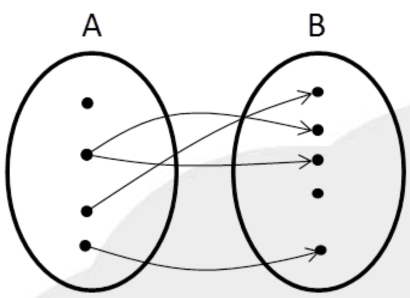
AULA 1 – CONCEITOS BÁSICOS

Relação binária

É uma relação entre elementos de dois conjuntos.

Pode ser representada por um diagrama de flechas:



Notação de relação: se a relação "R" sai de A e vai para B, a notação é R: A x B

Função

Funções são casos específicos de relações. Isto é, uma função é uma relação com algumas particularidades.

Notação de função:

$$f: A \rightarrow B$$

$$y = f(x)$$

Nesta notação: x são elementos de A e y são elementos de B.

Domínio de uma função

O domínio é o conjunto dos elementos que originam a relação binária. São os valores possíveis ou permitidos de "x" da função.

Contra-domínio de uma função

O contra-domínio é o conjunto dos elementos que podem receber as relações binárias. São os valores possíveis ou permitidos de "y" da função.

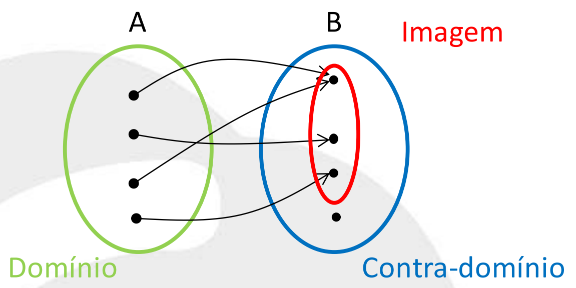
Imagem de uma função

A imagem é o conjunto dos elementos que efetivamente recebem as relações binárias. São os valores que "recebem flechas" no diagrama de flechas.

A imagem será necessariamente um destes dois casos:

- igual ao contra-domínio: quando todos os elementos do contra-domínio receberem valores da relação binária; ou
- um subconjunto do contra-domínio: quando há elementos do contra-domínio que não recebem valores da relação binária.

Representados em um exemplo de diagrama de flechas, Domínio, Contra-domínio e Imagem seriam:



Condições para que uma relação seja função:

- Não há elementos sobrando no Domínio;
- Cada elemento do Domínio liga-se a apenas UM elemento do Contra-Domínio. Em outras palavras: sai apenas **uma flecha de cada elemento do Domínio**;

AULA 3 – RAIZ E GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Raiz

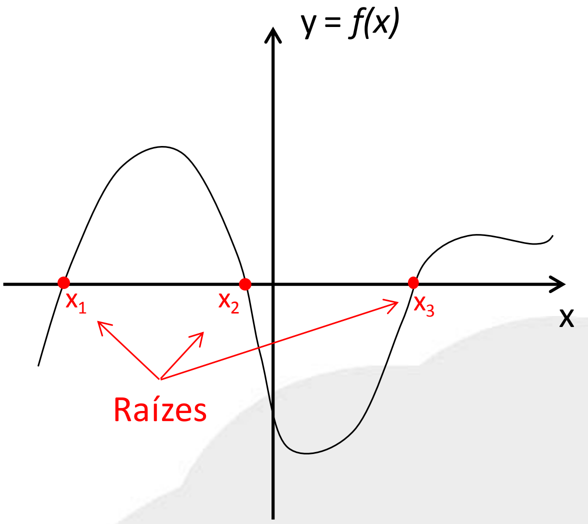
Raiz de uma função é todo valor de x para o qual f(x) = 0.

Gráfico de uma função

O gráfico de uma função é uma plotagem dos pares ordenados (x,y), com y=f(x), em um Plano Cartesiano.

Método da tabela: se tivermos a lei da função, para esboçar o gráfico podemos escolher valores arbitrários de x, calcular os valores de y correspondentes, e plotar estes valores em um Plano Cartesiano.

No gráfico de uma função, as raízes serão todos os valores de x em que o gráfico corta o eixo x:



AULA 5 – DOMÍNIO DE UMA FUNÇÃO REAL

O Domínio de uma função pode ou não estar explicitado na definição da função.

Se o Domínio da função não estiver explicitado, considera-se como Domínio o conjunto dos Reais, excluindo-se os valores para os quais a função não existe.

Casos em que há exclusão de elementos:

- Quando há x no denominador de uma fração: excluem-se os valores de x para os quais o denominador resulta em 0;
- Quando há x dentro de uma raiz: excluem-se os valores de x para os quais o radicando seja menor que 0.

AULA 6 – FUNÇÃO CRESCENTE/DECRESCENTE/CONSTANTE

Função crescente

Definição formal: y = f(x) é crescente se $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, com $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) < f(x_2)$.

Interpretação: uma função é crescente se, ao aumentarmos x, y aumenta.

Função decrescente

Definição formal: y = f(x) é decrescente se $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, com $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) > f(x_2)$.

Interpretação: uma função é crescente se, ao aumentarmos x, y diminui.

Função constante

Definição formal: y = f(x) é constante se $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, com $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) = f(x_2)$.

Interpretação: uma função é constante se, ao aumentarmos x, y se mantém constante.

AULA 7 – FUNÇÃO PAR/ÍMPAR

Função par: $f(x)$, tal que $f(x) = f(-x), \ \forall x \in D(f)$.

Graficamente: simétrica em relação ao eixo y.

Função ímpar: $f(x)$, tal que $f(x) = -f(-x), \ \forall x \in D(f)$

Graficamente: simétrica em relação à origem.

Atenção: dizemos que uma função não é par nem ímpar quando não atende a nenhuma destas condições.

AULA 8 – FUNÇÃO INJETORA, BIJETORA E SOBREJETORA

Função injetora

Definição: $\forall x_1, x_2 \in D(f)$, tem-se: se $x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$.

Interpretação: nenhum valor de y recebe mais do que um valor de x.

Dica no gráfico: traçar uma reta horizontal. Se cortar o gráfico da função em mais do que um ponto, não é injetora.

Função sobrejetora

Definição: $Im(f) = CD(f)$

Interpretação: não pode sobrar nenhum elemento no Contra-Domínio.

Função bijetora

Definição: uma função f é bijetora se ela é injetora e sobrejetora, ao mesmo tempo.

AULA 9 – FUNÇÃO INVERSA

Definição: Dada uma função $f: A \longrightarrow B$ bijetora, sua inversa será $f^{-1}: B \longrightarrow A$.

Atenção: para que uma função f admita inversa, ela precisa necessariamente ser bijetora.

Dica para calcular a inversa: trocar x por y e tentar isolar $x = f(y)$.

AULA 10 – FUNÇÃO INVERSA - GRÁFICOS

Dica para obter o gráfico da inversa: dado o gráfico de uma função bijetora f, podemos determinar o gráfico de sua inversa espelhando o gráfico sobre a bissetriz dos quadrantes ímpares. Em outras palavras: basta inverter os eixos x e y.

AULA 11 – FUNÇÃO COMPOSTA

Definição: considere as funções $f: A \longrightarrow B$ e $g: B \longrightarrow C$. A função composta de $g\ em\ f$ é a função $g\ o\ f: A \longrightarrow C$, sendo $(g\ o\ f)(x) = g[f(x)]$.

Dica para obter a função composta: para obter a lei da função h, composta de g em f, basta substituir a lei de $f(x)$ no lugar de x em $g(x)$. Isto é, basta calcular $g(f(x))$.