

Г л а в а 8

ИЗМЕРЕНИЕ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

8.1. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОЦЕНИВАНИЯ КАК ОСНОВА РАДИОЛОКАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ

1. Общие сведения

Как уже отмечалось в главе 2, при отражении ЭМВ целью происходит естественная модуляция радиолокационного сигнала. В параметры отраженного сигнала закладывается информация о цели, в том числе и о ее координатах и параметрах движения. Данная информация может быть заложена в амплитуде, частоте, фазе, времени запаздывания сигнала, направлении прихода и т.п. Для того, чтобы получить информацию о координатах и параметрах движения цели, необходимо провести измерение значений перечисленных параметров, то есть провести их оценку.

Поскольку, как отмечалось в гл. 3 и 4, процесс наблюдения целей сопровождается помехами самой различной природы, то полученные в ходе радиолокационного приема оценки параметров сигнала необязательно точно соответствуют истинным. Кроме того, на измерения могут существенно влиять параметры сигнала, которые не несут полезную информацию и поэтому называются «неинформационными». Например, информацию о дальности до цели в радиолокационном сигнале несет время запаздывания, а амплитуда и фаза сигнала информацию о дальности практически не несет и, следовательно, амплитуда и фаза радиолокационного сигнала, в данном

случае, являются неинформационными параметрами.

В дальнейшем параметры радиолокационного сигнала, которые несут полезную информацию о цели, будем называть «информационными». Таковыми, например, являются время запаздывания t_d , угол прихода отраженной волны γ , доплеровское смещение частоты $f_{дп}$ в отраженном сигнале, так как позволяют получить информацию соответственно о дальности, угловых координатах и скорости сближения.

Будем полагать, что полезный сигнал $s(t)$ и помеха $n(t)$ входят в принимаемое колебание $y(t)$ аддитивно. Тогда принимаемое колебание можно записать в виде

$$y(t) = s[t, \alpha(t), \alpha_{ни}(t)] + n(t); \quad t \in [0, t_n] \quad (8.1)$$

где $\alpha(t)$ – в общем случае вектор информационных параметров, компонентами которого являются $t_d, f_{дп}, \gamma$ и т.п.; $\alpha_{ни}(t)$ – вектор неинформационных параметров; $n(t)$ – помеха, природа которой может быть самой различной; t_n – время наблюдения $y(t)$.

Анализируя принимаемое колебание (8.1), с помощью приемника РЛС, необходимо вынести решение о том, какие значения имеют информационные параметры α сигнала $s[t, \alpha(t), \alpha_{ни}(t)]$ в текущий момент времени t . Если в течение времени наблюдения t_n компоненты $\alpha_i(t)$ постоянны ($\alpha_i(t) = \text{const} = \alpha$, $t \in [0, t_n]$), то описанную процедуру называют оценкой параметров, когда же изменением параметра сигнала $\alpha_i(t)$ за время $t \in [0, t_n]$ пренебрегать нельзя и требуется отслеживание значений меняющихся информационных параметров, то говорят о фильтрации параметров радиолокационного сигнала.

В связи с тем, что процесс измерения информационных параметров радиолокационного сигнала сопровождается помехами, то данному процессу присущи случайные ошибки измерения. Перечислим основные причины, приводящие к ошибкам в измерении информационных параметров $\alpha_i(t)$ радиолокационного сигнала. Во-первых, наличие внутренних шумов приемника РЛС и внешних по-

мех приводит к случайному изменению формы сигнала в зависимости от измеряемого параметра. Ошибки, обусловленные внутренними шумами называют шумовыми и оценивают среднеквадратическим значением измеряемого параметра $\sigma_{ш}$. Во-вторых, даже в отсутствии движения цели относительно РЛС из-за шумов изменяется время запаздывания t_d , доплеровское смещение частоты $f_{дп}$ и направление прихода γ отраженной волны, что приводит к ошибкам в определении данных параметров (см. п.2). В-третьих, при движении цели элементарные ее отражатели (блестящие точки) вращаются относительно центра масс. Это приводит к случайному изменению амплитуды и фазы поля отраженной волны в точке расположения РЛС, а следовательно, приводит к ошибкам в определении координат и параметров движения цели. Данные ошибки называют флуктуационными $\sigma_{ф}(\alpha)$. В-четвертых, условия распространения ЭМВ в процессе радиолокационного наблюдения могут меняться, что приводит, например, к искривлению траектории распространения ЭМВ, как следствие, к ошибкам измерения параметров $\alpha_i(t)$ принимаемого сигнала. Данные ошибки измерения называют ошибками распространения, а оценивают величиной $\sigma_{распр}(\alpha)$.

Поскольку перечисленные факторы, приводящие к ошибкам измерения, действуют независимо друг от друга, то суммарную ошибку измерения информационного параметра α радиолокационного сигнала можно представить в виде

$$\sigma_{\alpha} = \sqrt{\sigma_{ш}^2(\alpha) + \sigma_{ф}^2(\alpha) + \sigma_{распр}^2(\alpha)}. \quad (8.2)$$

Наряду со случайными ошибками, перечисленными выше, на процесс радиолокационного измерения оказывают и систематические ошибки, под которыми понимают разность

$$\Delta\alpha = \alpha_o - \alpha_{ср}, \quad (8.3)$$

где α_o – истинное значение измеряемого параметра; $\alpha_{ср}$ – среднее значение параметра радиолокационного сигнала, полученное в результате многократных измерений.

Причинами систематических погрешностей, например, могут являться: устойчивые дефекты радиолокационной аппаратуры (инструментальные ошибки); ошибки, возникающие при аппроксимации расчетных формул (методические ошибки); устойчивые ошибки оператора. В отличие от случайных систематические ошибки могут быть откорректированы в процессе настройки и регулировки аппаратуры. Поэтому в дальнейшем будем вести речь только о случайных ошибках, которые сопровождают радиолокационные измерения.

Среди случайных ошибок в первую очередь рассмотрим те, которые не могут быть устранены. Поэтому в дальнейшем при рассмотрении вопросов радиолокационного измерения будем полагать, что помеха $n(t)$, входящая в принимаемое колебание $y(t)$ (8.1), является внутренним шумом приемника РЛС, который может быть представлен широкополосным гауссовским шумом.

2. Основные положения теории оценивания в радиолокации

Известно (см. гл. 3), что апостериорная плотность распределения вероятностей позволяет наиболее полно судить о параметрах сигналов

$$p_{\text{АПС}}(\alpha_c) = k p_{\text{АПР}}(\alpha_c) \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^T [y(t) - s(t, \alpha_c)]^2 dt \right\} \quad (8.4)$$

или после преобразования

$$p_{\text{АПС}}(\alpha_c) = k p_{\text{АПР}}(\alpha_c) \exp \left(-\frac{E}{N_0} \right) \exp \left(-\frac{E}{N_0} \int_0^T y(t) - s(t, \alpha_c) dt \right). \quad (8.5)$$

Из выражений (8.4) и (8.5) следует, что при известной априорной плотности определение апостериорной плотности распределения вероятностей эквивалентно нахождению достаточной статистики, которая является функцией неизвестных координат и параметров движения целей.

$$y_{\text{вых}}(\alpha_c) = \int_0^T y(t) s(t, \alpha_c) dt. \quad (8.6)$$

Функция $y_{\text{ВЫХ}}(\alpha_c)$ определяет ту существенную операцию, которую нужно выполнить над принимаемым колебанием $y(t)$, чтобы извлечь всю доступную информацию о параметрах α_c . Другими словами, функция $y_{\text{ВЫХ}}(\alpha_c)$ является достаточной статистикой и для оценки информационных параметров α_{ci} радиолокационного сигнала.

Известно, что существуют несколько методов, в соответствии с которыми ищется оценка параметров полезного сигнала:

Оценка из условия минимума апостериорной дисперсии

$$\sigma_\alpha^2 = \int_{(\alpha)} (\alpha - \hat{\alpha}_c)^2 p_{\text{АПС}}(\alpha) d\alpha, \quad (8.7)$$

что приводит к оценке вида среднего значения (первого момента) от плотности $p_{\text{АПС}}(\alpha_c)$:

$$\hat{\alpha}_c = \int_{(\alpha)} \alpha p_{\text{АПС}}(\alpha) d\alpha. \quad (8.8)$$

Оценка по максимуму апостериорной вероятности, когда за оценку $\hat{\alpha}_c$ принимается то значение α_c , при котором для заданного наблюдения $y(t)$ апостериорная плотность распределения вероятностей имеет абсолютный максимум, то есть

$$\left. \frac{dp_{\text{АПС}}(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\hat{\alpha}} = 0. \quad (8.9)$$

Оценка по методу максимального правдоподобия, когда за оценку $\hat{\alpha}_c$ принимается то значение α_c , при котором функция правдоподобия $p(\alpha_c/y) = L(\alpha)$ достигает своего максимального значения, то есть

$$\left. \frac{dL(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\hat{\alpha}_c} = 0. \quad (8.10)$$

Метод максимума апостериорной вероятности переходит в метод максимального правдоподобия, когда априорная плотность неиз-

вестна и ее можно считать достаточно равномерно распределенной на интервале возможных значений информационного параметра радиолокационного сигнала (например, прямоугольной или нормальной с большой дисперсией).

Когда априорная плотность $p_{\text{АПР}}(\alpha)$ имеет гауссовский закон распределения, оценки, полученные рассмотренными выше методами, совпадают.

В радиолокационных измерениях широко используют критерий максимального правдоподобия, так как его использование не требует априорных сведений как при решении задач обнаружения и разрешения радиолокационных сигналов, так и при оценке их информационных параметров.

В теории оценок доказывается, что в этом случае оценки, полученные по методу максимума правдоподобия, гарантируют несмещенность оценок.

Наряду с получением оценок информационных параметров радиолокационного сигнала важно знать, какова эффективность данных оценок, то есть какова погрешность измерений, какова величина среднеквадратической ошибки оценивания, как она связана с характеристиками самой радиолокационной системы и с используемым радиолокационным сигналом.

В статистической теории оценивания в качестве количественной характеристики эффективности оценки обычно используют дисперсию ошибки оценивания в соответствии с границей Рао-Крамера.

Как уже отмечалось, в параметрах отраженных от целей электромагнитных колебаний «закодированы» координаты и данные о движении целей. В зависимости от решаемых радиолокационной системой задач могут рассматриваться различные допущения о характере изменения координат и параметров движения целей.

В ряде случаев, например при обзоре пространства, можно считать, что за время облучения целей координаты и параметры движения не изменяются во времени, они постоянны. В другом случае, при непрерывном сопровождении цели координаты целей непрерывно изменяются, но и в этом случае за время приема сигналов в течение некоторого интервала (например, длительности импульса или длительности пачки импульсов) можно также считать координаты и параметры движения постоянными. Во всех указанных

выше случаях измерение координат сводится к задаче оценки постоянных параметров сигналов, постоянных значений координат и параметров движения целей.

