

- b) Bij het openschieten van de parachute kan er door de vertraging een kracht van $F_1 = 8,8 \text{ N}$ op de uiteinde van de stick komen en een kracht van $F_2 = 4,4 \text{ N}$ op een ingebouwde powerbank. **Bepaal de verplaatsing v** in de selfiestick op de locatie van de powerbank. Neem hiervoor $L_1 = 1,0 \text{ m}$, $L_2 = 0,85 \text{ m}$, $E = 69 \text{ GPa}$ en $I_x = 11,0 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$. (hint: je mag aannemen dat de selfiestick bij het handvat als inklemming wordt vastgehouden) (10 pt).

$$1 \quad v_{tot} = \sum v = v_1 + v_2$$

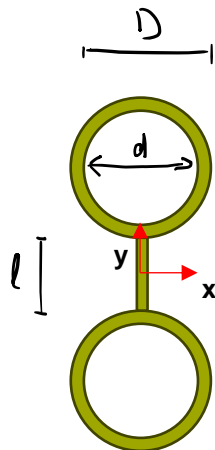
$$3 \quad v_1 = \frac{-F_1 \cdot L_2^2}{6EI} \cdot (3L_1 - L_2)$$

$$3 \quad v_2 = \frac{F_2 L_2^3}{3EI}$$



$$v_{tot} = \frac{-8,8 \cdot (0,85 \cdot 10^{-3})^2}{6 \cdot 69 \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 10^3} \cdot (3 \cdot 1 - 0,85) \cdot 10^3 - \frac{4,4 \cdot (0,85 \cdot 10^{-3})^3}{3 \cdot 69 \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 10^3} \quad 2$$

$$= \boxed{-4,19 \text{ mm}} \quad 1$$



Figuur 5: nieuwe doorsnede

Een collega ziet potentie om de buigstijfheid van STX-88 te verbeteren door een dun strip metaal tussen de buizen te lassen (zie figuur 5).

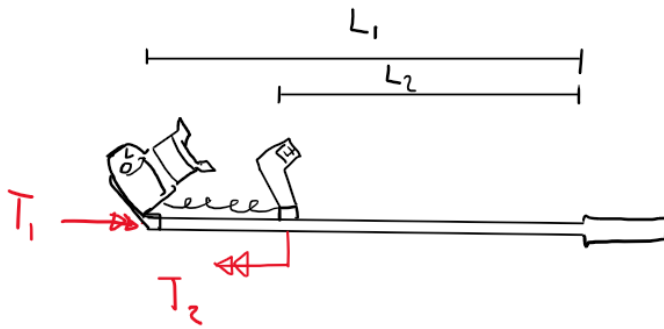
- c) **Leg uit** of de aanpassing van de collega tot een grotere traagheidsmoment zal leiden. Gebruik een formule om aan te geven waarom er wel of geen verbetering komt (6 pt).

De aanpassing zal leiden tot een **grotere traagheidsmoment** leiden. De buizen zijn door het stuk metaal verder van de globale nul-lijn verwijderd in de y-richting. De **verplaatsing regel** laat zien dat dit de traagheidsmoment vergroot, omdat de **locale nul-lijn** verder van de globale nul lijn af ligt. Het stuk metaal zelf voegt ook (een kleine) traagheidsmoment toe.

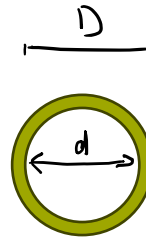
$$I = I + d_y^2 A$$

↑
0

Vraag 3. (11 + 14 = 25 punten)



Figuur 6: STX-103-PRO



Figuur 7: doorsnede STX-103-PRO

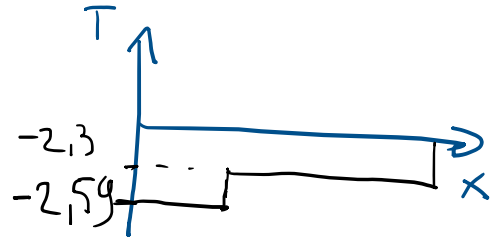
Voor de professionals is er ook nog de STX-103-PRO ontworpen. Hierop kunnen spiegelreflex camera's op geplaatst worden en een externe flitser. Bij hoge vertragingen blijkt deze selfiestick te wringen. Daarom heeft deze stick ook een en andere doorsnede (zie figuur 7). Neem aan dat $T_1 = 2,59 \text{ Nm}$, $T_2 = 0,29 \text{ Nm}$, $D = 28 \text{ mm}$ en $d = 22 \text{ mm}$.

