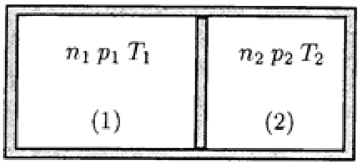
Documents et calculatrice non autorisés

<u>Exercice 1.</u> Etude d'un mélange de deux gaz parfaits.

Un récipient à parois adiabatiques est séparé en deux compartiments, de volumes respectifs V_1 et V_2, par une paroi adiabatique. Dans l'état d'équilibre initial, chaque compartiment contient un gaz parfait diatomique dont on notera respectivement c_p et c_v les capacités thermiques molaires à pression et à volume constants et R la constante des gaz parfaits. On désigne respectivement par n_1, p_1, T_1 et n_2, p_2 , T_2 le nombre de moles, la pression et la température des gaz contenus dans les compartiments (1) et (2), définis sur la figure ci-dessous :



La paroi séparant les deux compartiments est supprimée sans travail.

- On supposera que le mélange des deux gaz se comporte également comme un gaz parfait.
- On notera Σ_1 et Σ_2 les systèmes composés des gaz initialement contenus dans les compartiments (1) et (2).
- On notera $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

<u>Partie A.</u>

1. Montrer que l'expression de la capacité volumique en fonction de γ est : $C_V = \frac{n.R}{\gamma-1}$
2. Déterminer la température finale T_f du mélange en fonction de n_1, n_2, T_1 et T_2.
3. Montrer que la pression finale P_f du mélange est :

$$P_f = \frac{P_1.V_1}{V_1+V_2} + \frac{P_2.V_2}{V_1+V_2}$$

<u>Partie B.</u>

4. Donner l'expression de la seconde identité thermodynamique relative à l'enthalpie.
5. Montrer que la variation d'entropie de n moles de gaz parfait en variables (T,P) a pour expression :

$$\Delta S_{1\to 2} = \frac{nR.\gamma}{\gamma-1}.\ln\left[\frac{T_2}{T_1}\right] - nR.\ln\left[\frac{P_2}{P_1}\right]$$

6. En supposant $n_1=n_2=n_0$, démontrer que la variation d'entropie du système $\Delta S_{\sum 1 \cup \sum 2}$ lors de la transformation est :

$$\Delta S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = \frac{n_0 . R}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right) - n_0 . R . \ln\left(\frac{P_{f1}}{P_1}\right) - n_0 . R . \ln\left(\frac{P_{f2}}{P_2}\right)$$

avec P_{f1} *et* P_{f2} les pressions finales de chaque gaz

7. On suppose maintenant que l'on a $V_1=V_2=V_0$, $T_1=T_2=T_0$, $P_{f1} = \frac{P_1}{2}$, $P_{f2} = \frac{P_2}{2}$ et toujours $n_1=n_2=n_0$. Montrer que :

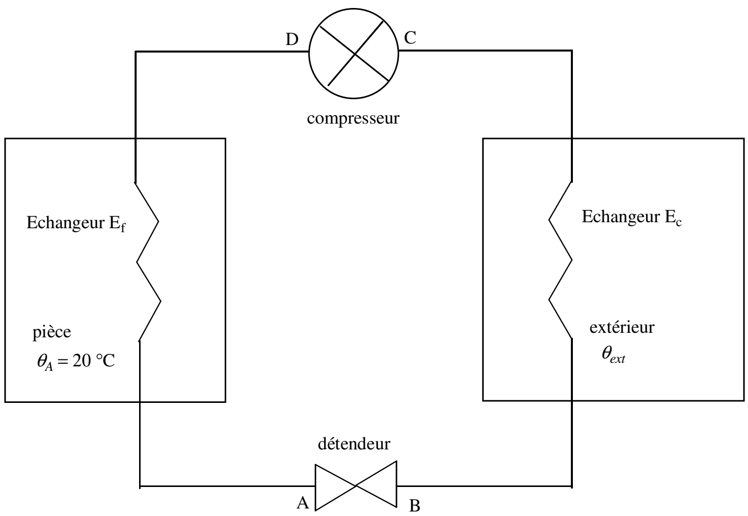
$$\Delta S_{\sum 1 \cup \sum 2} = 2.n_0.R.\ln(2)$$

8. Que peut-on dire de la transformation ? Commenter.

<u>Exercice 2.</u> Etude d'une pompe à chaleur

Dans une pièce fermée, on souhaite maintenir une température $\theta_A = 20°C$ tandis que l'air extérieur est à la température $\theta_C = 0°C$

Pour cela, on considère une pompe à chaleur fonctionnant ainsi :



Le fluide considéré est de l'hélium gazeux assimilé à un gaz parfait, de capacité c_p.

Il décrit des cycles au cours desquels il subit :

- A → B : une détente adiabatique réversible dans le détendeur le faisant passer d'un état A ($\theta_A =$ 20 °C, P_A = 3,0 bar) à l'état B (T_B, P_B = 2,0 bar) ;
- B → C : un réchauffement isobare dans l'échangeur E_c qui amène le fluide dans un état C

($\theta_C =$ 0 °C, P_C) ;

- C → D : une compression adiabatique réversible dans le compresseur qui amène le fluide dans un état D (T_D, P_D) ;
- D →A : un refroidissement isobare dans l'échangeur E_f qui ramène le fluide dans l'état A.

Partie A.

1. Montrer que pour une transformation isobare, où seules les forces de pression travaillent, on a :

$$\underset{1\to2}{\Delta} H = \underset{1\to2}{Q}$$

2. En partant du premier principe de la thermodynamique, démontrer la relation de Laplace $P.V^{\gamma}$=constante et préciser les conditions d'application de cette relation.

3. Définir l'efficacité d'une pompe à chaleur. Montrer que l'expression de l'efficacité maximale que peut avoir une pompe à chaleur fonctionnant entre une source chaude (à la température T_C) et une source froide (à la température T_F) a pour expression :

$$e_{\max} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

Partie B.

4. Donner l'allure du cycle en coordonnées (P,V) en précisant le sens de parcours du cycle.

5. Par un raisonnement basé sur les aires sur le diagramme de Clapeyron, montrer que le cycle est récepteur ? Qu'est-ce que cela signifie physiquement?

6. Déterminer l'expression de la température T_B en fonction de T_A, P_A et P_B.

7. Déterminer l'expression la température T_D en fonction de T_C, P_A et P_B.

Sachant que les valeurs des températures T_B et T_D sont respectivement 249 °K et 321°K.

8. Déterminer l'expression et le signe de la chaleur thermique Q_{BC}.

9. Déterminer l'expression et le signe de la chaleur thermique Q_{DA}.

10. Déduire l'expression et le signe du travail W.

11. En commentant les résultats obtenus aux question 7,8 et 9 expliquer leur adéquation avec le cas d'une pompe à chaleur.