МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«МИРЭА – Российский технологический университет»**

**РТУ МИРЭА**

---

Институт комплексной безопасности и специального приборостроения

Кафедра КБ-4 «Интеллектуальные системы информационной безопасности»

# Лабораторная работа №3

по дисциплине «Алгоритмы численных методов решения математических задач»


Выполнил: студент 2 курса

группы ББСО-01-18

Миноцкий Я. А.

Проверила: Антонова И.И.


Москва, 2020 г.

1)Найти аналитическое выражение для неопределённого интеграла $\int \sin(\ln(18x))$.

Проведём замену переменной:

$t = \ln(18x)$

$$\int \frac{1}{18}\sin(t)\, e^t dt = \frac{1}{18}(\sin(t)\, e^t - \int e^t \cos(t)\, dt) = \frac{1}{18}(\sin(t)\, e^t - (e^t \cos(t) - \int e^t(-\sin(t))dt))$$

$$\int \sin(t)\, e^t dt = \sin(t)\, e^t - (e^t \cos(t) + \int \sin(t)\, e^t dt)$$

$$\int \sin(t)\, e^t dt = \sin(t)\, e^t - e^t \cos(t) - \int \sin(t)\, e^t dt$$

$$2\int \sin(t)\, e^t dt = e^t(\sin(t) - \cos(t))$$

$$\frac{1}{18}\int \sin(t)\, e^t dt = \frac{1}{18}(\frac{e^t sint}{2} - \frac{e^t cost}{2}) = \frac{1}{18}(\frac{\sin(\ln(18x))\, e^{\ln(18x)}}{2} - \frac{\cos(\ln(18x))\, e^{\ln(18x)}}{2}) = \frac{1}{2}x(sin(\ln(18x)) - cos(\ln(18x)))$$

Сравним решение с результатом работы Maple.

$n := 18$

$18$

$f := \sin(\ln(n \cdot x))$

$\sin(\ln(18\, x))$

$i := int(f, x)$

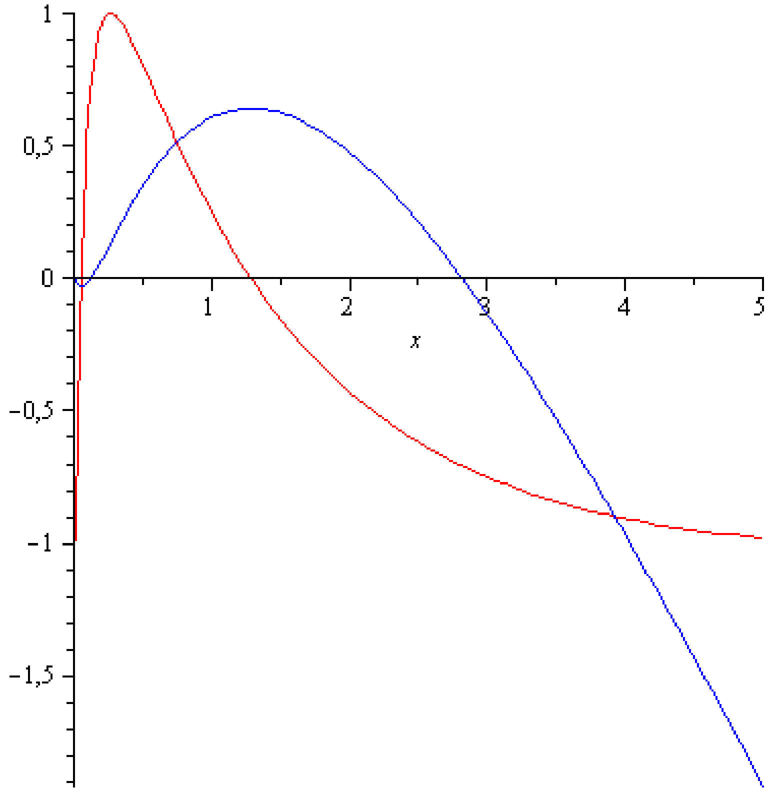
$$\frac{x \tan\left(\frac{1}{2}\ln(18\, x)\right) - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x \tan\left(\frac{1}{2}\ln(18\, x)\right)^2}{1 + \tan\left(\frac{1}{2}\ln(18\, x)\right)^2}$$

