

IFT-209 Programmation Système — Devoir 1

Jihane Adjeb
Yanéric Roussy

7 Septembre 2025

Question 1

Effectuez les conversions suivantes, où X_B est un nombre en base B et N est un nombre décimal:

a) $6241,355_7 = N$

Solution:

$$\begin{aligned} N &= 6 \cdot 7^3 + 2 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 + (3 \cdot 7^{-1} + 5 \cdot 7^{-2} + 5 \cdot 7^{-3}) \\ &= 2058 + 98 + 28 + 1 + 0.545189 \\ &= 2185.545189 \end{aligned}$$

b) $9387,875 = X_{16}$

Solution: Pour la partie entière 9387:

$$9387 \div 16 = 586 \text{ reste } 11 (B)$$

$$586 \div 16 = 36 \text{ reste } 10 (A)$$

$$36 \div 16 = 2 \text{ reste } 4$$

$$2 \div 16 = 0 \text{ reste } 2$$

Partie entière est $24AB_{16}$.

Pour la partie fractionnaire 0,875:

$$0,875 \cdot 16 = 14 \quad (E)$$

Réponse finale:

$$9387,875_{10} = 24AB, E_{16}$$

c) $48,1_{11} = X_5$

Solution:

$$\begin{aligned} N &= 10 \cdot 11^1 + 8 \cdot 11^0 + 1 \cdot 11^{-1} \\ &= 110 + 8 + 0.0909 \\ &= 118.0909 \end{aligned}$$

On transforme maintenant en base 5.
Pour la partie entière 118:

$$\begin{aligned} 118.9 \div 5 &= 23 \text{ reste } 3 \\ 23 \div 5 &= 4 \text{ reste } 3 \\ 4 \div 5 &= 0 \text{ reste } 4 \end{aligned}$$

Pour la partie fractionnaire 0,0909 (limitée à 4 chiffres après la virgule):

$$\begin{aligned} 0,0909 \cdot 5 &= 0.4545 \\ 0.4545 \cdot 5 &= 2.2725 \\ 0.2725 \cdot 5 &= 0.3625 \\ 0.3625 \cdot 5 &= 0.8125 \end{aligned}$$

Réponse finale:

$$X_5 \approx 433,2211$$

d) $31124,32_5 = X_{25}$

Solution :

Puisque $25 = 5^2$, on regroupe les chiffres de la base 5 par paquets de 2 (à partir de la droite):

$$31124,32_5 = [03] [11] [24], [32]_5$$

Calculons la valeur de chaque groupe (en base 10):

$$\begin{aligned} [03]_5 &= 0 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 3 \\ [11]_5 &= 1 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 6 \\ [24]_5 &= 2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 14 (E) \\ [32]_5 &= 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 17 (H). \end{aligned}$$

Ainsi, chaque groupe devient un seul chiffre en base 25 :

$$31124,32_5 = 3 \ 6 \ 14.17_{25} = 36E, H_{25}.$$

Réponse finale :

$$31124,32_5 = 36E, H_{25}$$

e) $4C85B,1A_{12} = N_{10}$

Solution:

On remarque que la lettre C correspond à la valeur 12. Or, en base 12, les chiffres possibles vont de 0 à 11. Donc la présence de C rend ce nombre **invalide en base 12**.

f) $LAME,DUDE_{27} = X_9$

Solution:

On remarque que la lettre U correspond à la valeur 30. Or, en base 27, les chiffres possibles vont de 0 à 26. Donc la présence de U rend ce nombre **invalide en base 27**.

g) $6254,7001_8 = X_{16}$

Solution: Conversion en base 2 (chaque chiffre octal \rightarrow 3 bits) :

$$6254,7001_8 = 110\ 010\ 101\ 100.111\ 000\ 000\ 001_2$$

Regroupons en paquets de 4 bits pour base 16 :

$$1100\ 1010\ 1100.1110\ 0000\ 0001_2 = C\ A\ C.E0_{16}$$

Réponse finale :

$$6254,7001_8 = CAC.E0_{16}$$

Question 2

Effectuer les opérations suivantes, où XB est un nombre en base B . Vous devez faire les opérations dans la base B :

a) $101110111, 10011010_2 + 10011, 00011_2 = X_2$

Solution:

$$1) \begin{array}{r} 101110111 \\ + 10011010 \\ \hline 10001010, 10110010 \end{array} \text{ , donc } X_2 = 10001010, 10110010_2$$

b) $714,2_8 - 523,7_8 = X_8$

Solution:

$$2) \begin{array}{r} 714,2 \\ - 523,7 \\ \hline 170,3 \end{array} \text{ , donc } X_8 = 170,3_8$$

c) $85A, E_{16} - B72, 1_{16} = X_{16}$

Solution:

$$3) \begin{array}{r} 85A, E \\ + B72, 1 \\ \hline 13CC, F \end{array} \left| \begin{array}{l} E+1 = 14+1 = 15 = F \\ A+2 = 10+2 = 12 = C \\ 5+7 = 12 = C \\ 8+B = 8+11 = 19 = 16+3 = 1+3_{16} \end{array} \right. \text{ donc } X_{16} = 13CC, F$$

