# EFREI 2017/2018

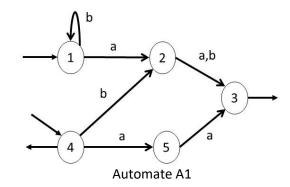
## **L3 APP ES**

## Devoir Ecrit - Mathématiques pour l'Informatique

## Eléments de correction

## Q1. Déterminisation

Déterminiser l'automate A1. Le compléter si besoin. Votre réponse doit être fournie sous la forme d'une table des transitions.



#### Automate A1:

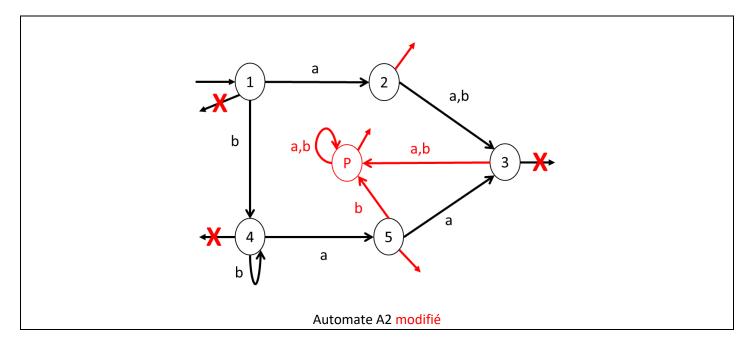
Al	-D	а	b
$\rightarrow$	1	2	1
	2	3	3
<b>←</b>	3		
<b>→</b> ←	4	5	2
	5	3	

## Automate déterministe complet :

AF	DC	а	b
<b>→</b>	1,4	2,5	1,2
	2,5	3	3
	1,2	2,3	1,3
<b>←</b>	3	Р	Р
<b>←</b>	2,3	3	3
<b>←</b>	1,3	2	1
	2	3	3
	1	2	1
	Р	Р	Р

## Q2. Langage complémentaire

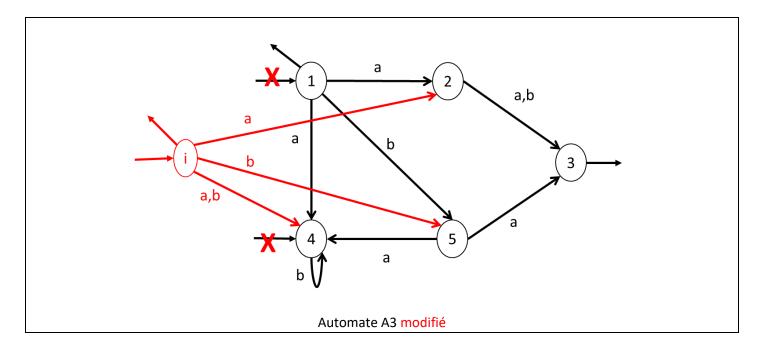
Modifier le graphe des états de l'automate A2 afin d'obtenir un automate reconnaissant le langage complémentaire de celui reconnu par A2.



#### Q3. Standardisation

Standardiser l'automate A3.

Fournir l'automate standard en modifiant directement le schéma de l'automate A3.



## Q4. Minimisation

Calculer l'automate minimal correspondant à l'automate A4 Donner l'automate minimal sous la forme d'une table des transitions.

		а	b
$\rightarrow$	1	2	3
	2	4	
	3	5	
<b>←</b>	4	6	6
<b>+ + +</b>	5	7	7
<b>←</b>	6	6	
<del>(</del>	7	7	
- 1			

Automate A4

## Partitions successives:

		а	b	P0	а	b	P1	а	b	P2	а	b	Р3
$\rightarrow$	1	2	3	N	N	Ν	N1	N2	N2	N11	N2	N2	N11
	2	4	Р	Ν	T	Ν	N2	T1	N1	N2	T1	N12	N2
	3	5	Р	Ν	T	Z	N2	T1	N1	N2	T1	N12	N2
<b>←</b>	4	6	6	Т	T	T	T1	T2	T2	T1	T2	T2	T1
<del>(</del>	5	7	7	T	T	Т	T1	T2	T2	T1	T2	T2	T1
<b>←</b>	6	6	Р	Т	T	Ν	T2	T2	N1	T2	T2	N12	T2
<b>←</b>	7	7	Р	T	Т	N	T2	T2	N1	T2	T2	N12	T2
_	Р	Р	Р	N	N	N	N1	N1	N1	N12	N12	N12	N12