Как можно заметить программа выдала ответ в виде записи с тангенсами, но из сравнения графиков в пункте 2 и из подстановки конкретных значений можно понять, что ответ получился тот же, только в другой форме. 2)Построим графики функций:

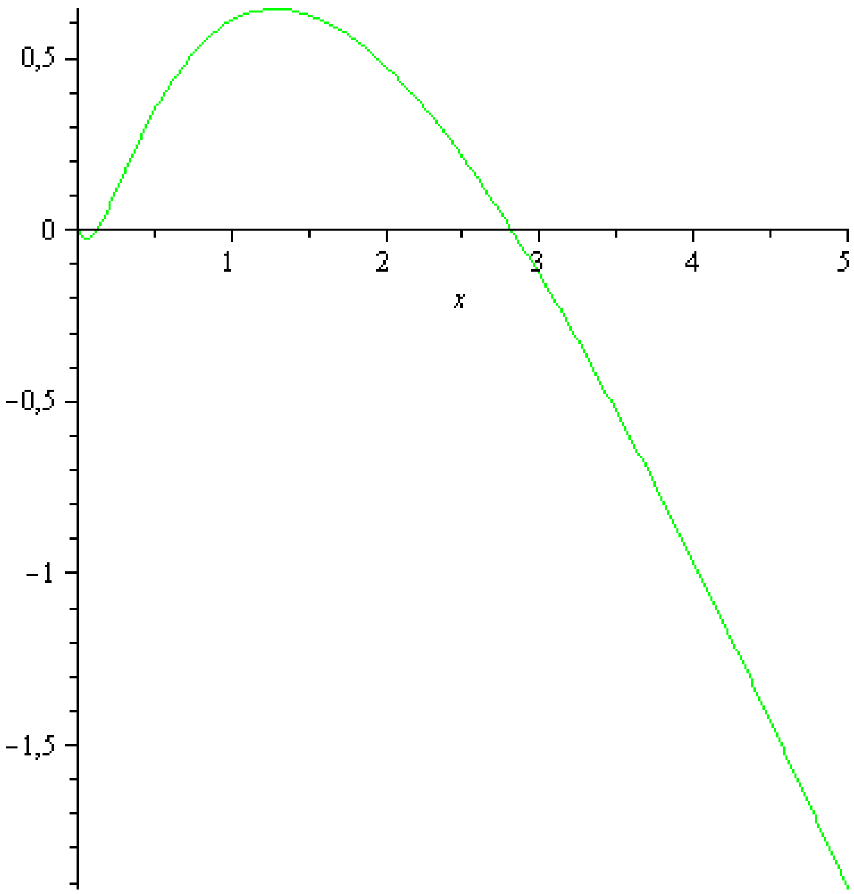
$i2 := 0.5 \cdot x \cdot \sin(\ln(18 \cdot x)) - 0.5 \cdot x \cdot \cos(\ln(18 \cdot x))$

$0.5\, x \sin(\ln(18\, x)) - 0.5\, x \cos(\ln(18\, x))$

$plot([f, i],\ x = 0\,..5,\ color = [red, blue])$




$plot(i2, x = 0 ..5, color = green)$



3) $\int_2^{20}\sin(\ln(18x)) = (\frac{1}{2}x(sin(\ln(18x)) - cos(\ln(18x))))|_2^{20} = 10sin(\ln(18\cdot 20)) - 10cos(\ln(18\cdot 20)) - sin(\ln(18x)) + cos(\ln(18x)) = -13{,}56546840$

$evalf(10\cdot\sin(\ln(18\cdot 20)) - 10\cos(\ln(18\cdot 20)) - \sin(\ln(18\cdot 2)) + \cos(\ln(18\cdot 2)))$

$-13.56546840$

$evalf(Int(f, x = 2..2 + n))$

$-13.56546840$

4)Найдём численное значение интеграла $\int_2^{20} e^{-x^2}\sin(18x)$ с помощью метода трапеций.

