SEMELHANÇA

AULA 1 – CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Dois triângulos são congruentes se, e somente se:

- Os ângulos internos são congruentes;
- Os lados são congruentes.

Casos

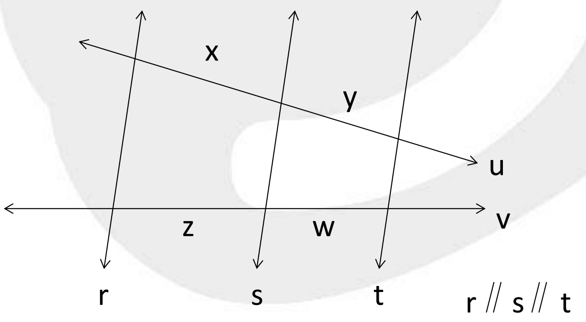
- LAL Lado-ângulo-lado
- ALA Ângulo-lado-ângulo
- LLL Lado-lado-lado
- LAA_o Lado-ângulo-ângulo oposto

Atenção: no triângulo retângulo, há um caso adicional:

- CH Cateto-hipotenusa

AULA 2 – TEOREMA DE TALES

"Se um feixe de retas paralelas tem duas transversais, então a razão de dois segmentos de uma transversal é igual à razão dos segmentos correspondentes da outra transversal".



Dado um conjunto de retas nestas condições, pode-se estabelecer uma série de relações entre as medidas envolvidas, como por exemplo:

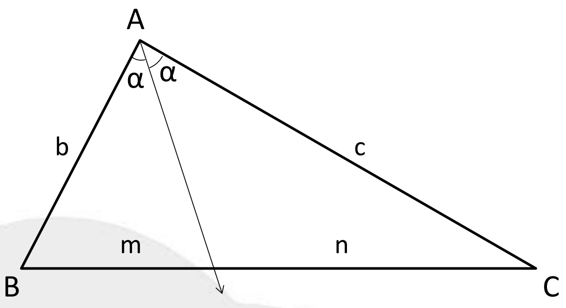
$$\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$$

$$\frac{x+y}{x} = \frac{z+w}{z}$$

$$\frac{y}{x+y} = \frac{w}{z+w}$$

AULA 3 – TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

Observe um triângulo dividido por sua bissetriz interna:

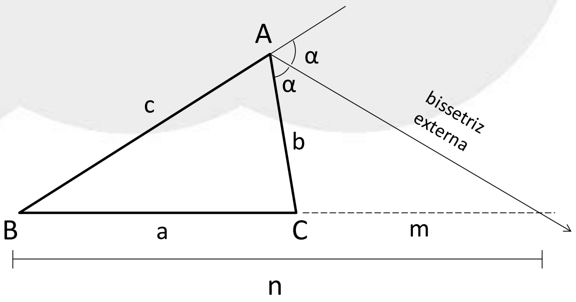


Neste caso, o Teorema da Bissetriz Interna diz que vale a relação:

$$\frac{b}{m} = \frac{c}{n}$$

AULA 4 – TEOREMA DA BISSETRIZ EXTERNA

Observe um triângulo e sua bissetriz externa:



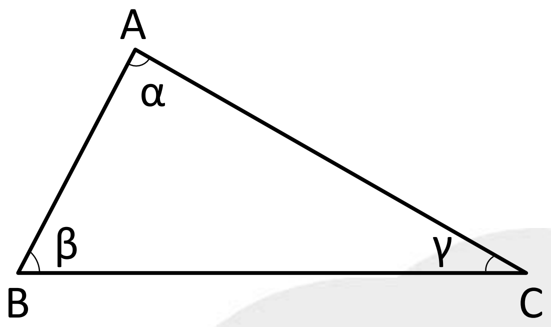
Neste caso, o Teorema da Bissetriz Externa diz que vale a relação:

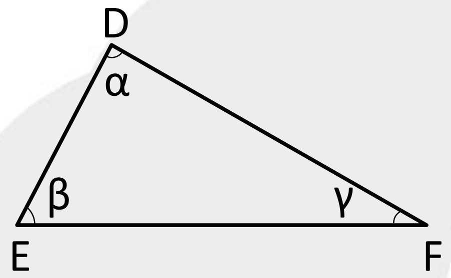
$$\frac{c}{n} = \frac{b}{m}$$

AULA 5 – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS – DEFINIÇÃO

Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, seus ângulos internos forem respectivamente congruentes e seus lados correspondentes proporcionais.

