

Г л а в а 3

ОПТИМАЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА ОБРАБОТКИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

3.1 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

1. Преобразование информации в радиолокационных системах

Рассмотренные в главе 1 физические основы радиолокационных методов обнаружения и измерения координат и параметров движения целей, а также характеристики радиолокационных целей (гл. 2) позволяют составить представление о том, какие общие операции преобразования и обработки сигналов должны быть предприняты, какие технические узлы и элементы необходимы в любой радиолокационной системе.

Процесс радиолокационного наблюдения можно представить в общем виде следующим образом. Имеется в пространстве ряд объектов (целей), расположенных на различных расстояниях и на различных угловых позициях относительно радиолокационной системы. Объекты (цели) имеют относительные скорости перемещения. Всю совокупность указанных целей в физическом пространстве можем назвать пространством целей пространства волновым полем. Для этого применяются различные излучающие устройства, включающие в свой состав передатчики и антенные системы. Излучается некоторый высокочастотный сигнал $S(t)$, и соответствующие электромагнитные волны обеспечивают «подсвет» пространства целей. Отраженные от целей сигналы поступают на систему обработки, которая имеет необходимые элементы. Для осуществления определенной наблюдаемости этих целей необходимо обеспечить «подсвет для

приема, усиления сигналов, обработки их и последующего построения эквивалентного пространства целей в системе отображения радиолокационных сигналов.

Применяемые сигналы позволяют сформировать соответствующий эквивалент пространства целей, но полученный эквивалент не бывает точной копией реального пространства целей из-за маскирующего действия внутренних и других видов шумов, различных искажений принимаемых сигналов при распространении или при отражении от целей.

Устройство обработки по наблюдаемой смеси сигнала и шумов восстанавливает (формирует) эквивалент пространства целей. По полученному эквиваленту пространства целей необходимо ответить на вопросы, характерные для радиолокационного наблюдения: имеются ли в зоне наблюдения какие-либо цели (обнаружение целей), каковы координаты и параметры движения обнаруженных целей (измерение координат и параметров движения), каково разрешение целей и какие характеристики имеют цели.

Из-за наличия шумов и искажений на указанные вопросы можно ответить при обнаружении целей только с определенной величиной достоверности, а координаты оценить с какой-то погрешностью. Указанное обстоятельство требует привлечения статистических методов для нахождения алгоритмов процесса обработки принимаемых сигналов и решения задач радиолокационного наблюдения.

При разработке алгоритмов и нахождении оптимальных решений удается получить ответы на следующие важные вопросы:

1) что собой представляет оптимальная система обработки сигналов для получения эквивалента пространства целей?

2) каковы необходимые энергетические затраты в РЛ системе «подсвета» пространства целей для достоверного обнаружения целей и построения эквивалентного пространства целей для получения достаточной точности измерения координат и параметров движения целей?

3) каковы требования к виду сигналов облучения пространства целей, которые в конечном итоге обеспечивают получение радиолокационной «картины» пространства целей с отдельным наблюдением (разрешением) многих целей, находящихся в зоне наблюдения?

Следует отметить, что вся информация о целях находится в параметрах электромагнитного поля отраженных сигналов.

2. Модели сигналов

Рассмотрим более подробно, что собой представляют сигналы, поступающие на вход устройства обработки. В радиолокации отраженные сигналы являются некоторой копией излучаемого сигнала $S(t)$. При отражении от цели возникают следующие изменения сигнала, облучающего некоторую точечную цель:

1) уменьшается амплитуда по сравнению с излученным, что обусловлено наличием расстояния от РЛС до цели и соответствующим ослаблением электромагнитных колебаний в процессе распространения к цели и обратно к РЛС. Учтем этот фактор введением амплитудного коэффициента a . Величина a зависит от ЭПО цели и от расстояния до цели;

2) появляется запаздывание сигнала на время $t_d = 2D/c$;

3) изменяется несущая частота сигнала на величину, соответствующую частоте Доплера $f_{дп} = 2v/\lambda$, если цель движется относительно РЛС с радиальной скоростью V .

Таким образом, отраженный от i -ой цели сигнал можно записать в виде

$$S_i(t) = a_i S(t - t_{di}; f_0 + f_{дпi}), \quad (3.1)$$

где f_0 – несущая частота излученного сигнала. Все виды модуляции излученного сигнала определяются структурой функции $S(t)$. В дальнейшем для упрощения записи все параметры сигналов, характеризующие координаты целей и параметры движения будем обозначать в виде некоторого вектора ξ_i , элементами которого могут быть $t_{di}, f_{дпi}$, а также и угловые координаты. В векторный параметр ξ_i можно ввести и амплитудный коэффициент a_i . В этом случае сигнал (3.1) будем записывать в виде

$$S_i(t) = S(t, \xi_i). \quad (3.2)$$

При наличии многих целей суммарный отраженный сигнал равен сумме сигналов вида (3.2)

$$S_{\text{отр}}(t) = \sum_{i=1}^M S(t, \xi_i), \quad (3.3)$$

где M – количество целей в зоне наблюдения.

Шумовой сигнал $n(t)$, который накладывается на полезный отраженный сигнал $S_{\text{отр}}$, искажает структуру наблюдаемого отраженного сигнала, препятствует получению достоверного эквивалента пространства целей. Шум ограничивает возможность обнаружения целей и измерения координат. Шумы в виде аддитивной помехи обычно представляют собой флуктуационные колебания различного происхождения. Это могут быть внутренние шумы приемного устройства, шумы излучения космических источников и т.п. К мешающим сигналам можно отнести отражения от большого количества рассеивающих объектов, например, от дождя или снега и т.д.

В результате действия аддитивных помех $n(t)$ принимаемый сигнал $y(t)$ запишем в виде

$$y(t) = \sum_{i=1}^M S(t, \xi_i) + n(t). \quad (3.4)$$

Удобно в ряде случаев использовать комплексную запись сигналов. Обычно сигналы в радиолокации относятся к классу узкополосных. Излученный сигнал в данном случае будем представлять в виде

$$s(t) = S(t)e^{j(2\pi f_0 t + \varphi_0)}, \quad (3.5)$$

где $S(t)$ – комплексная амплитуда (огибающая), равная

$$S(t) = A(t)e^{j\varphi_S(t)}, \quad (3.6)$$

φ_0 – начальная фаза.

Функция $A(t)$ характеризует все виды амплитудной модуляции сигнала $S(t)$, а $\varphi_S(t)$ – все виды угловой модуляции (частот-

ной, фазовой).