Когда допущение о постоянстве координат использовать нельзя, рассматривается оценивание изменяющихся во времени параметров сигналов, то есть осуществляется *фильтрация параметров*. В радиолокации широко используется двухэтапный метод оценивания координат и параметров целей. На *первом* этапе выполняется обработка высокочастотных радиолокационных сигналов и оценивании «мгновенных» отсчетных значений координат и параметров движения в течение времени, когда выполняется допущение о их постоянстве. На *втором* этапе осуществляется обработка «радиолокационных данных», то есть выполняется оценивание переменных во времени отсчетных значений координат, выполняется фильтрование процессов изменения координат. Этот второй этап осуществляется уже в области цифровых значений отсчетных величин и, как правило, соответствует видеочастотной или низкочастотной области спектра. Обычно фильтрация в этом случае относится к *линейному типу* фильтрации.

Рассмотрим в первую очередь задачу оценивания постоянных параметров. В гл.3 показано, что все методы оптимальной обработки сигналов с оцениванием координат сводятся к формированию достаточной *статистики* в виде корреляционного интеграла $\psi(\alpha_c)$, являющейся функцией сдвига принимаемого сигнала относительно опорного как по дальности и доплеровской частоте, так и по угловым координатам. В этом случае оценка координат сводится к определению положения максимума корреляционного интеграла (метод максимума статистики) по соответствующим координатным осям, то есть по дальности, доплеровской частоте, по угловым координатам. Параметр α_c можно рассматривать как некоторое обобщенное обозначение для любого оцениваемого параметра: расстояния до цели, доплеровской частоты или угловых координат. В общем виде параметр α_c можно рассматривать как вектор, составляющими которого являются все координаты и параметры движения целей. Величина α_c это переменная в опорном сигнале.

Итак, выходной сигнал оптимальной системы обработки пропорционален корреляционному интегралу:

$$y_{\text{вых}} = \psi(\alpha_c) = a\psi_s(\alpha_c) + \psi_n(\alpha_c), \quad (8.11)$$

где $a\psi_s(\alpha_c)$ – сигнальная часть корреляционного интеграла, равная корреляционной функции сигнала (см. 3.18) и пропорциональной функции неопределенности:

$$\psi_s(\alpha_c) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t, \alpha_c) S^*(t, \alpha_c) dt, \quad (8.12)$$

где α_c – обобщенное значение действительного координатного параметра для данной цели.

Шумовая функция $\psi_n(\alpha_c)$ соответственно равна

$$\psi_n(\alpha_c) = \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t, \alpha_c) dt. \quad (8.13)$$

Очевидно, что при отсутствии шумов $n(t) = 0$ максимум корреляционного интеграла $\psi(\alpha_c)$ совпадает с максимумом сигнальной составляющей $\psi_s(\alpha_c)$ и соответствует истинному положению цели по той или иной координатной оси α_c , то есть наблюдается соответствие $\alpha_c = \alpha_{\text{ц}}$. Наличие шумовой составляющей ψ_n приводит к случайному смещению максимума выходного сигнала $y_{\text{вых}}(\alpha_c) = \psi(\alpha_c)$.

На рис. 8.1 иллюстрируется влияние выходного шума ψ_n на положение максимума $y_{\text{вых}}(\alpha_c)$.

На рис. 8.1,а показана сигнальная функция $a\psi_s(\alpha_c)$, а на рис. 8.1,б – две реализации шумовой составляющей. Результирующий выходной сигнал $y_{\text{вых}}(\alpha_c)$ при наличии указанных двух реализаций шума показан на рис. 8.1,в. В зависимости от уровня интенсивности шумов изменение положения максимума различно. Чем больше интенсивность шумов, тем наблюдается большее возможное смещение

максимума $y_{\text{вых}}(\alpha_c)$ по оси α_c относительно истинного значения параметра цели $\alpha_{ц}$. Конечно, в каждой реализации шумовая составляющая случайна по своей структуре, и возникающее смещение максимума выходного сигнала относительно $\alpha_{ц}$ также случайно. На рис. 8.2 показано, как изменяется положение максимума $\psi(\alpha_c)$ при различных реализациях (1, 2,3,...) шумового сигнала ψ_n .

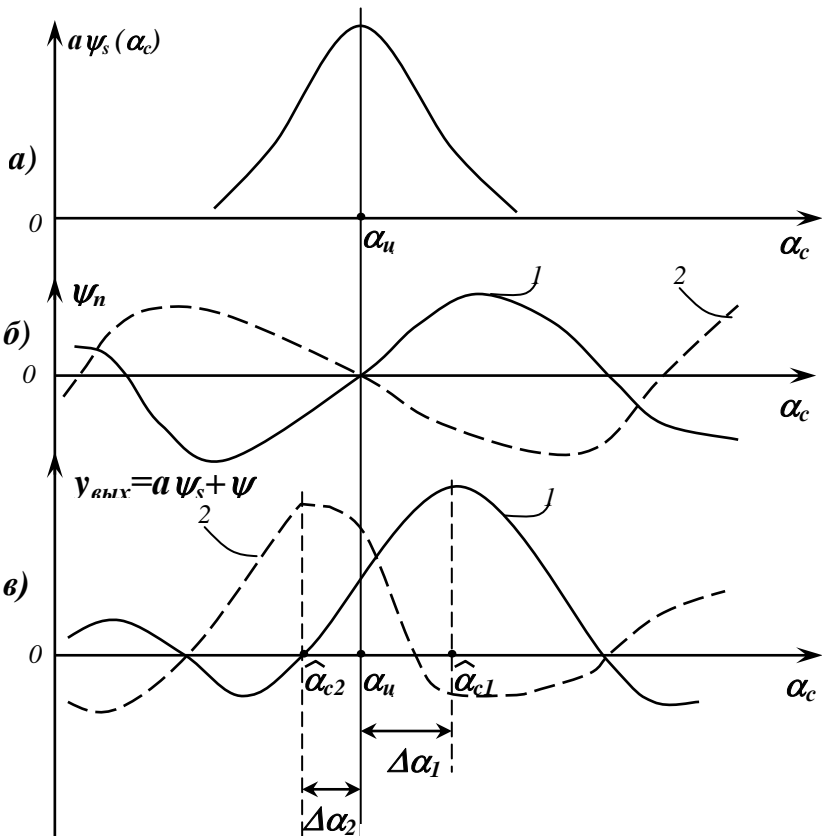


Рис. 8.1.

Возникающая погрешность в положении максимума

$$\Delta\alpha_i = \alpha_{ci} - \alpha_{ц} \tag{8.14}$$

является случайной и, конечно, зависит от реализации шума.

Видно также качественно, что величина погрешности зависит и от ширины корреляционной функции сигнала $\psi_s(\alpha_c)$ по соответствующей оси α_c .

Точность измерения координат цели (точность оценивания па-

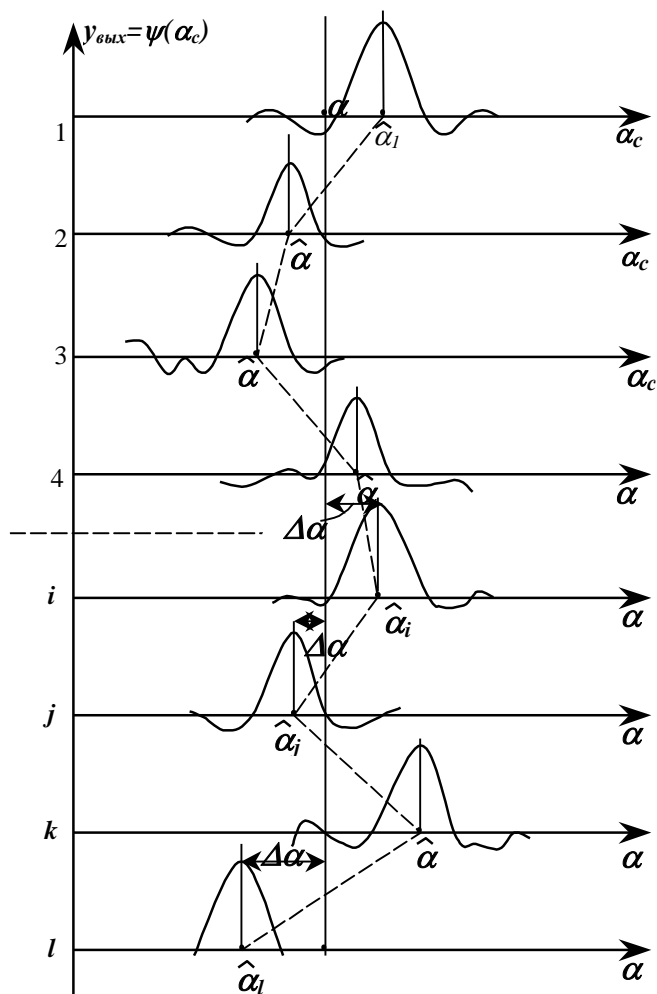


Рис. 8.2.

параметра $\alpha_{\text{ц}}$) можно определить по степени разброса погрешности $\Delta\alpha_i$ относительно истинного значения координаты цели $\alpha_{\text{ц}}$.

Мерой точности, как отмечено выше, в математической статистике принято значение дисперсии погрешности

$$\sigma_{\Delta\alpha}^2 = \overline{(\alpha_{\text{с}} - \alpha_{\text{ц}})^2} \quad (8.15)$$

или величина среднеквадратического значения погрешности $\sigma_{\Delta\alpha}$.

В данной главе рассматриваются в первую очередь предельные (потенциальные) точности измерения координат, которые в общем случае зависят от отношения энергии принимаемого сигнала и интенсивности шума и от вида принимаемого сигнала (при измерении расстояний и скорости движения цели, а также от характеристик антенной системы при измерениях угловых координат). Эти погрешности принципиально не могут быть устранены или каким-то образом скорректированы и всегда сопутствуют радиолокационным измерениям координат и параметров движения цели.

Важность изучения потенциальной предельной точности измерения состоит в том, что анализируется точность измерений в некоторой идеальной системе, работающей в идеальных условиях. В реальных системах точность измерений, как правило, меньше (дисперсия погрешностей больше) из-за различных отклонений от идеальных условий. Однако сравнение потенциальной (предельной) точности с реальной позволит оценивать степень совершенства радиолокационной системы или ее отдельных узлов и каналов.

3. Обобщенная формула для нахождения дисперсии погрешностей измерения координат

При условии постоянства за время измерения (оценивания) координат и параметров движения цели, то есть постоянства в общем случае обобщенного параметра $\alpha_{\text{ц}}$, положение максимума $\psi(\alpha_{\text{с}})$ после обнаружения цели мало смещается относительно истинного значения измеряемой координаты цели $\alpha_{\text{ц}}$. Это обусловлено тем, что отношение энергии принимаемого сигнала к шуму достаточно вели-

ко при обнаружении цели и ложные выбросы выходного сигнала с большой вероятностью отсутствуют.

При оценке параметра $\alpha_{\text{ц}}$ по методу максимума функции правдоподобия и соответственно по максимуму выходного сигнала $y_{\text{вых}}(\alpha_c)$ необходимо применить известные математические способы нахождения максимума функции от параметра α_c .

