IFT-209 Programmation Système — Devoir 1

Jihane Adjeb
Yanéric Roussy

7 Septembre 2025

Question 1

Effectuez les conversions suivantes, où X_B est un nombre en base B et N est un nombre décimal:

a) $6241,3557_7 = N$

Solution:

$$
\begin{aligned}
N &= 6 \cdot 7^3 + 2 \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 + \left(3 \cdot 7^{-1} + 5 \cdot 7^{-2} + 5 \cdot 7^{-3} + 7 \cdot 7^{-4}\right) \\
&= 2058 + 98 + 28 + 1 + 0.545 \\
&= 2185.545
\end{aligned}
$$

b) $9387,875 = X_{16}$

Solution: Pour la partie entière 9387:

$$
\begin{aligned}
9387 \div 16 &= 586 \text{ reste } 11\,(B) \\
586 \div 16 &= 36 \text{ reste } 10\,(A) \\
36 \div 16 &= 2 \text{ reste } 4 \\
2 \div 16 &= 0 \text{ reste } 2
\end{aligned}
$$

Partie entière est $24AB_{16}$.

Pour la partie fractionnaire $0,875$:

$$0,875 \cdot 16 = 14 \quad (E)$$

Réponse finale:

$$9387,875_{10} = 24AB,E_{16}$$

c) $A8,1_{11} = X_5$

Solution:

$$\begin{aligned} N &= 10 \cdot 11^1 + 8 \cdot 11^0 + 1 \cdot 11^-1 \\ &= 110 + 8 + 0.9 \\ &= 118.9 \end{aligned}$$

On transforme maintenant en base 5.
Pour la partie entière 118:

$$\begin{aligned} 118.9 \div 5 &= 23 \text{ reste } 3 \\ 23 \div 5 &= 4 \text{ reste } 3 \\ 4 \div 5 &= 0 \text{ reste } 4 \end{aligned}$$

Pour la partie fractionnaire $0,9$:

$$\begin{aligned} 0,875 \cdot 3 &= 2.7 \\ 0.7 \cdot 3 &= 2.1 \\ 0.1 \cdot 3 &= 0.3 \\ 0.3 \cdot 3 &= 0.9 \end{aligned}$$

Réponse finale:

$$X_5 = 433,\overline{2200}$$

d) $31124,32_5 = X_{25}$

Solution :
Puisque $25 = 5^2$, on regroupe les chiffres de la base 5 par paquets de 2 (à partir de la droite):

$$31124,32_5 = [03]\,[11]\,[24],[32]_5$$

Calculons la valeur de chaque groupe (en base 10):

$$\begin{aligned} [03]_5 &= 0 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 3 \\ [11]_5 &= 1 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 6 \\ [24]_5 &= 2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 14\,(E) \\ [32]_5 &= 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 17\,(H). \end{aligned}$$

Ainsi, chaque groupe devient un seul chiffre en base 25 :

$$31124,32_5 = 3\ 6\ 14.\,17_{25} = 36\mathrm{E},\mathrm{H}_{25}.$$

Réponse finale :

$$31124,32_5 = 36\mathrm{E},\mathrm{H}_{25}$$

e) $4C85B,1A_{12} = N_{10}$

Solution: Valeurs : $C = 12,\ B = 11,\ A = 10.$

$$\begin{aligned} N &= 4 \cdot 12^4 + 12 \cdot 12^3 + 8 \cdot 12^2 + 5 \cdot 12^1 + 11 \cdot 12^0 \\ &\quad + \left(1 \cdot 12^{-1} + 10 \cdot 12^{-2}\right) \\ &= 82944 + 20736 + 1152 + 60 + 11 + 0.0833 + 0.0694 \\ &= 104903.15 \end{aligned}$$

Réponse finale :

$$4C85B,1A_{12} = 104903.15_{10}$$

f) $LAME,DUDE_{27} = X_9$

Solution:
On remarque que la lettre U correspond à la valeur 30. Or, en base 27, les chiffres possibles vont de 0 à 26. Donc la présence de U rend ce nombre **invalide en base 27**.

g) $6254,7001_8 = X_{16}$

Solution: Conversion en base 2 (chaque chiffre octal $\rightarrow$ 3 bits) :

$$6254,7001_8 = 110\ 010\ 101\ 100.111\ 000\ 000\ 001_2$$

Regroupons en paquets de 4 bits pour base 16 :

$$1100\ 1010\ 1100.1110\ 0000\ 0001_2 = C\ A\ C.E0\ 1_{16}$$

Réponse finale :

$$6254,7001_8 = CAC.E01_{16}$$

Question 2

Effectuer les opérations suivantes, où XB est un nombre en base B. Vous devez faire les opérations dans la base B:

a) $101110111,10011010_2 + 10011,00011_2 = X_2$

Solution:

1) $\begin{array}{r} 1\,0111\,0111,1001\,1010 \\ +\quad 1\,0011,00011 \\ \hline 1\,1000\,1010,1011\,0010 \end{array}$, donc $X_2 = 1\,1000\,1010,1011\,0010_2$

b) $714,2_8 - 523,7_8 = X_8$

Solution:

2) $714,2_8 - 523,7_8 = X_8 \longrightarrow \begin{array}{r} 714,2 \\ -\;523,7 \\ \hline 170,3 \end{array}$, donc $X_8 = 170,3_8$

c) $714,2_8 - 523,7_8 = X_8$

Solution:

3) $85A,E_{16} + B72,1_{16} = X_{16} \rightarrow \begin{array}{r} 85A,E \\ +\;B72,1 \\ \hline 13CC,F \end{array}$