Отраженный сигнал от i -ой точечной цели $S_i(t)$ (3.1) в комплексном виде запишем как:

$$s_i(t) = a_i S(t - t_{di}) e^{j[2\pi(f_0 + f_{длi})(t - t_{di}) + \varphi_{отри} + \varphi_0]}. \quad (3.7)$$

В формуле (3.7) комплексная огибающая $S(t - t_{di})$ имеет вид:

$$S(t - t_{di}) = A(t - t_{di}) e^{j\varphi_S(t - t_{di})}, \quad (3.8)$$

а $\varphi_{отри}$ – изменение фазы при отражении от цели.

Вследствие узкополосности сигналов влияние доплеровского эффекта на форму $S(t)$ и модулирующие функции $A(t)$ и $\varphi_S(t)$ обычно мало, и в записи комплексной амплитуды $S(t - t_{di})$ можно эти изменения не учитывать.

3. Методы определения алгоритмов работы оптимальных устройств обработки радиолокационных сигналов

Задачи радиолокационного наблюдения пространства целей можно трактовать как обратную задачу электродинамики.

Действительно, если пространство целей описывать некоторой функцией $F(\xi)$, где ξ – вся совокупность целей и их координат, размеров (ЭПО) и параметров движения, то после приема сигналов $y(t)$ требуется восстановить структуру пространства целей по принимаемым (экспериментальным) данным $y(t)$ и получить отображение пространства целей, описываемое некоторой функцией $F_{\text{эк}}(\xi)$, которая является зависимостью от измерений принимаемых сигналов $y(t)$ и является оценочным эквивалентом пространства целей:

$$F_{\text{эк}}(\xi) = f\{y(t)\},$$

где $f(y)$ – алгоритм преобразования сигнала при нахождении оценки

пространства целей.

В результате неизбежно имеющихся помех и искажений эквивалентное пространство целей $F_{\text{эк}}(\xi)$ будет отличаться от истинного пространства целей $F(\xi)$. Алгоритмы решения такой обратной задачи РЛ наблюдения сводятся в конечном итоге к получению оценочного пространства целей

$$F_{\text{эк}}(\xi) = \hat{F}(\xi) = f\{y\}. \quad (3.9)$$

Так как принимаемые данные $y(t)$ являются случайными, то и решение $F(\xi)$ также является случайным и характеризуется собственным распределением вероятности $p\{F(\xi)\}$, которая является исчерпывающей мерой эффективности решения данной обратной задачи.

В настоящее время известно несколько путей нахождения алгоритмов решения рассмотренной обратной задачи (задачи радиолокационного восстановления структуры пространства целей).

Метод максимума апостериорной плотности распределения вероятностей.

Будем считать, что принимаемый сигнал $y(t)$ можно считать случайным вектором, компоненты которого являются случайными величинами отсчетных значений. Параметр ξ , характеризующий пространство цели, также является случайным, так как координаты и параметры движения соответствуют случайным позициям цели и скорости ее движения. Рассмотрим систему случайных величин, составленную из компонентов двух векторов y и ξ . Очевидно, что между ними существует связь, заданная моделью

$$y(t) = s(\xi) + n, \quad (3.10)$$

которая эквивалентна модели (3.4), но представлена в виде векторов y , ξ , n . Совместная плотность распределения $p(y, \xi)$ случайных векторов y и ξ можно на основании теоремы умножения вероятностей (Байеса) представить в виде

$$p(y, \xi) = p(\xi)p(y/\xi) = p(y)p(\xi/y). \quad (3.11)$$

Величина $p(\xi)$ – это безусловная плотность распределения неизвестных параметров, характеризующих пространство целей. Плотность $p(\xi)$ к наблюдению $y(t)$ отношения не имеет и отображает наши допущения о структуре пространства целей, наши знания о целях, о параметрах ξ до получения сигнала $y(t)$. Эта плотность распределения называется *априорной*. Величина $p(y/\xi)$ является условной плотностью распределения y при условии, что неизвестные параметры ξ приняли некоторое определенное значение. Эта функция обычно находится аналитически по виду модели сигнала $y(t)$ (3.4) с использованием известных правил теории вероятностей. Величина $p(y)$ есть безусловная по отношению к ξ плотность распределения принимаемых сигналов $y(t)$. Если получена конкретная выборка $y(t)$ в процессе наблюдения, то эта функция представляет собой число, не зависящее от ξ .

Величина $p(\xi/y)$ является *апостериорной* плотностью распределения неизвестных параметров целей ξ . Эта функция характеризует представление наблюдателя (радиолокационной системы) о структуре пространства целей и о параметрах ξ после приема сигнала $y(t)$. Эта функция несет всю возможную информацию о пространстве целей после получения в результате приема сигнала экспериментальных данных $y(t)$.

Апостериорную плотность распределения ξ принимаем в дальнейшем в качестве некоторой *функции отклика* или *функцией приема*. В математической статистике эту функцию называют часто просто *статистикой*. Из выражения (3.11) следует, что функция отклика $L(\xi)$ равна

$$L(\xi) = p(\xi/y) = \frac{1}{p(y)} p(\xi) p(y/\xi) = k p(\xi) p(y/\xi), \quad (3.12)$$

где k – коэффициент, не зависящий от ξ .

Решение о параметрах ξ и следовательно о структуре пространства целей принимается по правилу максимума $L(\xi)$, что поз-

воляет получить оценку $\hat{\xi}$:

$$\max_{\xi} L(\xi) = \max_{\xi} p(\xi / y) \Rightarrow \hat{\xi}.$$

Возможны и другие правила решения, например, нахождение условных средних значений по $p(\xi / y)$. В ряде случаев достаточно получить «рельеф» структуры отклика $L(\xi)$ в пространстве ξ , а анализ этого «рельефа» и принятие решения об оценках предоставляется наблюдателю.

В качестве примера на рис. 3.1 показана структура (рельеф) функции $L(\xi)$ для пространства t_d и $f_{дп}$ для двух целей после приема сигнала $y(t)$.

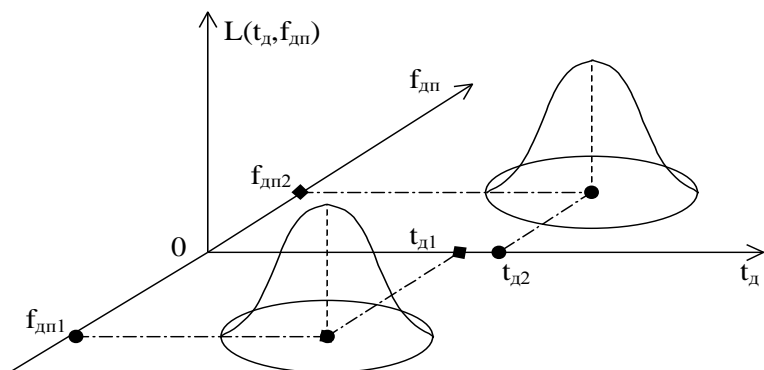


Рис. 3.1.

