Дискретизация. При известном непрерывном описании линейной динамической системы перейти к ее дискретному описанию можно с помощью следующей процедуры.

Линейная непрерывная стационарная система в пространстве состояний описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \qquad (1)$$

где $x = \mathrm{col}(x_1, ..., x_n)$ – вектор состояния, $u = \mathrm{col}(u_1, ..., u_m)$ – управляющее воздействие, $y = \mathrm{col}(y_1, ..., y_l)$ – вектор регулируемых (выходных) переменных,

A – матрица размерности $n \times n$, определяющая динамические свойства системы;

B – матрица входов управляющего воздействия размерности $n \times k$;

C – матрица выхода (связи переменных состояния с выходной переменной) размерности $l \times n$.

Пусть состояние $x(t)$ системы (1) доступно измерению только в дискретные моменты времени $t_k = kT$, где $k = 0, 1, \ldots$ – номер интервала дискретности, T – шаг дискретности, и пусть управляющее воздействие $u(t)$ постоянно на промежутках между моментами t_k. Тогда динамику векторов $x(k) = x(t)$ можно описать разностными уравнениями

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}, \qquad (2)$$

где матрицы A_d, B_d определяются соотношениями:

$$A_d = e^{AT}, \qquad (3)$$

$$B_d = A^{-1}\left(e^{AT} - I\right)B\Big|_{\exists A^{-1}}. \qquad (4)$$

При вырожденности матрицы A матрица B_d может быть найдена с помощью разложения в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} B_d &= A^{-1}(A_d - I)B = A^{-1}(e^{AT} - I)B \approx \\ &\approx A^{-1}\left(\sum_{i=0}^{k} \frac{A^i T^i}{i!} - I\right)B = \left(\sum_{i=1}^{k} \frac{A^{i-1} T^i}{i!}\right)B. \end{aligned} \qquad (5)$$