

IFT-209 Programmation Système — Devoir 1

Jihane Adjeb
Yanéric Roussy

7 Septembre 2025

Question 1

Effectuez les conversions suivantes, où X_B est un nombre en base B et N est un nombre décimal:

a) $6241,3557_7 = N$

Solution:

$$\begin{aligned}N &= 6 \cdot 7^3 + 2 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 + (3 \cdot 7^{-1} + 5 \cdot 7^{-2} + 5 \cdot 7^{-3} + 7 \cdot 7^{-4}) \\&= 2058 + 98 + 28 + 1 + 0.548111 \\&= 2185.548111\end{aligned}$$

b) $9387,875 = X_{16}$

Solution: Pour la partie entière 9387:

$$\begin{aligned}9387 \div 16 &= 586 \text{ reste } 11 (B) \\586 \div 16 &= 36 \text{ reste } 10 (A) \\36 \div 16 &= 2 \text{ reste } 4 \\2 \div 16 &= 0 \text{ reste } 2\end{aligned}$$

Partie entière est $24AB_{16}$.

Pour la partie fractionnaire 0,875:

$$0,875 \cdot 16 = 14 \quad (E)$$

Réponse finale:

$$9387,875_{10} = 24AB, E_{16}$$

c) $A8,1_{11} = X_5$

Solution:

$$\begin{aligned} N &= 10 \cdot 11^1 + 8 \cdot 11^0 + 1 \cdot 11^{-1} \\ &= 110 + 8 + 0.9 \\ &= 118.9 \end{aligned}$$

On transforme maintenant en base 5.

Pour la partie entière 118:

$$\begin{aligned} 118.9 \div 5 &= 23 \text{ reste } 3 \\ 23 \div 5 &= 4 \text{ reste } 3 \\ 4 \div 5 &= 0 \text{ reste } 4 \end{aligned}$$

Pour la partie fractionnaire 0,9:

$$\begin{aligned} 0,875 \cdot 3 &= 2.7 \\ 0.7 \cdot 3 &= 2.1 \\ 0.1 \cdot 3 &= 0.3 \\ 0.3 \cdot 3 &= 0.9 \end{aligned}$$

Réponse finale:

$$X_5 = 433,\overline{2200}$$

d) $31124,32_5 = X_{25}$

Solution :

Puisque $25 = 5^2$, on regroupe les chiffres de la base 5 par paquets de 2 (à partir de la droite):

$$31124,32_5 = [03] [11] [24], [32]_5$$

Calculons la valeur de chaque groupe (en base 10):

$$\begin{aligned} [03]_5 &= 0 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 3 \\ [11]_5 &= 1 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 6 \\ [24]_5 &= 2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 14 (E) \\ [32]_5 &= 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 17 (H). \end{aligned}$$

Ainsi, chaque groupe devient un seul chiffre en base 25 :

$$31124,32_5 = 3 \ 6 \ 14. 17_{25} = 36E, H_{25}.$$

Réponse finale :

$$31124,32_5 = 36E, H_{25}$$

e) $4C85B, 1A_{12} = N_{10}$

Solution: Valeurs : $C = 12$, $B = 11$, $A = 10$.

$$\begin{aligned}N &= 4 \cdot 12^4 + 12 \cdot 12^3 + 8 \cdot 12^2 + 5 \cdot 12^1 + 11 \cdot 12^0 \\&\quad + (1 \cdot 12^{-1} + 10 \cdot 12^{-2}) \\&= 82944 + 20736 + 1152 + 60 + 11 + 0.0833 + 0.0694 \\&= 104903.15\end{aligned}$$

Réponse finale :

$$4C85B, 1A_{12} = 104903.15_{10}$$

f) $LAME, DUDE_{27} = X_9$

Solution:

On remarque que la lettre U correspond à la valeur 30. Or, en base 27, les chiffres possibles vont de 0 à 26. Donc la présence de U rend ce nombre **invalidé en base 27**.

g) $6254, 7001_8 = X_{16}$

Solution: Conversion en base 2 (chaque chiffre octal \rightarrow 3 bits) :

$$6254, 7001_8 = 110\ 010\ 101\ 100.111\ 000\ 000\ 001_2$$

Regroupons en paquets de 4 bits pour base 16 :

$$1100\ 1010\ 1100.1110\ 0000\ 0001_2 = C\ A\ C.E0\ 1_{16}$$

Réponse finale :

$$6254, 7001_8 = CAC.E01_{16}$$

Question 2

Effectuer les opérations suivantes, où XB est un nombre en base B. Vous devez faire les opérations dans la base B:

a) $101110111,10011010_2 + 10011,00011_2 = X_2$

Solution:

$$1) \begin{array}{r} 1'0111\ 0111,1001\ 1010 \\ 1\ 0011,00011 \\ \hline 1\ 1000\ 1010,1011\ 0010 \end{array}, \text{ donc } X_2 = 11000\ 1010,1011\ 0010_2$$

b) $714,2_8 - 523,7_8 = X_8$

Solution:

$$2) \begin{array}{r} 714,2_8 - 523,7_8 = X_8 \\ \begin{array}{r} 7\ 1\ 4,2 \\ - 5\ 2\ 3,7 \\ \hline 1\ 7\ 0,3 \end{array} \end{array}, \text{ donc } X_8 = 170,3_8$$

c) $714,2_8 - 523,7_8 = X_8$

Solution:

$$3) 85A,1_{16} + B72,1_{16} = X_{16} \rightarrow \begin{array}{r} 85A,1 \\ + B72,1 \\ \hline 13CC,F \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} A+1 = 14+1 = 15 = F \\ A+2 = 10+2 = 12 = C \\ 5+7 = 12 = C \\ 8+B = 8+11 = 19 = 16+3 = 1+3_{16} \end{array} \right. \\ \text{ donc } X_{16} = 13CC,F$$

d) $4312_5 - 1324_5 = X_5$

Solution:

$$4) 4312_5 \times 1324_5 = X_5 \rightarrow \begin{array}{r} & + & + \\ & \cancel{\times} & \cancel{+} \\ \times & 4312 \\ \hline 1824 \\ + & 23303 \\ \hline 141240 \\ 2344100 \\ \hline 4312000 \\ \hline 12441143 \end{array}$$

