8.17.

1 Распределение Пуассона, его ряд распределения, M, D.

$P_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $\quad k=0,1,2\dots$ $\quad \lambda = np$ $\qquad M\xi=\lambda.\ D\xi=\lambda$

Задача

$\lambda=4$. Найти $M\eta$, где $\eta = 2\xi^2 - 9\xi - 1$

$M\xi = 4,\ D\xi = 4.$

$M\xi^2 = D\xi + (M\xi)^2 = 20$

$M\eta = 2M\xi^2 - 9M\xi - 1$

$M\eta = 40 - 36 - 1 = 3$

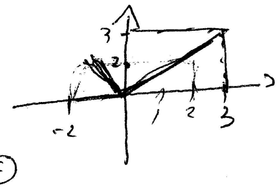
№2

$M\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f_\xi(x)\, dx$

$D\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M\xi)^2 f_\xi(x)\, dx$

Задача с.в. ξ равномерно распределена на $[-2,3]$. Найти $M\eta$, где $\eta = |\xi|$

$\begin{cases} \frac{1}{5}, & x\in[-2,3] \\ 0, & x\notin \end{cases}$



$f_\eta(y) = \sum f_\xi(\psi_i(y))\,|\psi_i'(y)|$

$x_1 = y = \psi_1(y)$ $x\in[0,3]$ $\quad f_\eta(y) = f_\xi(\psi_1)\cdot|\psi_1'| + f_\xi(\psi_2)\cdot|\psi_2'| =$

$x_2 = -y = \psi_2(y)$ $x\in[-2,0]$

$y\in[0,3]$

$f_\eta = \begin{cases} 0, & y\le 0,\ y\ge 3 \\ \frac{2}{5}, & y\in[0,2] \\ 1/5, & y\in[2,3] \end{cases}$

$M\eta = \frac{2}{5}\int_0^2 y\,dy + \frac{1}{5}\int_2^3 y\,dy = \frac{2}{5}\frac{y^2}{2}\Big|_0^2 + \frac{1}{5}\frac{y^2}{2}\Big|_2^3 =$

$= \frac{4}{5} + \frac{1}{2} = 1{,}3$

№3 $\eta = \xi^2$. Найти ряд распределения η, где ξ принимает знач -3, -2, -1, 0, 1, 2 с равными вероятностями.

ξ	-3	-2	-1	0	1	2
p	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

ξ^2	0	1	4	9
p	1/6	1/3	1/3	1/6

$M\xi^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{19}{6}$

№4 Случ. векторы ξ_1 и ξ_2 независимы, одинаково распределены и принимают значения −1, 0, 1 с вер. 0,2, 0,3, 0,5. Найти cov ξ_1 и $\eta = \xi_1 + \xi_2$

ξ_1	−1	0	1
P	0,2	0,3	0,5

ξ_2	−1	0	1
P	0,2	0,3	0,5

ξ_2 \ ξ_1	−1	0	1
−1	0,04 −2	0,06 −1	0,1 0
0	0,06 −1	0,09 0	0,15 1
1	0,1 0	0,15 1	0,25 2

$\xi_1 + \xi_2$	−2	−1	0	1	2
P	0,04	0,12	0,29	0,3	0,25

$\mathrm{cov}(\xi_1; \eta) = M(\xi_1; (\xi_1 + \xi_2)) - M(\xi_1) \cdot M(\xi_1 + \xi_2)$

$M = (\xi_1; \xi_1 + \xi_2)$

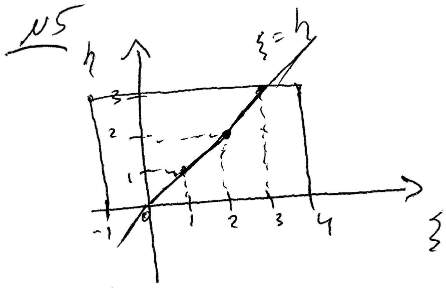
$\xi_1 + \xi_2$ \ ξ_1	−1	0	1
−2	0,04 2	0	0
−1	0,06 1	0,06 0	0
0	0,1 0	0,09 0	0,1 0
1	0	0,15 0	0,15 1
2	0	0	0,25 2

$\xi_1 \cdot (\xi_1 + \xi_2)$	0	1	2
P	0,5	0,21	0,29

$M = 0,21 + 0,58 = 0,79$

$\mathrm{cov} = 0,79 - 0,3 \cdot 0,6 = 0,61$

№5



$\frac{S_{пр}}{S_G} = \frac{3 + \frac{9}{2}}{15} = \frac{1}{2}$