

DE de RATRAPAGE: Mathématiques pour l'informatique

Sans documents, sans calculatrice.

Important : commencez par les exercices que vous considérez plus simples

Marquez bien le numéro de l'exercice

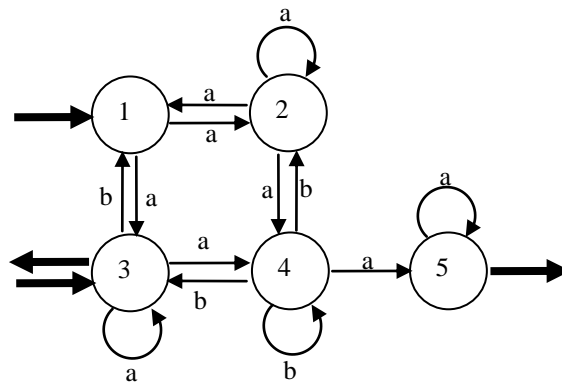
SVP laissez assez de place pour la correction, surtout à la première page.

SVP n'utilisez pas un stylo rouge.

Exercice 1

$A = \{a, b\}$ est l'alphabet. L'automate \tilde{A}_{init} est présenté par un dessin et par une table des transitions :

E/S	Etat	a	b
	1	2,3	-
E,S	2	1,2,4	-
E	3	3,4	1
	4	5	2,3,4
S	5	5	-



- L'automate \tilde{A}_{init} est-il déterministe ? pourquoi ? Citez toutes les raisons.
- Construire un automate déterministe complet \tilde{A}_{dc} équivalent à \tilde{A}_{init} .
- Construire un automate déterministe complet minimal \tilde{A}_{min} équivalent à \tilde{A}_{init} .
- Quelle est la relation entre les langages reconnus par \tilde{A}_{init} , \tilde{A}_{dc} et \tilde{A}_{min} ?
- Obtenir formellement (en résolvant les équations) le langage reconnu par \tilde{A}_{init} .
- Construire un automate déterministe complet minimal \tilde{B} reconnaissant le complémentaire du langage reconnu par l'automate \tilde{A}_{init} .
- Obtenir le langage reconnu par \tilde{B} .

Exercice 2

- construire un automate reconnaissant le langage

$$L = \{((a+b)(a+b))^* + ((a+b)(a+b)(a+b)(a+b))^*\}$$
 suivant les règles formelles données dans le cours.
- Soit déterminer cet automate tel quel (compiqué !), soit le simplifier graphiquement et déterminer l'automate en résultant.
- Minimiser l'automate obtenu.

Remarque. Vous avez aussi le droit, au lieu de faire le (b) et le (c), de produire directement l'automate déterministe complet minimal reconnaissant l'expression en question, si vous savez le faire *et si vous savez l'expliquer*. Dans ce cas, vous n'êtes pas tenus de dessiner l'automate asynchrone simplifié et de le déterminer et minimiser, mais vous devez toujours faire le (a).

Exercice 3

- Construire un automate qui reconnaît tous les nombres divisibles par 6, écrits en binaire, c.à.d. comme des mots sur l'alphabet $\{0,1\}$.
- Si votre automate reconnaît aussi le mot vide (qui n'est pas un nombre), construire un autre automate qui ne reconnaît que les nombres divisibles par 6, écrits en binaire, sans reconnaître le mot vide.
- Construire un automate qui reconnaît tous les nombres n tels que $n \equiv 2 \pmod{6}$ (c.à.d. dont le reste de la division entière par 6 est 2), écrits en binaire.

Exercice 4 (bonus, car on n'a pas fait d'exo sur ce sujet en TD)

Prouver par récurrence (par l'induction mathématique) que

$$a) \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

- Pour tout entier positif n , $n^3 + 2n$ est divisible par 3.

Questions théoriques

- Quel est l'automate minimal équivalent à l'automate suivant :

	état	a	b	c	d
E/S	0	1	2	3	0
S	1	2	3	0	1
S	2	3	0	1	2
S	3	0	1	2	3

Donnez une réponse immédiate, **sans effectuer la procédure de minimisation par des partitions successives** mais avec une explication !

- Est-il nécessaire de standardiser un automate fini non déterministe pour le déterminer ?
- Est-il nécessaire de déterminer un automate fini non déterministe pour le minimiser ?
- Est-il nécessaire de rendre complet un automate fini déterministe pour le minimiser ?