Представим сигнальную часть выходного сигнала $y_{\text{вых}}$ в виде ряда Тейлора по величине погрешности $(\alpha_c - \alpha_{\text{ц}}) = \Delta\alpha$ относительно истинного значения параметра $\alpha_{\text{ц}}$. Величина переменной α_c равна $\alpha_c = \alpha_{\text{ц}} + \Delta\alpha$

$$\begin{aligned} \Psi_s(\alpha_c) &= \Psi_s(\alpha_{\text{ц}} + \Delta\alpha) = \\ &= \Psi_s(\alpha_{\text{ц}}) + \left. \frac{d\Psi_s(\alpha_c)}{d\alpha_c} \right|_{\alpha_c=\alpha_{\text{ц}}} \Delta\alpha + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\Psi_s(\alpha_c)}{d\alpha_c^2} \right|_{\alpha_c=\alpha_{\text{ц}}} (\Delta\alpha)^2 + \dots \end{aligned} \quad (8.16)$$

Обратим внимание, что первая производная функции $\Psi_s(\alpha_c)$ в точке, где $\alpha_c = \alpha_{\text{ц}}$ равна нулю, так как это соответствует максимуму сигнальной функции $\Psi_s(\alpha_{\text{ц}})$ в виде ряда (8.16). С учетом этого получаем (см.(8.11)):

$$\begin{aligned} y_{\text{вых}}(\alpha_c) &= \psi(\alpha_c) = \\ &= a\Psi_s(\alpha_{\text{ц}}) + \frac{a}{2} \left. \frac{d^2\Psi_s(\alpha_c)}{d\alpha_c^2} \right|_{\alpha_c=\alpha_{\text{ц}}} (\Delta\alpha)^2 + \dots + \Psi_n(\alpha_c). \end{aligned} \quad (8.17)$$

Найдем первую производную функции $y_{\text{вых}}(\alpha_c)$ по параметру α_c для нахождения оценки $\hat{\alpha}_c$, соответствующей максимуму $y_{\text{вых}}(\alpha_c)$. Оценка $\hat{\alpha}_c$ отличается от $\alpha_{\text{ц}}$ на величину погрешности, которую найдем из уравнения, если продифференцировать (8.17) по α_c (или по $\Delta\alpha$):

$$\frac{dy_{\text{ВЫХ}}}{d\alpha_c} = \frac{\alpha d^2 \psi_c(\alpha_c)}{d\alpha_c^2} \Big|_{\alpha_c = \alpha_{\text{ц}}} \Delta\alpha + \dots + \frac{d\psi_n(\alpha_c)}{d\alpha_c} = 0. \quad (8.18)$$

Для оценки погрешности $\Delta\alpha$ получаем из (8.18) соотношение

$$\Delta\alpha = -\frac{\Psi'_n(\alpha_{\text{ц}})}{a\Psi''_s(\alpha_{\text{ц}})}. \quad (8.19)$$

Производная шумовой части при определении $\Delta\alpha$ также берется в точке $\alpha_c = \alpha_{\text{ц}}$.

Погрешность $\Delta\alpha$ является случайной величиной со средним значением равным нулю, так как

$$M\{\Delta\alpha\} = -\frac{M\{\psi'_n(\alpha_{\text{ц}})\}}{a\psi''_s(\alpha_{\text{ц}})} = 0.$$

Действительно (см.(8.13)):

$$M\{\psi'_n(\alpha_c)\} = \frac{d}{d\alpha_c} \int_{-\infty}^{\infty} M\{n(t)\}S(t, \alpha_c)dt \Big|_{\alpha_c = \alpha_{\text{ц}}} = 0, \quad (8.20)$$

так как принято, что шум $n(t)$ имеет среднее значение, равное нулю. Таким образом, получаемая оценка $\hat{\alpha}_c$ является несмещенной величиной и дисперсия погрешности имеет вид (см. (8.19)):

$$\sigma_{\Delta\alpha}^2 = M\{\Delta\alpha^2\} = \frac{M\{[\psi_n(\alpha_c)]^2\}}{a^2[\psi''_s(\alpha_{\text{ц}})]^2}. \quad (8.21)$$

Для дальнейшего упрощения формулы (8.21) преобразуем числитель и знаменатель следующим образом. Числитель представим в виде (с учетом формулы(8.13)):

$$M \{ [\Psi'_n(\alpha_c)]^2 \} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M \{ n(t_1) n(t_2) \} \left. \frac{dS(t_1, \alpha_c)}{d\alpha_c} \right|_{\alpha_c=\alpha_{ц}} \left. \frac{dS(t_2, \alpha_c)}{d\alpha_c} \right|_{\alpha_c=\alpha_{ц}} dt_1 dt_2. \quad (8.22)$$

Корреляционная функция шума $n(t)$ равна:

$$K_n(t_1, t_2) = M \{ (n(t_1) n(t_2)) \} = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2). \quad (8.23)$$

Используя фильтрующие свойства дельта-функции при преобразовании (8.22), получаем

$$M \{ [\Psi'_n(\alpha_{ц})]^2 \} = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{dS(t, \alpha_c)}{d\alpha_c} \right]_{\alpha_c=\alpha_{ц}}^2 dt. \quad (8.24)$$

Для дальнейших преобразований формулы (8.21) воспользуемся тождеством*

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(t, \alpha_{ц}) S(t, \alpha_{ц}) dt = - \int_{-\infty}^{\infty} [S'(t, \alpha_{ц})]^2 dt. \quad (8.25)$$

* Действительно, имеем тождество

$$\frac{d^2}{d\alpha_c^2} \left[\frac{1}{2} S^2(t, \alpha_c) \right] = S(t, \alpha_c) S''(t, \alpha_c) + S'(t, \alpha_c) S'(t, \alpha_c). \quad (1)$$

При интегрировании по времени обеих частей равенства (1) получаем

$$\frac{d^2}{d\alpha_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t, \alpha_c) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S(t, \alpha_c) S''(t, \alpha_c) dt + \int_{-\infty}^{\infty} S'(t, \alpha_c) S'(t, \alpha_c) dt. \quad (2)$$

Левая часть (2) равна нулю, так как интеграл соответствует в этой формуле постоянному значению, независящему от параметра α_c , равному энергии сигнала E_o . Из выражения (2) при подстановке $\alpha_c = \alpha_{ц}$ получаем тождество (8.25) в тексте.

Это позволяет переписать (8.24) в виде

$$M \left\{ \left[\psi'_n(\alpha_n) \right]^2 \right\} = \frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S(t, \alpha_n) S''(t, \alpha_n) dt. \quad (8.26)$$

Рассмотрим в знаменателе (8.21) функцию

$$\psi''_s(\alpha_n) = \frac{d^2}{d\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} S(t, \alpha_n) S(t, \alpha) dt \Big|_{\alpha=\alpha_n} = \int_{-\infty}^{\infty} S(t, \alpha_n) S''(t, \alpha_n) dt. \quad (8.27)$$

Обратим внимание, что (8.26) в этом случае равно (используем соотношение (8.27))

$$M \left\{ \left[\psi'_n(\alpha_n) \right]^2 \right\} = -\frac{N_o}{2} \psi''_s(\alpha_n). \quad (8.28)$$

Для преобразования формулы для дисперсии (8.21) подставим выражение (8.28) в числитель. В результате получаем

$$\sigma_{\Delta\alpha}^2 = \frac{N_o/2}{a^2 |\psi''_s(\alpha_n)|}. \quad (8.29)$$

Если учесть, что энергия сигнала $E = a^2 E_o$, то при нормировке $\psi''_c(\alpha_n)$:

$$\psi''_{s.o}(\alpha_n) = \frac{\psi''_s(\alpha_n)}{E_o}. \quad (8.30)$$

Получаем формулу для дисперсии $\sigma_{\Delta\alpha}^2$ в виде

$$\sigma_{\Delta\alpha}^2 = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_o} \right) |\psi''_{s.o}(\alpha_n)|}. \quad (8.31)$$

Формула (8.31) используется в дальнейшем при анализе потенциальной точности измерения координат и параметров движения цели. Из формулы (8.31) следует, что дисперсия погрешности измерений тем меньше, чем больше отношение энергии сигнала E , отра-

женного от цели, и спектральной плотности шума N_o . Точность тем выше, чем больше вторая производная корреляционной функции сигнала $\psi_{s.o}(\alpha_c)$ по параметру α_c в точке $\alpha_c = \alpha_{ц}$. В дальнейшем показано, что вторая производная $\psi_{s.o}(\alpha_c)$ в точке $\alpha_c = \alpha_{ц}$ количественно обратно пропорциональна ширине функции неопределенности сигнала по соответствующей оси α_c , которую обозначим $\Delta\alpha_c$. В этом случае

$$|\psi''_{s.o}(\alpha_{ц})| = 1/\Delta\alpha_c. \quad (8.32)$$

Так как разрешающая способность РЛ систем по соответствующей координате (или параметру движения) определяется шириной ФН сигнала $\Delta\alpha_c$, то получаем удобные соотношения для оценки точности, если подставить (8.32) в (8.31)

$$\sigma_{\Delta\alpha}^2 = \frac{\Delta\alpha_c}{(2E/N_o)}. \quad (8.33)$$

Следовательно, потенциальная точность измерений координат тем выше, чем выше разрешающая способность РЛ системы по соответствующей координате $\delta\alpha_c = \Delta\alpha_c$, и обратно пропорциональна отношению энергии сигнала к шуму $2E/N_o$.

В последующих параграфах данной главы рассмотрены потенциальные точности измерения расстояний, доплеровской частоты цели, угловых координат.