Видно, что по виду рельефа $L(\xi)$ можно получить представление о структуре пространства целей, а именно: о наличии двух целей, располагаемых на расстояниях, соответствующих задержками $t_{д1}$ и $t_{д2}$, и о скорости движения этих целей в соответствии с величинами доплеровских частот $f_{дп1}$ и $f_{дп2}$. Можно выполнить обнаружение целей по превышению максимумов «рельефа» некоторого порогового уровня.

Метод максимального правдоподобия. Рассмотрим модель

принимаемого сигнала также в виде (3.10). Считая вектор параметров ξ неслучайным, можно найти условную плотность распределения вектора $y(t)$ в виде $p(y/\xi)$. Выполняется это при известных статистических характеристиках шумов n по правилам теории вероятности нахождения законов распределения вероятностей функций случайных аргументов. После проведения наблюдений и получения отсчетов вектора $y(t)$ можно оценить, какому значению ξ наиболее близко соответствует полученное значение $y(t)$. Для этой цели в функцию условной плотности распределения вероятностей $p(y/\xi)$ подставляют измеренные значения отсчетов вектора $y(t)$. В качестве функции отклика в этом случае принимаем зависимость

$$L(\xi) = p(y/\xi), \quad (3.13)$$

которую называют *функцией правдоподобия*. Выбирается векторный параметр ξ такой, при котором полученные отчетные значения y наиболее вероятны. Хотя по форме функция правдоподобия $L(\xi)$ совпадает с условной плотностью распределения вероятностей $p(y/\xi)$, их не следует смешивать. Функция правдоподобия – это переменная величина, аргументом которой является значение ξ . Процедура оценивания параметра ξ и, следовательно, оценивание структуры пространства цели $F_{\text{эк}}(\xi)$ состоит в поиске значения ξ , при котором функция правдоподобия *максимальна* при данном наборе отсчетов принимаемого вектора $y(t)$. Для иллюстрации на рис. 3.2 показаны условные плотности распределения $p(y/t_d)$ для пяти возможных значений сигнала $t_{d1}, t_{d2}, \dots, t_{d5}$. Проводится одно измерение $y(t)$. Значение, полученное при измерении, наиболее близко соответствует условному распределению для t_{d3} , так как только для этого распределения величина $L(t_d)$ максимальна. Именно это значение задержки t_{d3} и принимаем в качестве оценки t_d и, следовательно, можно сделать вывод о наличии цели в точке,

соответствующей задержке $t_{д3}$.

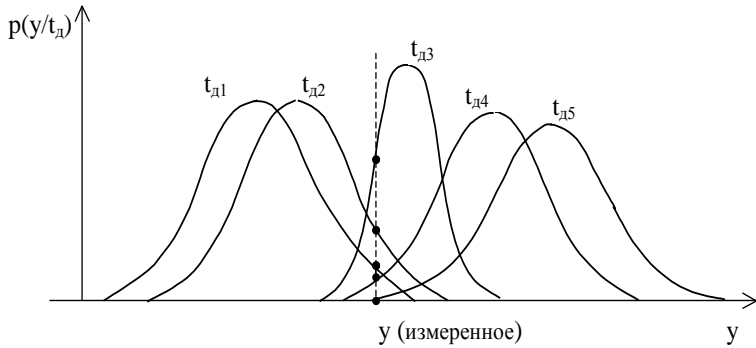


Рис. 3.2.

Метод минимума различия наблюдаемого пространства целей $F_{эк}(\xi)$ и истинного пространства $F(\xi)$. Если исходить из аддитивной модели (3.10), различие пространств оценим некоторым, интуитивно выбираемым, расхождением в виде интеграла квадрата погрешности оценки:

$$L(\xi) = \int_0^{t_n} [y(t) - s(\xi, t)]^2 dt, \quad (3.14)$$

где t_n – время наблюдения сигналов, отраженных от целей. Величина $L(\xi)$ минимальна в том случае, когда наблюдаемое пространство целей (в данном случае оцениваемая величина $s(\xi)$) соответствуют истинному пространству, искаженному шумами и помехами в виде $y(t)$. В этом случае процедура оценивания ξ заключается в поиске такого $S(\xi, t)$ и, следовательно, ξ , при котором обеспечивалась бы минимальная величина $L(\xi)$. Сигнал $S(\xi, t)$ в этом случае часто называют опорным. На рис. 3.3 в качестве примера приведена зависимость $L(\xi)$ от одного какого-либо параметра ξ_i . Видно, что минимум соответствует совпадению истинного значения ξ_i с наблюда-

емым ξ_i (если не учитывать случайного характера зависимости $L(\xi)$ при действии шумов и помех).

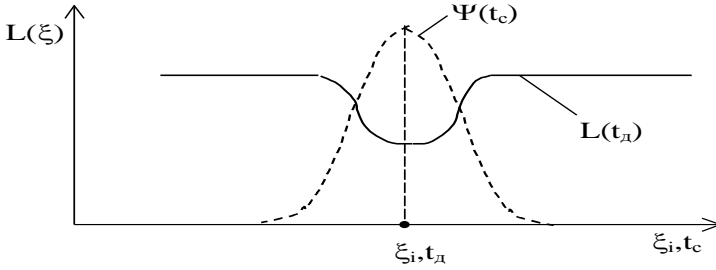


Рис. 3.3.

Если рассмотреть случай одной цели, расположенной на некотором расстоянии $D_{ц}$ и имеющей скорость $V_{ц}$, то соотношение (3.14) можно представить в виде

$$L(t_c; f_c) = \int_0^{t_n} [y(t) - s(t - t_c; f_0 + f_c)]^2 dt, \quad (3.15)$$

где t_c и f_c – переменные, которые эквивалентны искомым $t_{дц} = 2D_{ц} / c$ и $f_{дпц} = 2V_{ц} / \lambda$ в пространстве переменных t_c и f_c . Минимум $L(t_c; f_c)$ наблюдается в том случае, когда t_c сравнивается с $t_{дц}$, а f_c – с $f_{дпц}$.

