

Travaux dirigés n°3 : 2nd principe de la thermodynamique

Correction exercice 2.

1) On a $dH = T.dS + V.dP \Rightarrow dS = \frac{dH}{T} - V.\frac{dP}{T}$

Or on a $dH = \frac{n.R.\gamma}{\gamma-1}.dT$ et $\frac{V}{T} = \frac{n.R}{P}$

On a donc $dS = \frac{n.R.\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} - n.R.. \frac{dP}{P}$

On intègre entre l'état 1 et l'état 2 :

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{n.R.\gamma}{\gamma-1} \cdot \ln \left[\frac{T_2}{T_1} \right] - n.R. \ln \left[\frac{P_2}{P_1} \right]$$

Soit
$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{n.R.\gamma}{\gamma-1} \left[\ln \left[\frac{T_2}{T_1} \right] + \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \ln \left[\frac{P_2}{P_1} \right] \right]$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{n.R.\gamma}{\gamma-1} \cdot \ln \left[\frac{T_2 \cdot P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_1 \cdot P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \right]$$

2) On a $dU = T.dS - P.dV \Rightarrow T.dS = dU + P.dV$

Or $dU = \frac{n.R}{\gamma-1}.dT$

On a donc $T.dS = \frac{n.R}{\gamma-1}.dT + P.dV$

Or $n.R.dT = P.dV + V.dP$, on a donc $T.dS = \frac{1}{\gamma-1} [P.dV + V.dP] + P.dV$

Soit $T.dS = \frac{1}{\gamma-1} [P.dV + V.dP + (\gamma-1).P.dV] = \frac{1}{\gamma-1} [V.dP + \gamma.P.dV]$

Donc $dS = \frac{1}{\gamma-1} V. \frac{dP}{T} + \frac{\gamma}{\gamma-1} .P. \frac{dV}{T}$

Or on a pour un gaz parfait : $\frac{V}{T} = \frac{n.R}{P}$ et $\frac{P}{T} = \frac{n.R}{V}$,

On a finalement $dS = \frac{1}{\gamma-1} .n.R. \frac{dP}{P} + \frac{\gamma}{\gamma-1} .n.R. \frac{dV}{V}$

On intègre entre les états 1 et 2 :

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{\gamma-1} .n.R. \ln \left[\frac{P_2}{P_1} \right] + \frac{\gamma}{\gamma-1} .n.R. \ln \left[\frac{V_2}{V_1} \right]$$

Ou encore
$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{\gamma-1} .n.R. \ln \left[\frac{P_2 \cdot V_2^\gamma}{P_1 \cdot V_1^\gamma} \right]$$

3) Transformation adiabatique réversible : $S = cte \Rightarrow \Delta S = 0$.

Travaux dirigés n°3 : 2nd principe de la thermodynamique

- 4) Transformation isotherme : on utilise la relation établie à la question 1)

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{R \cdot \gamma}{\gamma - 1} \cdot \ln \left[\frac{T_2 \cdot P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_1 \cdot P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \right]$$

Ici $T_1 = T_2$, on a donc :

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{R \cdot \gamma}{\gamma - 1} \cdot \ln \left[\frac{P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \right] = -R \cdot \ln \left[\frac{P_2}{P_1} \right] = -R \cdot \ln[5] = -13,4 J \cdot K^{-1}$$

Le volume final est $\frac{V_0}{5}$ le volume disponible pour les particules a donc diminué, son désordre aussi, d'où la diminution de l'entropie.

Correction exercice 3.