8.2. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ И СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛИ (ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЫ)

1. Потенциальная точность измерения расстояний

Для оценки дисперсии погрешности измерения расстояний до цели воспользуемся формулой (8.31). В качестве параметра α_c выступает время запаздывания t_c . Вводящая в формулу (8.31) вторая

производная функции неопределенности по времени запаздывания может быть определена, если предварительно определить вид сечения ФН по оси t_c . Следует учесть, что ФН может быть представлена в виде (см.(6.88)):

$$\psi_s(t_c, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f) S^*(f - \nu) e^{j2\pi f(t_c - t_d)} df, \quad (8.34)$$

где в формуле (6.88) произведена замена $\tau = t_c - t_d$. Найдем форму сечения ФН по оси t_c , положив в (8.34) $\nu = 0$:

$$\psi_c(t_c) = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 e^{j2\pi f(t_c - t_d)} df. \quad (8.35)$$

Вторая производная по t_c в точке, где $t_c = t_d$ равна

$$\begin{aligned} & \left. \frac{d^2 \psi_c(t_c)}{dt_c^2} \right|_{t_c = t_d} = \\ & = -2\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 e^{j2\pi f(t_c - t_d)} df \Big|_{t_c = t_d} = -2\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df. \end{aligned} \quad (8.36)$$

С учетом нормировки по отношению к E_o получаем

$$\left. \frac{d^2 \psi_{so}(t_c)}{dt_c^2} \right|_{t_c = t_d} = -\frac{(2\pi)^2}{E_o} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df, \quad (8.37)$$

но в выражении (8.37) величина

$$\frac{1}{E_o} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df = \sigma_f^2 \quad (8.38)$$

характеризует ширину спектра применяемого сигнала (см.(6.111)) как «дисперсию» спектра. Эффективная ширина спектра $\Delta f_{c, \text{эф}}$ введена в гл.6 (см.(6.121))

$$\Delta f_{c.\text{эф}} = 2\pi\sigma_f. \quad (8.39)$$

Следовательно, вторая производная от $\psi_{so}(t_c)$ с учетом (8.37)-(8.39) равна

$$\left. \frac{d^2\psi_{so}(t_c)}{dt_c^2} \right|_{t_c=t_d} = \Delta f_{c.\text{эф}}^2. \quad (8.40)$$

Таким образом, дисперсия погрешности измерения расстояний (задержки по дальности) может быть записана в виде (с учетом (8.40)):

$$\sigma_{t_d}^2 = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_o}\right) \left| \psi_{so}''(t_d) \right|} = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_o}\right) \Delta f_{c.\text{эф}}^2}. \quad (8.41)$$

Если учесть, что величина $\Delta f_{c.\text{эф}}$ обратно пропорциональна эффективной ширине ФН по оси t_c (по оси τ_c), равной $\tau_{\text{вых.эф}}$ (см. (6.131)), то получаем

$$\Delta f_{c.\text{эф}} = \frac{1}{\tau_{\text{вых.эф}}}. \quad (8.42)$$

Итак, окончательно можно записать для дисперсии $\sigma_{t_d}^2$

$$\sigma_{t_d}^2 = \frac{\tau_{\text{вых.эф}}^2}{\left(\frac{2E}{N_o}\right)}. \quad (8.43)$$

Так как разрешение по времени задержки определяется величиной $\tau_{\text{вых.эф}}$:

$$\delta\tau_{\text{вых}} = \tau_{\text{вых.эф}}, \quad (8.44)$$

то справедливо соотношение

$$\sigma_{t_d}^2 = \frac{(\delta\tau_{\text{ВЫХ}})^2}{(2E/N_o)}. \quad (8.45)$$

При переходе к дисперсии погрешности измерения расстояний используется известная связь $D = ct_d/2$:

$$\sigma_d^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{(\delta\tau_{\text{ВЫХ}})^2}{(2E/N_o)} = \frac{(\delta D)^2}{(2E/N_o)} = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{1}{(2E/N_o)\Delta f_{\text{с.эф}}^2}. \quad (8.46)$$

Таким образом, потенциальная точность измерения расстояний определяется разрешением по дальности и соотношением энергии сигнала к шуму. Также можно отметить, что точность тем выше, чем шире спектр сигнала $\Delta f_{\text{с.эф}}$.

2. Потенциальная точность измерения доплеровской частоты и скорости целей

Для оценки дисперсии погрешности измерения доплеровской частоты, по аналогии с предыдущим пунктом, воспользуемся также формулой (8.31). В качестве параметра α_c выступает доплеровская частота f_c . Найдем предварительно форму сечения ФН по оси доплеровских частот. Используем первую форму представления ФН (см. (6.78):

$$\psi_s(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) S^*(t - \tau) e^{j2\pi\nu t} dt. \quad (8.47)$$

Так как $\nu = f_{\text{дп}} - f_c$, то сечение по оси f_c можно записать в виде (положив $\tau=0$)

$$\psi_s(f_c) = \int_{-\infty}^{\infty} |S(t)|^2 e^{j2\pi(f_{\text{дп}} - f_c)t} dt. \quad (8.48)$$

Вторая производная $\psi_c(f_c)$ по f_c в точке $f_c = f_{\text{дп}}$ равна

$$\left. \frac{d^2 \Psi_s(f_c)}{df_c^2} \right|_{f_c=f_{\text{дп}}} = (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |S(t)|^2 dt. \quad (8.49)$$

С учетом нормировки по отношению к E_o имеем

$$\left. \frac{d^2 \Psi_{so}(f_c)}{df_c^2} \right|_{f_c=f_{\text{дп}}} = \frac{(2\pi)^2}{E_o} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |S(t)|^2 dt. \quad (8.50)$$

В соответствии с (6.115) введем «дисперсию» амплитудной огибающей сигнала во времени:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{E_o} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |S(t)|^2 dt. \quad (8.51)$$

Эффективная длительность сигнала (см. (6.122)) связана с σ_t :

$$\tau_{c.\text{эф}} = 2\pi\sigma_t. \quad (8.52)$$

В результате вторая производная $\Psi_{so}(f_c)$ (8.50) равна

$$\left. \frac{d^2 \Psi_{so}(f_c)}{df_c^2} \right|_{f_c=f_{\text{дп}}} = \tau_{c.\text{эф}}^2. \quad (8.53)$$

Следовательно, дисперсии погрешности измерения доплеровской частоты равна:

$$\sigma_{f_{\text{дп}}}^2 = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_o} \right)^2 |\Psi''_{so}(f_{\text{дп}})|} = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_o} \right)^2 \tau_{c.\text{эф}}^2}. \quad (8.54)$$

Другую разновидность формулы (8.54) получим, если учтем связь $\tau_{c.\text{эф}}$ с величиной разрешения по доплеровской частоте, определяемой шириной сечения ФН по оси доплеровских частот $\Delta v_{\text{вых.эф}}$. Величина $\delta f_{\text{дп}} = \Delta v_{\text{вых.эф}} = 1/\tau_{c.\text{эф}}$ (см. (6.133)) и тогда

$$\sigma_{f_{\text{дп}}}^2 = \frac{\Delta v_{\text{вых.эф}}^2}{(2E/N_o)} = \frac{(\sigma f_{\text{дп}})^2}{(2E/N_o)}. \quad (8.55)$$

Итак, точность измерения доплеровской частоты тем выше, чем больше длительность сигнала $\tau_{с.эф}$, или чем выше разрешение целей по доплеровской частоте $\delta f_{дп}$.

Определить дисперсию погрешности по скорости относительно движения цели можно по формуле

$$\sigma_{\Delta v}^2 = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \sigma_{f_{дп}}^2, \quad (8.56)$$

где использовано известное соотношение связи радиальной скорости движения цели и доплеровской частоты ($f_{дп} = 2V/\lambda$).

3. Потенциальная точность измерения угловых координат целей

Так же как и при измерении расстояния и скорости цели на потенциальную точность измерения угловых координат влияют шумовые сигналы, в частности, внутренние шумы.

Для определения дисперсии погрешности измерения угловых координат воспользуемся формулой (8.31). Для упрощения рассмотрим пеленгацию цели в одной плоскости, хотя аналогичным образом можно рассмотреть пеленгацию цели и в двух плоскостях.

Формулу (8.31) запишем для случая оценки угловой координаты β_c . Введенные в гл.6 параметры нормированы к длине волны. Пространственная частота f_x связана с угловыми координатами β_c и $\beta_{ц}$ следующими соотношениями:

$$f_{xc} = \frac{\beta_c}{\lambda}; \quad f_{xц} = \frac{\beta_{ц}}{\lambda}. \quad (8.57)$$

Следовательно, параметр α_c в формуле (8.31) принимает форму пространственной частоты f_{xc} для переменной в области пространственных величин.

Сечение пространственной функции неопределенности ψ_x по оси f_{xc} в соответствии с формулой (6.157) может быть записано в виде

$$\psi_x(f_{xc}) = \int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 e^{j2\pi(f_{xc} - f_{xц})x} dx. \quad (8.58)$$

Все обозначения в (8.58) соответствуют обозначениям, введенным в п.6.4. В результате формула для дисперсии погрешности измерений по угловым координатам (8.31) запишем в виде

$$\sigma_{f_{\text{ли}}}^2 = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_o}\right) \left| \frac{d^2}{df_{xc}^2} \psi_{xo}(f_{xc}) \right|_{f_{xc}=f_{\text{ли}}}}. \quad (8.59)$$

В формулу (8.59) входит нормированное значение сечение пространственной ФН по отношению к коэффициенту направленного действия G_o :

$$G_o = \int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 dx. \quad (8.60)$$

Соответственно и энергия сигнала E включает величину G_o , то есть

$$E = a^2 G_o E_o. \quad (8.61)$$

Определим вторую производную от $\psi_{xo}(f_{xc})$ по пространственной частоте f_{xc} в точке $f_{xc}=f_{\text{ли}}$:

$$\left. \frac{d^2 \psi_{xo}(f_{xc})}{df_{xc}^2} \right|_{f_{xc}=f_{\text{ли}}} = \frac{(2\pi)^2}{G_o} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |A(x)|^2 dx. \quad (8.62)$$

Параметр, характеризующий ширину апертуры по оси X , назван в гл.6 (см. (6.162)) *эффективной шириной* апертуры $L_{\text{эф}}$, определяемый по формуле

$$L_{\text{эф}}^2 = (2\pi)^2 \sigma_x^2, \quad (8.63)$$

где σ_x^2 – второй центральный момент распределения $|A(x)|^2$ по апертуре, равный

$$\sigma_x^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 |A(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 dx}. \quad (8.64)$$

Видно, что вторая производная от ФН (8.62) может быть записана (с учетом (8.64) и (8.63)) как

$$\left. \frac{d^2 \psi_{xo}(f_{xc})}{df_{xc}^2} \right|_{f_{xc}=f_{\text{ц}}} = L_{\text{эф}}^2. \quad (8.65)$$

Следовательно, дисперсия погрешности измерения по угловым координатам (8.59) становится равной:

$$\sigma_{f_{\text{ц}}}^2 = \frac{1}{\left(\frac{2E}{N_o} \right) L_{\text{эф}}^2}. \quad (8.66)$$

Так как ширина пространственной ФН по оси пространственной частоты $f_{\text{ц}}$ равна

$$\Delta v_x = \frac{1}{L_{\text{эф}}}. \quad (8.67)$$

то другое соотношение для дисперсии $\sigma_{f_{\text{ц}}}^2$ может быть записанной в виде

$$\sigma_{f_{\text{ц}}}^2 = \frac{\Delta v_{x,\text{эф}}^2}{\left(\frac{2E}{N_o} \right)}. \quad (8.68)$$

Так как $f_x = \beta/\lambda$, то $\Delta v_{x,\text{эф}} = \theta_{\text{л}}/\lambda$, где $\theta_{\text{л}}$ – эффективная ширина ФН по угловой величине, и дисперсия (8.68) становится равной

$$\sigma_{\beta}^2 = \lambda^2 \sigma_{f_{\text{ц}}}^2 = \frac{\theta_{\text{л}}^2}{(2E/N_o)} = \frac{\delta \beta^2}{(2E/N_o)}, \quad (8.69)$$

где $\delta\beta$ – величина разрешающей способности по угловой координаты β .

Обобщение на случай двухмерной апертуры очевидно. Полученные соотношения позволяют оценить потенциальную точность измерения угловых координат при известных характеристиках антенны РЛ системы. Из полученных соотношений, например, видно (см. (8.64)), что можно увеличить σ_x^2 и, следовательно, $L_{\text{эф}}$ при одном и том же физическом размере апертуры путем перераспределения функции распределения поля $A(x)$ симметрично к краям апертуры. Такое «краевое» распределение $A(x)$ характерно, например, для РЛ интерферометров и для других фазовых систем измерения угловых координат.

