I) Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{e^x dx}{3e^x + 4}$; **б)** $\int (2x-1)\sin 3x dx$; **в)** $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x+7}}$

II)

а) Расставить двумя способами пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$, если D - треугольник, ограниченный прямыми $x=2,\ y=x,\ y=-2x$.Сделать чертёж области интегрирования.

б) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится: $\int\limits_0^1 \ln x dx$.

в) Вычислить определенный интеграл**:** $\int\limits_{-2}^{0} \frac{(x-3)dx}{x^2+4x+5}$**.**

III)

а) Криволинейный интеграл 1-го рода (по длине дуги):определение, свойства, вычисление. Геометрический смысл криволинейного интеграла 1-го рода.

б) Вычислить дифференциал ***ds*** дуги Г, если дуга Г – отрезок АВ соединяющий точки А(0;-2) и В(4;0) .

в) Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода**:** $\int\limits_\Gamma \frac{ds}{x-y}$, где Γ – отрезок прямой АВ, $A(0;-2)$, $B(4,0)$**.**

IV)

а) Дана поверхность: параболоид $x^2+y^2=9-z$, расположенный в первом октанте. Изобразить эту поверхность, вычислить координаты единичной нормали в каждой точке данной поверхности.

б) Доказать теорему Гаусса-Остроградского. С помощью этой теоремы найти поток векторного поля $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ через внешнюю сторону поверхности σ, образованной параболоидом $x^2+y^2=9-z$, расположенным в первом октанте, и координатными плоскостями.

в) Проверить результат непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие части поверхности σ.