

第十一届世界智能控制与自动化大会论文集 中国沈阳，2014年6月29日-7月4日

无人机三维路径规划的文献回顾*

杨亮、齐俊通、肖夏勇

中国科学院沈阳自动化研究所
机器人学国家重点实验室
中国沈阳 110016

本溪市供电公司电气工程部

纽约市立大学、国家电网辽宁省电力公司

中国科学院大学 北京 100049, 中国

美国纽约康文特大道和第140街
交界处。公司
辽宁省本溪市，中国

{yangliang1,qijt}@sia.cn

jxiao@ccny.cuny.edu

yongxias@163.com

摘要

无人驾驶飞行器(UAV)的三维路径规划的目标是在三维杂乱的环境中找到一条最佳的无碰撞路径，同时考虑到几何、物理和时间的限制。尽管在解决无人机三维路径规划问题上已经做了很多工作，但对这一主题缺乏全面的调查，更不用说最近发表的关于这一领域的作品。本文分析了近年来开发的最成功的无人机三维路径规划算法。本文将无人机三维路径规划方法分为五类：基于采样的算法、基于节点的算法、基于数学模型的算法、基于生物启发的算法和基于多重融合的算法。对每一类都给出了关键的分析比较。此外，在考虑其工作机制和时间复杂性后，对每一种方法进行了全面的适用分析。

主要作品

无人机三维路径规划，基于采样的算法，基于节点的算法，基于多融合的算法，基于数学模型的算法。

I. 简介

无人驾驶飞行器具有垂直起降和高机动性的能力，被广泛用作在各种环境中工作的平台。当定义一个任务时，路径规划是整个系统的关键因素。一般来说，路径规划的目标是生成一条通往目标的实时全局路径，避免与障碍物的碰撞，并在运动动力学约束下优化一个给定的成本函数。路径规划所涉及的问题也是无人机任务必须考虑的问题。

简单的二维路径规划算法无法处理复杂的三维环境，因为那里有相当多的结构限制和不确定因素。因此，现在迫切需要用于无人机导航的三维路径规划算法，特别是在复杂的环境中，如图1所示，森林、洞穴和城市地区。

三维环境中的路径规划有很大的潜力，但与二维路径规划不同的是，随着动态约束和运动学约束变得更加复杂，难度也成倍增加。为了在杂乱的环境中规划一条无碰撞的路径，一组

需要数学工具来对这些约束进行建模并存储这些数据。从优化理论的角度来看。



(a)森林[25] (b)山洞 (c)城市地区[26]
图1. 三维复杂环境的例子

找到一个三维完整路径是一个NP-hard问题，因此不存在通用的解决方案。

在过去的几十年里，人们提出了一些方法来解决这些问题。在三维环境中实现的算法包括从计算机科学中发展起来的可见度图[1]；随机抽样搜索算法，如快速探索随机树[2]和概率路线图[3]；最优搜索算法，如Dijkstra算法[4]、A*[5]和D*[6]；生物启发的规划算法等。必须强调的是，本文只关注广泛适用的方法，其他如基于流形的算法[7]，产生平滑的轨迹，由于它只适用于刚体机器人而不考虑空气动力学或流体力学的影响，因此被忽略了。

本文主要讨论了每种算法的效率，并建议哪种算法是最佳算法。在三维杂乱的环境中，路径规划算法的目标不仅是找到一条无碰撞的路径，而且还要使行程长度或能量消耗最小。三维环境中的路径规划可能会面临更多的不确定性，因此所有这些因素都应该被考虑在内，以获得一个适应不同不确定性的现实路径。本文还讨论了局部最小和全局最优。

本文的结构如下。第2节讨论了一些需要澄清的有争议的观点，并给出了问题的定义供进一步讨论。第3节解释了三维路径规划算法的分类，并给出了详细的分析，包括

*这项工作得到了中国国家高技术研究发展计划(2012

AA041501)和国家自然科学基金(61273025)的部分支持。通讯作者为肖继忠(jxiao@ccny.cuny.edu)。

第3节介绍了每个类别的基本概念，以及每个类别中的算法清单。第四节讲述了每一类方法的特点，并分析了其适用性。最后一节对本文进行了总结，并对下一步工作进行了说明。研究。

