〈解説〉 $\boxed{1}$

(1) $\left(-\frac{4}{3}\right)\times 6 \div (-10) - \frac{1}{15} = -\frac{4}{3}\times 6 \times \left(-\frac{1}{10}\right) - \frac{1}{15} = \frac{4}{5} - \frac{1}{15} = \underline{\frac{11}{15}}$

(2) $\left(\frac{3}{2}ab^2\right)^2 \div (-3a^2b)^3 \times (-12a^4b^2) = \frac{9}{4}a^2b^4 \div (-27a^6b^3) \times (-12a^4b^2) = \frac{9a^2b^4\times 12a^4b^2}{4\times 27a^6b^3} = \frac{a^6b^6}{a^6b^3} = \underline{b^3}$

(3) $\frac{4x+2y}{3} - \frac{5x-y}{6} - \frac{2x-y}{4} = \frac{16x+8y-10x+2y-6x+3y}{12} = \underline{\frac{13y}{12}}$

(4) $\begin{cases} 5x+4y=5 & -① \\ 2x+3y=9 & -② \end{cases}$

②×5−①×2

$$\begin{array}{r} 10x+15y=45 \\ -)\ 10x+8y=10 \\ \hline 7y=35 \end{array}$$

$y=5$ −③

③を①に代入すると、$x=-3$

$\underline{x=-3 \quad y=5}$

(5) $(x+4)(x-2)-(x-3)^2 = x^2+2x-8-(x^2-6x+9) = x^2+2x-8-x^2+6x-9 = \underline{8x-17}$

(6) $12a^3-4a^2c-75ab^2+25b^2c = 4a^2(3a-c)-25b^2(3a-c)$ ←$(3a-c)$でくくる

$= (3a-c)(4a^2-25b^2) = \underline{(3a-c)(2a+5b)(2a-5b)}$

(7) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right)\div(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{6}}{6}\right)\div(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}) = \left(\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{6}\right)\div(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})$

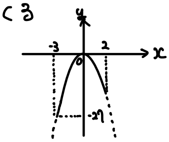
↑有理化する　　通分

$= \frac{\sqrt{18}+\sqrt{12}+\sqrt{6}}{6}\times\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)}{6}\times\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \underline{\frac{\sqrt{6}}{6}}$

↑$\sqrt{6}$でくくる

(8) $y=-3x^2$に絶対値の大きい方の$x=3$を代入して $y=-3\times3^2=-27$

また$x=0$のとき関数は最大となる。よって $\underline{-27\leqq y\leqq 0}$



(9) 赤玉2個，白玉3個，青玉3個から4個選ぶときの選び方は、

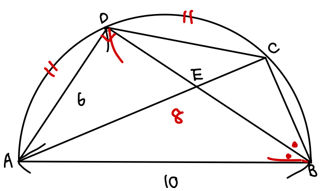
(赤赤白白)，(赤赤白青)，(赤赤青青)，(赤白白白)，(赤白白青)，(赤白青青)，(赤青青青)，(白白白青)(白白青青)，(白青青青)

の $\underline{10通り}$

(10) N^2から$(N+1)^2$までに11個のnがあるため、$(N+1)^2-N^2=N^2+2N+1-N^2=2N+1$，よって$2N+1=11$

$\underline{N=5}$

(11)



△ABEと△DBCにおいて，弧の長さがAD=DCで等しいため、

∠ABE=∠DBC −①　円周角の定理において∠EAB=∠CDB −②

①，②より 2組の角がそれぞれ等しいため △ABE∽△DBC −③

ABは直径であるため∠ADB=90°，三平方の定理より $DB^2=AD^2-AB^2$

$BD^2=100-36=64$。BD=8　③より△ABEと△DBCの相似比は、

$10:8=5:4$　従って面積比は $5^2:4^2=\underline{25:16}$

以上

大問 2　解答と解説

(1) 頂点AまたはBに注目する。(今回はAに注目した)

$y = ax^2$ より、Aのx座標とy座標を代入すると

$18 = a(-3)^2$ より、$18 = 9a$　$a = 2$　よって $a = 2$ ……(1)

(2) 点ABに線を引きy軸との交点をSとする。

そうすると、△AOBは、△AOSと△BOS

に分けられる底辺は共通なので、2つの三角形の

高さの和は $-3+1=2$ … ①

底辺を求めるために、直線ABのy切片を求める。

xの増加量は4，yの増加量は16よって傾きは-4。

$y = ax + b$ に代入すると $b = 6$ よって、OSの高さは6となる。

$6 \times ① \times \frac{1}{2}$ より、12 ……(2)

