1) Найти аналитическое решение задачи Коши: y'(t) = (1/n)(t + y), y(0) = n.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{18}(t + y)$$
$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{18}t + \frac{1}{18}y$$
$$y' - \frac{1}{18}y = \frac{1}{18}t$$
$$\lambda - \frac{1}{18} = 0$$
$$\lambda = \frac{1}{18}$$
$$Y = Ce^{\frac{1}{18}t}$$
$$y_1 = At + B$$
$$y'_1 = A$$
$$A - \frac{1}{18}At - \frac{1}{18}B = \frac{1}{18}t$$
$$A = -1; B = -18$$
$$y_1 = -\mathrm{t} - 18$$
$$\mathrm{y} = \mathrm{Y} + y_1$$
$$y = Ce^{\frac{1}{18}t} - t - 18$$

Решим задачу Коши $y(0) = 18$:

$$18 = Ce^{\frac{1}{18}\cdot 0} - 0 - 18$$
$$\mathrm{C} = 36$$
$$y = 36e^{\frac{1}{18}t} - t - 18$$

$n := 18$

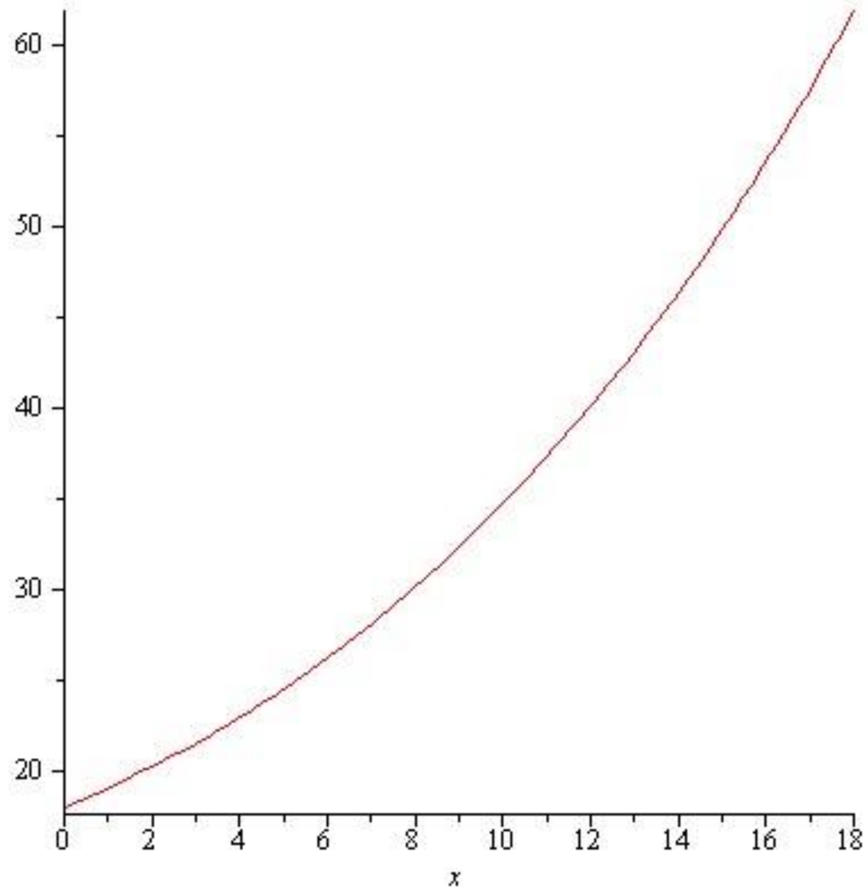
18

$ode := dsolve\left(\left\{y' = \frac{1}{n}(x + y), y(0) = n\right\}\right)$

$y(x) = -18 - x + 36\,\mathrm{e}^{\frac{1}{18}x}$

2) Построить график найденного решения на отрезке [0, n].

$plot\left(-18 - x + 36\,\mathrm{e}^{\frac{1}{18}x},\ x = 0\,..\,n\right)$



3) Найдём численное решение задачи Коши y'(t) = sin(ny(t)+t^2), y(0) = n в точках t = 1 и t = 2. Для этого применим метод Эйлера. Согласно методу:$y_{i+1} = y_i + hf(x)$. Определим, что h=0,1.