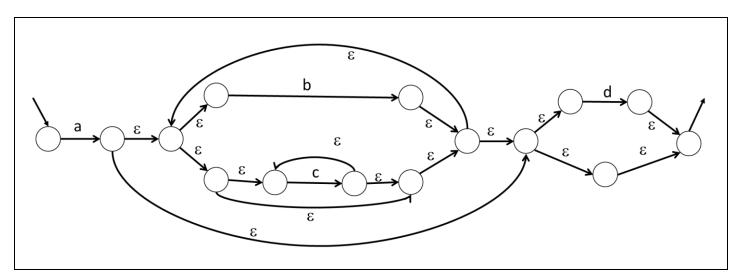
## Table de transitions de l'AFDCM:

	P2	а	b
$\rightarrow$	N11	N2	N2
	N2	T1	N12
←	T1	T2	T2
<b>←</b>	T2	T2	N12
	N12	N12	N12

## Q5. Construction automatique d'automate asynchrone

En utilisant les règles de constructions automatiques vues en cours, fournir un automate reconnaissant le langage correspondant à l'expression rationnelle :

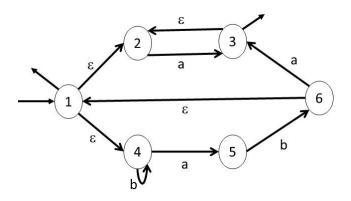
a (b + c\*)\* (d + 
$$\epsilon$$
)



#### Q6. Fermetures epsilon

Calculer les fermetures epsilon pour chaque état de l'automate A5.

Donner votre réponse en complétant le tableau cidessous.



Automate A5

Etat	Fermeture epsilon
1	1,2,4
2	2
3	2,3
4	4
5	5
6	1,2,4,6

## Q7. Reconnaissance de mot sur un automate asynchrone

Le mot « b b a b a a b » est-il reconnu par l'automate A5 ? Justifier votre réponse.

La lecture des symboles permet de passer d'état en état comme illustré ci-dessous (transitions epsilon non indiquées) :

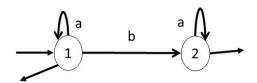
$$1 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow ?$$
b b a b a a b

Il n'y a pas de transition (3,b,q) donc chaîne non reconnue.

## Q8. Expression rationnelle correspondant à un automate

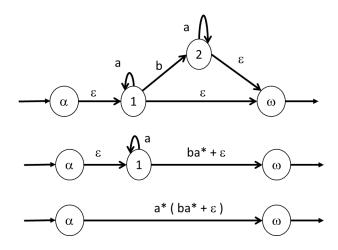
Donner l'expression rationnelle correspondant à l'automate A5.

Utiliser pour cela l'une des méthodes vues en cours (équations ou élimination d'états). Fournir les différentes étapes du calcul, selon la méthode utilisée.



Automate A5

#### Elimination d'états :



#### **Equations:**

$$L = X_{1,t}$$

Xe,t = ce qui permet de passer de l'état e à un état terminal

(1) 
$$X_{1,t} = a X_{1,t} + b X_{2,t} + \varepsilon$$

(2) 
$$X_{2,t} = a X_{2,t} + \varepsilon$$

$$(2) \Rightarrow X_{2,t} = a^* \varepsilon = a^*$$
 (3)

$$(1)+(3) \Rightarrow X_{1,t} = a X_{1,t} + b a^* + \varepsilon$$
 (4)  
 $(4) \Rightarrow X_{1,t} = a^* (b a^* + \varepsilon)$ 

(4) 
$$\Rightarrow$$
 X<sub>1,t</sub> = a\* ( b a\* +  $\epsilon$  )

$$L = a^* (ba^* + \varepsilon)$$

ou:

$$L = X_{i,1} + X_{i,2}$$

X<sub>i.e</sub> = ce qui permet de passer d'un état initial à l'état e

(1) 
$$X_{i,1} = X_{i,1} a + \varepsilon$$

(2) 
$$X_{i,2} = X_{i,1} b + X_{i,2} a + \varepsilon$$

$$(1) \Rightarrow X_{i,1} = \varepsilon a^* = a^*$$
 (3)

(2)+(3) 
$$\Rightarrow$$
 X<sub>i,2</sub> = a\* b + X<sub>i,2</sub> a +  $\epsilon$  (4)

(4) 
$$\Rightarrow$$
 X<sub>i,2</sub> = (a\*b +  $\epsilon$ ) a\* = a\* b a\* + a\*

$$L = a^* + a^* b a^* + a^* = a^* (b a^* + \epsilon)$$