В реальных РЛ системах дисперсия погрешности измерения угловых координат может быть больше, чем потенциальная величина. Это обусловлено, как уже отмечалось, многими причинами. Кроме уже указанных факторов, следует учитывать и некоторые специфические явления при измерении угловых координат, которые могут оказать существенное влияние на точность измерения угловых координат. Это, в первую очередь, явление флюктуаций положения волнового фронта отраженных колебаний от сложной цели (см. гл. 2). Очевидно, что перпендикуляр к волновому фронту, определяющий линию визирования цели, не всегда направлен на геометрический центр цели и, следовательно, возникает дополнительная погрешность измерения угловых координат.

8.3. ОПТИМАЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ

1. Введение

В предыдущих параграфах данной главы были рассмотрены вопросы оценки параметров принимаемых сигналов как основной процедуры при измерениях координат и параметров движения целей. Было принято допущение о постоянстве оцениваемых параметров. Получены соотношения, которые позволяют найти дисперсии погрешностей измерений, определяющие потенциальную точность.

Методика оценивания на основе найденных оптимальных алгоритмов обработки РЛ сигналов позволяет найти ряд структур, которые можно рассматривать как оптимальные измерители, выполняющие оценку параметров по максимуму функции правдоподобия или, что эквивалентно, по максимуму корреляционного интеграла $\Psi(\alpha_c)$.

2. Оптимальные измерители (дискриминаторы)

Для определения структуры оптимального измерителя рассмотрим корреляционный интеграл $\Psi(\alpha_c)$ (8.11), который для определения максимума необходимо продифференцировать по параметру сдвига α_c и приравнять к нулю:

$$\frac{d\Psi(\alpha_c)}{d\alpha_c} = 0,$$

или

$$\frac{d}{d\alpha_c} \left[\int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t, \alpha_c)dt \right] = 0. \quad (8.70)$$

Решение уравнения (8.70) позволяет найти то значение параметра α_c , при котором функция правдоподобия $L(\alpha_c) = p(y/\alpha_c)$ достигает своего максимального значения. Следовательно, оптимальное устройство измерения (оценки) параметров радиолокационного сигнала – это устройство определения положения максимума корреляционного интеграла и нахождения соответствующего ему значения параметра $\hat{\alpha}_c$. Часто это оптимальное устройство называют оптимальным дискриминатором, подчеркивая способность измерителя выявлять степень отклонения истинного значения параметра α_c от его значения $\hat{\alpha}$ в точке максимума $\Psi(\alpha_c)$.

Выполняя дифференцирование по α_c в выражении (8.70), получаем уравнение, которое позволяет найти значение $\hat{\alpha}_c$, соответствующее максимуму $\Psi(\alpha_c)$:

$$y_{\text{вых}} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \frac{d}{d\alpha_c} S(t, \alpha_c) \bigg|_{\alpha_c = \hat{\alpha}_c} dt = 0. \quad (8.71)$$

В соответствии с (8.71) структурную схему оптимального измерителя можно представить в виде, приведенном на рис. 8.3.

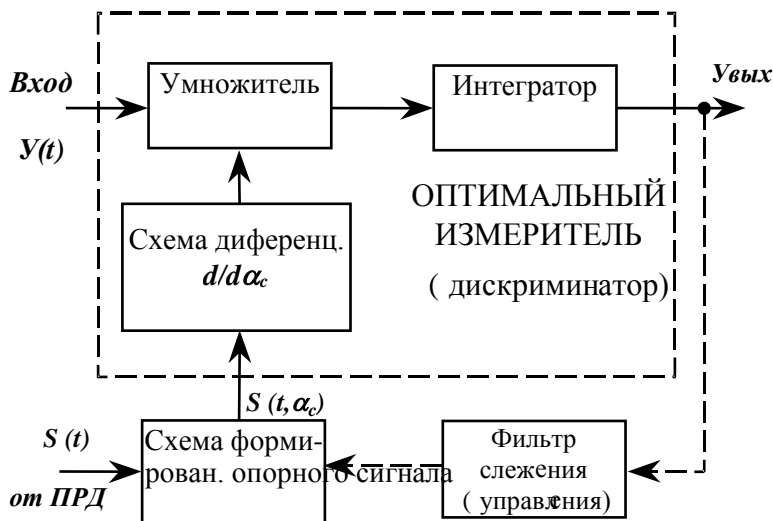


Рис. 8.3.

Она включает схему дифференцирования опорного сигнала $S(t, \alpha_c)$, умножитель и интегратор, выполняющие накопление сигнала в течение времени t_n (времени существования полезного сигнала). При изменении параметра α_c относительно точки $\hat{\alpha}$ сигнал на выходе интегратора также изменяется пропорционально производной огибающей сигнала $\Psi(\alpha_c)$ (рис. 8.4,а). При наличии сигнала, отраженного от цели, на входе нулевое значение выходного сигнала соответствует оценке $\alpha_c = \hat{\alpha}_c$ координаты или параметра движения цели (рис. 8.4,б)

Выходной сигнал дискриминатора является функцией рассогласования $\alpha_c - \hat{\alpha}_c$. Если сигнал $(\alpha_c - \hat{\alpha}_c)$ (сигнал ошибки) подать

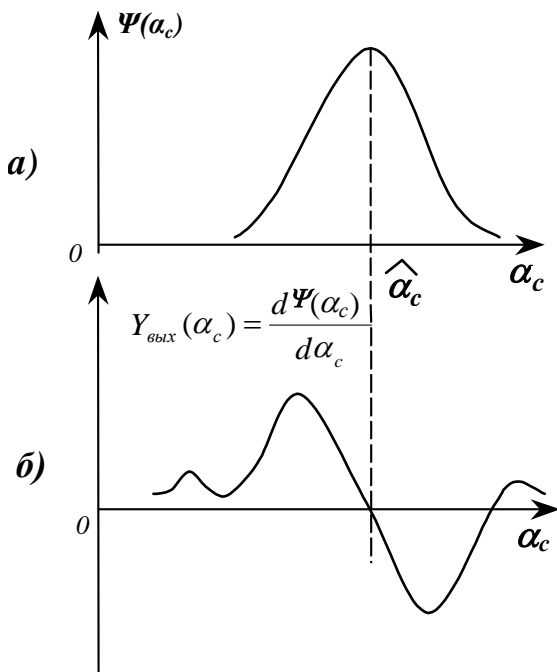


Рис. 8.4.

на цепь управления и замкнуть обратную связь, подав управляющее воздействие на дискриминатор, то получим систему, следящую за изменением параметра α_c (следящий измеритель). На рис. 8.3 цепь обратной связи показана пунктиром.

Другой способ решения уравнения (8.71) состоит в приближенном представлении производной опорного сигнала в разностной форме. Можно записать

$$\frac{d}{d\alpha_c} S(t, \alpha_c) = \frac{1}{\Delta\alpha_c} \left[S\left(t, \alpha_c + \frac{\Delta\alpha_c}{2}\right) - S\left(t, \alpha_c - \frac{\Delta\alpha_c}{2}\right) \right]. \quad (8.72)$$

Чем меньше интервал $\Delta\alpha_c$, тем точнее выполняется операция дифференцирования (8.72). Значение $\Delta\alpha_c$ выбирают вблизи ожидаемого значения параметра α_c , как правило, симметрично относительно него.

Используя представление (8.72), перепишем уравнение для

оценки (8.71) в виде

$$y_{\text{изм}}(\alpha_c) = \frac{1}{\Delta\alpha_c} \left[\int_{-\infty}^{\infty} y(t) S\left(t, \alpha_c + \frac{\Delta\alpha}{2}\right) dt - \int_{-\infty}^{\infty} y(t) S\left(t, \alpha_c - \frac{\Delta\alpha}{2}\right) dt \right] = 0. \quad (8.73)$$

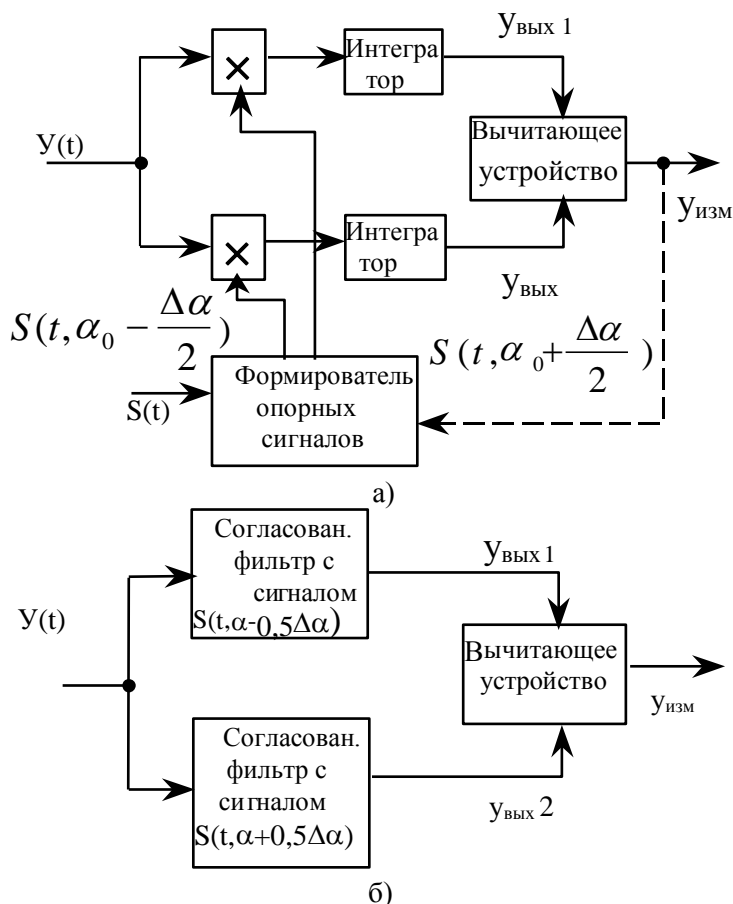


Рис. 8.5.

Структурные схемы квазиоптимальных измерителей, построенных в соответствии с выражением (8.73), приведены на рис. 8.5,а и 8.5,б. Схема на рис. 8.5,а реализована с использованием коррелято-

ров, а на рис. 8.5,б – с использованием фильтров, согласованных с сигналами $S\left(t, \alpha_c + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)$ и $S\left(t, \alpha_c - \frac{\Delta\alpha}{2}\right)$, которые расстроены относительно друг друга на величину $\Delta\alpha_c$. Следовательно, максимумы выходных сигналов $y_{\text{вых1}}$ и $y_{\text{вых2}}$ несколько смещены друг относительно друга. После вычитания данных сигналов получим напряжение, пропорциональное разности между значением параметра $\hat{\alpha}_c$ и его опорным значением α_c . Если фиксировать значение выходного напряжения вычитающего устройства при заданном $\hat{\alpha}_c$ и различных значениях параметра α_c , то получим характеристику, аналогичную показанной на рис. 8.4,б. Равенство нулю сигнала на выходе вычитающего устройства соответствует моменту, когда $\alpha_c = \hat{\alpha}_c$.

