

Министерство науки и высшего образования  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
“Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)”  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---



Факультет “Фундаментальные науки”  
Кафедра “Высшая математика”

## ОТЧЁТ по учебной практике за 1 семестр 2020—2021 гг.

Руководитель практики,  
ст. преп. кафедры ФН1

\_\_\_\_\_

(подпись)

Кравченко О.В.

студент группы ФН1–11

\_\_\_\_\_

(подпись)

Васильев Егор Ринатович.

Москва,  
2020 г.

# Содержание

<b>1 Цели и задачи практики</b>	<b>3</b>
1.1 Цели . . . . .	3
1.2 Задачи . . . . .	3
1.3 Индивидуальное задание . . . . .	3
<b>2 Отчёт</b>	<b>4</b>
<b>3 Индивидуальное задание</b>	<b>5</b>
3.1 Пределы и непрерывность. . . . .	5
<b>Список литературы</b>	<b>10</b>

# 1 Цели и задачи практики

## 1.1 Цели

— развитие компетенций, способствующих успешному освоению материала бакалавриата и необходимых в будущей профессиональной деятельности.

## 1.2 Задачи

1. Знакомство с программными средствами, необходимыми в будущей профессиональной деятельности.
2. Развитие умения поиска необходимой информации в специальной литературе и других источниках.
3. Развитие навыков составления отчётов и презентации результатов.

## 1.3 Индивидуальное задание

1. Изучить способы отображения математической информации в системе  $\text{\LaTeX}$ .
2. Изучить возможности системы контроля версий `Git`.
3. Научиться верстать математические тексты, содержащие формулы и графики в системе  $\text{\LaTeX}$ . Для этого, выполнить установку свободно распространяемого дистрибутива `TeXLive` и оболочки `TeXStudio`.
4. Оформить в системе  $\text{\LaTeX}$  типовые расчёты по курсу математического анализа согласно своему варианту.
5. Создать аккаунт на онлайн ресурсе `GitHub` и загрузить исходные `tex`-файлы и результат компиляции в формате `pdf`.

## 2 Отчёт

Актуальность темы продиктована необходимостью владеть системой вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X и средой вёрстки TeXStudio для отображения текста, формул и графиков. Полученные в ходе практики навыки могут быть применены при написании курсовых проектов и дипломной работы, а также в дальнейшей профессиональной деятельности.

Система вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X содержит большое количество инструментов (пакетов), упрощающих отображение информации в различных сферах инженерной и научной деятельности.

### 3 Индивидуальное задание

#### 3.1 Пределы и непрерывность.

##### Задача № 1.

###### Условие:

Дана последовательность  $a_n = \frac{4n-1}{2n+1}$  и число  $c = 2$ . Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$ , а именно для каждого  $\varepsilon > 0$  найти наименьшее натуральное число  $N = N(\varepsilon)$  такое, что  $|a_n - c| < \varepsilon$ . Заполнить таблицу:

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$			

###### Решение:

$$a_n = \frac{4n-1}{2n+1}; c = 2$$

Найдём лимит  $a_n$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 = c;$$

Рассмотрим  $|a_n - c| < \varepsilon$ :

$$\left| \frac{4n-1}{2n+1} - 2 \right| < \varepsilon;$$

$$\left| \frac{4n-1-4n-2}{2n+1} \right| < \varepsilon;$$

$$\frac{3}{2n+1} < \varepsilon;$$

$$n > \frac{3-\varepsilon}{2\varepsilon};$$

При  $\varepsilon = 0,1$  получим:

$$n > \frac{3-0,1}{2*0,1} \Leftrightarrow n > 14,5$$

При  $\varepsilon = 0,01$  получим:

$$n > \frac{3-0,01}{2*0,01} \Leftrightarrow n > 149,5$$

При  $\varepsilon = 0,001$  получим:

$$n > \frac{3-0,001}{2*0,001} \Leftrightarrow n > 1499,5$$

Заполним таблицу:

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$	15	150	1500

## Задача № 2.

**Условие:** Вычислить пределы функций

а	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 4x^2 - 4x - 1}$
б	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x\sqrt{x} + \sqrt{1 + 9x^3} + x}{3x\sqrt{x + 10}}$
в	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x - 2}}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2x}}$
г	$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x - 1}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1}}$
д	$\lim_{x \rightarrow 0} (\arccos 4x)^{\lg \sin^2 x}$
е	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x - 3} - 3^{2x^2}}{\lg(\pi x)}$

**Решение:**

а)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 4x^2 - 4x - 1}$$

Получаем неопределённость:

$$\left[ \frac{0}{0} \right]$$

Разложим на множители:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 3)^2(x - 1)}{(x^2 + 5x + 1)(x - 1)}$$

Сокращаем одинаковые множители:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 3)^2}{(x^2 + 5x + 1)} = \frac{16}{7}$$

б)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x\sqrt{x} + \sqrt{1 + 9x^3} + x}{3x\sqrt{x + 10}}$$

