

I) Найти неопределенные интегралы:

A) $\int \frac{\sqrt[3]{\arctg x + 1}}{1 + x^2} dx;$

б) $\int (4x - 7)e^{x+1} dx;$

в) $\int \frac{(x+3)dx}{(x-3)^2(x+2)}.$

II)

а) В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и

расставить пределы интегрирования по новым переменным, если:

$D = \{ x^2 + y^2 \leq 4x \}$. Сделать чертёж области интегрирования.

б) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если

он сходится: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x^2}.$

в) Вычислить определенный интеграл: $\int_{-3}^0 \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}}.$

III)

а) Криволинейный интеграл 2-го рода: определение, свойства. Теорема Грина.

б) Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода по замкнутому контуру по формуле Грина:

$\oint_L y^2 dx + (y-x)dy,$ если L - контур треугольника с вершинами

$O(0;0), A(2;0), B(0;2).$

в) Проверить результат непосредственным вычислением.

IV)

а) Пространственный контур Γ задан системой $\{x^2 + y^2 = 4; z = y\}$. Сделать чертеж. Вычислить $\operatorname{rot} \mathbf{a}$, где $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$.

б) Теорема Стокса. Найти циркуляцию векторного поля \mathbf{a} по контуру Γ , применяя эту теорему, если $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$, $\Gamma = \{x^2 + y^2 = 4, z = y\}$

в) Проверить результат непосредственным вычислением линейного интеграла векторного поля по замкнутому контуру Γ .