27.04.2018

Corrigé DE_Thermodynamique
2017-2018

Exercice 1

Partie A :

1) $H = U + PV$

$dH = dU + \underbrace{PdV + VdP}_{nRdT}$

$\frac{dH}{dT} - \frac{dU}{dT} = nR$

$C_p - C_v = nR$

$\left(\frac{C_p}{C_v} - 1\right) = \frac{nR}{C_v}$

$\rightarrow (\gamma - 1) = \frac{nR}{C_v} \rightarrow \boxed{C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}}$ (1)

2) $\Delta U_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = \Delta U_{\Sigma_1} + \Delta U_{\Sigma_2} = \cancel{W_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}} \rightarrow 0 + \cancel{Q_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}} \rightarrow 0$

pas de travail (0,5) syst' adiabatique (0,5)

$\rightarrow C_v \cdot [T_f - T_1] + C_v [T_f - T_2] = 0$ (0,5)

$\rightarrow \frac{n_1 R}{\gamma - 1} \cdot [T_f - T_1] + \frac{n_2 R}{\gamma - 1} [T_f - T_2] = 0$ (0,5)

$\rightarrow \boxed{T_f = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}}$

3) Le mélange se comporte comme un gaz parfait

$P_f (V_1 + V_2) = (n_1 + n_2) R T_f.$ (1)

$P_f (V_1 + V_2) = (n_1 + n_2) R \cdot \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}$

$P_f (V_1 + V_2) = n_1 R T_1 + n_2 R T_2.$

$\boxed{P_f = \frac{n_1 R T_1 + n_2 R T_2}{V_1 + V_2}} = \frac{P_1 V_1}{V_1 + V_2} + \frac{P_2 V_2}{V_1 + V_2}$

Partie B

4) $dH = TdS + VdP$. (0,5)

5) $dS = \frac{dH}{T} - \frac{VdP}{T}$ or $PV = nRT$

$\frac{V}{T} = \frac{nR}{P}$

$= \frac{C_p dT}{T} - nR\frac{dP}{P}$ de plus $C_p = \gamma C_V = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$

$= \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\frac{dT}{T} - nR\frac{dP}{P}$ (1½)

en intégrant

$$\Delta S_{1\to 2} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - nR\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

6) $\Delta S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = \Delta S_{\Sigma_1} + \Delta S_{\Sigma_2}$

(1) $= \frac{n_1 R\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) - n_1 R\ln\left(\frac{P_{f1}}{P_1}\right) +$

$\frac{n_2 R\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) - n_2 R\ln\left(\frac{P_{f2}}{P_2}\right)$

si $n_1 = n_2 = n_0$

$$\Delta S = \frac{n_0 R\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right) - n_0 R\ln\left(\frac{P_{f1}}{P_1}\right) - n_0 R\ln\left(\frac{P_{f2}}{P_2}\right)$$

7) $V_1 = V_2 = V_0$ et $T_1 = T_2 = T_0$ $n_1 = n_2 = n_0$.

(1) $\rightarrow \begin{cases} T_f = T_0 \\ P_1 = P_2 = P_0 \end{cases}$

$\Rightarrow P_{f1} = \frac{P_0}{2}$ $P_{f2} = \frac{P_0}{2}$.

$\Delta S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = -2n_0 R\ln\left(\frac{1}{2}\right) = 2n_0 R\ln 2 > 0 \rightarrow$ transf irrevers

(1) 8) $\Delta S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = S^c_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2}$

$\rightarrow S^c_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} > 0$

Exercice 2 :

Partie A :

1) $H = U + PV$

$dH = dU + PdV + VdP$ or $dU = \delta W + \delta Q$

$= \delta W + \delta Q + PdV + VdP$ or $\delta W = -PdV$

1 $= -\cancel{PdV} + \delta Q + \cancel{PdV} + \cancel{VdP}$ or $dP = 0$ car transf isobare

$dH = \delta Q$

en intégrant $\Delta H_{1\to 2} = Q_{1\to 2}$.