- a) **Bepaal de maximale torsiespanning** in [Mpa] die optreed in de stick bij opgelegde torsies. Teken hierbij een grafiek van de interne torsie. (hint: je mag aannemen dat de selfiestick bij het handvat als inklemming wordt vastgehouden) (11 pt).

$$\sum T: T_1 - T_2 + T_A = 0$$

$$\Rightarrow T_A = T_2 - T_1$$

$$= 0,29 - 2,59 = -2,3 \text{ Nm}$$



$$\tau = \frac{Tc}{J}, \quad J = \frac{\pi}{2} \left(\left(\frac{D}{2} \right)^4 - \left(\frac{d}{2} \right)^4 \right), \quad c = \frac{D}{2}$$

$$= \frac{T \cdot \frac{D}{2}}{\frac{\pi}{2} \left(\left(\frac{D}{2} \right)^4 - \left(\frac{d}{2} \right)^4 \right)} = \frac{-2,59 \cdot 10^3 \cdot 14}{\frac{\pi}{2} (14^4 - 11^4)} = \boxed{0,97 \text{ MPa}}$$

- b) Graag wil je de verdraaiing in de selfiestick klein houden voor de beeld kwaliteit.
Bepaal de binnen diameter van de buis in [mm] bij een verdraaiing van de uiteinde van de selfiestick van $\varphi = -0,4^\circ$. Neem hiervoor $L_1 = 1,1 \text{ m}$, $L_2 = 0,7 \text{ m}$ en glijdingsmodulus $G = 8,0 \text{ GPa}$ (14 pt).

$$\varphi_{\text{tot}} = \sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\varphi = \frac{T L}{J G}$$

$$J = \frac{\pi}{2} \left(\left(\frac{D}{2} \right)^4 - \left(\frac{d}{2} \right)^4 \right)$$

$$\varphi = \varphi \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$[\text{rad}] \quad [^\circ]$$

$$\varphi_{\text{tot}} = \frac{T_1 (L_1 - L_2)}{J G} + \frac{T_2 L_2}{J G}$$

$$= \frac{1}{J G} (T_1 (L_1 - L_2) + T_2 L_2)$$

$$\left(\frac{d}{2} \right)^4 = \left(\frac{D}{2} \right)^4 - \frac{2}{\pi \varphi G} (T_1 (L_1 - L_2) + T_2 L_2)$$

$$d = 2 \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{D}{2} \right)^4 - \frac{2}{\pi \varphi G} (T_1 (L_1 - L_2) + T_2 L_2)}$$

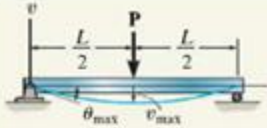
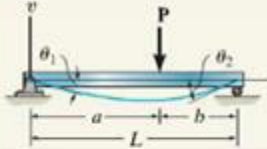
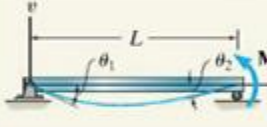
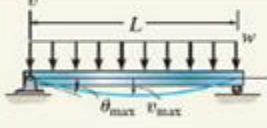
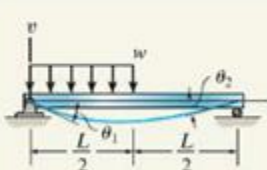
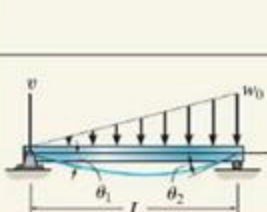
$$= 2 \cdot \sqrt[4]{14^4 - \frac{180 \cdot 2}{\pi^2 \cdot (-0,4) \cdot 8 \cdot 10^3} \left((-2,54) (1,1 - 0,7) + (-2,3 \cdot 0,7) \right) \cdot 10^6}$$

$$= \boxed{13,06 \text{ mm}}$$

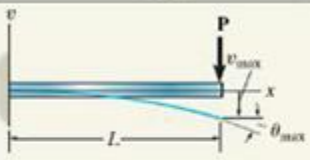
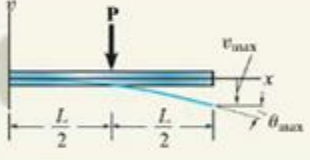
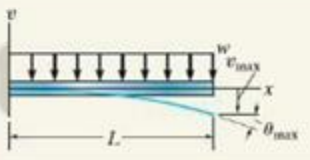
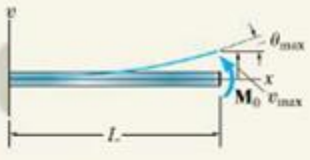
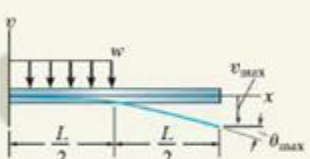
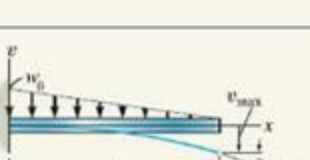
Formuleblad bij het tentamen Sterkteleer (ME-MECCON1-19 / STERKT-T1)

