

I) Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^4 + 1}}$; **б)** $\int (3x - 1) \sin 2x dx$; **в)** $\int \frac{x dx}{(x + 5)^2 (x + 4)}$

II)

а) Для данного множества D записать интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде

повторных интегралов с разными порядками интегрирования, если D - четырехугольник, ограниченный прямыми $y = 0$, $y = 2$, $x + y = 0$, $x + y = 4$.

Сделать чертёж области интегрирования.

б) Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 x \arctg x dx$

в) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если

он сходится: $\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) \frac{dx}{x^3}$

III)

а) Вычисление работы силового поля. Физический смысл криволинейного интеграла по координатам. Формула Грина.

б) Используя формулу Грина, найти работу поля $\mathbf{F} = (2xy, -y)$ вдоль дуги кривой Γ , если $\Gamma: x^2 + y^2 = 25$.

в) Проверить результат непосредственным вычислением

IV)

а) Пространственный контур Γ задан системой $\{x^2 + y^2 = 9; z = x + 1\}$. Сделать чертеж, вычислить $\text{rot } \mathbf{a}$, если $\mathbf{a} = yz\mathbf{i} - x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$.

б) Теорема Стокса. Найти циркуляцию векторного поля \mathbf{a} по контуру Γ , применяя эту теорему, если

$$\mathbf{a} = yz\mathbf{i} - x\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \Gamma = \{x^2 + y^2 = 9, z = x + 1\}.$$

в) Проверить результат непосредственным вычислением линейного интеграла векторного поля по замкнутому контуру Γ .