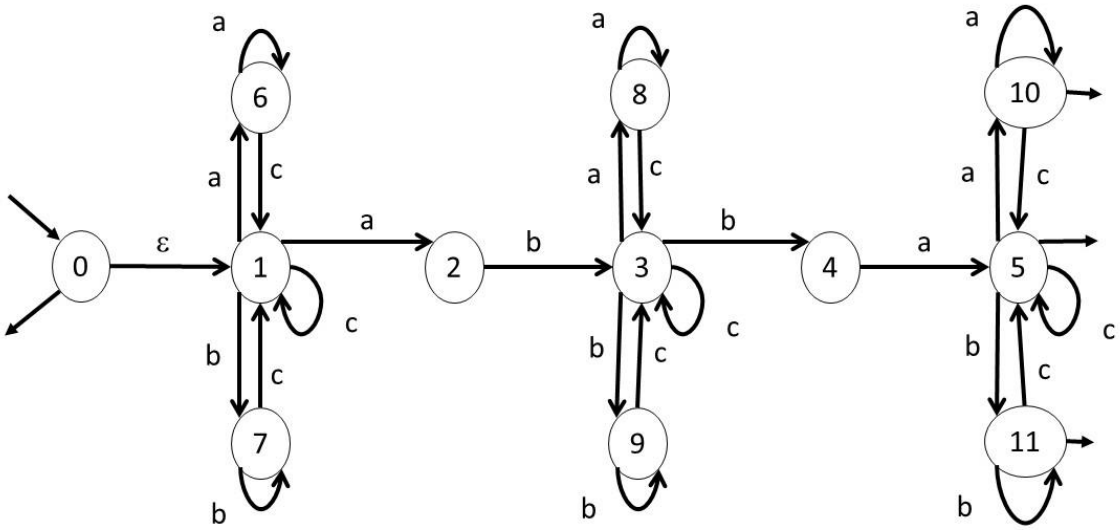
EFREI 2015 / 2016
L2
Rattrapage de Mathématiques pour l'Informatique

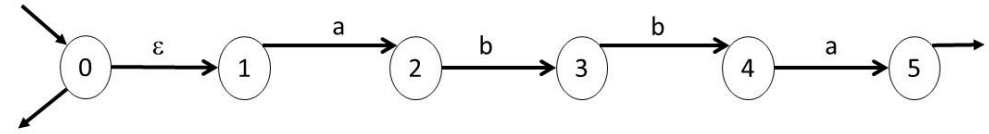
SOLUTIONS

Q1. *Construisez, de façon intuitive, un automate fini reconnaissant le langage défini sur l'alphabet {a,b,c} et comprenant :*
- le mot vide,
- les mots contenant une et une seule fois la séquence 'ab', une et une seule fois la séquence 'ba', la séquence 'ab' devant se situer dans le mot avant la séquence 'ba'.
Par exemple : "", "abba", "cccaaabccbbbaaaa", ... sont acceptés, mais pas "cccaaabaa" ni "ccbbbaaabbba".
Résultat : le schéma de l'automate.

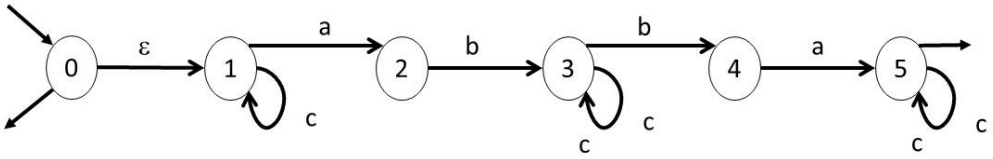
Solution (par exemple, car il peut bien entendu y en avoir d'autres) :



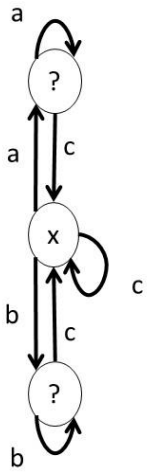
Explication de la construction (non demandé) :
1) On peut tout d'abord tracer un automate reconnaissant les deux chaînes « ab » puis « ba ». On ajoute ici une transition epsilon pour reconnaître la chaîne vide et permettre ensuite des transitions « entrantes » sur l'état 1 (ce qui ne pourrait pas être le cas si 1 était un état terminal) :



