

# 数学同好会入会試験

## －問題用紙－

- 本試験は数学同好会入会試験です。
- 本試験の試験時間は50分です。
- 問題用紙のほかに解答用紙というものがあります。試験が開始されたら冊子中ほどにある解答用紙を取り出し、名前を記入し問題のすべての解答を解答用紙に記入してください。また、問題用紙の問題番号と解答用紙の問題番号を紐づけて解答を記入してください。
- 本試験では試験中のカンニング及び不正行為を許可しておりません。試験監督があなたの不正行為を見つけた場合あなたは即失格となり、入会試験を受ける権利が生涯失効されます。
- 問題は5ページまであります。万が一、落丁・印刷ミスがあった場合は手をあげ試験監督にお知らせください。
- 試験監督に対して直接的に問題にかかわる質問をすることはできません。ですが、問題に不備があった場合は試験監督にお知らせください。

ク ラ ス		名 前	
-------------	--	--------	--

## 大問1

この大問は選択問題ではありません。また、解答用紙には解法・途中式を書きなさい。

(1)  $f(x) = x^2 + k^2 + 3k + 1$  が  $x$  軸に共有点を一つも持たない時の  $k$  の範囲を求めなさい。

(2)  $g(x) = x^2$  の関数上に、点  $p, q$  を置いた。原点  $O$  と点  $p, q$  を結んだときに三角形  $O, p, q$  が正三角形になる時の点  $p$  の座標を求めなさい。また、点  $p$  の  $x$  座標は正、点  $q$  の  $x$  座標は不となっていない。なお答えは一つのみでよい。

## 大問2

この大問は選択問題ではありません。また、解答用紙には解法・途中式を書きなさい。

(1)  $\sqrt{n^2 - 8n + 1}$  が整数となる整数  $n$  の個数は (A) 個あり、最も大きい  $n$  の値は (B) である。

(2)  $3^{100}$  を3で割った時の余りを求めなさい。

### 大問3

この大問は選択問題ではありません。また、以下の対話文を読み次の間に答えなさい。

スターリン:授業疲れたね

ムッソリーニ:二次方程式の解と係数の関係とファシズム論はすぐに覚えられるね。

スターリン:それって僕に対する挑発かな？あとで肅清だよ。ほかにも方程式の解と係数の関係はあるのかな？

ムッソリーニ:では三次方程式の解と係数の関係を考えてみよう。

スターリン:三次方程式はわからないよ。あつ三乗の項を肅清すればいいんだね！！

ムッソリーニ:そうだね！！では二次方程式の解と係数の関係①はどのように求めたかな？

スターリン:えっと、解を政治的対立者(以降乙とする)と古参ボリシェビキ(以降甲とする)、乙で割った二次方程式と恒等式をくんで、、、そうか！！

ムッソリーニ:そうだね、同様に三次方程式の解と係数の関係を求めてみよう。

スターリン:えっと、こうやって、、、できたミサイル！じゃなくて $-\frac{b}{a} = \textcircled{2}, \frac{c}{a} = \textcircled{3}, -\frac{d}{a} = \textcircled{4}$ だね。

ムッソリーニ:そう、じゃあこれを使って肅清、、、いや問題を解いていこう。

(1)①を途中式含めすべて導出しなさい。

(2)②、③、④を書きなさい。

(3)ムッソリーニから以下の問題を砲撃された被弾しないためには解かなければならない。

以下の等式を証明せよ

三次方程式で $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の三解を乙、甲、スターリン憲法(以降丙とする)としたとき、

$$bcd = \text{乙}^6 \text{甲}^2 \text{丙} + \text{乙}^5 \text{甲}^2 \text{丙} + \text{乙}^4 \text{甲}^3 \text{丙}^2 + \text{乙}^6 \text{甲} \text{丙}^3 + \text{乙}^5 \text{甲} \text{丙}^3 + \text{乙}^4 \text{甲}^2 \text{丙}^3 + 3 \text{乙}^5 \text{甲}^2 \text{丙}^2$$