

UVA11351

Last Man Standing

解題者：ACS105111 呂易澄

題目敘述

- ▶ 有 n 個人圍成一個圓圈等待處決。從第一個人開始跳過 $k - 1$ 個人，第 k 個人被處決。然後再跳過 $k - 1$ 個人，第 k 個人又被處決。淘汰的程序繞著圓圈進行，(隨著被處決的人的移除，圓圈會越變越小)，直到最後只剩一個人為止。已知圓圈中的人數及 k 。你必須找最後倖存的人的號碼。
- ▶ Josephus Problem

Sample Input

```
4
6 3
8 6
11 99
23 13
```

Sample Output

```
Case 1: 1
Case 2: 1
Case 3: 5
Case 4: 12
```

原先做法

- ▶ 將倖存者全員以**Vector**建成數字陣列，並利用**erase**的方式將被點名者依依去除，直至陣列剩下最後一個元素為止
- ▶ 例：6,3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | | 4 | 5 | |
| 1 | 2 | | | 5 | |
| 1 | | | | 5 | |
| 1 | | | | | |

結果(一)

| | | | |
|---------------------------|------------------------|-----|-------|
| ▶ 11351 Last Man Standing | Time limit exceeded | C++ | 1.000 |
|---------------------------|------------------------|-----|-------|

- ▶ 推測原因：
erase時記憶體的重新配置花費過多時間，尤其是在vector大小過大(10^6)時

重新了解 Joesphus Problem

- ▶ 當每次處決一個人時，剩下的人都可以再重新圍成新的的一個環，相當於一個新的子問題
- ▶ $g(n,k) \rightarrow g(n-1,k)$

| | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| $g(6,3)$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $g(5,3)$ | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | |
| $g(4,3)$ | 1 | 2 | 4 | 5 | | |
| $g(3,3)$ | 5 | 1 | 2 | | | |
| $g(2,3)$ | 5 | 1 | | | | |
| $g(1,3)$ | 1 | | | | | |

重新了解 Joesphus Problem 二

- ▶ 最終倖存者存在於環中的特定位置，隨著環的縮減該位置也會變動

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| $g(6,3)$ | 1 | X | X | X | X | X |
| $g(5,3)$ | X | X | X | 1 | X | |
| $g(4,3)$ | 1 | X | X | X | | |
| $g(3,3)$ | X | 1 | X | | | |
| $g(2,3)$ | X | 1 | | | | |
| $g(1,3)$ | 1 | | | | | |

重新了解 Joesphus Problem 三

- ▶ 假設最終倖存者在 $g(1,k)$ 中位於位置0，只要反推該倖存者於 $g(2,k)$ ， $g(3,k)$... $g(n,k)$ 中的位置就可以找出倖存者

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| $g(1,3)$ | O | | | | | |
| $g(2,3)$ | X | O | | | | |
| $g(3,3)$ | X | O | X | | | |
| $g(4,3)$ | O | X | X | X | | |
| $g(5,3)$ | X | X | X | O | X | |
| $g(6,3)$ | O | X | X | X | X | X |

=1

Josephus Problem 公式

- ▶ $g(1, k) = 0$
- ▶ $g(n, k) = (g(n - 1, k) + k) \% n$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
|----------|----|---|---|---|---|---|--------------|
| $g(1,3)$ | O | | | | | | =0 |
| $g(2,3)$ | X | O | | | | | $(0+3)\%2=1$ |
| $g(3,3)$ | X | O | X | | | | $(1+3)\%3=1$ |
| $g(4,3)$ | O | X | X | X | | | $(1+3)\%4=0$ |
| $g(5,3)$ | X | X | X | O | X | | $(0+3)\%5=3$ |
| $g(6,3)$ | O | X | X | X | X | X | $(3+3)\%6=0$ |
| | =1 | | | | | | |

程式

```
1. //UVA11351 Last Man Standing
2.
3. #include<iostream>
4. #include<vector>
5.
6. using namespace std;
7.
8. int main(){
9.
10.     long long int survivor,kill,CASE;
11.
12.     cin>>CASE;
13.
14.     for(int T=1;T<=CASE;T++){
15.         cin>>survivor>>kill;
16.
17.         long long int count=0;           //g(1,k)
18.         for(int i=2;i<=survivor;i++){    //g(i,k)
19.
20.             count=(count+kill)%i;        //計算位置
21.
22.         }
23.
24.         cout<<"Case "<<T<<": "<<count+1<<endl;
25.     }
26. }
```

11351 Last Man Standing

Accepted

C++

0.060

感謝聆聽