2) On peut bien entendu ajouter à cela des boucles sur 'c' avant, après, ou entre ces 2 chaînes :

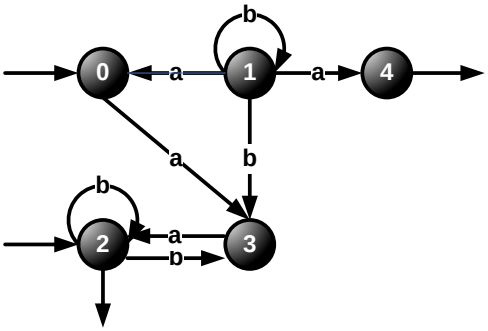


3) Finalement, il ne faut pas oublier que là où le symbole 'c' est admis, on peut également admettre des suites de 'a' (respectivement 'b'), à condition que celles-ci soient suivies d'au moins un 'c'. Ceci peut être mis en œuvre par la construction suivante :



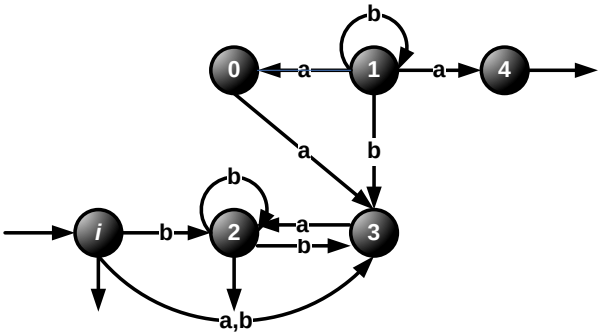
que l'on « greffe » aux mêmes endroits que les boucles sur 'c', afin d'obtenir l'automate présenté en solution.

Q2. *Modifiez le schéma de l'automate ci-dessous afin que l'automate obtenu ne reconnaisse plus le mot vide mais continue de reconnaitre tous les autres mots du langage de l'automate d'origine.*

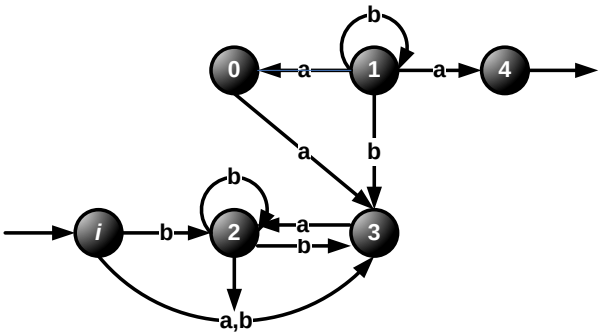


Solution

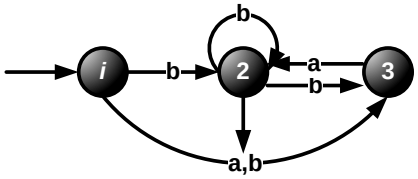
On standardise :



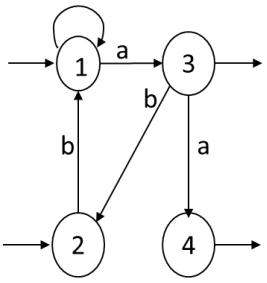
Et puis on enlève la sortie sur l'état *i* :



Remarque : on peut voir que les états 0, 1 et 4 sont non accessibles (que ce soit dans l'automate d'origine ou dans l'automate qu'on vient d'obtenir). Donc un automate plus petit et qui répond lui aussi à la demande de l'énoncé est le suivant :



Q3. *Déterminiser, puis compléter si besoin est l'automate ci-contre.*



Résultat sous la forme d'une table des transitions avec indication des états initiaux et terminaux.