II. 初步材料

本节介绍了一些初步的材料，如路径规划的定义以及路径规划和轨迹规划之间的区别。大多数路径规划的文献都没有明确地论述这种区别。

A. 问题陈述

无人驾驶飞行器（UAVs），有能力在没有人类帮助的情况下自主飞行，被广泛使用。当在室外或室内环境中面临复杂情况时，它们需要一个路径规划器来确定它们应该去哪里完成任务。定义什么是路径规划是很重要的。基于[8,9,10,11]中的工作，我们在此给出了无人机三维路径规划的明确定义。

本文假设无人机在一个三维(R^3)空间内飞行，称为工作空间 w 。该工作空间经常会有障碍物，让 w_{oi} 是第 i 个障碍物。没有障碍物的自由工作空间是由 w_{free} $w \setminus \bigcup w_{oi}$ 表示的整体区域。初始点 x_{init} 是 w_{free} 中的一个元素，目标区域 x_{goal} 也是一个元素在 w_{free} 中。因此，一个路径规划问题的定义是：a 三联体 $(x_{init}, x_{goal}, w_{free})$ ，并给出了以下定义。

定义1-路径规划。 给定 a 职能 $\gamma : [0, T] \times R^3 \rightarrow R^3$ 的有界变化，其中 $\gamma(0) = x_{init}$ 和 $\gamma(T) = x_{goal}$ 。如果存在一个过程，它能保证 $\gamma \in w_{free}$ ，对于所有 $t \in [0, T]$ ，则称为路径规划。

定义2-最优路径规划。 给定一个路径规划问题 $(x, x_{init}, x_{goal}, w)$ 和一个成本函数 $c : R^3 \rightarrow R$ (表示所有路径的集合)，如果一个过程满足定义1，找到一条路径 γ^* ，而 $c(\gamma^*) = \min\{c(\gamma) | \gamma \in w_{free}\}$ ，是一个集合。的所有可行路径}，那么 γ^* 是最优路径， γ^* 是最优路径规划。

B. 路径规划和轨迹规划

路径规划和轨迹规划是机器人学中两个不同的问题，但它们是密切相关的。有一些作品[9, 12]明确区分了这两个概念。综合所有相应的知识，本文支持以下定义，以便进一步讨论。

定义3--

轨迹规划通常是指从机器人路径规划算法中获取解决方案并确定如何沿着路径移动的问题。路径可以是一条连续的曲线，也可以是离散的直线 w_{free} 中的分段 连接起始结点的 x_{init} 到目标终点节点 x_{goal} 。当路径以时间 t 为参数时，那么它就是一个轨迹，它可以在数学上被描述为一个两次微分的多项式，也就是说，速度和可以通过取第一和第二加速度来计算关于时间的导数。轨迹规划是为了寻找平滑和连续的轨迹段，沿着路径移动。

III. 无人机三维路径规划算法分类法

近年来，人们提出了很多无人机三维路径规划算法。本文过滤了大量的优秀论文和书籍，其中一些被列在参考文献中，另一些没有（由于篇幅限制）。其中有代表性的算法有快速探索随机树（RRT）、概率路线图（PRM）、人工势场[13]等。图2显示了当前三维路径规划算法的分类方法。

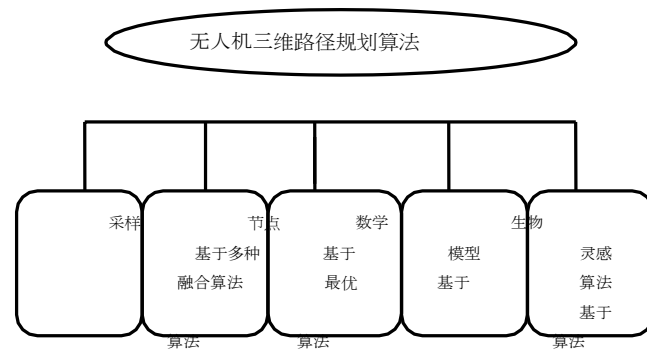


图2.三维路径规划算法分类法

本文将所有无人机三维路径规划算法分为五类，每一类都包含符合某些特征的各种方法。这类算法以下各小节显示了每一节的详细方法。类别，本文讨论了每个类别的特点。

A. 基于抽样的算法

这种方法需要一些预先知道的机器人操作的工作空间的信息。它通常将环境采样为一组节点，或其他形式，然后对环境进行映射，或只是随机搜索，以找到一条最佳路径。

本文将基于抽样的算法划分为两个子类别，即被动和主动。主动算法是指像快速探索随机树这样的算法可以通过自己的处理程序形成一个通往目标的骨架。被动式是指像概率路线图（PRM）这样的算法确实可以生成一个从起始节点到目标的路网图，但存在一组路径，因此搜索算法的组合是

