

Основы дифференциального исчисления (2 том)

Фазлеев Ян

10 декабря 2024 г.

Дорогие читатели, это моя первая серьёзная (честно) работа по математическому анализу (опустим тот факт, что это 2 том моей книги). Здесь я хотел бы обсудить с вами важнейший раздел математического анализа – **Дифференциальное исчисление**. Я уверен, что эту книгу читают люди, прочувствовавшие всю красоту матанализа и изучившие достаточное количество теорем, поэтому о производных элементарных функций я даже не буду говорить, ведь все они очевидны любому советскому детсадовцу, но, если вам вдруг что-то не очевидно, то примите мои соболезнования и обязательно изучите учебники Редкозубова, Зорича и Иванова.

В качестве несложного примера продифференцируем следующее выражение:

$$(\sin((\cos(x^3)) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x}))))))$$

Нетрудно убедиться в том, что:

$$\begin{aligned} ((\frac{1}{x}))'_x &= \\ &= (\frac{-1}{(x^2)}) \end{aligned}$$

Путём нетрудных вычислений получим:

$$\begin{aligned} ((\tan(\frac{1}{x})))'_x &= \\ &= ((\frac{-1}{(x^2)}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)})) \end{aligned}$$

Следующее утверждение нам выдаст ChatGpt:

$$((\ln(\tan(\frac{1}{x}))))'_x =$$

$$= (((\frac{-1}{(x^2)}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)})) \cdot (\frac{1}{(\tan(\frac{1}{x}))}))$$

По следствию из Китайской теоремы об остатках получаем:

$$\begin{aligned} ((x^3))'_x &= \\ &= (3 \cdot (x^2)) \end{aligned}$$

Как сказал бы А. А. Калининченко – "Вам это должны были в школе рассказать":

$$\begin{aligned} ((\cos(x^3)))'_x &= \\ &= ((3 \cdot (x^2)) \cdot (0 - (\sin(x^3)))) \end{aligned}$$

Следующий факт является ключом для понимания всего анализа в целом:

$$\begin{aligned} &(((\cos(x^3)) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x}))))'_x = \\ &= (((((3 \cdot (x^2)) \cdot (0 - (\sin(x^3)))) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x})))) + ((\cos(x^3)) \cdot (((\frac{-1}{(x^2)}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)})) \cdot (\frac{1}{(\tan(\frac{1}{x}))}))) \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться в том, что:

$$\begin{aligned} &((\sin((\cos(x^3)) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x}))))))'_x = \\ &= ((((((3 \cdot (x^2)) \cdot (0 - (\sin(x^3)))) \cdot (\ln(\tan(\frac{1}{x})))) + ((\cos(x^3)) \cdot (((\frac{-1}{(x^2)}) \cdot (\frac{1}{((\cos(\frac{1}{x}))^2)})) \cdot (\frac{1}{(\tan(\frac{1}{x}))}))) \end{aligned}$$