2) $dU = \delta W + \cancel{\delta Q}^{=0}$ d'1 gaz parfait

- ds le calori. seule les forces de pression travail $\to \delta W = -PdV$

$dU = -PdV$

$C dT = -PdV$ - transformation adiabatique $\to \delta Q = 0$

$\frac{nR}{\gamma - 1} dT = -PdV$

$nR dT = -(\gamma - 1) PdV$ gaz parfait : $PV = nRT$

$PdV + VdP = nRdT$

$PdV + VdP = -(\gamma - 1) PdV$

$VdP = \gamma PdV$

1½ $\frac{dP}{P} = \gamma \frac{dV}{V}$

en intégrant $\to$ $\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \gamma \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$

$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)^\gamma$

$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) - \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)^\gamma = 0$

$\ln\left(\frac{PV^\gamma}{P_0 V_0^\gamma}\right) = 0$ $\to$ $PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$

$\to$ $PV^\gamma = cst$

3) $e = \dfrac{\text{énergie utile}}{\text{Energie dépensée pr le fct}^{\circ}}$

0,5 $e = \dfrac{-Q_c}{W}$

on a $W = -Q_c - Q_f$

$\rightarrow e = \dfrac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \dfrac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$

or $\dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} \leq 0 \rightarrow \dfrac{Q_f}{T_f} \leq -\dfrac{Q_c}{T_c}$

$\rightarrow \dfrac{Q_f}{Q_c} \geq -\dfrac{T_f}{T_c}$

1

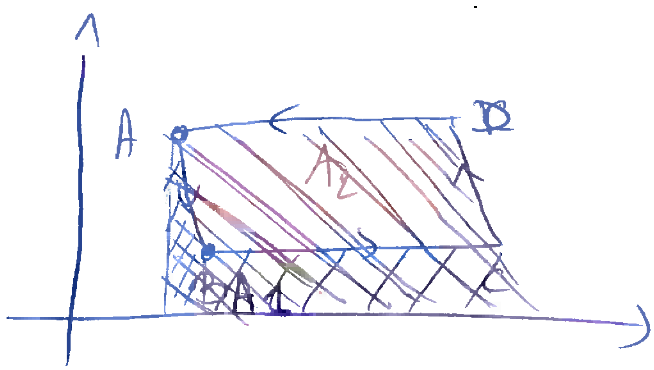
$\rightarrow 1 + \dfrac{Q_f}{Q_c} \geq 1 - \dfrac{T_f}{T_c}$

$\rightarrow \dfrac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}} \leq \dfrac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}}$

$\rightarrow e \leq \underbrace{\dfrac{T_c}{T_c - T_f}}_{e_{max}}$

4)

1



5) $\delta W = -P\,dV$

$W = \int_{cycle} = -A_1 + A_2$ 0,5

0,5 2) $W > 0 \rightarrow$ le syst consomme du travail

6) $A \rightarrow B$ transf. adiabatique réversible : d'après la loi de laplace

1 $P_B^{1-\gamma} T_B^{\gamma} = P_A^{1-\gamma} T_A^{\gamma} \rightarrow T_B^{\gamma} = T_A^{\gamma} \cdot \dfrac{P_A^{1-\gamma}}{P_B^{1-\gamma}}$

$\boxed{T_B = T_A \cdot \left(\dfrac{P_A}{\ldots}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$

7) De mi que la question 6.

$$P_C^{1-\gamma} T_C^{\gamma} = P_D^{1-\gamma} \cdot T_D^{\gamma}$$

(1) $\rightarrow T_D = T_C \cdot \left(\frac{P_C}{P_D}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ or $P_C = P_B$ et $P_A = P_D$ car les transf isobar BC et AD st

$$T_D = T_C \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

8) BC : transf. isobare :

$T_C = 273°K$
$T_B = 249°K$

$$Q_{BC} = \Delta H_{BC} = C_p [T_C - T_B]$$

(1) $= 24 \cdot C_p \geq 0$

DA : transf. isobare

9) $Q_{DA} = \Delta H_{DA} = C_p (T_A - T_D)$

$T_A = 293°K$
$T_D = 321°K$.

(1) $= -28 C_p < 0$

0,5 10) $W = -Q_{BC} - Q_{DA} = -24 C_p + 28 C_p \geq 0$

11) $Q_{BC} \geq 0 \rightarrow$ le syst. reçoit de l'énergie $\rightarrow Q_f$

(0,5) $Q_{DA} < 0 \rightarrow$ le syst perd de l'énergie $\rightarrow Q_C$

$W \geq 0 \rightarrow$ le syst reçoit du travail

c'est bien le cas d'1 pompe à chaleur.