完成任务所需要的。据此，本文整理出一组不能独立生成单一路径的算法，并将其归类为被动型。

在每一个子类别中，被动的包含了3D voronoi[14]、快速探索随机图[15]、PRM、K-PRM[11]、S-PRM[10]、可见度图、走廊图[16]等元素；主动的包括RRT、动态域RRT (DDRRT) [17]、RRT-Star (RRT*) [18]、人工势场等元素。

本文将类似的算法，如RRT、RRT*、DDRRT和RRG，视为一个系列。因此可以合成四个系列，它们是RRT系列、人工势场系列、Voronoi系列和PRM系列。对于每一个系列，基本版本都不能生成全局的最优路径。

Yang[2]提出了使用RRT的无碰撞路径，但RRT没有重新规划程序和优化能力。因此，提出了RRT*、DDRRT和RRG等改进版本来解决这个问题。Xiao[3]提出了一种改进的PRM，并将其与A*相结合，以解决PRM本身不能产生最优路径的问题。Voronoi是一种不能产生最优路径的地图构造方法，Liu[38]通过与基于节点的算法相结合解决了这个问题。人工势场法具有计算复杂度低的特点，但容易陷入局部最小值，Sigurd[13]将Voronoi与导航函数相结合，实现了全局无碰撞路径。

B. 基于节点的最优算法

从这句话中可以很明显地理解到，基于节点的最优算法是基于一组节点来生成路径。上文将基于采样的算法分为两类，一类是像PRM那样的被动算法，它不能自己找到出路，因此迫切需要一种补充性的搜索算法，以找到一条最优路径。从工作机制上分析，基于节点的最优算法具有相同的特性，即它们通过图形或地图上的一组节点进行搜索，而这些节点已经执行了预先的信息感应和处理程序。

像Dijkstra算法、A*、Lifelong Planning A* (LPA) [19]、Theta*[5]、Lazy Theta*[20]、Dynamic A* (D*)、D*-Lite[21]、Harmony Search[22]等算法都属于基于节点的最优算法。这种算法是动态编程的一种特殊形式。当一个地图或图形已经构建完成时，他们首先定义一个成本函数，然后搜索每个节点和弧，以找到一个成本最小的路径。

Musliman[4]表明，Dijkstra算法可以找到某个图的最短路径。为了减少Dijkstra算法的总状态数，Filippis[5]引入了一种启发式的成本估计，以实现更快的收敛，但又节省时间的方法。动态A*(D*)，由Stentz [6]首次提出，是一种基于传感器的算法，改变其边缘的权重以形成一个时间图。由于D*能够保证稳定性，现在被广泛使用。

和谐搜索 (HS) 是由[22]首次提出的，该方法是为了解决线性规划的弱点。HS可以通过重新扫描路径来找到一个快速收敛的最优路径，[23]在无人机中实现了空中覆盖优化。

C. 基于数学模型的算法

基于数学模型的算法包括线性规划、最优控制等。尽管这些算法确实可以被归类为基于抽样的算法，但在考虑到其规划机制和计算复杂性后，本文将它们分类出来。这些方法对环境 and 身体进行建模，考虑运动学和动力学约束，然后用所有的不等式或方程来约束成本函数，以实现最优解。

基于数学模型的算法被分为几个部分，线性编程和最优控制[24]。而线性编程包含混合整数线性编程[25]、二进制线性编程[26]、非线性编程[27,28]等。这种算法几乎考虑了所有的因素，然后定义一个成本函数来判断当前的选择，直到找到一个最优路径。图3描述了一个基于数学模型的基本规划问题。