Возможны другие варианты построения квазиоптимальных измерителей, основанные на представлении производной в виде интегральных соотношений. Например, интегральной функцией, содержащей дельта-функцию $\delta(Z)$ или функцию вида $(\sin Z)/Z$:

$$y_{\text{изм}}(\alpha_c) = \frac{d\Psi(\alpha_c)}{d\alpha_c} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(Z) \frac{d}{d\alpha_c} \delta(Z - \alpha_c) dZ, \quad (8.74)$$

$$y_{\text{изм}}(\alpha_c) = \frac{d\Psi(\alpha_c)}{d\alpha_c} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(Z) \frac{d}{d\alpha_c} \left[\frac{\sin \pi b(Z - \alpha_c)}{\pi b(Z - \alpha_c)} \right] dZ. \quad (8.75)$$

На рис. 8.6,а приведены виды функций $\delta(X)$ и ее первой производной, а на рис. 8.6,б соответственно функция $(\sin Z)/Z$ и ее производная. Продифференцированные функции $\delta(X)$ и $(\sin Z)/Z$ имеют форму, характерную для дискриминационных характеристик многих реальных измерительных и следящих систем.

На рис. 8.7 представлена структурная схема оптимального дискриминационного устройства, в котором реализуется представленный вариант определения положения максимума функции $\Psi(\alpha_c)$ на основе применения интегральных соотношений (8.74) и (8.75).

Выходной сигнал $y(t)$ подается на оптимальное устройство обработки, например, на согласованный фильтр. Выходной сигнал $\Psi(\alpha_c)$ подается на определитель максимума (узел дифференцирования), который представляет собой корреляционное устройство, в ко-

тором в качестве опорного сигнала подается дискриминационный сигнал $f_{\text{дс}}$ вида $d\delta(Z)/dZ$ или $d\delta(\sin Z/Z)/dZ$.

Положение этого дискриминационного сигнала может сме-

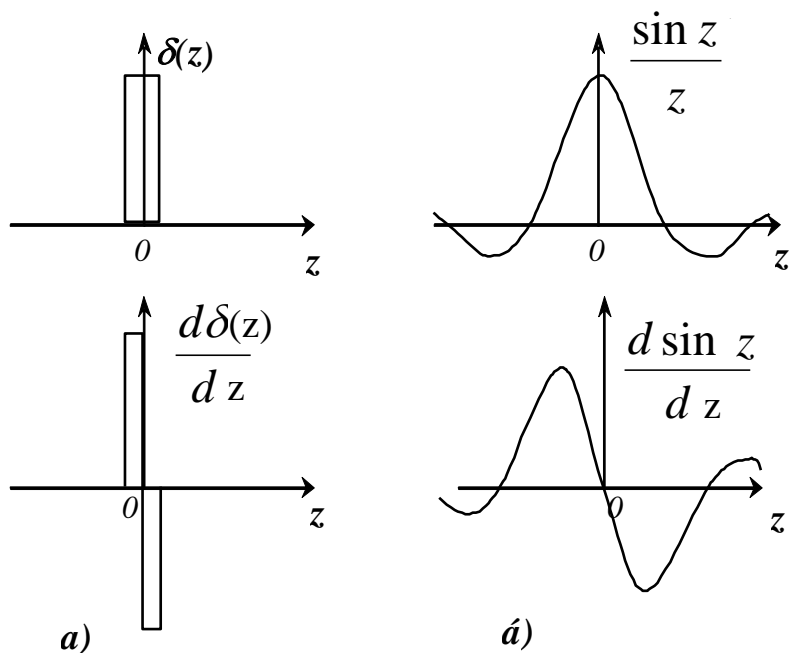


Рис. 8.6.

щаться по параметру α_c в ту или другую сторону. Как и в других рассмотренных выше схемах, равенство нулю выходного сигнала $y_{\text{изм}}$ соответствует положению оценки параметра $\hat{\alpha}_c$ и, следовательно, значению измеренной координаты или параметра движения цели.

Возможен вариант построения оптимального измерителя, основанный на способе определения максимума функции по значению первого начального момента функции $\Psi(\alpha_c)$ относительно некоторого опорного значения α_c :

$$y_{\text{изм}}(\alpha_o) = \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_o - Z) \Psi(Z) dZ. \quad (8.76)$$

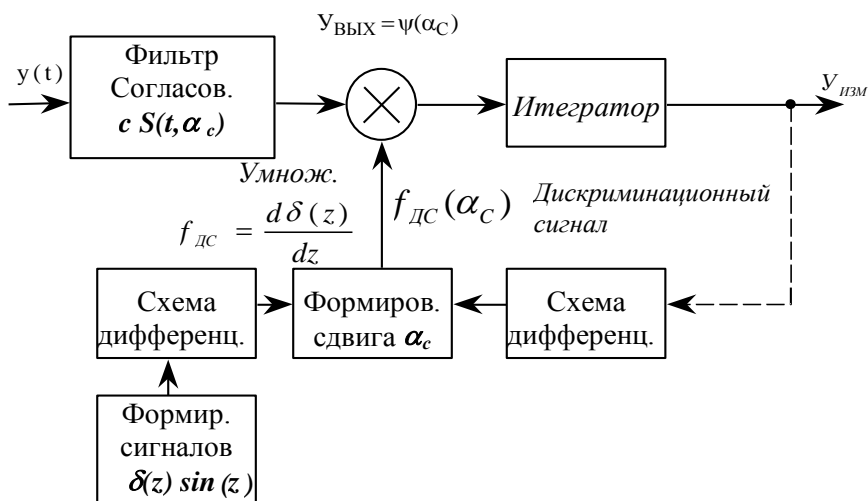


Рис. 8.7.

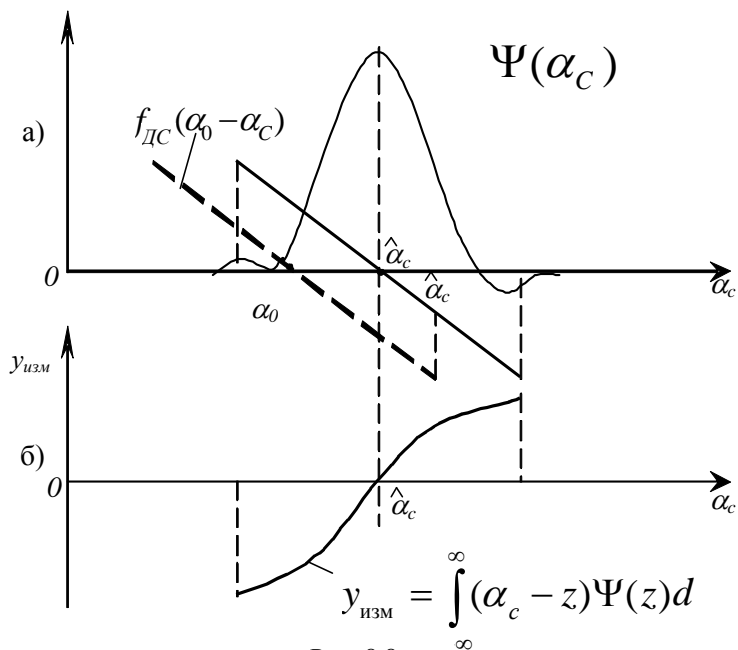


Рис. 8.8.

Положение максимума функции $\Psi(\alpha_c)$, а, точнее, ее «центра тяжести», определяется по значению α_c в момент, когда $y_{\text{изм}}=0$. Структурная схема оптимального измерителя в этом варианте аналогична схеме, представленной на рис. 8.7. Отличие состоит в том, что дискриминационная функция $f_{\text{дс}}$ в этом случае имеет вид линейной функции с нулевой средней точкой, соответствующей опорной координате α_o (рис. 8.8,а). Протяженность дискриминационной функции по оси α_c целесообразно ограничить зоной «захвата» по оси α_c или шириной функции неопределенности сигнала $\Psi_s(\alpha_c)$. Характер изменения сигнала $y_{\text{изм}}(\alpha_c)$ на выходе схемы рис. 8.7 для данного случая $f_{\text{дс}}$ показан на рис. 8.8,б.

8.4. ИЗМЕРЕНИЕ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПРИ НЕПРЕРЫВНО–ДИСКРЕТНОМ НАБЛЮДЕНИИ ЦЕЛЕЙ

1. Задача оценивания при непостоянных, изменяющихся во времени координатах цели

Рассмотренные ранее процедуры оптимального оценивания координат и параметров движения целей получены на основе условия постоянства указанных величина на заданном интервале наблюдения. Это условие в радиолокационных системах обычно выполняется, как отмечалось ранее, на этапе *обработки радиолокационных сигналов* (ОРС), осуществляемой специальными процессорами обработки сигналов (ПС). Обработка РЛ сигналов осуществляется или за время одиночных импульсов, или в течение некоторого интервала времени, например, за время облучения цели или за часть этого времени. Обработка может выполняться или когерентным образом с учетом известных изменений фазы сигнала или некогерентно путем детектирования и последующего накопления видеосигналов, как это было рассмотрено в гл.4.

При непрерывном сопровождении цели также всегда имеются интервалы времени первичной обработки РЛ сигналов, когда координаты и параметры движения остаются практически постоянными. Процессоры обработки сигналов должны иметь большое быстродей-

ствие, так как принимаемые сигналы, как правило, имеют широкий спектр частот. В результате обработки сигналов решаются основные задачи радиолокационного наблюдения. В первую очередь выполняется обнаружение целей и однократно измеряются координаты и параметры движения (доплеровская частота отраженного сигнала). Формируется «паспорт» цели: отсчетное значение расстояния, доплеровской частоты, угловых координат. Эти отсчетные значения обычно называют РЛ данными.

Второй важный этап – *обработка радиолокационных данных*, выполняемых *процессорами РЛ данных* (ПРЛД). Основными задачами этапа обработки РЛ данных (ОРД) являются: определение текущего положения цели в той или иной системе координат, определение направления и скорости движения цели, оценка ряда признаков, позволяющих выполнить идентификацию цели, например, маневренные возможности цели. В более узком смысле ОРД предназначена обеспечить слежение за целью, непрерывно оценивания изменяющиеся координаты от одного отсчетного значения, полученного на этапе обработки РЛ сигналов, к другому.

Типичным примером задач, решаемых на этапе ОРД, могут служить *сопровождение целей на проходе* (СНП), непрерывное сопровождение одиночной цели (режим *непрерывной пеленгации* (РНП)).