Solution:

done, $x_5 = 12441143$

Solution:

donc, $X_b = 20420_b$

Question 3

Quelle est la valeur maximale d'un nombre en base 15 exprimé grâce à 7 symboles? Écrivez votre réponse en base 15 puis convertissez-la en base 10.

Solution:

On sait que la valeur maximale d'une base est (num. base) - 1. Donc dans notre cas:

$15 - 1 = 14 \rightarrow E$ plus qu'à écrire le nb. de symboles maximum:
EEEEEEE, regardons le résultat en base 10 (N)

$$\begin{aligned} N &= 14 \cdot 15^6 + 14 \cdot 15^5 + 14 \cdot 15^4 + 14 \cdot 15^3 + 14 \cdot 15^2 + 14 \cdot 15^1 + 14 \cdot 15^0 \\ &= 170\,859\,374 \end{aligned}$$

Question 4

On définit une valeur entière positive $0 \leq n \leq 2^{32} - 1$ comme étant *non discriminante* si, une fois décomposée en une suite d'octets, elle ne permet pas de distinguer entre le format *big-endian* et le format *little-endian*. Les valeurs non-discriminantes sont nécessairement des palindromes au niveau des octets.

- a) Si on exprime un mot de 32 bits de la façon suivante : ABCD où chaque lettre représente un octet, exprimez mathématiquement les conditions qui vérifieront si ce mot est une valeur non-discriminante ou non.

Solution:

- a) un mot de 32 bits : ABCD, où A=8bits, B=8bits, C=8bits et D=8bits
pour que ABCD soit non-discriminant, il faut que
 $ABCD = DCBA$, alors les conditions sont :
- 1) $A = D$
 - 2) $B = C$

- b) Quelle est, dans l'intervalle $[25, 4\,278\,190\,123]$, la plus petite valeur non discriminante, ainsi que la plus grande valeur non discriminante ?

Raisonnement :

Pour qu'une valeur de 32 bits soit *non discriminante*, il faut qu'elle reste identique lorsqu'on inverse l'ordre des octets. Autrement dit, la suite d'octets doit former un palindrome. Si l'on note les octets A, B, C, D , alors la condition est

$$ABCD = DCBA.$$

Ainsi, pour un mot de 32 bits, il suffit que

$$A = D \quad \text{et} \quad B = C.$$

Autrement dit, la structure est de la forme

$$ABBA.$$

Chaque lettre (A, B) correspond à un octet, donc un entier compris entre 0 et 255 (représentation sur 8 bits).

On cherche maintenant la plus petite et la plus grande valeur non discriminante dans l'intervalle

$$[25, 4\,278\,190\,123].$$

Valeur minimale : On ne peut pas prendre $A = B = 0$ (ce qui donnerait simplement 0) car cela est inférieur à 25. En augmentant légèrement les octets B et C , on obtient la configuration :

$$(A) \, 0000\,0000 \quad (B) \, 0000\,0001 \quad (B) \, 0000\,0001 \quad (A) \, 0000\,0000,$$

c'est-à-dire

$$0000\,0000\,0000\,0001\,0000\,0001\,0000\,0000.$$

En décimal, cela donne

$$65\,792.$$

C'est donc la plus petite valeur non discriminante dans l'intervalle donné.

Valeur maximale : Pour maximiser la valeur, il faut prendre $A = 255$ et $B = 254$, ce qui donne

$$(A) \, 1111\,1111 \quad (B) \, 1111\,1110 \quad (B) \, 1111\,1110 \quad (A) \, 1111\,1111,$$

soit

$$1111\,1111\,1111\,1110\,1111\,1110\,1111\,1111.$$

En décimal, cela correspond à

$$4\,278\,190\,078.$$

Conclusion : Dans l'intervalle considéré, la plus petite valeur non discriminante est

$$65\,792,$$

et la plus grande valeur non discriminante est

$$4\,278\,190\,078.$$