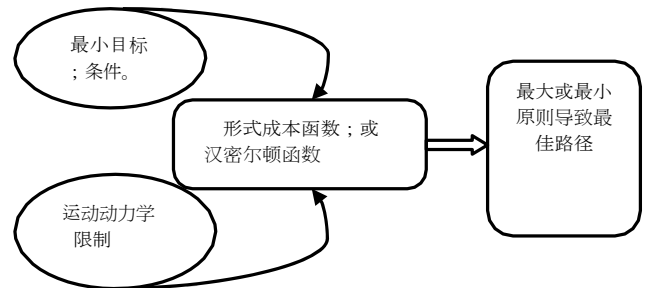


图3. 基于基本数学模型问题的程序

Miller[24]在优化控制框架下处理了路径规划问题，将成本准则和Hamiltonian函数结合起来，形成了一个边界值问题 (BVP)，并在全局范围内得到了一个现实的最优路径。混合整数线性规划 (MILP) 最早被用于解决无人驾驶飞行器的后退地平线优化问题[41]，但变量数量的增加会增加递归函数的求值次数，造成沉重的计算负担。二元线性规划[26]可以被视为MILP的简化版本，但它忽略了很多信息，形成了一个类似于路线图的骨架。

D. 生物启发式算法

生物启发算法起源于模仿生物行为来处理问题。这种路径规划方法省去了构建复杂环境模型的过程，并提出了一种强大的搜索方法来稳定地收敛到目标。

本文将生物启发算法分为进化算法（EA）[29]和神经网络（NN）。

[30]算法，因为它们在不同的层次上进行分析。而就进化算法而言，它包含遗传算法[31]、记忆算法[32]、粒子群优化[33]、蚁群优化[34]和洗牌蛙跳算法[35]。

进化算法开始时，随机选择可行的解决方案作为第一代。然后考虑到环境、机器人的能力、目标和其他约束条件，规划者评估每个个体的适配性。下一步，根据个体的适配度，选择一组个体作为下一代的父母。最后一步是变异和交叉步骤，当达到预先设定的值时，停止该过程。如图4所示，最佳适配度的个体被解码为最优路径。

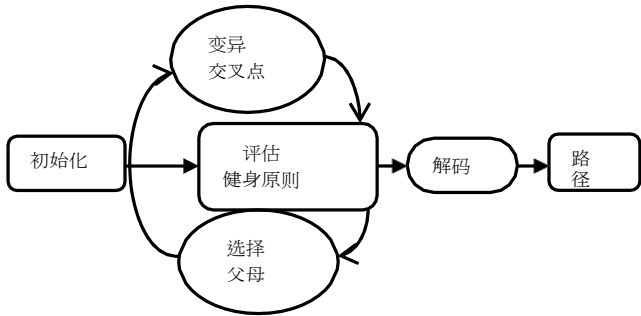


图4. 路径规划的演变过程

神经网络方法旨在为神经活动产生一个动态景观，以及人工势场方法，未搜索的区域在整个空间中吸引机器人。始终定义一个分流方程，以保证积极的无人机活动可以传播到所有自由的未开发空间，但消极的活动只停留在局部。

进化算法[29]的提出是为了解决传统的线性规划往往不能解决有大量变量的NP-hard问题。但由于交叉运算符的选择是部分随机的，这种算法有时会出现过早收敛的问题。Kroumov[30]借助神经网络算法在机器人中实现了全局最优路径。但当在三维环境中实施时，相邻的神经元会爆炸到26个，因此在线路上实施似乎是不现实的。

D. 基于多重融合的算法

目前的三维路径规划算法倾向于与其他算法结合，或逐一结合，旨在规划一个最佳路径（长度，或时间，或能量，或威胁最优）。比如人工势场算法，如果没有导航功能或其他方法的结合，它们通常会陷入局部最小值。概率路线图本身也不能生成一条最优的单一路径。因此，本文将这类算法归类为“概率路标”，它由以下方法产生

将几种算法结合在一起，以实现全局最优路径，如基于多融合的算法。

基于多融合的算法可以处理单个算法提出的问题，而单个算法无法达到最优结果。Xiao[3]用三维网格表示环境，用三维PRM形成无障碍空间的路线图，最后结合基于A*节点的最优算法，实现了最优路径。Masehian[36]引入了可见性图、Voronoi图和势场（VVP）综合算法，研究了VVP算法在三维空间的扩展，显示了最短和最安全路径之间的有效权衡。Scholer[39]将可见度图和Dijkstra算法（或称Geodesics）结合起来，为三维空间的路径规划问题找到了一个最优解。各种各样的方法都可以归为这一类，但这里不能一一列举。