Considere os triângulos abaixo, que atendem a estas condições.





Observe que:

$$\hat{A} \equiv \hat{D}\ (\alpha)$$

$$\hat{B} \equiv \hat{E}\ (\beta)$$

$$\hat{C} \equiv \hat{F}\ (\gamma)$$

Portanto, podemos dizer que os triângulos são semelhantes, nesta ordem:

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

Neste caso, valem as seguintes relações:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = k$$

Chamamos k de razão de proporção entre os triângulos.

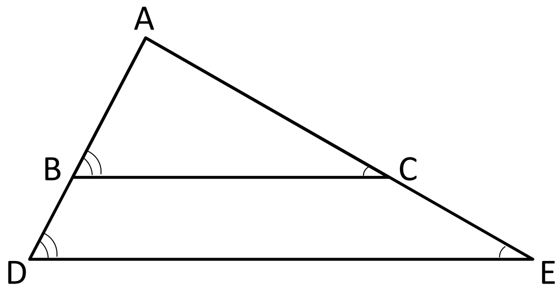
<u>Relação entre perímetros</u>

Dados dois triângulos semelhantes de razão de semelhança k, seus perímetros também são proporcionais, obedecendo à mesma razão de semelhança:

$$k = \frac{P}{p}$$

<u>Caso especial</u>

Considere dois triângulos na configuração abaixo:



Se $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ então $\Delta ABC \sim \Delta ADE$.

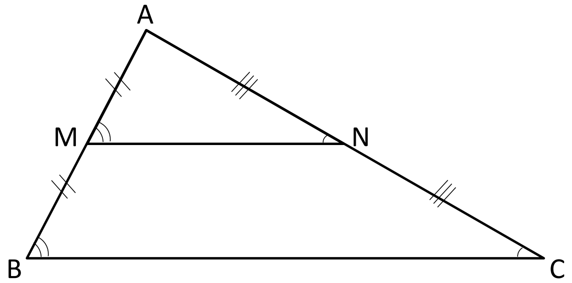
<u>AULA 6 – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS – CASOS DE SEMELHANÇA</u>

Para identificar triângulos semelhantes, podemos buscar os seguintes casos:

- AA – Ângulo-ângulo: pelo menos dois ângulos internos congruentes;
- LLL – Lado-lado-lado: todos os três lados proporcionais;
- LAL – Lado-ângulo-lado: um ângulo congruente e os dois lados adjacentes a ele proporcionais. Atenção: é necessário que o lado-ângulo-lado estejam nesta ordem para que seja garantida a relação de semelhança.

<u>AULA 7 – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS – BASE MÉDIA DE UM TRIÂNGULO</u>

Considere o triângulo ABC e o triângulo AMN, onde M é ponto médio de AB e N é ponto médio de AC, conforme figura abaixo:



Neste caso, $\Delta ABC \sim \Delta AMN$ e vale a relação:

$$\overline{MN} = \frac{\overline{BC}}{2}$$

AULA 8 – POLÍGONOS SEMELHANTES

Definição: dois polígonos convexos são semelhantes se, e somente se:

- Seus ângulos internos forem congruentes, respectivamente;
- Seus lados correspondentes forem proporcionais.

Neste caso, todos os lados correspondentes podem ser escritos como uma razão que será igual à razão de semelhança *k* entre os dois polígonos.

AULA 9 – RAZÃO DE SEMELHANÇA ENTRE ÁREAS

Definição: a razão entre as áreas de dois polígonos convexos semelhantes é igual à razão de semelhança entre eles (entre lados correspondentes, entre perímetros, etc.) ao quadrado.

Em outras palavras: seja *k* a razão de semelhança entre dois polígonos convexos semelhantes quaisquer. Então a razão entre suas áreas será:

$$\frac{A_{Polígono\ 1}}{A_{Polígono\ 2}} = k^2$$