

I) Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{(\ln x - 3)dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$; **б)** $\int (3x^2 + 1) \operatorname{arctg} x dx$; **в)** $\int \frac{dx}{x^2 + 4x - 5}$

II)

а) Изменить в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{3-2x} f(x, y) dy$ порядок интегрирования.

Сделать чертёж области интегрирования.

б) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^{\pi/2} e^x \cos x dx$

в) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится: $\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$

III)

а) Вычислить $\operatorname{grad} U$, если скалярное поле U таково, что поверхность

$S: 2y = x^2 + z^2$ является для него поверхностью уровня. Сделать чертёж поверхности S .

б) Поверхностный интеграл 1-го рода. Вывод формулы вычисления площади гладкой поверхности.

в) Найти площадь части поверхности S , заключённой внутри цилиндрической поверхности Π , если $S: 2y = x^2 + z^2$, а $\Pi: (x^2 + z^2)^2 = 2xz$. Сделать чертёж поверхности Π и её проекции на плоскость XOZ .

IV)

а) Пространственный контур Γ задан системой $\{z = x^2 + y^2; z = 4\}$. Сделать чертёж и вычислить $\operatorname{rot} \mathbf{a}$, если $\mathbf{a} = z\mathbf{i} + zx\mathbf{j} + y\mathbf{k}$.

б) Теорема Стокса. Найти циркуляцию векторного поля \mathbf{a} по контуру Γ , применяя теорему Стокса, если

$$\mathbf{a} = z\mathbf{i} + zx\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \Gamma = \{z = x^2 + y^2, z = 4\}.$$

в) Проверить результат непосредственным вычислением линейного интеграла векторного поля по замкнутому контуру Γ .