根据每种算法的原理，本文将这些基于多融合的算法分为两类：（a）一种是通过整合几种路径规划算法而形成的路径规划算法，以便同时工作，找到一条最优路径。本文将这些算法称为“整合算法”。（b）一种由几种路径规划算法组成的算法。而且它的工作方式很典型，当一个算法完成它的部分后，另一个算法就会立即工作。本文称这些为“算法排行”。表1说明了每个子类别的几种典型算法。

表一 基于多重融合算法的典型算法	
子类别的名称	每个子类别的典型算法
算法的整合	可见度图、沃洛尼图和势场(VVP)算法; 沃洛尼势场算法; 神经网络势场算法。
算法排名	基于Voronoi节点的最优算法；基于PRM节点的最优算法；GIS-MCDA算法[40]。 可见度图 基于节点的最优算法[38]。 可见度图Geodesics算法[39]。

IV. 分析和适用性

第3节阐述了无人机三维路径规划算法的分类，下面将对每一类算法进行简明的总结。

基于采样的算法首先将环境作为一组节点进行采样，然后通过“接近”程序或深度优先搜索程序等将这些节点连接起来。最后，这种方法开始搜索，以实现最优路径。这种方法很容易实现，而且往往结构简单。因此，它们适合于静态和在线规划条件。

基于节点的算法处理的是节点，而忽略了形成地图的典型方式。它们通常处理节点信息，可以将节点之间的距离转化为计算权重，并直接在全局范围内搜索找到最优路径。这种方法可以与其他方法结合使用。

实现全局最优的方法，它们适合于在线工作。

基于数学模型的算法旨在以典型的最优控制形式描述整个工作空间。它以数学形式描述了几乎所有的约束条件，包括动态的和运动的，并严格约束成本函数。虽然几乎总是在计算机上加载沉重的计算负担，但随着计算机技术的改进，这种方法现在表现得足够好。这些算法适合于离线工作。

生物启发算法是一种启发式方法，可以很好地处理复杂的非结构化约束以及其他NP问题。这类算法通过变异来优化路径，但变异过程需要很长的迭代时间。因此，这类算法只能离线工作。

基于多重融合的算法将几种算法的优势整合在一起，以实现全局最优和成本最小。通常同时考虑节省时间和信息，有时几个简单的相对方法结合起来，形成一个性能相当好的方法，因此适合在线实施。

基于上述分析，表2给出了每个类别的处理时间复杂性、静态（S）或动态（D）环境和实时适用性的直观知识。

表二
各类方法的特性

方法	每种方法的要素	时间的复杂性	S/D环境	实时性
基于抽样的算法	Voronoi[14], RRT[15], PRM[3], k-prm[11], s-prm[10], 可见度图[38], 走廊图[16], DDRRT[17], RRT*[18]	$O(n \log n) T O(n^2)$	S和D	联机
基于节点的算法	Dijkstra的算法[4], A*[3], D*[6], LPA[19], Theta*[5], Lazy Theta* [20], D*-Lite [21], 和谐搜索[22]。	$O(m \log n) T O(n^2)$	S和D	联机
基于数学模型的算法	最佳控制[22], 混合整数线性编程[23], 二元线性编程[24], 非线性编程[27,28]。	根据多项式方程	S和D	离线
生物启发式算法	NN[30], 遗传算法[31], 记忆算法[32], 粒子群优化[33], 蚁群优化[34], 洗牌蛙跳算法[35]。	$T O(n^2)$	S	离线
基于多重融合的算法	VVP[36], 基于PRM节点的最优算法[3]。 GIS-MCDA算法[40], 可见性图 基于节点的最优算法[38], 可见性图 测地线算法[39]	$O(n \log n) T$	根据算法的不同	联机

V. 总结

为了支持对无人驾驶飞行器（UAV）三维路径规划的全面回顾，本文分析了当前大量在三维杂乱环境下成功实现的无人驾驶飞行器的路径规划算法。在分析了许多不同的无人机三维路径规划的方法后，本文将所有的方法分为五类。基于采样的算法、基于节点的最优算法、基于数学模型的算法、基于生物启发的算法和基于多重融合的算法。需要强调的是，本文首先命名了一种特殊的路径规划算法，即基于多融合的算法。

本文首先列举了近年来报道的几乎所有作品中的每一类算法，然后支持对每一种算法的批评性讨论。第四部分对每一类方法的时间复杂性和适用性进行了详细分析。基于整合的理念，我们将进一步实施主要关于算法整合的工作，以产生一个更高效的方法。

参考文献

ense Technical Information Center, 2004.