Formules traagheidsmomenten:

$y_{\text{zwaartepunt}} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$	Zwaartepunt
$I_x = I_y = \frac{1}{4} \pi r^4$	Traagheidsmoment van cirkel
$I_x = \frac{1}{12} b h^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de x-as
$I_y = \frac{1}{12} h b^3$	Traagheidsmoment van rechthoekig vlak om de y-as
$I_x = I_x' + A d_y^2$	Traagheidsmoment rond een andere as berekenen
$J = I_p = \frac{1}{2} \pi r^4$	Polair traagheidsmoment van een cirkel

Simply Supported Beam Slopes and Deflections			
Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{16EI}$	$v_{\max} = \frac{-PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px}{48EI} (3L^2 - 4x^2)$ $0 \leq x \leq L/2$
	$\theta_1 = \frac{-Pab(L+b)}{6EIL}$ $\theta_2 = \frac{Pab(L+a)}{6EIL}$	$v \Big _{x=a} = \frac{-Pba}{6EIL} (L^2 - b^2 - a^2)$	$v = \frac{-Pbx}{6EIL} (L^2 - b^2 - x^2)$ $0 \leq x \leq a$
	$\theta_1 = \frac{-M_0 L}{6EI}$ $\theta_2 = \frac{M_0 L}{3EI}$	$v_{\max} = \frac{-M_0 L^2}{\sqrt{243}EI}$ at $x = 0.5774L$	$v = \frac{-M_0 x}{6EIL} (L^2 - x^2)$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{24EI}$	$v_{\max} = \frac{-5wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx}{24EI} (x^3 - 2Lx^2 + L^3)$
	$\theta_1 = \frac{-3wL^3}{128EI}$ $\theta_2 = \frac{7wL^3}{384EI}$	$v \Big _{x=L/2} = \frac{-5wL^4}{768EI}$ $v_{\max} = -0.006563 \frac{wL^4}{EI}$ at $x = 0.4598L$	$v = \frac{-wx}{384EI} (16x^3 - 24Lx^2 + 9L^3)$ $0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-wL}{384EI} (8x^3 - 24Lx^2 + 17L^2x - L^3)$ $L/2 \leq x < L$
	$\theta_1 = \frac{-7w_0 L^3}{360EI}$ $\theta_2 = \frac{w_0 L^3}{45EI}$	$v_{\max} = -0.00652 \frac{w_0 L^4}{EI}$ at $x = 0.5193L$	$v = \frac{-w_0 x}{360EI} (3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$

Cantilevered Beam Slopes and Deflections

Beam	Slope	Deflection	Elastic Curve
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{2EI}$	$v_{\max} = \frac{-PL^3}{3EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI}(3L - x)$
	$\theta_{\max} = \frac{-PL^2}{8EI}$	$v_{\max} = \frac{-5PL^3}{48EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI}\left(\frac{3}{2}L - x\right) \quad 0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-PL^2}{24EI}\left(3x - \frac{1}{2}L\right) \quad L/2 \leq x \leq L$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{6EI}$	$v_{\max} = \frac{-wL^4}{8EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI}(x^2 - 4Lx + 6L^2)$
	$\theta_{\max} = \frac{M_0L}{EI}$	$v_{\max} = \frac{M_0L^2}{2EI}$	$v = \frac{M_0x^2}{2EI}$
	$\theta_{\max} = \frac{-wL^3}{48EI}$	$v_{\max} = \frac{-7wL^4}{384EI}$	$v = \frac{-wx^2}{24EI}(x^2 - 2Lx + \frac{3}{2}L^2) \quad 0 \leq x \leq L/2$ $v = \frac{-wL^3}{192EI}(4x - L/2) \quad L/2 \leq x \leq L$
	$\theta_{\max} = \frac{-w_0L^3}{24EI}$	$v_{\max} = \frac{-w_0L^4}{30EI}$	$v = \frac{-w_0x^2}{120EIL}(10L^3 - 10L^2x + 5Lx^2 - x^3)$