Процедура оценивания непрерывно изменяющейся координаты (параметра сигнала) цели можно описать следующим образом (рис. 8.9). Отраженные от цели сигналы (рис. 8.9,а) принимаются в течение каждого интервала t_{Hi} и на этапе ОРС выполняются все необходимые операции: обнаружение, определение координат (параметра $\alpha_i = \text{const}$). Координата цели (параметр $\alpha(t)$) в общем случае изменяется во времени (рис. 8.9,б). По этой причине на каждом этапе ОРС оценивается выборочное значение, когда принимается условие, что $\alpha_i = \text{const}$, при помощи оптимального измерителя того или иного вида (см. п.8.3). При изменении координаты цели на величину $\Delta\alpha_i$ на выходе оптимального измерителя формируется сигнал рассогласования (сигнал ошибки), который соответствует изменению параметра относительно предыдущего значения, которое обозначим α_i . Измеренная величина $\Delta\alpha_i$ может быть использована для определения последующего значения координаты α_{i+1} :

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \Delta\alpha_i. \quad (8.77)$$

Указанная операция характерна для прямоотсчетных измерителей. Величина $\Delta\alpha_i$ может быть использована и в следящей системе, в которой $\Delta\alpha_i$ позволяет выполнять непрерывное изменение опорной величины $\alpha_o(\Delta\alpha_i)$. В этом случае происходит автоматическое отслеживание величины $\alpha_c(t)$ за изменяющимся значением координаты цели.

Этапы обработки РЛ сигналов

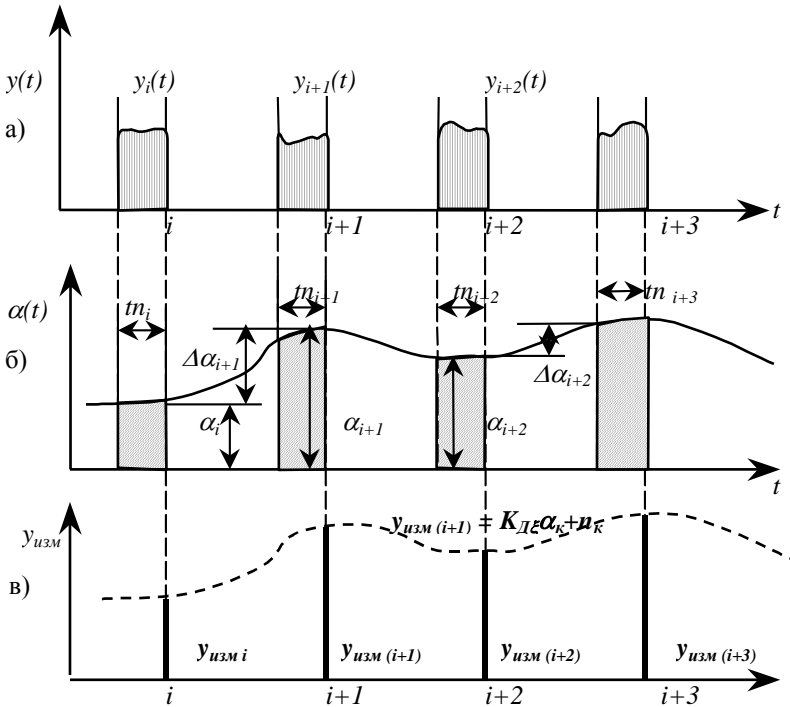


Рис. 8.9.

Итак, в результате измерений на этапах ОРС формируется массив отсчетных значений (рис. 8.9,в) $y_{изм i} = \alpha_i$; $y_{изм i+1} = \alpha_{i+1}$; $y_{изм (i+k)} = \alpha_{i+k}$, которые на этапе ОРД подвергаются статистической обработке, как правило, методами линейной фильтрации. Первичные данные α_i ; α_{i+1} ; α_{i+2} ;... отличаются от истинных значений, так как они

искажены шумами и погрешностями измерений. Результаты фильтрации позволяют получить сглаженные и более точные значения измерений координат цели. Таким образом, обеспечивается более точное определение текущего положения цели, ее скорости, направления движения. Основные виды линейной фильтрации включают в себя $(\alpha-\beta)$ фильтры, фильтр Калмана, фильтр Винера и ряд других. Выбор того или иного фильтра слежения для решения конкретной задачи измерения или сопровождения цели во многом зависит от имеющихся вычислительных возможностей на борту летательного аппарата, от вида цели, от ее динамических возможностей, от тактических требований к точности измерений координат и технических возможностей радиолокационной системы.

2. Линейная фильтрация результатов измерений на этапе обработки радиолокационных данных

При решении задач линейной фильтрации измерение Z_k на каждом этапе обработки сигнала можно всегда представить в виде

$$Z_k = H_k X_k + V_k, \quad (8.78)$$

где X_k – значение измеряемого параметра $\alpha(t)$ на k -м этапе обработки сигналов, характеризующее координаты цели и ее параметры движения. В общем случае при одновременном измерении нескольких параметров величина α_k рассматривается как вектор, который в современной литературе по фильтрации называют *вектором состояния* системы. Величина H_k это коэффициенты, определяющие связь измеряемой величины Z_k и параметра, или координаты X_k . В общем случае это некоторая матрица, которая считается известной детерминированной величиной. Погрешность в измерениях отображается величиной V_k , которая зависит от наличия различных помеховых сигналов. Основной задачей измерений параметра $\alpha(t)$ на этапе ОРД является оценка изменений отсчетных значений X_k от одного этапа к другому. Это может осуществляться путем слежения за параметром X_k или путем фильтрации этого параметра. Во всех случаях должны быть известны некоторые особенности «поведения» параметра X_k или эти особенности выявляются при наблюдении отсчетных значений измерений Z_k (осуществляется адаптация системы измерений).

Покажем, в первую очередь, что выходной сигнал оптимального измерителя всегда можно представить в форме зависимости (8.78). Выходной сигнал оптимального измерителя (см. (8.18)) в области малых отклонений положения цели от максимума функции неопределенности Ψ_s равен:

$$y_{\text{изм}} = \frac{dy_{\text{вых}}}{d\alpha_c} = a \frac{d^2\Psi_s(\alpha_c)}{d\alpha_c^2} \bigg|_{\alpha_c=\alpha_{\text{ц}}} \Delta\alpha + \frac{d\Psi_n(\alpha_c)}{d\alpha_c}. \quad (8.79)$$

При наблюдении на k -ом этапе измерения величину $y_{\text{изм.к}}$ можно записать в виде

$$y_{\text{изм.к}} = \kappa_{\text{д}} \Delta\alpha_{\text{к}} + n_{\text{изм.к}}, \quad (8.80)$$

где изменение $\Delta\alpha_{\text{к}}$ рассматривается как отсчетное значение параметра $X_{\text{к}}$ относительно опорного значения, соответствующего положению максимума ФН $\Psi_s(\alpha_c)$ в позиции α_c . Величина $\kappa_{\text{д}}$ – крутизна дискриминационной характеристики $f_{\text{дс}}(\alpha_c)$, равной:

$$f_{\text{дс}} = a \frac{d\Psi_s(\alpha_c)}{d\alpha_c} = a \int_{-\infty}^{\infty} S(t, \alpha_{\text{ц}}) \frac{d}{d\alpha_c} S(t, \alpha_{\text{ц}}) dt. \quad (8.81)$$

Крутизна $\kappa_{\text{д}}$ (как следует из формулы (8.79)) может быть записана как

$$\kappa_{\text{д}} = a \frac{d^2\Psi_s(\alpha_c)}{d\alpha_c^2} \bigg|_{\alpha_c=\alpha_o}. \quad (8.82)$$

Шум измерений $n_{\text{изм.к}}$ равен:

$$y_{\text{изм.к}} = \frac{d\Psi_n(\alpha_c)}{d\alpha_c}. \quad (8.83)$$

Видно, что выражение (8.80) по структуре полностью соответствует (8.78). Имеем соответствие:

$$\begin{aligned} Z_{\text{к}} &= y_{\text{изм.к}}; \quad \kappa_{\text{д}} = H_{\text{к}}; \\ X_{\text{к}} &= \Delta\alpha_{\text{к}}; \quad V_{\text{к}} = n_{\text{изм.к}}. \end{aligned} \quad (8.84)$$

Рассмотрим некоторые виды фильтрующих устройств, обеспечивающих оценивание параметра X_i в течение нескольких тактов выполнения обработки радиолокационных данных. Такие фильтровые устройства в дальнейшем будем называть *фильтрами слежения*.

(α - β) фильтрация. В первую очередь рассмотрим так называемые (α - β)-фильтры, которые нашли применение во многих радиолокационных системах как в режиме РНП, так при сопровождении на проходе (СНП) при дискретном слежении за целью по дальности, по доплеровской частоте и по угловым координатам. Фильтры типа (α - β) являются фильтрами последовательного оценивания координат и параметров движения, обеспечивающие хорошее сглаживание и отслеживание перемещения цели. Достоинством их является простота реализации, так как основные параметры фильтра (коэффициенты усиления и др.) являются постоянными величинами, не зависящими от наблюдений. Показатели фильтра – точность оценок, динамические погрешности – этих фильтров практически не отличаются от аналогичных показателей более сложных фильтрующих систем типа фильтров Калмана при наблюдении цели, перемещающейся прямолинейно с постоянной скоростью на интервалах времени между отсчетами измерительного устройства. В этом случае обеспечивается минимальная величина среднеквадратической погрешности в оценке координаты цели и ее скорости. При интенсивно маневрирующей цели погрешности оценивания увеличиваются, однако выбором параметров усиления α и β достигается компромисс между требованием хорошего «сглаживания» (необходимо иметь относительно узкую полосу пропускания) и возможностью отслеживания маневра цели (что возможно при более широкой полосе пропускания частот спектра). Достоинством (α - β)-фильтров является инвариантность к типу маневрирующей цели, то есть пригодность к их сопровождению и оцениванию координат, не зависимо от размеров целей и их маневренных возможностей. Это обусловлено тем, что структура фильтра не связана со статистическими характеристиками модели движения цели.

Итак, основное уравнение фильтрации (α - β)-фильтром координаты цели $X(t)$ (обобщенная величина, которая может относиться и к расстоянию, и к угловым координатам, и к координатам прямоугольной системы координат или может описывать состояние объек-

та) для каждого отсчетного значения имеет вид

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + \alpha[Z(k) - H(k)\hat{x}(k/k-1)], \quad (8.85)$$

а по соответствующей скорости

$$\hat{\dot{x}}(k/k) = \hat{\dot{x}}(k/k-1) + \beta[Z(k) - H(k)\hat{x}(k/k-1)]/\Delta t. \quad (8.86)$$

В представленных уравнениях (8.85) и (8.86): $\hat{x}(k/k)$ – сглаженная оценка координаты x_k (см. (8.79)) по данным на K -ый момент наблюдения (8.79); $\hat{x}(k/k-1)$ – прогнозируемая оценка координаты x_k на k -ый момент по данным сглаженных оценок на предыдущем шаге $(k-1)$; $Z(k)$ – измеренная величина на k -м шаге. Прогнозируемое значение координаты $\hat{x}(k/k-1)$ находится по соотношению

$$\hat{x}(k/k-1) = \Phi(k/k-1)\hat{x}(k-1/k-1), \quad (8.87)$$

которое характеризует изменение координаты \hat{x} , обусловленные движением цели. Величина Φ_{k-1} описывает динамические особенности движения цели. В общем случае это может быть матричная величина. В формуле (8.87) $\hat{x}(k-1/k-1)$, сглаженное (оценочное) значение координаты x , полученное на предыдущем такте измерений, на $(k-1)$ -ом. В случае движения цели с постоянной скоростью между тактами прогнозируемая величина (8.87) записывается в виде

$$\hat{x}(k/k-1) = \hat{x}(k-1/k-1) + \hat{\dot{x}}(k-1/k-1)\Delta t, \quad (8.88)$$

где $\hat{\dot{x}}$ – скорость изменения x .