- [1] Schöler F, la Cour-Harbo A, Bisgaard M. Generating Configuration Spaces and Visibility Graphs from a Geometric Workspace for UAV Path Planning[J]. *自主机器人*, 2012.
- [2] Yang K, Sukkarieh S. Real-time continuous curvature path planning of UAVs in cluttered environments[C]//*Mechatronics and Its Applications, 2008.ISMA 2008. 第五届国际研讨会*. IEEE, 2008:1-6.
- [3] 严复, 刘玉生, 肖建中. 复杂三维环境中使用概率路线图方法的路径规划[J]. *国际自动化与计算杂志*, 2013, 10(6):525-533
- [4] Musliman I A, Rahman A A, Coors V. Implementing 3D network analysis in 3D-GIS[J]. *International archives of ISPRS*, 2008, 37(part B).
- [5] De Filippis, Luca, Giorgio Guglieri, and Fulvia Quagliotti. "三维环境中无人机的路径规划策略". *智能与机器人系统杂志* 65.1-4 (2012). 247-264.
- [6] Carsten J, Ferguson D, Stentz A. 3d field d: Improved path planning and replanning in three dimensions[C] // *Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on*. IEEE, 2006:3381-3386.
- [7] Zefran M, Kumar V, Croke C B. On the generation of smooth three dimensional rigid body motions[J]. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 1998, 14(4):576-589
- [8] Choset, Howie M., ed. *机器人运动的原理：理论、算法和实现*. 麻省理工学院出版社, 2005年.
- [9] Schöler, Flemming. *自主飞行器在受限空间的三维路径规划*. 论文. Videnbasen for Aalborg Universitet VBN, Aalborg Universitet Aalborg University, Det Teknisk-Naturvidenskabelige Fakultet The Faculty of Engineering and Science, Institut for Elektroniske Systemer Department of Electronic Systems.
- [10] LaValle S M. *Planning algorithms*[M]. 剑桥大学出版社 · 2006年.
- [11] Karaman S, Frazzoli E. 基于采样的最优运动规划算法[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(7): 846-894.
- [12] Jean-Claude Latombe. *ROBOT MOTION PLANNING.: Edition en anglais*[M]. Springer, 1990.
- [13] Sigurd K, How J. UAV trajectory design using total field collision avoidance[C] // *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. 2003.
- [14] Cho Y, Kim D, Kim D S K. 三维球体的Voronoi图的拓扑结构表示[J]. *International Journal of CAD/CAM*, 2009, 5(1)
- [15] Karaman S, Frazzoli E. Incremental sampling-based algorithms for 最佳运动规划[J]. *arXiv预印本 arXiv:1005.0416*, 2010
- [16] Geraerts, Roland. "用显式规划有间隙的短路径走廊." *机器人学和自动化 (ICRA)*, 2010年IEEE国际会议. IEEE, 2010.
- [17] Yang K, Sukkarieh S. 无人机在杂乱的自然环境中的三维平滑路径规划[C]// *智能机器人与系统, 2008.IROS 2008.IEEE/RSJ国际会议*. IEEE, 2008:794-800.
- [18] DuToit R, Holt M, Lyle M, et al. UAV Collision Avoidance Using RRT* and LOS Maximization Technical Report# CSSE12-03[J].
- [19] Koenig S, Likhachev M. Improved fast replanning for robot navigation in unknown terrain[C]// *Robotics and Automation, 2002. 论文集*. ICRA'02. IEEE International Conference on. IEEE, 2002, 1: 968-975
- [20] Nash, Alex, Sven Koenig, and Craig Tovey. "Lazy Theta*: 任何角度的3D中的路径规划和路径长度分析". *第三届组合搜索年度研讨会*. 2010.
- [21] Hrabar S. 3D路径规划和基于立体的旋翼无人机避障[C]// *智能机器人与系统, 2008.IROS 2008.IEEE/RSJ国际会议*. IEEE, 2008:807-814.
- [22] Geem Z W, Kim J H, Loganathan G V. 一种新的启发式优化算法：和谐搜索[J]. *Simulation*, 2001, 76(2):60-68.
- [23] Valente J, Del Cerro J, Barrientos A, et al. Aerial coverage optimization in precision agriculture management: 一种受音乐和谐启发的方法[J]. *计算机和电子学在农业中的应用*, 2013, 99: 153-159.
- [24] Miller B, Stepanyan K, Miller A, et al. 3D path planning in a threat environment[C]// *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011 50th IEEE Conference on. IEEE, 2011:6864-6869
- [25] 通过混合整数线性编程实现具有时间约束的无人机任务分配[M]. *Def*

