

**СПИСОК ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ**  
**по дисциплине «Методы комплексного анализа»**  
**для групп КМБО-19 (4-ый семестр)**  
**лектор Шатина А.В.**

- 1) Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа. Комплексно-сопряженное число.
- 2) Последовательности комплексных чисел. Определение предела последовательности комплексных чисел. Понятие бесконечно удаленной точки и расширенной комплексной плоскости. Сфера Римана.
- 3) Кривые и области на комплексной плоскости.
- 4) Определение функции комплексной переменной. Определение однолистной функции на заданном множестве. Определение многозначной функции. Основные элементарные функции комплексной переменной: дробно-рациональная, показательная, тригонометрические, гиперболические, логарифмическая, общая степенная, общая показательная, обратные тригонометрические и гиперболические функции.
- 5) Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
- 6) Определение производной функции комплексной переменной в точке. Условия Коши-Римана. Определение аналитической функции. Условия Коши-Римана в полярных координатах. Гармоничность действительной и мнимой части аналитической функции.
- 7) Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения. Критерий конформности.
- 8) Конформные отображения, осуществляемые линейной, степенной и показательной функциями.
- 9) Дробно-линейная функция. Аналитичность, однолистность. Свойства дробно-линейного отображения: групповое свойство, круговое свойство, свойство сохранения симметрии, единственность дробно-линейного отображения, переводящего три различные точки в три различные точки.
- 10) Функция Жуковского  $w = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ . Аналитичность, область однолистности. Образы окружностей и лучей при отображении функцией Жуковского. Примеры отображений, осуществляемых функцией Жуковского. Профили Жуковского.
- 11) Регулярные ветви многозначных функций:  $w = \sqrt[n]{z}$ ,  $w = \operatorname{Ln} z$ . Конформные отображения, ими осуществляемые. Функция, обратная функции Жуковского.
- 12) Конформные отображения, осуществляемые тригонометрическими и гиперболическими функциями.
- 13) Применение принципа симметрии для отображения областей с разрезами. Отображения круговых луночек.
- 14) Определение интеграла от функции комплексной переменной, его связь с криволинейными интегралами.
- 15) Интегральная теорема Коши для односвязной области. Интегральная теорема Коши для многосвязной области.
- 16) Интеграл от аналитической функции, его независимость от пути интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
- 17) Интегральная формула Коши для аналитической функции. Существование производных всех порядков у аналитической функции.
- 20) Разложение аналитической в круге функции в ряд Тейлора. Формулы для коэффициентов.
- 21) Ряд Лорана. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана.
- 22) Изолированные особые точки однозначного характера и их классификация.

- 23) Определение ряда Лорана в окрестности конечной особой точки и в окрестности бесконечно удаленной точки. Ряд Лорана в окрестности устранимой особой точки, в окрестности полюса и в окрестности существенно особой точки.
- 24) Нули аналитической функции. Связь между порядком нуля и порядком полюса.
- 25) Определение вычета функции в конечной точке. Вычисление вычета в простом и кратном полюсе. Определение вычета функции в бесконечно удаленной точке.
- 26) Первая теорема о вычетах. Вторая теорема о вычетах.
- 27) Приложение теории вычетов к вычислению несобственных интегралов от рациональных функций.
- 28) Лемма Жордана. Вычисление несобственных интегралов вида  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} R(x) dx$ , где  $R(x)$  – правильная рациональная дробь,  $a > 0$ .
- 29) Теорема о логарифмическом вычете.
- 30) Принцип аргумента.
- 31) Теорема Руше.
- 32) Теорема Лиувилля.
- 33) Теорема единственности. Понятие об аналитическом продолжении.

### **Литература:**

- 1) Шатина А.В. Методы комплексного анализа. Конспект лекций. – М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2019. – Электронное издание, номер гос. регистрации 0321901879 от 26.06.2019. (2.9 мб).
- 2) Шабунин М.И., Сидоров Ю.В. Теория функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 248 с.
- 3) Сборник задач по математике для ВТУЗов в 4 частях под общей редакцией А.В. Ефимова и А.С. Поспелова. ЧЗ. М.: Издательство Физико-математической литературы, 2007.
- 4) Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М. Наука, 1989.
- 5) Морозова В.Д. Теория функций комплексного переменного. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2009.
- 6) Волковысский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: Физматлит, 2002.
- 7) Краснов М.Л., Киселев А.М. и др. Вся высшая математика. Часть 4. Эдиториал. УРСС. М. 2001.
- 8) Теория функций комплексной переменной. Лекции и практикум. Под общей редакцией И.М. Петрушко. Санкт-Петербург: Изд-во «Лань», 2010.
- 9) Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями. / В.Г. Крупнин, А.Л. Павлов, Л.Г. Попов. – М.: Издательский дом МЭИ, 2012.
- 10) Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. — 365 с.
- 11) Половинкин Е.С. Теория функций комплексного переменного. М.:МНФРА-М, 2018 – 254 с.