AULA 1 – NÚMEROS BINOMIAIS

Sejam n e p dois números naturais com $n \geq p$. Define-se então o número binomial de classe k:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Observe que:

- $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{n!}{1.n!} = 1$
- $\binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n.(n-1)!}{(n-1)!} = n$
- $\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n!.0!} = \frac{n!}{n!.1} = 1$

AULA 2 – PROPRIEDADES DOS NÚMEROS BINOMIAIS

Números binomiais complementares

Se $p + q = n$, dizemos que os números binomiais $\binom{n}{p}$ e $\binom{n}{q}$ são complementares. Observe que os dois tem o mesmo numerador e a soma dos denominadores é igual a este numerador.

Propriedades dos números binomiais

Propriedade 1

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{q} \Rightarrow \begin{cases} p = q \\ ou \\ p + q = n \end{cases}$$

Propriedade 2: Relação de Stifel

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

AULA 3 – TRIÂNGULO DE PASCAL

N \ P	0	1	2	3	4
0	$\binom{0}{0}$				...
1	$\binom{1}{0}$	$\binom{1}{1}$			...
2	$\binom{2}{0}$	$\binom{2}{1}$	$\binom{2}{2}$		...
3	$\binom{3}{0}$	$\binom{3}{1}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{3}{3}$	...
4	...	...	...	...	...

N \ P	0	1	2	3	4
0	1				...
1	1	1			...
2	1	2	1		...
3	1	3	3	1	...
4	...	...	...	...	...

Observações

- Em cada linha do triângulo, o primeiro e o último elementos valem 1;
- A partir da 3ª linha, cada elemento é a soma do elemento acima dele com o elemento anterior da linha de cima (decorrência da Relação de Stifel);
- Numa linha, dois coeficientes binomiais equidistantes dos extremos são iguais;
- A soma dos elementos de cada linha do triângulo é uma potência de 2, cujo expoente é o número da linha:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$$

AULA 4 – BINÔMIO DE NEWTON

Sabemos que:

$(x+a)^0 = 1$

$(x+a)^1 = x + a$

$(x+a)^2 = 1x^2 + 2xa + 1a^2$

$(x+a)^3 = 1x^3 + 3x^2a + 3ax^2 + 1a^3$

$(x+a)^4 = 1x^4 + 4x^3a + 6x^2a^2 + 4ax^3 + 1a^4$

......

Obseve que os coeficientes de cada desenvolvimento formam a linha do triângulo de Pascal de ordem *n*, onde *n* é o expoente de $(x+a)^n$. Então, podemos escrever:

$$(x+a)^n = \binom{n}{0}x^n a^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}a^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}a^2 + \cdots + \binom{n}{n}x^0 a^n$$

AULA 5 – TERMO GERAL DO BINÔMIO DE NEWTON

Todo termo do desenvolvimento do binômio de Newton pode ser representado pela expressão:

$$T_{p+1} = \binom{n}{p}x^{n-p}a^p$$