IFT-209 Programmation Système — Devoir 1

Jihane Adjeb Yanéric Roussy

 $7\ {\rm Septembre}\ 2025$

Question 1

Effectuez les conversions suivantes, où X_B est un nombre en base B et N est un nombre décimal:

a) $6241,3557_7 = N$

Solution:

$$\begin{split} N &= 6 \cdot 7^3 + 2 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 + \left(3 \cdot 7^{-1} + 5 \cdot 7^{-2} + 5 \cdot 7^{-3} + 7 \cdot 7^{-4}\right) \\ &= 2058 + 98 + 28 + 1 + 0.545 \\ &= 2185.545 \end{split}$$

b) $9387,875 = X_{16}$

Solution: Pour la partie entière 9387:

$$9387 \div 16 = 586 \text{ reste } 11 (B)$$

 $586 \div 16 = 36 \text{ reste } 10 (A)$
 $36 \div 16 = 2 \text{ reste } 4$
 $2 \div 16 = 0 \text{ reste } 2$

Partie entière est $24AB_{16}$.

Pour la partie fractionnaire 0,875:

$$0,875 \cdot 16 = 14$$
 (E)

Réponse finale:

$$9387,875_{10} = 24AB, E_{16}$$

c) $A8, 1_{11} = X_5$

Solution:

$$N = 10 \cdot 11^{1} + 8 \cdot 11^{0} + 1 \cdot 11^{-1}$$
$$= 110 + 8 + 0.9$$
$$= 118.9$$

On transforme maintenant en base 5. Pour la partie entière 118:

$$118.9 \div 5 = 23 \text{ reste } 3$$

 $23 \div 5 = 4 \text{ reste } 3$
 $4 \div 5 = 0 \text{ reste } 4$

Pour la partie fractionnaire 0, 9:

$$0,875 \cdot 3 = 2.7$$
$$0.7 \cdot 3 = 2.1$$
$$0.1 \cdot 3 = 0.3$$
$$0.3 \cdot 3 = 0.9$$

Réponse finale:

$$X_5 = 433, \overline{2200}$$

d) $31124, 32_5 = X_{25}$

Solution:

Puisque $25=5^2$, on regroupe les chiffres de la base 5 par paquets de 2 (à partir de la droite):

$$31124, 32_5 = [03][11][24], [32]_5$$

Calculons la valeur de chaque groupe (en base 10):

$$[03]_5 = 0 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 3$$

$$[11]_5 = 1 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 6$$

$$[24]_5 = 2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 14 (E)$$

$$[32]_5 = 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 17 (H).$$

Ainsi, chaque groupe devient un seul chiffre en base 25 :

$$31124, 32_5 = 3614.17_{25} = 36E, H_{25}.$$

Réponse finale :

$$31124, 32_5 = 36E, H_{25}$$

e) $4C85B, 1A_{12} = N_{10}$

Solution: Valeurs : C = 12, B = 11, A = 10.

$$N = 4 \cdot 12^{4} + 12 \cdot 12^{3} + 8 \cdot 12^{2} + 5 \cdot 12^{1} + 11 \cdot 12^{0}$$

$$+ (1 \cdot 12^{-1} + 10 \cdot 12^{-2})$$

$$= 82944 + 20736 + 1152 + 60 + 11 + 0.0833 + 0.0694$$

$$= 104903.15$$

Réponse finale:

$$4C85B, 1A_{12} = 104903.15_{10}$$

f) $LAME, DUDE_{27} = X_9$

Solution:

On remarque que la lettre U correspond à la valeur 30. Or, en base 27, les chiffres possibles vont de 0 à 26. Donc la présence de U rend ce nombre invalide en base 27.

g) $6254,7001_8 = X_{16}$

Solution: Conversion en base 2 (chaque chiffre octal \rightarrow 3 bits):

$$6254,7001_8 = 110\ 010\ 101\ 100.111\ 000\ 000\ 001_2$$

Regroupons en paquets de 4 bits pour base 16 :

1100 1010 1100.1110 0000 0001
$$_2 = C \ A \ C.E0 \ 1_{16}$$

Réponse finale:

$$6254,7001_8 = CAC.E01_{16}$$

Question 3

Quelle est la valeur maximale d'un nombre en base 15 exprimé grâce à 7 symboles? Écrivez votre réponse en base 15 puis convertissez-la en base 10.

Solution:

On sait que la valeur maximale d'une base est (num. base) - 1. Donc dans notre cas:

 $15-1=14\to E~$ plus qu'à écrire le nb. de symboles maximum: EEEEEEE , regardons le résultat en base 10 (N)

$$\begin{split} N &= 14 \cdot 15^6 + 14 \cdot 15^5 + 14 \cdot 15^4 + 14 \cdot 15^3 + 14 \cdot 15^2 + 14 \cdot 15^1 14 \cdot 15^0 \\ &= 170\,859\,374 \end{split}$$