

Задача 4

Исследуйте на устойчивость линейные системы из задач 1, 2, 3.

Решение

1) Собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

коэффициентов системы:

$$\lambda_{1,2} = 2 > 0, \quad \lambda_3 = 3 > 0.$$

Точка покоя $(0, 0, 0)$ неустойчива согласно первой теореме Ляпунова об устойчивости.

2) Собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

коэффициентов системы: $\lambda_1 = 2 + 2i$, $\lambda_2 = 2 - 2i$. Действительные части этих чисел положительны, следовательно, точка покоя $(0, 0)$ неустойчива согласно первой теореме Ляпунова об устойчивости. Тип точки покоя - "фокус".

3) Собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

коэффициентов системы: $\lambda_1 = 1 + i$, $\lambda_2 = 1 - i$. Аналогично пункту 2), точка покоя - неустойчивый "фокус".