

# L26\_Fluid Dynamics

## 流体动力学（流动的水）

这部分是关于水在管道里流动的，核心也是2个公式。

### 核心公式

1. 连续性方程 (流量守恒)：水不会凭空消失。

- $A_1 v_1 = A_2 v_2$ 
  - $A$  = 管道的横截面积 ( $\pi r^2$ )。
  - $v$  = 水在该截面的流速。
- 一句话总结：管子越粗，流速越慢；管子越细，流速越快。

2. 伯努利方程 (能量守恒)：

- $P_1 + (1/2)\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + (1/2)\rho v_2^2 + \rho g h_2$ 
  - $P$  = 压力 (Pa)。
  - $\rho$  = 流体的密度 ( $\text{kg/m}^3$ )。
  - $v$  = 流速 (m/s)。
  - $h$  = 管道中心的高度 (m)。

### 解题思路

- 第1步：题目给了半径和速度，立刻用连续性方程  $A_1 v_1 = A_2 v_2$  求出另一个速度。
- 第2步：要求压力差，就写出伯努利方程。
- 第3步：把所有已知量 ( $P, \rho, v, h$ ) 代入伯努利方程，解出未知量。
- 特别注意：
  - 如果水管是水平的，那么  $h_1 = h_2$ ，伯努利方程里的  $\rho g h$  项就可以直接消掉，计算会简单很多。
  - 如果水管是垂直或倾斜的， $h_1$  和  $h_2$  不相等，计算时一定要把  $\rho g h$  这一项考虑进去。
- 一句话总结 (水平时)：流速快的地方，压力小。

### More on 伯努利方程

#### 核心思想：能量不会消失，只会换个“马甲”

首先，忘掉它是个流体方程，把它想象成一个能量守恒定律，就像一个在轨道上滑行的过山车。

一个过山车在任何一点的总能量，都是由这三部分组成的：

1. **动能**：因为它在运动。（速度越快，动能越大）
2. **势能**：因为它有高度。（位置越高，势能越大）
3. **其他能量**：比如发动机给它的推力。

伯努利方程说的就是，一滴水在管道里流动时，它的总能量也是守恒的。这滴水的总能量也由三部分组成，只是换了个名字：

$$P_1 + (1/2)\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + (1/2)\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

我们来给每个“能量马甲”对号入座：

### 1. $(1/2)\rho v^2$ : 动能 (Kinetic Energy)

- 这个最直观。  $v$  就是水的流速。流速越快，这部分的能量就越大。它和过山车的动能是完全一样的概念。

### 2. $\rho g h$ : 势能 (Potential Energy)

- 这个也很直观。  $h$  就是水所处的高度。水被抽到越高的位置，这部分的能量就越大。它和过山车爬到山顶时的势能是完全一样的概念。

### 3. $P$ : 压力能 (Pressure Energy)

- 这个是流体特有的，也是最关键的。你可以把它想象成水滴“被推着走”所获得的能量。
- **一个生动的例子**：想象你在一个非常拥挤的队伍里，你身后的人使劲推你，即使你不想动，你也会被推着往前走。你身上就带有了由“压力”产生的能量。在水管里，  $P$  就是来自后方水给前方水的巨大推力所蕴含的能量。

所以，伯努利方程的本质是：**在A点的(压力能 + 动能 + 势能) = 在B点的(压力能 + 动能 + 势能)**

水在管道里流动时，这三种能量可以相互转化，但它们的**总和**保持不变。

## 用你的作业题来实战演练

我们用你作业里那个“弯曲的管道”的例子来分析能量是如何转化的。

**场景**：水从一个**低处、较细**的管道（点1），流向一个**高处、较粗**的管道（点2）。

我们来分析一下水滴从点1流到点2时，它的三种能量分别发生了什么变化：

### 1. 势能 ( $\rho g h$ ) 的变化：

- 水从低处  $h_1$  流到高处  $h_2$  。
- 它的高度增加了。
- **结论**：势能**增加了**。（获得了能量）

### 2. 动能 ( $(1/2)\rho v^2$ ) 的变化：

- 水从细管子  $A_1$  流到粗管子  $A_2$  。
- 根据流量守恒 ( $A_1 v_1 = A_2 v_2$ )，管子变粗，流速**变慢**。（ $v_1 > v_2$ ）

- **结论：动能减小了。** (失去了能量)

### 3. 压力能 (P) 的变化：

- 现在我们来算总账。水滴的总能量是不变的。
- 它在向上爬的过程中，**势能增加了** (比如增加了100份能量)。
- 同时，因为它流速变慢，**动能减小了** (比如减少了30份能量)。
- 为了维持总能量守恒，压力能必须做出改变来“平衡”这个账目。
- 能量变化：  $\Delta\text{压力能} + \Delta\text{动能} + \Delta\text{势能} = 0$
- $\Delta\text{压力能} + (-30\text{份}) + (+100\text{份}) = 0$
- $\Delta\text{压力能} = -70\text{份}$
- **结论：压力能减小了。** 也就是说， $P_2$  比  $P_1$  要小。

总结这个过程就是：水把一部分“动能”和很大一部分“压力能”，转化为了“势能”，才成功地爬到了更高的位置。

## 应试总结

### 1. 看到流体在管道里流动，马上想到两个方程：

- $A_1 v_1 = A_2 v_2$  (用来求速度)
- $P_1 + (1/2)\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + (1/2)\rho v_2^2 + \rho g h_2$  (用来求压力或高度)

### 2. 看到水平管道 ( $h_1=h_2$ ):

- 伯努利方程简化为  $P + (1/2)\rho v^2 = \text{常数}$ 。
- 口诀：流速快的地方，压力小；流速慢的地方，压力大。

### 3. 看到垂直管道 (比如半径不变):

- $v_1=v_2$ ，方程简化为  $P + \rho g h = \text{常数}$ 。
- 口诀：位置高的地方，压力小；位置低的地方，压力大。

### 4. 如果速度和高度都变了：

- 别想口诀了，老老实实把所有已知数代入完整的伯努利方程，计算出结果。