

**I) Найти неопределенные интегралы:**

а)  $\int \frac{e^x dx}{3e^x + 4}$ ;    б)  $\int (2x-1)\sin 3x dx$ ;    в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 + 6x + 7}}$

**II)**

а) Расставить двумя способами пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , если  $D$  - треугольник, ограниченный прямыми  $x = 2$ ,  $y = x$ ,  $y = -2x$ . Сделать чертёж области интегрирования.

б) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится:  $\int_0^1 \ln x dx$ .

в) Вычислить определенный интеграл:  $\int_{-2}^0 \frac{(x-3)dx}{x^2 + 4x + 5}$ .

**III)**

а) Криволинейный интеграл 1-го рода (по длине дуги): определение, свойства, вычисление. Геометрический смысл криволинейного интеграла 1-го рода.

б) Вычислить дифференциал  $ds$  дуги  $\Gamma$ , если дуга  $\Gamma$  – отрезок АВ соединяющий точки  $A(0;-2)$  и  $B(4;0)$ .

в) Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода:  $\int_{\Gamma} \frac{ds}{x-y}$ , где  $\Gamma$  – отрезок прямой АВ,  $A(0;-2)$ ,  $B(4,0)$ .

**IV)**

а) Дана поверхность: параболоид  $x^2 + y^2 = 9 - z$ , расположенный в первом октанте. Изобразить эту поверхность, вычислить координаты единичной нормали в каждой точке данной поверхности.

б) Доказать теорему Гаусса-Остроградского. С помощью этой теоремы найти поток векторного поля  $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  через внешнюю сторону поверхности  $\sigma$ , образованной параболоидом  $x^2 + y^2 = 9 - z$ , расположенным в первом октанте, и координатными плоскостями.

в) Проверить результат непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие части поверхности  $\sigma$ .