I) Найти неопределенные интегралы:

а) $\int x \cdot \sin\left(x^2\right)dx$; **б)** $\int \left(x^5 + 2x\right)\ln x dx$; **в)** $\int \frac{4x-3}{x^2-2x+6}dx$.

II)

а) Тройной интеграл: определение и механический смысл. Теорема о замене переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты, переход в тройном интеграле к этим координатам.

б) Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле $\iiint\limits_V dV$, переходя к цилиндрическим координатам, если *V:* $\left\{x^2 + z^2 \le 9y^2; x^2 + y^2 + z^2 \le 4; y \ge 0\right\}$. Сделать чертёж области интегрирования.

в) Вычислить массу тела V, ограниченного поверхностями $\left\{x^2 + z^2 \le 9y^2; x^2 + y^2 + z^2 \le 4; y \ge 0\right\}$, если его плотность постоянна в каждой точке тела.

III)

а) Вычислить дифференциал ***ds*** дуги Г**,** если дуга Г задана параметрически: $x = \cos^3 t; y = \sin^3 t$. Изобразить кривую Г.

б) Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_{\Gamma} y ds$, где Г: $x = \cos^3 t; y = \sin^3 t$

в) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится: $\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$.

IV)

а) Дано пространственное тело $\Omega = \left\{z^2 \ge x^2 + y^2,\ 0 \le z \le 2\right\}$ и векторное поле $\mathbf{a} = y^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$. Сделать чертеж и вычислить div **a.**

б) Сформулировать теорему Гаусса-Остроградского и с помощью неё найти поток векторного поля $\mathbf{a} = y^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$ через всю поверхность тела $\Omega = \left\{z^2 \ge x^2 + y^2,\ 0 \le z \le 2\right\}$ в направлении внешней нормали.

в) Проверить результат непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие части поверхности.