Раскроем квадрат в подынтегральном выражении (3.15)

$$\begin{aligned} L(t_c; f_c) = & \int_0^{t_n} y^2(t) dt + \int_0^{t_n} s^2(t - t_c; f_0 + f_c) dt - \\ & - 2 \int_0^{t_n} y(t) s(t - t_c; f_0 + f_c) dt. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Очевидно, что минимум $L(t_c; f_c)$ в (3.16) достигается при максимуме *корреляционного интеграла* $\Psi(t_c; f_c)$, равного величине:

$$\psi(t_c; f_c) = \int_0^{t_n} y(t) s(t - t_c; f_0 + f_c) dt. \quad (3.17)$$

В комплексом виде:

$$\psi(t_c; f_c) = \int_0^{t_n} y(t) s^*(t - t_c; f_0 + f_c) dt. \quad (3.18)$$

Таким образом, метод минимума различий наблюдаемого и истинного пространства целей превращается в *метод максимума корреляционных различий* (максимум корреляционного интеграла). На рис. 3.3 показана зависимость корреляционного интеграла $\psi(t_c)$ от переменной t_c для рассматриваемого примера.

Следует отметить, что функция расхождения вида (3.14) используется обычно и в *методе наименьших квадратов*.

Итак, возможны различные подходы для оценивания структуры наблюдаемого пространства целей. Полученные функции отклика далее могут использоваться для решения различных задач радиолокационного наблюдения: обнаружения целей с выявлением необходимой энергии облучения целей; оценивания координат с необходимой точностью; разрешения целей, при котором обнаруживаются и определяются координаты нескольких целей.

Среди всех возможных методов оценивания наблюдаемого пространства целей существует единственный алгоритм, который приводит к оценкам несмещенным, эффективным, имеющим нормальные распределения погрешностей. Такие алгоритмы принято называть *оптимальными*. Методы максимума апостериорных плотностей распределения вероятностей и максимума функции правдоподобия приводят к *оптимальным алгоритмам*. Функции отклика $L(\xi)$ в этих случаях следует рассматривать как результат *оптимального* преобразования принимаемых сигналов $y(t)$, позволяющий наиболее полно судить о неизвестной структуре пространства целей (о величинах вектора ξ) на фоне помех. Функции отклика, построенные указанным образом, сохраняют всю полезную информацию о пространстве целей, имеющуюся в принимаемом сигнале $y(t)$.

Во многих случаях оптимальные алгоритмы $L(\xi)$ при практи-

ческой реализации содержат ряд операций, которые не являются принципиально необходимыми для решения конечной задачи оценивания структуры пространства целей. Часто можно и целесообразно упростить функции отклика $L(\xi)$ таким образом, чтобы алгоритмы, полученные в результате упрощений, не изменили положение максимума в пространстве неизвестного параметра ξ . Полученную таким образом функцию (алгоритм обработки) будем называть *алгоритмом оптимальной обработки*, или функцией *достаточного приема*, или *достаточной статистической* (как это принято в математической статистике). В ходе упрощений могут учитываться различные дополнительные априорные данные о пространстве целей и о случайных составляющих и шумах.

Важно отметить, что практически все методы оптимизации обработки сигналов при наблюдении целей на фоне гауссовских шумов приводят к одному и тому же алгоритму оптимальной обработки сигналов, при котором основной операцией преобразования сигналов является получение корреляционного интеграла вида (3.17). Этот корреляционный интеграл и является достаточной функцией оптимальной обработки сигналов:

$$y_{\text{вых}} = \psi(t_c; f_c) = \int_0^{t_H} y(t)s(t - t_c; f_0 + f_c)dt. \quad (3.19)$$

В качестве примера получения алгоритма (3.19) рассмотрим оптимальную обработку сигналов по методу максимума правдоподобия при аддитивной модели сигналов (3.10).

4. Алгоритм оптимальной обработки по методу максимального правдоподобия

В соответствии с правилом нахождения алгоритма оптимальной обработки по методу максимального правдоподобия (3.13) найдем условную плотность распределения вероятностей $p(y/\xi)$ для случая известного по форме сигнала $s(t)$. Предполагается, что по высокой частоте форма и структура сигнала известны в пределах

интервала времени наблюдения t_n . В дальнейшем такой сигнал будем называть когерентным, так как его высокочастотная структура полностью известна. В качестве указанного сигнала могут быть и пакеты когерентных импульсов, с постоянной несущей, фазы которых известны или изменяются по заданному закону. Таким сигналом может быть и высокочастотный импульс с частотной модуляцией по известному закону и т. п.

Обработку такого полностью известного по форме сигнала называют *когерентной обработкой*.

Принимаемый s_i отраженный сигнал (3.2), хотя и его форма и структура известны, имеет ряд неизвестных параметров ξ_i , связанных с координатами и скоростью движения целей, а также неизвестен амплитудный коэффициент a и начальная фаза.

Шум $n(t)$ считаем гауссовским с равномерной спектральной плотностью в пределах полосы частот $2\Delta f_{ш}$. Предлагаем, что спектр сигнала находится внутри интервала частот $2\Delta f_{ш}(\pm \Delta f_{ш})$.

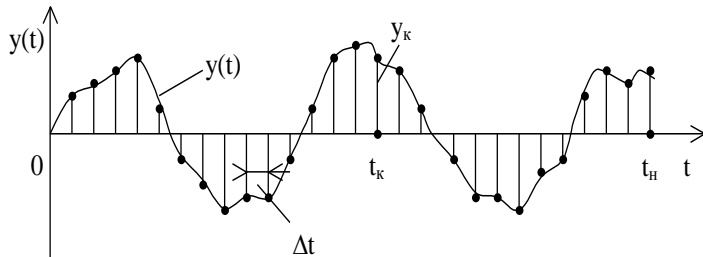


Рис. 3.4.

Для определения условной плотности распределения вероятностей сигнала используем дискретное представление $y(t)$ в виде (рис. 3.4):

$$y_k = s_{ik} + n_k, \quad k = 1, 2, \dots, M,$$

где M – число отсчетов за интервал времени t_n , равное

$$M = t_n / \Delta t.$$

Интервал отсчетов Δt определяется шириной спектра шума $\Delta f_{\text{ш}} = 1/2\Delta f_{\text{ш}}$ (в соответствии с теоремой отсчетов Котельникова).

Плотность распределения вероятностей для отсчетов шумового напряжения соответствует гауссовскому закону, и при среднем значении шума, равном нулю, равна:

$$p(n_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{\text{ш}}}} \exp\left[-\frac{n_k^2}{2P_{\text{ш}}}\right], \quad (3.20)$$

где $P_{\text{ш}}$ – мощность шума, равная дисперсии шумовых отсчетов:

$$P_{\text{ш}} = \frac{N_0}{2} 2\Delta f_{\text{ш}} = N_0 \Delta f_{\text{ш}}. \quad (3.21)$$

Величина $N_0/2$ – спектральная плотность шумов в пределах полной полосы частот $2\Delta f_{\text{ш}}$ (в положительной и в отрицательной областях частот).

