

Билет №1

1. Кривизна плоской кривой.

Написать уравнение соприкасающейся окружности наименьшего радиуса к кривой $x=y^2+1$.

2. Найти кривизну и кручение кривой в произвольной точке: $x = 3ch t$, $y = 3sh t$, $z = 3t$.

3. Квадратичная кривая Безье задана двумя точками $P_0(0,0)$, $P_2(0,2)$ и касательными в этих точках $y=x$ и $y=2-x/2$. Найти точку P_1 , построить кривую.

4. Найти угол между координатными линиями на поверхности $f(u,v) = (u, v, uv)$ в точке $(2,3,6)$.

5. Основной оператор гиперповерхности.

Найти матрицу основного оператора, полную и среднюю кривизны поверхности $f(u,v) = (u \cos v, u \sin v, 4v)$.

Билет №2

1. Найти соприкасающуюся окружность к кривой $y = \ln x$ в точке $(1,0)$.

2. Особые точки кривой, заданной параметрически.

Определить тип особой точки, написать уравнения касательной в этой точке, построить образ кривой $\alpha(t)=(t^2+t^3, t^2)^T$.

3. Кривые Безье.

Квадратичная кривая Безье задана точками $P_0(0,0)$, $P_1(2,2)$, $P_2(2,0)$. Найти точку на кривой, в которой y принимает максимально возможное значение.

4. Первая фундаментальная форма.

Найти угол между координатными линиями на поверхности $f(u,v) = (u, v, 2uv)$ в точке $(-1,1)$.

5. Написать параметрическое уравнение кругового конуса, ориентированного вдоль оси Ox . Найти матрицу второй фундаментальной формы и главные нормальные кривизны.

Билет №3

1. Уравнения Френе в R^3 .

Найти репер Френе винтовой линии $x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$, $z = 4t$.

2. Определить тип особой точки, написать уравнения касательной в этой точке, построить образ кривой $\alpha(t)=(t^2-1, t^2-t^3)^T$.

3. Кривая Безье задана своими опорными точками $P_0(-3,5)$, $P_1(-1,-1)$, $P_2(3,3)$. Разбить эту кривую на две кривые Безье второго порядка точкой, отвечающей значению параметра $t=1/2$. Сделать чертеж.

4. Внутренняя геометрия поверхности.

Найти угол между векторами стандартного базиса касательного пространства в т. $(1,2)$ обезьяного седла $f(u,v)=(u,v,u^3-3uv^2)^T$.

5. Найти главные нормальные кривизны и главные направления поверхности $z=xy$ в трехмерном пространстве.

Билет №4

1. Уравнения Френе.

Найти уравнение и построить соприкасающуюся окружность к кривой $y=x^2+1$ в точке $(0,1)$.

2. Найти кривизну и кручение кривой $x=1+3t+2t^2$, $y=2-2t+5t^2$, $z=1-t^2$. Является ли кривая плоской? Выписать уравнение соприкасающейся плоскости.

3. Две квадратичные кривые Безье заданы своими опорными точками $P_0(-5,0)$, $P_1(-8,-4)$, $P_2(-5,-3)$ и $R_0(1,1)$, $R_1(3,3)$, $R_2(1,4)$. Найти опорные точки квадратичной кривой Безье, соединяющей т. P_2 и R_0 так, чтобы на получившейся составной кривой (сплайне) не было изломов. Сделать чертеж.

4. Найти длину кривой $2u=v$, $0 < u < 1$, вдоль конуса $f(u,v)=(au \cos v, au \sin v, u)^T$.

5. Вторая фундаментальная форма.

Написать параметрическое уравнение кругового цилиндра радиуса 3, ориентированного вдоль оси Oy . Найти матрицу второй фундаментальной формы, главные нормальные кривизны и главные направления.

Билет №5

1. Определить тип особой точки, написать уравнения касательной в этой точке, построить образ кривой $\alpha(t)=(-t^4+t^5, t^2)^T$.

2. Составить уравнения соприкасающейся плоскости, главной нормали и бинормали к кривой $y^2=x$, $x^2=z$ в точке $(1,1,1)$.

3. Кривые Безье.

Кривая Безье задана своими опорными точками $P_0(1,-3)$, $P_1(5,1)$, $P_2(7,-5)$. Разбить эту кривую на две кривые Безье второго порядка точкой, отвечающей значению параметра $t=1/2$. Сделать чертеж.

4. Найти угол между кривыми $u=-2v$ и $u=v$ вдоль катеноида $f(u,v)=(a \operatorname{ch}(u/a) \cos v, a \operatorname{ch}(u/a) \sin v, u)^T$.

5. Локальное строение гиперповерхности, типы точек.

Найти главные кривизны, полную и среднюю кривизны, а также главные и асимптотические направления в вершине параболоида $x^2/a^2 - 4z^2/a^2 - y=0$. Определить тип точек.