Solution :

Table de transitions de l'automate d'origine :

		a	b
E	1	1, 3	--
E	2	--	1
S	3	4	2
S	4	--	--

D'où l'ADC :

		a	b
E	1 2	1 3	1
S	1 3	1 3 4	2
	1	1 3	P
S	1 3 4	1 3 4	2
	2	P	1
	P	P	P

Q4. *Minimiser l'automate représenté par la table de transitions ci-contre.*

Le résultat doit contenir :
- les définitions des partitions successives, y compris la partition initiale ;
- la raison pour laquelle vous arrêtez le processus de minimisation ;
- le schéma de l'automate minimal obtenu.

	état	*a*	*b*
E	*A*	--	*D*
S	*B*	*E*	*C*
	C	*A*	*F*
	D	*F*	*A*
S	*E*	*B*	*A*
	F	*D*	*C*

Solution

automate d'origine

	état	*a*	*b*
E	*A*	--	*D*
S	*B*	*E*	*C*
	C	*A*	*F*
	D	*F*	*A*
S	*E*	*B*	*A*
	F	*D*	*C*

le même, complété

	état	*a*	*b*
E	*A*	*P*	*D*
S	*B*	*E*	*C*
	C	*A*	*F*
	D	*F*	*A*
S	*E*	*B*	*A*
	F	*D*	*C*

P	*P*	*P*

Partition initiale:

$\Theta_0=\{T, NT\}$ où T={B,E}, NT={A,C,D,F,P}

Itération 1:

	a	*b*	en termes de Θ_0: *a*	*b*	
B	*E*	*C*	*T*	*NT*	*pas de séparation*
E	*B*	*A*	*T*	*NT*	

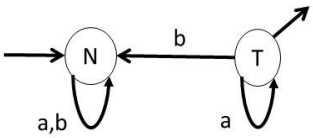
A	*P*	*D*	*NT*	*NT*	
C	*A*	*F*	*NT*	*NT*	
D	*F*	*A*	*NT*	*NT*	*pas de séparation*
F	*D*	*C*	*NT*	*NT*	
P	*P*	*P*	*NT*	*NT*	

Donc $\Theta_1=\Theta_0=\Theta_{fin}$

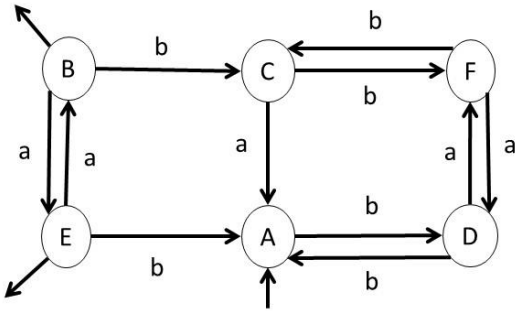
On a donc l'automate minimal suivant :

	Etat	a	b
E	N	N	N
S	T	T	N

Schéma :



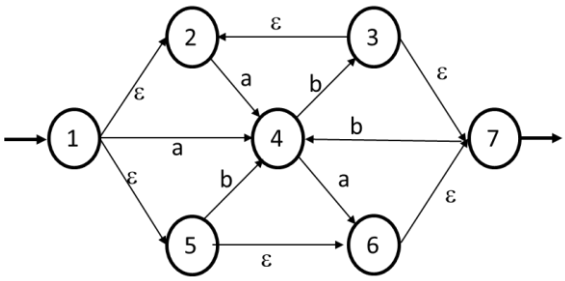
Pour information, schéma de l'AFD de départ (non demandé) ;



On remarque que les états terminaux ne sont pas accessibles depuis l'état initial, et par conséquent le langage est vide.

Q5. *Déterminiser et compléter si besoin est l'automate asynchrone ci-contre.*

Résultat sous forme d'une table de transition en indiquant les états initiaux et terminaux.
Les noms des états de l'automate déterministe doivent faire le lien avec les états de l'automate à déterminiser.



Solution

Les ε-clôtures :
1’=(1 2 5 6 7), terminal
3’=(2 3 7), terminal
4’=4
6’=(6 7), terminal
Alors la déterminisation donne (on complète en même temps) :

		a	b
E/S	1'	4'	4'
	4'	6'	3'
S	6'	P	4'
S	3'	4’	4'
	P	P	P

--- fin ---