I) Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{e^x dx}{3e^x + 4}$; **б)** $\int (3x^2+1)\,\mathrm{arctg}\, x dx$ **;** **в)** $\int \frac{4x-3}{x^2-2x+6}dx$ **.**

II)

а) В двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования по новым переменным, если: D = $\{\ x^2 + y^2 \le 6x\ \}$. Сделать чертёж области интегрирования.

б) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится: $\int_0^1 \ln x dx$.

в) Вычислить определенный интеграл**:** $\int_{-3}^{0} \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2+6x+10}}$**.**

III)

а) Вычисление работы силового поля. Физический смысл криволинейного интеграла по координатам. Формула Грина.

б) Используя формулу Грина, найти работу поля **F**=(*xy; -2y)* вдоль дуги кривой Г, если Г: $x^2 + y^2 = 9$.

в) Проверить результат непосредственным вычислением

IV)

а) Дано пространственное тело $\Omega = \{z^2 \ge x^2 + y^2,\ 0 \le z \le 2\}$ и векторное поле $\mathbf{a} = y^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$. Сделать чертеж и вычислить div **a.**

б) Сформулировать теорему Гаусса-Остроградского и с помощью неё найти поток векторного поля $\mathbf{a} = y^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$ через всю поверхность тела $\Omega = \{z^2 \ge x^2 + y^2,\ 0 \le z \le 2\}$ в направлении внешней нормали.

в) Проверить результат непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие части поверхности.