(3) 点Cを動かしても、△AOBの面積は変化しないよって、

△ABCに注目すればよい。

等積変形より、点Cを通る傾きが直線AB

と同じな直線と二次関数との交点のx座標を求める。

点Cを通る直線の式は $y = -4x + 18$ — ①

二次関数の式は $y = 2x^2$ — ②

①、②より、連立方程式より、

$2x^2 = -4x + 18$

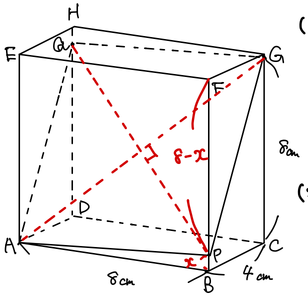
$2x^2 + 4x - 18 = 0$

$x^2 + 2x - 9 = 0$

解の公式より，$-1 \pm \sqrt{10}$ となる。… (3)

Made with Goodnotes

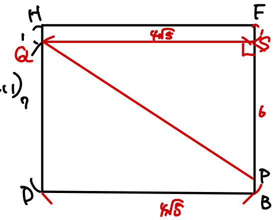
〈解説〉 3



(1) PB$=x$ とおくと△ABPと△GFPにおいて、三平方の定理より、$AP^2=PB^2+AB^2$、$PG^2=FG^2+PF^2$

切り口はひし形だから AP=PG、よって $x^2+8^2=4^2+(8-x)^2$

$x^2+64=16+64-16x+x^2$　　$16x=16$　　$x=1$ (cm)



(2) △ABP≡△GHQ（直角三角形で斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい）

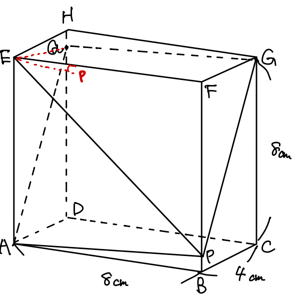
よって PB=QH、また、$HF=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

QからFBに垂線QSをひく。

△PSQ（∠PSQ=90°）において三平方の定理より、

$PQ=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+6^2}=\sqrt{80+36}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$、また、$AG=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+8^2}=\sqrt{80+64}=\sqrt{144}=12$

（ひし形APGQの面積）$=PQ\times AG\times\frac{1}{2}=2\sqrt{29}\times12\times\frac{1}{2}=12\sqrt{29}$ (cm²)



(3) 直方体ABCD−EFGHの対角線の交点はひし形APGQを含む平面上にあるので、直方体の体積はひし形APGQによって2等分される。

よって、（Eを含む側の立体の体積）$=4\times8\times8\times\frac{1}{2}=128$

（三角錐E−PFGの体積）$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times7\times8=\frac{112}{3}$

（三角錐G−EHQの体積）$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times1\times8=\frac{16}{3}$

（四角錐E−APGQの体積）$=128-\frac{112}{3}-\frac{16}{3}=\frac{256}{3}$　よって $\frac{1}{3}\times$（ひし形APGQの面積）$\times ER=\frac{256}{3}$

$\frac{1}{3}\times12\sqrt{29}\times ER=\frac{256}{3}$、$ER=\frac{256}{12\sqrt{29}}=\frac{64}{3\sqrt{29}}=\frac{64\sqrt{29}}{87}$ (cm)

以上

入試予想問題

4 ある自然数nについて次のような作業を行う。

① nを14で割り、その商をさらに14で割る。商が0になるまでこれを繰り返す。
② ①の割り算を行った際に生じた余りを、右づめで記録していく。割りきれたときは、余りが0であったものと考え0を記録する。
③ 最終的に記録された数を[n]とする。

例. $n=333$ のとき $333 \div 14 = 23 \cdots 11$　$23 \div 14 = 1 \cdots 9$
$1 \div 14 = 0 \cdots 1$ となり、右から順に11、9、1が記録されるので $[n]=1911$ となる。

このとき次の問いに答えなさい。

(1) $n=885$ のとき[n]の値を求めなさい。

(2) $[n]=245$ のときnの値を求めなさい。

(3) [n]が2025桁であるとき $n \leqq 14^x$ を満たす自然数xのとき最小のものを求めなさい。

解答・解説

(1) $885 \div 14 = 63 \cdots 3$　$63 \div 14 = 4 \cdots 7$　$4 \div 14 = 0 \cdots 4$
そのため右から順に4 7 3。よって473。

(2) nを14で割った商をaとすると $n = 14a + 5$。
次にaを14で割った商をbとすると $a = 14b + 4$
最後にbを14で割った商は0になって余りが2になるため
$b=2$。よって $a = 14 \times 2 + 4 = 32$、$n = 14 \times 32 + 5 = \underline{453}$

(3) [n]は14で割る作業で生じた余りを右から書き並べたものである自然数を14で割ったときの余りは0、1、2…13が考えられる。xの値を最小にするには、14で割る作業の回数ができるだけ少ない場合を考えれば良いのでできるだけ多くの余りが2桁であるように考えれば良い。$2025 \div 2 = 1012 \cdots 1$ となるので1桁になった割り算が1回あると考え1013回。
従って $n \leqq 14^{1013}$　$x = 1013$。