Условная плотность распределения вероятностей для отсчетов y_k соответствует распределению n_k , но со смещением на величину отсчета сигнала s_{ik} . Отсчет сигнала s_{ik} не является случайной величиной. Итак, имеем

$$p(y_k/s_{ik}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{\text{ш}}}} \exp\left[-\frac{(y_k - s_{ik})^2}{2P_{\text{ш}}}\right]. \quad (3.22)$$

Шумовые отсчеты не коррелированы между собой. Это позволяет записать условную совместную плотность распределения вероятностей для всех отсчетов (y_1, y_2, \dots, y_M) в виде

$$\begin{aligned} p(y_1, \dots, y_M)(s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iM}) &= p(y_1/s_{i1})p(y_2/s_{i2})\dots p(y_M/s_{iM}) = \\ &= \prod_{k=1}^M p(y_k/s_{ik}) = \frac{1}{(2\pi P_{\text{ш}})^{M/2}} \exp\left[-\frac{\sum_{k=1}^M (y_k - s_{ik})^2}{2\pi P_{\text{ш}}}\right]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Сумму в показателе экспоненты можно представить в виде интеграла по времени t :

$$\sum_{k=1}^M (y_k - S_{ik})^2 = 2\Delta f_{\text{ш}} \int_0^{t_n} [y(t) - S_i(t)]^2 dt. \quad (3.24)$$

В этом случае (3.23) запишем в виде:

$$p(y(t)/S_i(t)) = \frac{1}{(2\pi P_{\text{ш}})^{M/2}} \exp \left[-\frac{\int_0^{t_n} [y(t) - S_i(t)]^2 dt}{N_o} \right]. \quad (3.25)$$

Условные распределения принимаемого сигнала $y(t)$ при заданном $S_i(t)$ являются функцией или *функционалом правдоподобия*. Преобразуем функционал правдоподобия (3.25) таким образом, чтобы выделить элементы, связанные с наблюдаемым сигналом $y(t)$ и зависящие от заданного сигнала $S_i(t)$. Следовательно, таким образом найдем *достаточную статистику*, или алгоритм оптимальной обработки сигнала $y(t)$.

Так как максимум функции правдоподобия $L(y/S_i) = p(y(t)/S_i(t))$ не изменяется, если выполнить логарифмирование (3.25), то получаем достаточную статистику в виде:

$$L(y(t)/S_i(t)) = \int_0^{t_n} [y(t) - S_i(t)]^2 dt. \quad (3.26)$$

Если рассматривать $S_i(t)$ как опорный (“пробный”) сигнал $S_{\text{оп}} = S_i(t)$, то получаем полное соответствие результата с методом минимума интеграла квадрата погрешности оценки сигнала (см. (3.14) или (3.15)).

Итак, основная операция, которая должна быть выполнена при приеме сигнала $y(t)$ для получения оценки координат и параметров движения цели по методу максимума правдоподобия, заключается в формировании корреляционного интеграла

$$y_{\text{вых}} = \psi(t_c; f_c) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt, \quad (3.27)$$

максимум которого соответствует совпадению принятой модели пространства целей с истинным распределением целей. В более узком смысле максимум корреляционного интеграла $y_{\text{вых}} = \psi(t_c; f_c)$ позволяет обнаружить цель и определить ее координаты и параметры движения.

3.2. СВОЙСТВА ОПТИМАЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ОБРАБОТКИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

1. Максимизация отношения мощности выходного сигнала к мощности шумов

Одно из свойств оптимального устройства обработки сигналов является накопление энергии отраженного от цели сигнала и формировании выходного напряжения $y_{\text{вых}}$, мощность которого в максимуме пропорциональна полной энергии принимаемого сигнала. Таким образом, оптимальная система обработки как бы «собирает» всю энергию сигнала и представляет ее в форме одного отсчета в максимуме выходного сигнала $y_{\text{вых}}$.

Покажем, что в оптимальной системе отношение мощности выходного сигнала к мощности шумов достигает своего максимального значения, количественно равного отношению полной энергии отраженного от цели сигнала к спектральной плотности шумов на входе системы.

Подставим в формулу для выходного сигнала (3.27) выражение для входного сигнала $y(t)$ в виде аддитивной суммы:

$$y(t) = aS(t - t_d; f_o + f_{\text{ди}}) + n(t). \quad (3.28)$$

Получаем тогда

$$y_{\text{ВЫХ}}(t_c; f_c) = a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d; f_o + f_{\text{ДП}}) S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt + \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt. \quad (3.29)$$

В формуле (3.29) имеются *сигнальная часть* – первое слагаемое:

$$y_{\text{ВЫХ.С}} = a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d; f_o + f_{\text{ДП}}) S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt, \quad (3.30)$$

и *шумовая часть* – второе слагаемое:

$$y_{\text{ВЫХ.Ш}} = \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt. \quad (3.31)$$

Мощность выходного сигнала $P_{\text{ВЫХ.С}}$ в максимуме $y_{\text{ВЫХ.С}}$, то есть, когда $t_c = t_d$ и $f_c = f_{\text{ДП}}$, равна

$$P_{\text{ВЫХ.С}} = \{y_{\text{ВЫХ.С.ПМХ}}\}^2 = a^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} S^2(t - t_d) dt \right]^2. \quad (3.32)$$

Обозначим величину

$$\int_{-\infty}^{\infty} S^2(t - t_d) dt = E_o. \quad (3.33)$$

Эта величина E_o , так называемая энергия «формы» сигнала – энергия опорного сигнала, которая зависит от применяемого вида сигнала и его амплитудной модуляции. В ряде случаев вводят нормировку, полагая $E_o = 1$.

Заметим, что энергия принимаемого сигнала зависит от амплитуды a и может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} E &= \int_{-\infty}^{\infty} [a^2 S^2(t - t_d; f_o + f_{\text{ДП}})] dt = \\ &= a^2 \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t - t_d; f_o + f_{\text{ДП}}) dt = a^2 E_o. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Следовательно, энергия E отличается от E_0 квадратом амплитудного коэффициента a .

