I) Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{\left(2\arcsin^3 x+3\right)dx}{\sqrt{1-x^2}}$ **;** **б)** $\int x^2 \ln x dx$; **в)** $\int \frac{(1-2x)dx}{\left(x^2+4\right)(x-3)}$.

II)

а) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится: $\int\limits_e^{\infty} \frac{dx}{x^3}$.

б) Вычислить определенный интеграл**:** $\int\limits_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^4}dx$**.**

в) Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле $\iiint\limits_V dV$, переходя к цилиндрическим координатам: где *V:* $\{x^2+y^2 \le 3z; \quad x^2+y^2+z^2 \le 4\}$.Сделать чертёж области интегрирования.

III)

а) Вычисление длины дуги гладкой кривой с помощью определённого интеграла (случаи задания кривой в явном виде, в неявном виде, в полярных координатах, параметрическим способом). Вычисление длины дуги с помощью криволинейного интеграла 1-го рода.

б) Вычислить дифференциал дуги, ***ds,*** где дуга Г: $y = x^2 - 1$; сделать чертёж.

в) Вычислить криволинейный интеграл первого рода: $\int\limits_{\Gamma} (x^2-y)ds$,

где Г: $y = x^2 - 1$; если $1 \le x \le 2$.

IV)

а) Дано пространственное тело $\sqrt{x^2+y^2} \le z \le 1$ и векторное поле $\mathbf{a} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Сделать чертёж и вычислить div **a.**

б) Доказать теорему Гаусса-Остроградского и с помощью неё найти поток векторного поля $\mathbf{a} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ через замкнутую поверхность σ, ограничивающую тело $\sqrt{x^2+y^2} \le z \le 1$, в направлении внешней нормали.

в) Проверить результат непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие части поверхности σ.