- 1) La température du solide évolue entre T_0 et T_S .

$$\text{On a donc } \Delta S_{\text{solide}} = C \cdot \ln \left[\frac{T_S}{T_0} \right]$$

- 2) La source est un thermostat, il échange donc de l'énergie de manière réversible avec l'extérieur et impose la température de l'interface, on a donc $dS = \frac{\delta Q}{T_S}$.

$$\text{On peut donc intégrer : } \Delta S_{\text{source}} = \int_i^f \frac{\delta Q_{\text{source}}}{T_S} = \frac{1}{T_S} \int_i^f \delta Q_{\text{source}} = \frac{Q_{\text{source}}}{T_S}$$

$$\text{Or } Q_{\text{source}} = -Q_{\text{solide}} \text{ avec } \Delta U_{\text{solide}} = C \cdot [T_S - T_0] = Q_{\text{solide}} \text{ car } W_{\text{solide}} = 0$$

On a donc :

$$\Delta S_{\text{source}} = -\frac{Q_{\text{solide}}}{T_S} = -\frac{C \cdot [T_S - T_0]}{T_S}$$

- 3) La fonction entropie est une fonction extensive, on a donc

$$\Delta S_{\text{solide+source}} = \Delta S_{\text{solide}} + \Delta S_{\text{source}}$$

Or le système $\{\text{solide} + \text{source}\}$ est un système isolé thermiquement de l'extérieur, on a donc $\Delta S_{\text{solide+source}} = S^{\text{création}}$.

$$\text{Donc } S^{\text{création}} = \Delta S_{\text{solide}} + \Delta S_{\text{source}} = C \cdot \ln \left[\frac{T_S}{T_0} \right] - \frac{C \cdot [T_S - T_0]}{T_S}$$

- 1) On a $T_S = T_0 \cdot (1 + \varepsilon)$ avec $|\varepsilon| \ll 1$.

$$\text{Donc } S^{\text{création}} \text{ peut s'écrire } S^{\text{création}} = C \cdot \left[\ln[1 + \varepsilon] - \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \right]$$

Si on effectue un DL à l'ordre 1, on obtient : $S^{\text{création}} \approx 0$, nous n'avons pas assez d'information. Effectuons un DL à l'ordre 2 :

Rappel : $\ln[1 + \varepsilon] \approx \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2}$ et $\frac{1}{1 + \varepsilon} \approx 1 - \varepsilon + \varepsilon^2$

Travaux dirigés n°3 : 2nd principe de la thermodynamique

On a donc :

$$S^{création} \approx C \cdot \left[\varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2} - \varepsilon \cdot (1 - \varepsilon + \varepsilon^2) \right] = C \cdot \left[\varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2} - \varepsilon + \varepsilon^2 - \varepsilon^3 \right] \approx C \cdot \frac{\varepsilon^2}{2}$$

Bilan : dès que $T_S \neq T_0$, on a $S^{création} \approx C \cdot \frac{\varepsilon^2}{2} > 0$, la transformation est donc alors irréversible. La cause de l'irréversibilité est la diffusion thermique au sein du solide.

Correction exercice 4.

- 1) 1^{er} principe appliquée pour la résistance ohmique entre t et $t+dt$:

$$dU_R = \delta Q_R + \delta W = \delta Q_R + R.I^2 .dt$$

Or U_R est une grandeur constante, on a donc

$$\delta Q_R = -R.I^2 .dt$$

Il est logique en régime permanent que l'énergie reçue sous forme de travail électrique soit évacuée par transfert thermique afin de maintenir la température du conducteur ohmique constante.

- 2) On a $\delta S_R^e = \frac{\delta Q_e}{T_e} = \frac{\delta Q_R}{T_e}$ or ici la résistance est en contact avec l'atmosphère qui est un

thermostat donc $T_e = T_0$. On a donc $\delta S_R^e = \frac{\delta Q_R}{T_0} = -\frac{R.I^2 .dt}{T_0}$.

- 3) On a : $dS_R = \delta S_R^e + \delta S_R^c$ avec S_R une grandeur constante au cours du temps, on a donc

$$\delta S_R^c = \frac{R.I^2 .dt}{T_0}$$

L'effet Joule est donc bien un phénomène irréversible, en effet à l'aide d'un conducteur ohmique parcouru par un courant on peut chauffer mais en chauffant un conducteur ohmique, on ne peut produire de l'énergie électrique. Il n'y a qu'un sens de transfert d'énergie.