Мощность выходного сигнала $P_{\text{вых.с}}$ оптимального устройства обработки, как это следует из выражений (3.32) и (3.33), равна

$$P_{\text{вых.с}} = a^2 E_0^2 = EE_0. \quad (3.35)$$

Найдем мощность шумов на выходе оптимального устройства – как среднее значение от квадрата шумового напряжения, которое в среднем равно нулю $\bar{y}_{\text{вых.ш}} = 0$:

$$P_{\text{вых.ш}} = M\{y_{\text{вых.ш}}^2\} = M\left\{\left[\int_{-\infty}^{\infty} n(t)S(t-t_c; f_0 + f_c) dt\right]^2\right\}. \quad (3.36)$$

Для упрощения преобразований считаем, что шум «белый» и имеет корреляционную функцию в виде дельта-функции

$$M\{n(t_1)n^*(t_2)\} = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2), \quad (3.37)$$

где $N_0/2$ спектральная плотность шумов.

Преобразуем (3.36)

$$\begin{aligned} P_{\text{вых.ш}} &= M\left\{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n(t_1)n^*(t_2) \times \right. \\ &\times S(t_1 - t_0; f_0 + f_c)S^*(t_2 - t_c; f_0 + f_c) dt_1 dt_2 \Big\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} M\{n(t_1)n^*(t_2)\} S(t_1 - t_c; f_0 + f_c) \times \\ &\times S^*(t_2 - t_c; f_0 + f_c) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Подставим значение корреляционной функции (3.37) в выражение (3.38). С учетом свойства интегралов с дельта-функциями, а именно

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = f(a),$$

получаем

$$\begin{aligned}
 P_{\text{ВЫХ.Ш}} &= \frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t_1 - t_2) S(t_1 - t_c; f_o + f_c) \times \\
 &\quad \times S^*(t_2 - t_c; f_o + f_c) dt_1 dt_2 = \\
 &= \frac{N_o}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t_2 - t_c) dt_2 = \frac{N_o E_o}{2}.
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Найдем отношение мощностей сигнала и шума на выходе оптимального устройства, используя найденные выражения (3.35) и (3.39)

$$Q_{\text{ВЫХ.ОПТ}} = \frac{P_{\text{ВЫХ.С}}}{P_{\text{ВЫХ.Ш}}} = \frac{EE_o}{(N_o E_o / 2)} = \frac{2E}{N_o}. \tag{3.40}$$

Для любой неоптимальной системы выходное отношение мощности сигнала в максимуме к мощности шума всегда меньше величины $2E / N_o$.

$$Q_{\text{ВЫХ.Н.ОПТ}} < Q_{\text{ВЫХ.ОПТ}} = \frac{2E}{N_o}.$$

Еще раз подчеркнем, что оптимальная система обработки РЛ сигналов концентрирует, «собирает» всю энергию приходящего отраженного сигнала в один отсчет в максимуме выходного напряжения.

2. Сигнальная часть выходного сигнала оптимального устройства обработки – это взаимная корреляционная функция применяемого РЛ сигнала

Используем выражение (3.30) для анализа сигнальной части выходного сигнала оптимальной системы в зависимости от величины рассогласования положения цели по дальности $(D_c - D_{\text{ц}})$ и по доплеровской частоте $(f_{\text{дп}} - f_c)$. При комплексном представлении радиолокационных сигналов сигнальную часть выходного сигнала запишем в виде

$$y_{\text{ВЫХ.С}}(t_c; f_c) = a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d) e^{j2\pi(f_o + f_{\text{дп}})(t - t_d)} \times \\ \times S^*(t - t_c) e^{-j2\pi(f_o + f_c)(t - t_c)} dt. \quad (3.41)$$

Видно, что выходной сигнал $y_{\text{ВЫХ}}(t_c; f_c)$ представляет собой взаимную корреляционную функцию принимаемого сигнала и опорного $S(t - t_c; f_o + f_c)$ в виде зависимости от относительного рассогласования по задержке на дальность $(t_c - t_d)$ и рассогласования по доплеровским частотам. Обозначим соответствующие рассогласования в виде

$$\tau = t_c - t_d = \left(\frac{2D_c}{c} - \frac{2D_{\text{ц}}}{2} \right), \quad (3.42)$$

$$\nu = f_{\text{дп}} - f_c. \quad (3.43)$$

Преобразуем выражение (3.41) с учетом введенных обозначений (3.42) и (3.43) и получим

$$y_{\text{ВЫХ.С}}(\tau, \nu) = a \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} S(t) S^*(t - \tau) e^{j2\pi\nu t} dt \right\} e^{j2\pi(f_o + f_c)\tau}. \quad (3.44)$$

Выражение в фигурных скобках представляет собой так называемую «*функцию неопределенности*», которая более детально рассмотрена в гл.6 в связи с решением проблемы разрешающей способности РЛ систем. Если обозначить функцию неопределенности, входящую в выражение (3.41), как

$$\Psi_s(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) S^*(t - \tau) e^{j2\pi\nu t} dt, \quad (3.45)$$

то выходной сигнал (3.44) запишем в виде

$$y_{\text{ВЫХ.С}}(\tau, \nu) = a \Psi_s(\tau, \nu) e^{j2\pi(f_o + f_c)\tau}. \quad (3.46)$$

Таким образом, часть выходного напряжения оптимального

устройства обработки сигналов пропорциональна функции неопределенности РЛ сигнала.

3.3. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ОБРАБОТКИ РЛ СИГНАЛОВ

В соответствии с полученными выше результатами оптимальное устройство обработки РЛ сигнала может быть реализовано на практике в виде нескольких вариантов устройств.

1. Корреляционные устройства

Первым вариантом устройства обработки является коррелятор, который состоит из умножителя и интегратора (рис.3.5,а). Это прямая реализация алгоритма оптимальной обработки (3.27). На вход умножителя подается входной $y(t)$ и опорный сигнал $S_{\text{оп}}(t) = S(t - t_c; f_o + f_c)$, который формируется в блоке формирования опорных сигналов. Величина сдвигов t_c и f_c может изменяться таким образом, чтобы на выходе коррелятора формировался максимальный выходной сигнал (в момент времени, когда $t_c = t_d$ и когда $f_c = f_{\text{дп}}$).