Согласно методу:

$$I = \int_a^b f(x)dx \approx I_{\text{тр}} = h\left(\frac{f(x_0 + f(x_1)}{2} + \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} + \ldots + \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2}\right) =$$

$$\frac{b-a}{n}\left(\frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right)$$

С помощью Microsoft Office Excel получены значения функции в соответствующих точках.

| x | f(x) |
|---|---|
| 2 | -0,0181650633 |
| 3 | -0,0000689600 |
| 4 | 0,0000000286 |
| 5 | 0,0000000000 |
| 6 | 0,0000000000 |
| 7 | 0,0000000000 |
| 8 | 0,0000000000 |
| 9 | 0,0000000000 |
| 10 | 0,0000000000 |
| 11 | 0,0000000000 |
| 12 | 0,0000000000 |
| 13 | 0,0000000000 |
| 14 | 0,0000000000 |
| 15 | 0,0000000000 |
| 16 | 0,0000000000 |
| 17 | 0,0000000000 |
| 18 | 0,0000000000 |
| 19 | 0,0000000000 |
| 20 | 0,0000000000 |

$h = \frac{20-2}{18} = 1$ I=-0,009151463. С помощью этого метода мы не достигли необходимой нам точности. При уменьшении параметра h точность увеличилась незначительно. В таком случае попробуем рассчитать численное значение интеграла с помощью метода Симпсона. Согласно методу:

$I = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx I_C = \frac{h}{6}(f(x_0) + f(x_n) + 4\sum_{i=0}^{n-1} f(x'_i) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$.

h=0.1

С помощью Excel я получил таблицу:

| x | f(x) | f(x'i) | Ii |
|---|---|---|---|
| 2 | -0,0181650633 | -0,0107210489 | -0,0009970837 |
| 2,1 | 0,0012242343 | 0,0082748538 | 0,0006967304 |
| 2,2 | 0,0074801726 | 0,0021150819 | 0,0002210899 |
| 2,3 | -0,0026751034 | -0,0039710325 | -0,0003463414 |
| 2,4 | -0,0022212521 | 0,0002903562 | 0,0000097134 |
| 2,5 | 0,0016426302 | 0,0014103475 | 0,0001275492 |
| 2,6 | 0,0003689322 | -0,0004857101 | -0,0000375530 |
| 2,7 | -0,0006792716 | -0,0003600055 | -0,0000344416 |
| 2,8 | 0,0000527958 | 0,0002551218 | 0,0000213558 |
| 2,9 | 0,0002080653 | 0,0000502285 | 0,0000056670 |
| 3 | -0,0000689600 | -0,0000909196 | -0,0000079713 |
| 3,1 | -0,0000456418 | 0,0000073958 | 0,0000002491 |
| 3,2 | 0,0000310018 | 0,0000240176 | 0,0000022068 |
| 3,3 | 0,0000053359 | -0,0000076564 | -0,0000005802 |
| 3,4 | -0,0000095224 | -0,0000045264 | -0,0000004471 |
| 3,5 | 0,0000008008 | 0,0000029476 | 0,0000002460 |
| 3,6 | 0,0000021693 | 0,0000004421 | 0,0000000546 |
| 3,7 | -0,0000006648 | -0,0000007804 | -0,0000000690 |
| 3,8 | -0,0000003511 | 0,0000000672 | 0,0000000023 |
| 3,9 | 0,0000002193 | 0,0000001533 | 0,0000000144 |
| 4 | 0,0000000286 | -0,0000000451 | -0,0000000034 |
| ... | ... | ... | ... |
| 19,9 | 0,0000000000 | 0,0000000000 | 0,0000000000 |
| 20 | 0,0000000000 | 0,0000000000 | - |

I= -0,0003396131. Так, удалось достичь высокой точности расчёта. И теперь полученный результат совпадает с результатом программы Maple.

$f2 := e^{-x^2}\sin(n \cdot x)$

$e^{-x^2}\sin(18\,x)$

$evalf(Int(f2, x = 2..2 + n))$

$-0.0003420139873$