X	**Yi**
0	**18**
0,1	17,95868078
0,2	17,98706409
0,3	17,96009131
0,4	17,9742832
0,5	17,95411702
0,6	17,95910864
0,7	17,94219906
0,8	17,94064515
0,9	17,92495333
1	**17,91844627**
1,1	17,90271296
1,2	17,89225313

1,3	17,87567867
1,4	17,86190532
1,5	17,84397753
1,6	17,8273006
1,7	17,80769174
1,8	17,78837317
1,9	17,76687494
2	**17,74508071**

Сравним полученные значения с тем, что получено в результате работы Maple.

$d := diff(y(t), t) = \sin\left(18 \cdot y(t) + t^2\right)$

$$\frac{d}{dt}\, y(t) = \sin\left(18\, y(t) + t^2\right)$$

$k := y(0) = 18$

$y(0) = 18$

$res := dsolve(\{d, k\}, y(t), numeric)$

proc(x_rkf45) ... **end proc**

$op(2, op(2,\ res(1)))$

17.9271785715210684

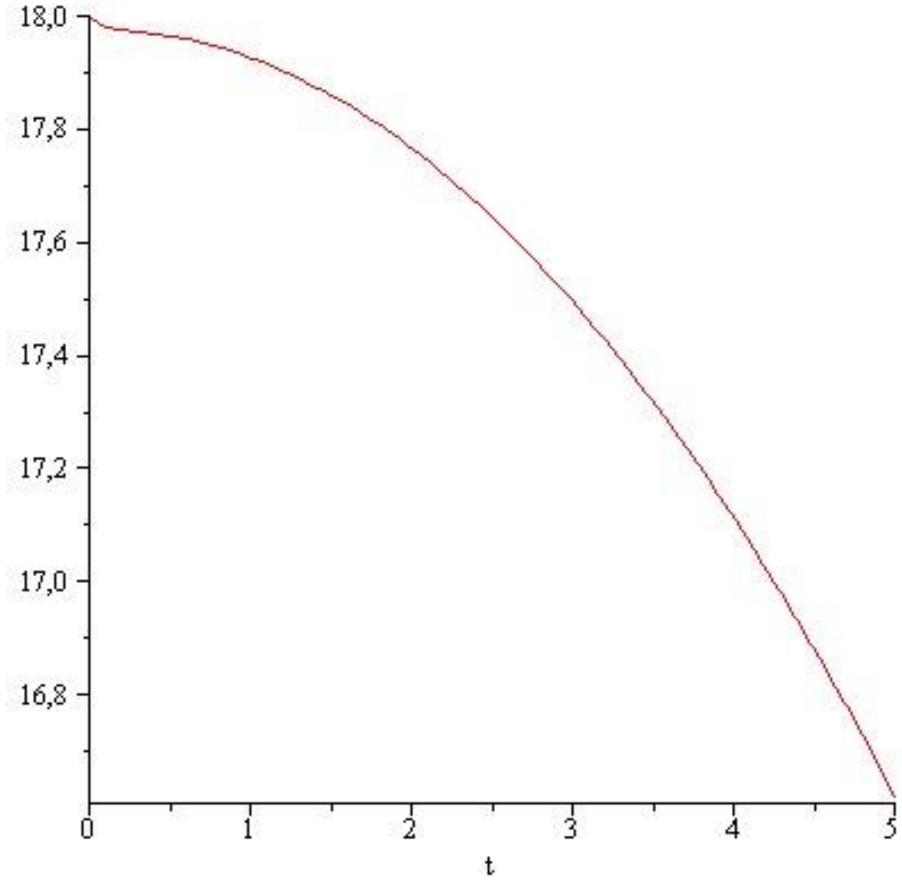
$op(2,\ op(2, res(2)))$

17.7667640880096266

Как можно заметить, ответ совпадает с точность до 0,1.

Построим график найденного решения на отрезке [0, 5]. 4)

$plots[odeplot](res, [t, y(t)], 0 ..5)$


18,0
17,8
17,6
17,4
17,2
17,0
16,8
0
1
2
3
4
5
t