- [26] Masehian, Ellips, and Golnaz Habibi."使用二元整数编程的三维空间机器人路径规划"。《世界科学、工程和技术学院学报》。Vol. 23.2007
- [27] Chamseddine A, Zhang Y, Rabbath C A, et al. 基于平面度的四旋翼无人飞行器轨迹规划/再规划[J].航空航天和电子系统, IEEE Transactions on, 2012, 48(4):2832-2848.
- [28] Borrelli F, Subramanian D, Raghunathan A U, et al. MILP and NLP techniques for centralized trajectory planning of multiple unmanned air vehicles[C]/American Control Conference, 2006.IEEE, 2006: 6 pp.
- [29] Hasircioglu I, Topcuoglu H R, Ermis M. 3-D path planning for navigation of unmanned aerial vehicles by using evolutionary algorithms[C]//Proceedings of the 10th Annual Conference on Genetic and evolutionary computation.ACM, 2008:1499-1506.
- [30] Kroumov V, Yu J, Shibayama K. 使用模拟退火神经网络的移动机器人三维路径规划[J].International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2010, 6(7):2885-2899.
- [31] Pehlivanoglu Y V, Baysal O, Hacioglu A. 通过振动遗传算法的自主无人机路径规划[J].Aircraft Engineering and Aerospace Technology:An International Journal, 2007, 79(4):352-359.
- [32] Shahidi N, Esmailzadeh H, Abdollahi M, et al. Memetic Algorithm Based Path Planning for a Mobile Robot[C] //International Conference on Computational Intelligence.2004:56-59.
- [33] Foo J L, Knutzon J, Kalivarapu V, et al. 使用B-splines和粒子群优化的无人飞行器路径规划[J].Journal of aerospace computing, Information, and communication, 2009, 6(4):271 - 290.
- [34] Cheng C T, Fallahi K, Leung H, et al. Cooperative path planner for UAVs using ACO algorithm with Gaussian distribution functions[C] //Circuits and Systems, 2009.ISCAS 2009.IEEE International Symposium on.IEEE, 2009:173-176.
- [35] Hassanzadeh I, Madani K, Badamchizadeh M A. Mobile robot path planning based on shuffled frog leaping optimization algorithm[C]//Automation Science and Engineering (CASE) , 2010 IEEE Conference on.IEEE, 2010:680-685.
- [36] Masehian, Ellips, and M. R. Amin-Naseri."机器人路径规划的Voronoi图-可见性图-势场复合算法"。《机器人系统杂志》21.6 (2004) 。275-300
- [37] Jaishankar S, Pralhad R N. 使用距离变换技术对航空器进行三维非线性路径规划[J].Procedia Computer Science, 2011, 4: 1306-1315.
- [38] Scholer, F., Anders la Cour-Harbo, and Morten Bisgaard."为无人机生成近似的三维最小长度路径"。《智能车辆研讨会 (IV) , 2012年IEEE》. IEEE, 2012.
- [39] Scholer F, la Cour-Harbo A. 3D路径规划与几何工作空间上的测地线[J].自主机器人, 2012
- [40] Liu L, Zhang S. Voronoi diagram and gis-based 3D path planning[C]//Geoinformatics, 2009 17th International Conference on. IEEE, 2009:1-5
- [41] Culligan K, Valenti M, Kuwata Y, et al. Three-dimensional flight experiments using online mixed-integer linear programming trajectory optimization[C]/American Control Conference, 2007.ACC'07.IEEE, 2007:5322-5327