

Занятие №4.

Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

Конформные отображения.

1) (№12.138) Найти коэффициент растяжения k и угол поворота φ для отображения $w = z^2$ в точке $z_0 = \sqrt{2}(1+i)$.

2) Выяснить, какая часть комплексной плоскости растягивается, а какая сжимается при следующих отображениях:

1) (№12.144) $w = 1/z$; 2) (№12.147) $w = z^2 + 2z$.

3) (№12.150) Найти множества всех точек z_0 , в которых при отображении $w = \frac{1+iz}{1-iz}$ коэффициент растяжения $k = 1$.

4) (№12.153) Найти множество точек z_0 , в которых при отображении $w = \frac{1+iz}{1-iz}$ угол поворота равен нулю.

Найти образ области D при заданном отображении:

5) $D = \left\{ z : |z| < 2, -\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{6} \right\}, w = (-1+i)z^3 + 1$.

6) $D = \left\{ z : 0 < \operatorname{Re} z \leq 1, \frac{\pi}{6} \leq \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{3} \right\}, w = e^z$.

7) $D = \left\{ z : \frac{\pi}{3} \leq \operatorname{Re} z \leq \frac{\pi}{2}, \operatorname{Im} z > 2 \right\}, w = e^{-2iz+i\pi/4} - 1 - 3i$.

8) $D = \left\{ z : 1 < |z| \leq 2, -\frac{\pi}{4} < \arg z < -\frac{\pi}{6} \right\}, w = -i \ln(iz) + 1$.

9) $D = \{ z : 0 < \operatorname{Re} z < 2, 0 < \operatorname{Im} z < 2 \}, w = z^2$.

Изобразить множество точек на комплексной плоскости:

10) $-\frac{\pi}{4} < \arg\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)z < 0$.

11) $-\frac{\pi}{3} < \arg(iz+1) < \frac{\pi}{6}$.

Домашнее задание: №№ 12.140, 12.143, 12.145, 12.149, 12.152, 12.155.

Типовой расчет: задача №4.