Получаем неопределённость:

$$\left[ \frac{0}{0} \right]$$

Делим на  $x^{\frac{3}{2}}$  верхнюю и нижнюю часть:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \sqrt{\frac{1}{x} + 9} + \frac{1}{\sqrt{x}}}{3\sqrt{1 + \frac{10}{x}}} = \frac{5}{3}$$

в)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2x}}$$

Получаем неопределённость:

$$\left[ \frac{0}{0} \right]$$

Домножим начальное выражение на сопряженные множители:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4x - 8)(\sqrt{2 + x} + \sqrt{2x})}{(2 - x)(\sqrt[3]{(4x)^2} + 2\sqrt[3]{4x} + 4)}$$

Сократим множители и вынесем коэффициент за предел:

$$-4 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2+x} + \sqrt{2x})}{(\sqrt[3]{(4x)^2} + 2\sqrt[3]{4x} + 4)} = -\frac{4}{3}$$

г)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}$$

Подставляя значение получим:

$$[1^\infty]$$

Используя секретную формулу №197 получим:

$$e^{\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x-1}{x} - 1 \right) \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} \right)}$$

Считаем чему равна степень:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x-1}{x} - 1 \right) \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x-1}{x} \right) \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} \right)$$

Умножаем на сопряженное выражение к  $\sqrt[3]{x}-1$ :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{x} = 3$$

Значит предел начального выражения равен:

$$e^3$$

д)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\arccos 4x)^{\lg \sin^2 x}$$

Подставляя значение получим:

$$\left[ \left( \frac{\pi}{2} \right)^{-\infty} \right] = 0$$

е)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg}(\pi x)}$$

Получаем неопределённость:

$$\left[ \frac{0}{0} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{2x^2} (3^{5x-3-2x^2} - 1)}{\operatorname{tg}(\pi x)}$$

Выполним замену переменных  $t = x - 1$ ;  $t \rightarrow 0$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{3^{2(t+1)^2} (3^{t-2t^2} - 1)}{\operatorname{tg}(\pi t + \pi)}$$

По формуле поворота для тангенса получим:

$$\operatorname{tg}(\pi t + \pi) = \operatorname{tg}(\pi t)$$

Заменим это выражение на эквивалентное при  $t \rightarrow 0$ :

$$\operatorname{tg}(\pi t) \sim \pi t$$

Подставим в знаменатель это выражение:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{3^{2(t+1)^2} (3^{t-2t^2} - 1)}{\pi t}$$

Заменим  $3^{t-2t^2} - 1$  на эквивалентное при  $t \rightarrow 0$ :

$$3^{t-2t^2} - 1 = t(1 - 2t) * \ln 3$$

Подставим в числитель это выражение:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{3^{2(t+1)^2} (t(1 - 2t) * \ln 3)}{\pi t}$$

Сократим:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{3^{2(t+1)^2} ((1 - 2t) * \ln 3)}{\pi} = \frac{9 \ln 3}{\pi}$$

Ответ: а)  $\frac{16}{7}$ ; б)  $\frac{5}{3}$ ; в)  $-\frac{4}{3}$ ; г)  $e^3$ ; д) 0; е)  $\frac{9 \ln 3}{\pi}$



### Задача № 3.

**Условие:** а) Показать, что данные функции  $f(x)$  и  $g(x)$  являются бесконечно малыми или бесконечно большими при указанном стремлении аргумента. б) Для каждой функции  $f(x)$  и  $g(x)$  записать главную часть (эквивалентную ей функцию) вида  $C(x - x_0)^\alpha$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $Cx^\alpha$  при  $x \rightarrow \infty$ , указать их порядки малости (роста). в) Сравнить функции  $f(x)$  и  $g(x)$  при указанном стремлении.  $f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt[3]{x}}$ ;  $g(x) = 4(x - 1)^2$

**Решение:**

а)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{1 - \sqrt[3]{x}} = 0$$

Получается  $f(x)$  БМ.

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 4(x - 1)^2 = 0$$

Получается  $g(x)$  БМ.

б) Нужно привести к виду:

$$f(x) = C(x - 1)^p$$

$$g(x) = C(x - 1)^p$$

$$f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt[3]{x}}$$

Выполним замену переменных  $t = x - 1$ ;  $t \rightarrow 0$  :

$$f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt[3]{t + 1}} \sim -\sqrt[3]{\frac{1}{3}t}$$

Получим:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} * (x - 1)^{\frac{1}{3}}$$

$f(x)$  - БМ  $\frac{1}{3}$  порядка Для  $g(x)$ :

$$g(x) = 4(x - 1)^2$$

$g(x)$  - БМ 2 порядка

в)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$$

Получается  $f(x) = o(g(x))$

## Список литературы

- [1] Львовский С.М. Набор и вёрстка в системе  $\text{\LaTeX}$ , 2003 с.
- [2] Котельников И.А.  $\text{\LaTeX}$  2е по-русски, 2004.