В формулах (8.86) и (8.88) Δt – интервал времени между отсчетными значениями: $\Delta t = t_{k+1} - t_k$, то есть шаги оценивания. В соотношении с (8.88) оценка скорости $\hat{\dot{x}}(k-1/k-1)$, полученная на предыдущем такте оценивания, может быть определена и по данным других измерителей, например, измерителей доплеровской частоты.

Анализ соотношений (8.85) и (8.86) показывает, что выбор параметров α и β существенно влияет на степень сглаживания и оценивания. Действительно, если $\alpha=0$ и $\beta=0$, то это значит, что сглаживание практически закончено и новые измерения не вносят новых

данных, так как оценки $\hat{x}(k/k)$ и $\hat{\dot{x}}(k/k)$ определяются только прогнозируемыми величинами. При наличии изменений в маневре цели погрешности могут быть существенными. С другой стороны, если $\alpha=1$ и $\beta=1$, то все прогнозируемые значения игнорируются, сглаживание отсутствует и оценки соответствуют измерениям Z_k .

В ряде работ показано, что хорошие показатели оценивания можно получить, если выбрать параметры α и β в зависимости от номера такта оценивания K :

$$\alpha = \frac{2(2k-1)}{k(k+1)}, \quad (8.89)$$

$$\beta = \frac{6}{k(k+1)}. \quad (8.90)$$

Кроме того, показано, что минимальная дисперсия оценок координаты x_k и скорости \dot{x}_k при постоянной скорости цели могут быть получены, если параметр β выбирать в виде зависимости

$$\beta = \frac{\alpha^2}{2-\alpha}. \quad (8.91)$$

Фильтр Калмана. Фильтр Калмана также является фильтром последовательного оценивания, который обеспечивает получение минимальных среднеквадратических погрешностей. По сравнению с другими фильтрами, фильтр Калмана является оптимальным для случая известных статистических характеристик динамики цели и шумовых составляющих измерений. Особенностью и достоинством таких фильтров является адаптация параметров фильтра (его коэффициентов усиления) при изменении характера движения цели (динамики цели). Однако фильтр Калмана требует значительно больших вычислительных операций и, кроме того, может давать расходящиеся оценки (вплоть до потери цели), если статистические динамические характеристики цели, изменились в процессе наблюдения.

Уравнение измерений имеет такую же форму, как и (8.79)

$$Z(k) = H(k)X(k) + V(k). \quad (8.92)$$

Оцениваемая величина $X(k)$ при фильтрации Калмана называ-

ется вектором состояния и включает все переменные: расстояния, скорости, угловые координаты и угловые скорости. Вектор состояния описывается разностным уравнением, определяющим динамику изменения состояния системы (движения цели):

$$X(k+1) = \Phi(k+1/k)X(k) + W(k), \quad (8.93)$$

где $\Phi(k+1/k)$ – матрица перехода от состояния на такте k к состоянию на такте $(k+1)$. Обычно это известная матрица размером $(n \times n)$, где n – число составляющих вектора состояния; $W(k)$ – гауссовская случайная последовательность n -мерных векторов с нулевым средним и ковариацией

$$M\{W(k)W(j)^T\} = Q(k)\delta_{k,j}, \quad (8.94)$$

где $\delta_{k,j} = \begin{cases} 1 & \text{при } k = j \\ 0 & \text{при } k \neq j \end{cases}$ – символ Кронекера.

$Q(k)$ – ковариационная матрица. Матрица $Q(k)$ характеризует стохастические особенности движения цели.

В уравнении изменений (8.92) помеховая составляющая $V(k)$ также может характеризоваться ковариационной матрицей:

$$M\{W(k)W(j)^T\} = R(k)\delta_{k,j}, \quad (8.95)$$

где $R(k)$ – ковариационная матрица шумов измерений.

Вычисление оценки последовательным образом позволяет определить сглаженное значение вектора состояния:

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + K(k)[Z(k) - H(k)\hat{x}(k/k-1)], \quad (8.96)$$

где $K(k)$ – матрица коэффициентов усиления фильтра, равная

$$K(k) = P(k/k-1)H^T(k)(H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k))^{-1}. \quad (8.97)$$

Матрица $P(k/k-1)$ – ковариационная матрица погрешности оценки вектора состояния, равная

$$P(k/k-1) = M \left\{ [x(k) - \hat{x}(k/k-1)] [x(k) - \hat{x}(k/k-1)]^T \right\}, \quad (8.98)$$

прогнозируемая оценка вектора состояния $\hat{x}(k/k-1)$ равна:

$$\hat{x}(k/k-1) = \Phi(k/k-1)\hat{x}(k-1/k-1). \quad (8.99)$$

Матрица $P(k/k-1)$ может быть вычислена как

$$P(k/k-1) = \Phi(k/k-1)P(k/k)\Phi^T(k/k-1) + Q(k-1). \quad (8.100)$$

Соответственно ковариационная матрица $P(k/k)$ погрешности оценки равна:

$$P(k/k) = P(k/k-1) - K(k)H(k)P(k/k-1). \quad (8.101)$$

Достоинством уравнений Калмана в дискретном времени является возможность удобной реализации их в бортовых ЭВМ. Инженер может разработать программу работы фильтра Калмана, используя непосредственно приведенные выше уравнения, даже не вникая в тонкости теории обоснования и выводов уравнений фильтрации Калмана.

Фильтр Винера. Это наиболее простой вид фильтра, по сравнению с рассмотренными выше. Уравнение фильтрации имеет вид

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + K_o[Z(k) - H(k)\hat{x}(k/k-1)], \quad (8.102)$$

где K_o – вектор постоянных коэффициентов усиления. Этот вектор может быть вычислен заранее и внесен в память бортовой ЭВМ. Так как для оценки вектора состояния не требуется выполнение дополнительных вычислений, связанных с вычислением переменного коэффициента усиления $K(k)$ как в калмановском фильтре, то требуемое количество вычислительных операций и объем памяти ЭВМ значительно меньше, чем для фильтра Калмана.

Прогнозируемое значение $\hat{x}(k/k-1)$ вычисляется, так же как и в ранее рассмотренных случаях:

$$\hat{x}(k/k-1) = \Phi(k/k-1)\hat{x}(k-1/k-1). \quad (8.103)$$

3. Обобщенная структурная схема алгоритмов фильтрации и оценки координат целей

Рассмотренные три типа фильтров последовательного оценивания имеют практически одинаковую структуру. Отличие состоит только в способе формирования коэффициентов усиления. На рис. 8.10 приведена обобщенная структурная схема алгоритмов фильтрации. Она описывает работу как фильтра Калмана, так и фильтра Винера, а также и $(\alpha\text{-}\beta)$ -фильтра. Действительно, принимаемый отраженный сигнал от цели обрабатывается, в первую очередь, в процессоре обработки сигналов, на выходе которого формируются отсчетные значения измеренных величин $Z(k)$. Указанные отсчетные значения поступают в процессор обработки радиолокационных данных, представленный на рис. 8.10 в виде фильтра последовательного оценивания координат цели $\hat{x}(k)$. Отсчетные значения $Z(k)$ подаются на сумматор Σ (вычитающее устройство), где из $Z(k)$ вычитается прогнозируемая оценка измерения на k -м такте по данным предыдущего такта $(k-1)$, т.е. $Z(k/k-1)$. Полученная разность («невязка») поступает на умножитель, где эта «невязка» умножается на коэффициент усиления $K(k)$. В зависимости от вида фильтра коэффициент $K(k)$ может быть разным, как уже было показано выше. Это могут быть коэффициенты α , β для фильтра $(\alpha\text{-}\beta)$ или коэффициент K_0 для фильтра Винера, или сложный коэффициент для фильтра Калмана, зависящей от ковариационных функций шумов $V(k)$ и $W(k)$ и ковариационных функций погрешностей оценивания и прогнозирования. Полученный результат умножения суммируется с прогнозируемым значением оценки параметра (координаты) $\hat{x}(k/k-1)$. В результате формируется сглаженная оценка $\hat{x}(k/k)$ по всем данным до k -го шага. Эта оценка и является выходным результатом фильтрации, определяющим уточненные данные о расстоянии до цели, о ее угловых координатах, о доплеровской частоте и т. п. Для формирования прогнозируемых значений $\hat{x}(k+1/k)$ оценка $\hat{x}(k/k)$ поступа-

ет на блок динамических характеристик, определяемый переходной матрицей (или функцией) $\Phi(k/k-1)$. Полученная прогнозируемая

оценка $\hat{x}(k+1/k)$ задерживается на один такт измерений, то есть на выходе блока задержки для k -го момента формируется $\hat{x}(k/k-1)$. После прохождения блока матрицы измерений $H(k)$ образуется прогнозируемая величина оценки измерения $\hat{x}(k/k-1)$.

Из структуры фильтра видно, что наибольшие вычислительные затраты и объем памяти требуются на формирование матрицы коэффициентов усиления $K(k)$ для фильтра Калмана.

8.5. ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ

1. Каким образом связаны между собой потенциальная точность измерения координат и разрешающая способность РЛС?

2. В чем состоит принципиальное отличие алгоритмов фильтрации Калмана, Винера и $(\alpha-\beta)$ -фильтров?

3. Воздушная цель совершает полет со скоростью 1300 км/ч по круговой траектории с перегрузкой $3g$. Минимальное расстояние до цели относительно РЛС 50 км. Определить время обработки сигналов при измерении координат, при котором справедливо допущение о постоянстве значений координат.

4. Определить потенциальную точность измерения скорости и расстояния до цели при использовании ЛЧМ-импульса длительностью 10 мкс при наличии девиации частоты 20 МГц. Отраженный сигнал обнаруживается с вероятностью $P_{\text{по}} = 0,9$ при вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}} = 10^{-3}$.

5. Определить форму дискриминационной характеристики оптимального устройства измерения расстояния, если в РЛС применяется импульс с гауссовской огибающей $S(t) = A \exp \left[-\frac{t^2}{\tau_{\text{и}}^2} \right]$.

6. Оценить, на сколько повысится точность измерения расстояния при применении фильтра Винера и $(\alpha-\beta)$ -фильтра за 5 тактов

обработки данных. Цель приближает к РЛС со скоростью 300 км/ч. Начальное расстояние 50 км. Погрешность одиночного измерения (среднеквадратическое значение) 50 м. Длительность интервала каждого такта отсчета 6с. Коэффициенты усиления фильтров выбрать самостоятельно.