Однако описанный простой коррелятор имеет существенный недостаток, который заключается в том, что на поиск нужных значений t_c и f_c уходит достаточно большое время. Это обстоятельство в ряде случаев не может быть допустимым в определенных тактических условиях. По этой причине целесообразно иметь набор корреляторов (рис. 3.5,б), каждый из которых состоит из своего умножителя и интегратора. Количество корреляторов обычно соответствует возможному дискретному набору значений $t_{c1}; t_{c2}, \dots, t_{cm}$ и $f_{c1}; f_{c2}, \dots, f_{ck}$. Для беспрерывного наблюдения в интервале дальностей ΔD и интервале доплеровских частот $\Delta f_{\text{дп}}$ необходимо, чтобы дискреты по дальности $(t_{c(i+1)} - t_{ci})$ и по доплеровской частоте

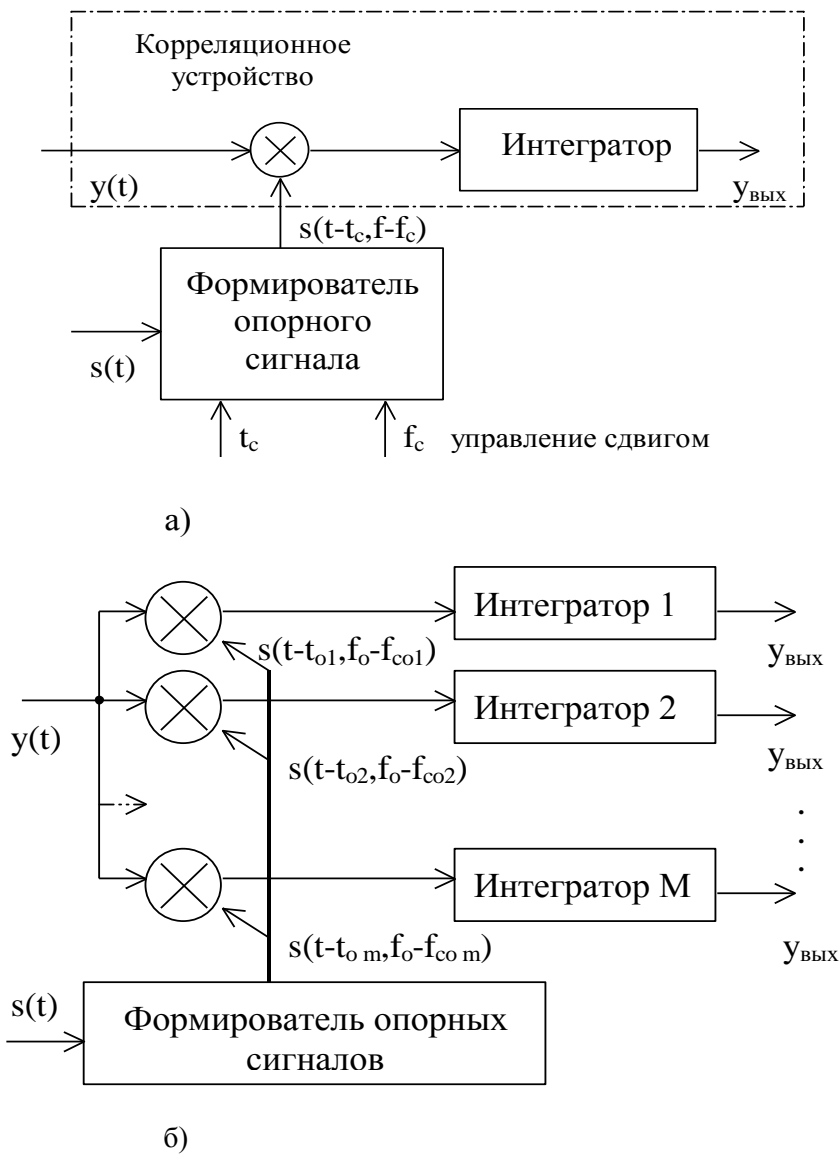


Рис. 3.5.

$(f_{c(j+1)} - f_{cj})$ не превышали значения соответствующих разрешающих величин δt_d и $\delta f_{дп}$

$$(t_{c(i+1)} - t_{ci}) \leq \delta t_d; (f_{c(j+1)} - f_{cj}) \leq \delta f_{дп}. \quad (3.47)$$

В этом случае количество корреляторов должно быть не меньше величины

$$N_{кор} \geq \frac{(t_{c(i+1)} - t_{ci})}{\delta t_d} \cdot \frac{(f_{c(j+1)} - f_{cj})}{\delta f_{дп}}. \quad (3.48)$$

Недостатком этой схемы является трудность формирования опорных сигналов с небольшими разностями по доплеровской частоте $(f_{c(j+1)} - f_{cj})$ и громоздкость всей схемы.

По этой причине разработан еще один тип корреляционных устройств, который можно назвать корреляционно-фильтровым устройством. Для этого типа коррелятора характерно разделение процедуры формирования опорного сигнала на две операции: первая – подбор и согласование по форме и задержке во времени и вторая – по доплеровской частоте. На рис. 3.6 показана возможная схема корреляционно-фильтрового устройства. На умножитель поступает только селектирующий сигнал (импульс), длительность которого равна длительности полезного сигнала (или его части), а положение по задержке относительно излученного сигнала соответствует временной задержке отражения от цели. Доплеровская селекция выполняет роль интегратора, так как узкополосный фильтр соответствует интегратору на частоте настройки фильтра.

В ряде частных применений могут быть отличия в структуре корреляционного устройства, но основная идея разделения формирования опорного сигнала на два этапа является характерной для таких корреляционно-фильтровых систем. В частности может использоваться и многоканальная схема (аналогично схеме рис. 3.5,б).

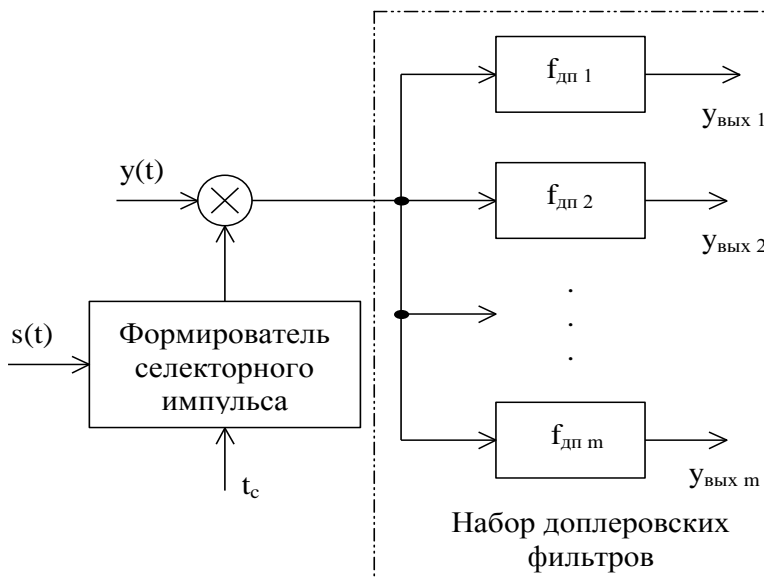


Рис. 3.6.