$2 \times 4 = 8 = 5 + 3 = 1 + 3_5$
 $4 \times 1 + 1 = 5 = 1 + 0_5$
 $4 \times 3 + 1 = 13 = 2 + 3_5$
 $4 \times 4 + 2 = 18 = 3 + 3_5$
 $2 \times 2 = 4$
 $2 \times 1 = 2$
 $2 \times 3 = 6 = 5 + 1 = 1 + 1_5$
 $2 \times 4 + 1 = 9 = 5 + 4 = 1 + 4_5$
 $3 \times 2 = 6 = 5 + 1 = 1 + 1_5$
 $3 \times 1 + 1 = 4$
 $3 \times 3 = 9 = 5 + 4 = 1 + 4_5$
 $3 \times 4 + 1 = 13 = 10 + 3 = 2 + 3_5$
done, $X_5 = 12441143$

e) $3683_9 = X_6$

Solution:

$$5) 3683_9 = X_6 \rightarrow$$

a) convertir 3683_9 en base 10

$$3 \times 9^3 + 6 \times 9^2 + 8 \times 9^1 + 3 \times 9^0 = 2187 + 486 + 72 + 3 = 2748_{10}$$

b) convertir 2748_{10} en base 6

$2748 \div 6 = 458$ reste 0	↑
$458 \div 6 = 76$ reste 2	
$76 \div 6 = 12$ reste 4	
$12 \div 6 = 2$ reste 0	
$2 \div 6 = 0$ reste 2	

done, $X_6 = 20420_6$

Question 3

Quelle est la valeur maximale d'un nombre en base 15 exprimé grâce à 7 symboles? Écrivez votre réponse en base 15 puis convertissez-la en base 10.

Solution:

On sait que la valeur maximale d'une base est (num. base) - 1. Donc dans notre cas:

$15 - 1 = 14 \rightarrow E$ plus qu'à écrire le nb. de symboles maximum:
 $EEEEEEE$, regardons le résultat en base 10 (N)

$$\begin{aligned} N &= 14 \cdot 15^6 + 14 \cdot 15^5 + 14 \cdot 15^4 + 14 \cdot 15^3 + 14 \cdot 15^2 + 14 \cdot 15^1 + 14 \cdot 15^0 \\ &= 170\,859\,374 \end{aligned}$$

Question 4

On définit une valeur entière positive $0 \leq n \leq 2^{32} - 1$ comme étant *non discriminante* si, une fois décomposée en une suite d'octets, elle ne permet pas de distinguer entre le format *big-endian* et le format *little-endian*. Les valeurs non-discriminantes sont nécessairement des palindromes au niveau des octets.

- a) Si on exprime un mot de 32 bits de la façon suivante : ABCD où chaque lettre représente un octet, exprimez mathématiquement les conditions qui vérifieront si ce mot est une valeur non-discriminante ou non.

Solution:

- a) un mot de 32 bits : ABCD , où A=8 bits , B=8 bits , C=8 bits et D=8 bits
pour que ABCD soit non-discriminant, il faut que
 $ABCD = DCBA$, alors les conditions sont :
1) $A = D$
2) $B = C$

- b) Quelle est, dans l'intervalle [25, 4 278 190 123], la plus petite valeur non discriminante, ainsi que la plus grande valeur non discriminante ?

Raisonnement :

Pour qu'une valeur de 32 bits soit *non discriminante*, il faut qu'elle reste identique lorsqu'on inverse l'ordre des octets. Autrement dit, la suite d'octets doit former un palindrome. Si l'on note les octets A, B, C, D , alors la condition est

$$ABCD = DCBA.$$

Ainsi, pour un mot de 32 bits, il suffit que

$$A = D \quad \text{et} \quad B = C.$$

Autrement dit, la structure est de la forme

$$ABBA.$$

Chaque lettre (A, B) correspond à un octet, donc un entier compris entre 0 et 255 (représentation sur 8 bits).

On cherche maintenant la plus petite et la plus grande valeur non discriminante dans l'intervalle

$$[25, 4 278 190 123].$$

Valeur minimale : On ne peut pas prendre $A = B = 0$ (ce qui donnerait simplement 0) car cela est inférieur à 25. En augmentant légèrement les octets B et C , on obtient la configuration :

(A) 0000 0000 (B) 0000 0001 (B) 0000 0001 (A) 0000 0000,

c'est-à-dire

0000 0000 0000 0001 0000 0001 0000 0000.

En décimal, cela donne

65 792.

C'est donc la plus petite valeur non discriminante dans l'intervalle donné.

Valeur maximale : Pour maximiser la valeur, il faut prendre $A = 255$ et $B = 254$, ce qui donne

(A) 1111 1111 (B) 1111 1110 (B) 1111 1110 (A) 1111 1111,

soit

1111 1111 1111 1110 1111 1110 1111 1111.

En décimal, cela correspond à

4 278 190 078.

Conclusion : Dans l'intervalle considéré, la plus petite valeur non discriminante est

65 792,

et la plus grande valeur non discriminante est

4 278 190 078.