$E + 1 = 14 + 1 = 15 = F$

$A + 2 = 10 + 2 = 12 = C$

$5 + 7 = 12 = C$

$8 + B = 8 + 11 = 19 = 16 + 3 = 1 + 3_{16}$

donc $X_{16} = 13CC,F$

d) $4312_5 - 1324_5 = X_5$

Solution:

4) $4312_5 \times 1324_5 = X_5 \rightarrow$

$$\begin{array}{r}
4312 \\
\times\quad 1324 \\
\hline
33303 \\
+\quad 141240 \\
2344100 \\
4312000 \\
\hline
12441143
\end{array}$$

$2 \times 4 = 8 = 5 + 3 = 1 + 3_5$
$4 \times 1 + 1 = 5 = 1 + 0_5$
$4 \times 3 + 1 = 13 = 2 + 3_5$
$4 \times 4 + 2 = 18 = 3 + 3_5$
$2 \times 2 = 4$
$2 \times 1 = 2$
$2 \times 3 = 6 = 5 + 1 = 1 + 1_5$
$2 \times 4 + 1 = 9 = 5 + 4 = 1 + 4_5$
$3 \times 2 = 6 = 5 + 1 = 1 + 1_5$
$3 \times 1 + 1 = 4$
$3 \times 3 = 9 = 5 + 4 = 1 + 4_5$
$3 \times 4 + 1 = 13 = 10 + 3 = 2 + 3_5$

donc, $X_5 = 12441143$

e) $3683_9 = X_6$

Solution:

5) $3683_9 = X_6 \rightarrow$ a) convertir 3683_9 en base 10

$3 \times 9^3 + 6 \times 9^2 + 8 \times 9^1 + 3 \times 9^0 = 2187 + 486 + 72 + 3 = 2748_{10}$

b) convertir 2748_{10} en base 6

$2748 \div 6 = 458$ reste 0
$458 \div 6 = 76$ reste 2
$76 \div 6 = 12$ reste 4
$12 \div 6 = 2$ reste 0
$2 \div 6 = 0$ reste 2

donc, $X_6 = 20420_6$

Question 3

Quelle est la valeur maximale d'un nombre en base 15 exprimé grâce à 7 symboles? Écrivez votre réponse en base 15 puis convertissez-la en base 10.

Solution:

On sait que la valeur maximale d'une base est (num. base) - 1. Donc dans notre cas:

$$\begin{aligned}
&15 - 1 = 14 \to E \quad \text{plus qu'à écrire le nb. de symboles maximum:} \\
&EEEEEEE, \text{ regardons le résultat en base 10 (N)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N &= 14 \cdot 15^6 + 14 \cdot 15^5 + 14 \cdot 15^4 + 14 \cdot 15^3 + 14 \cdot 15^2 + 14 \cdot 15^1 + 14 \cdot 15^0 \\
&= 170\,859\,374
\end{aligned}$$

Question 4

On définit une valeur entière positive $0 \leq n \leq 2^{32} - 1$ comme étant *non discriminante* si, une fois décomposée en une suite d'octets, elle ne permet pas de distinguer entre le format *big-endian* et le format *little-endian*. Les valeurs non-discriminantes sont nécessairement des palindromes au niveau des octets.

a) Si on exprime un mot de 32 bits de la façon suivante : ABCD où chaque lettre représente un octet, exprimez mathématiquement les conditions qui vérifieront si ce mot est une valeur non-discriminante ou non.

Solution:

1)
$$\begin{array}{r} 1\,0111\,0111,1001\,1010 \\ +\quad 1\,0011,00011 \\ \hline 1\,1000\,1010,1011\,0010 \end{array}$$
, donc $x_2 = 1\,1000\,1010,1011\,0010_2$

b) Quelle est, dans l'intervalle $[25,\ 4\,278\,190\,123]$, la plus petite valeur non discriminante, ainsi que la plus grande valeur non discriminante ?

Raisonnement :

Pour qu'une valeur de 32 bits soit *non discriminante*, il faut qu'elle reste identique lorsqu'on inverse l'ordre des octets. Autrement dit, la suite d'octets doit former un palindrome. Si l'on note les octets A, B, C, D, alors la condition est

$$ABCD = DCBA.$$

Ainsi, pour un mot de 32 bits, il suffit que

$$A = D \quad \text{et} \quad B = C.$$

Autrement dit, la structure est de la forme

$$ABBA.$$

Chaque lettre (A, B) correspond à un octet, donc un entier compris entre 0 et 255 (représentation sur 8 bits).

On cherche maintenant la plus petite et la plus grande valeur non discriminante dans l'intervalle

$$[25,\ 4\,278\,190\,123].$$

<u>Valeur minimale :</u> On ne peut pas prendre $A = B = 0$ (ce qui donnerait simplement 0) car cela est inférieur à 25. En augmentant légèrement les octets B et C, on obtient la configuration :

$$(A)\ 0000\,0000 \quad (B)\ 0000\,0001 \quad (B)\ 0000\,0001 \quad (A)\ 0000\,0000,$$

c'est-à-dire

$$0000\,0000\;0000\,0001\;0000\,0001\;0000\,0000.$$

En décimal, cela donne

$$65\,792.$$

C'est donc la plus petite valeur non discriminante dans l'intervalle donné.

Valeur maximale : Pour maximiser la valeur, il faut prendre $A = 255$ et $B = 254$, ce qui donne

$$(A)\ 1111\,1111 \quad (B)\ 1111\,1110 \quad (B)\ 1111\,1110 \quad (A)\ 1111\,1111,$$

soit

$$1111\,1111\;1111\,1110\;1111\,1110\;1111\,1111.$$

En décimal, cela correspond à

$$4\,278\,190\,078.$$

Conclusion : Dans l'intervalle considéré, la plus petite valeur non discriminante est

$$65\,792,$$

et la plus grande valeur non discriminante est

$$4\,278\,190\,078.$$