2. Согласованные фильтры

Второй вариант построения оптимальных устройств обработки сигналов представляет собой инвариантную к моменту прихода отраженного сигнала линейную систему, которую называют *согласованным фильтром*. Использование линейного фильтрующего устройства в качестве оптимального устройства обработки РЛ сигналов основано на следующих положениях.

Как известно, выходной сигнал любого линейного четырехполосника (фильтра), импульсная характеристика которого $h(t)$, равен:

$$y_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x)h(t-x)dx, \quad (3.49)$$

где $y(x)$ – входной сигнал линейного фильтра.

Если импульсную характеристику $h(t)$ выбрать в виде, удовлетворяющем соотношению для корреляционного интеграла (3.27):

$$h_{\text{сф}}(x) = S^*(t_o - x), \quad (3.50)$$

то выходное напряжение $y_{\text{вых}}$ (формула (3.49)) запишется в форме:

$$y_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x) S^*(x - (t - t_o)) dx. \quad (3.51)$$

Видно, что в момент времени, когда

$$t = t_c + t_o,$$

выходное напряжение линейного устройства точно равно корреляционному интегралу (3.27). Таким образом, линейный фильтр, имеющий импульсную характеристику (3.50) в виде «зеркального» отображения применяемого сигнала $S^*(t_o - x)$, выполняет операцию оптимальной обработки РЛ сигналов. Такой линейный фильтр называется *согласованным фильтром*, так как его импульсная характеристика $h(t)$ «согласована» с сигналом $S(t)$. Постоянная величина t_o выбирается для обеспечения физической реализуемости согласованного фильтра, то есть достигается условие, при котором импульсная характеристика не формировалась бы раньше воздействующего дельта-импульса.

Частотную характеристику согласованного фильтра найдем, выполняя преобразование Фурье импульсной характеристики (3.50):

$$\begin{aligned} H_{\text{сф}}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_{\text{сф}}(t) e^{-j2\pi ft} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S^*(t_o - t) e^{-j2\pi ft} dt = \dot{S}^*(f) e^{-j2\pi ft_o}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Следовательно, частотная характеристика согласованного фильтра соответствует комплексно сопряженному значению спектральной характеристики сигнала $S^*(f)$.

Особенно простым является соотношение, определяющее амплитудно-частотную характеристику согласованного фильтра. Эта характеристика пропорциональна амплитудному спектру сигнала:

$$|H_{\text{сф}}(f)| = |S(f)|. \quad (3.53)$$



Рис. 3.7.

Еще раз подчеркнем, что согласованный фильтр инвариантен ко времени прихода отраженного сигнала. В момент времени $t = t_c + t_o$ выполняется оптимальная обработка сигнала. Однако согласованный фильтр необходимо настраивать на соответствующую частоту доплеровского сдвига, то есть необходимо иметь набор согласованных фильтров для всего возможного диапазона доплеровских частот (рис.3.7).

3. Обработка радиолокационных данных

Обработку радиолокационной информации часто разбивают на два этапа: обработку РЛ сигналов и обработку РЛ данных (иногда второй этап называют вторичной обработкой РЛ сигналов).

На первом этапе – *обработке РЛ сигналов* – решаются задачи обнаружения и измерения координат и параметров движения целей в позициях их мгновенных отсчетов, когда можно считать параметры движения постоянными. Обработка на этом первом этапе выполняется за один элемент времени облучения целей, например, за период облучения при обзоре пространства. Обработка сигналов в этом слу-

чае выполняется *процессором РЛ сигналов*, в котором реализованы алгоритмы оптимальной обработки (ППС), рассмотренные выше.

Второй этап работы устройств обработки – *обработка РЛ данных* – связан с непрерывным или дискретным сопровождением целей, а также с решением задач распознавания целей, устранением неоднозначностей измерений, наблюдаемых на первом этапе, решения задач помехозащиты и т. п.

На первом этапе формируются первичные РЛ данные, которые затем в *процессорах РЛ данных* (ПРЛД) обрабатываются для решения указанных выше задач. Обработка РЛ данных в современных РЛ системах выполняется с помощью ЭВМ.

Каждая цель имеет, вообще говоря, свою “историю” во времени – траекторию движения, которая является значительно более полной информационной характеристикой цели, чем мгновенные значения ее текущих координат и скорости. Траектория движения цели описывается некоторой векторной функцией $D(t)$, которая зависит от типа цели, ее маневренных возможностей, скорости и т.д. На траекторию цели оказывают влияние также случайные факторы: изменение структуры среды, в которой происходит движение, различные погрешности, возникающие в процессе движения и управления объектом, и др. факторы. По этим причинам множество возможных траекторий движения целей в общем случае можно рассматривать как реализации некоторого случайного процесса. В результате реальные наблюдаемые процессы $y(t)$ отличаются от $D(t)$. Процедуры обработки РЛ данных по указанным причинам также носят статистический характер. Оптимальное решение задач оценивания траекторий и параметров этих траекторий возможно методами линейной и нелинейной фильтрации. Выбор алгоритмов фильтрации зависит от степени компромисса между возможностями ЭВМ, количеством сопровождаемых целей, их динамикой и требуемой точностью отображения траекторий целей.

В последующих главах рассматриваются различные алгоритмы решения как вопросов первичной обработки РЛ сигналов, так и обработки РЛ данных.

3.4. ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ

1. Какие существуют методы нахождения алгоритмов работы оптимальных устройств обработки радиолокационных сигналов?

2. При рассмотрении метода минимума различий наблюдаемого эквивалентного пространства целей и истинного пространства получена формула для корреляционного интеграла (3.17). Аналогичным образом получить формулу (3.18) для комплексного представления всех сигналов.

3. Найти структуру согласованного фильтра для обработки последовательности когерентных импульсов, если длительность всей пачки импульсов равна T_c .

4. В чем состоит суть процедуры обработки радиолокационных данных?

5. Радиолокационный сигнал имеет форму, определяемую следующей зависимостью:

$$S(t) = \begin{cases} A/2, & 0 \leq t \leq T_c/2, \\ -A/2, & T_c/2 < t \leq T_c, \\ 0 & \text{при других } t, \end{cases}$$

а) найти импульсную характеристику согласованного фильтра для этого сигнала;

б) определить максимальное отношение сигнал-шум по мощности на выходе согласованного фильтра, если шум на входе согласованного фильтра имеет спектральную плотность $N_0/2$;

в) зарисовать форму выходного сигнала при отсутствии шумов.

6. Найти максимальное значение сигнал-шум по мощности на выходе согласованного фильтра для сигнала с треугольной огибающей и высокочастотным наполнением при наличии шумов со спектральной плотностью $N_0/2$.