Основы дифференцального исчисления (2 том)

Фазлеев Ян

9 декабря 2024 г.

Дорогие читатели, это моя первая серьёзная (честно) работа по математическому анализу (опустим тот факт, что это 2 том моей книги). Здесь я хотел бы обсудить с вами важнейший раздел математического анализа – **Дифференцальное исчисление**. Я уверен, что эту книгу читают люди, прочувствовашие всю красоту матанализа и изучившие достаточное количество теорем, поэтому о производных элементарных функций я даже не буду говорить, ведь все они очевидны любому советскому детсадовцу, но, если вам вдруг что-то не очевидно, то примите мои соболезнования и обязательно изучите учебники Редкозубова, Зорича и Иванова.

В качестве несложного примера продифференцируем следующее выражение:

$$(\sin((\cos(x^3)) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x})))))$$

Следующий тривиальный факт вытекает из великой теоремы Ферма (докажите её самостоятельно):

$$((\frac{1}{x}))'_x =$$

$$= (\frac{-1}{x})$$

По теореме Шмидта:

$$((\tan(\frac{1}{x})))'_x =$$

$$= ((\frac{-1}{x}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)}))$$

Следующее утверждение предоставляется читателю в качестве несложного упражнения:

$$((\ln(\tan(\frac{1}{x}))))'_x =$$

$$= (((\frac{-1}{x}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)})) \cdot (\frac{1}{(\tan(\frac{1}{x}))}))$$

Путём нетрудных вычислений получим:

$$((x^3))'_x =$$

$$= (3 \cdot (x^2))$$

По теореме Шмидта:

$$((\cos(x^3)))'_x =$$

$$= ((3 \cdot (x^2)) \cdot (0 - (\sin(x^3))))$$

Получаем результат, который впринципе мог бы быть подсчитаен и устно:

$$(((\cos(x^3)) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x})))))'_x =$$

$$= ((((3 \cdot (x^2)) \cdot (0 - (\sin(x^3)))) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x})))) + ((\cos(x^3)) \cdot (((\frac{-1}{x}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)})) \cdot (\frac{}{(\mathrm{t}}$$

Как сказал бы А. А. Калиниченко: "Вам это должны были в школе рассказать":

$$((\sin((\cos(x^3)) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x}))))))'_x =$$

$$= (((((3 \cdot (x^2)) \cdot (0 - (\sin(x^3)))) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x})))) + ((\cos(x^3)) \cdot (((\frac{-1}{x}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)})) \cdot ($$