Занятие №3.

Аналитические функции. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.

1) Доказать, что функция $w = z\,\mathrm{Re}\,z$ дифференцируема только в точке $z = 0$; Найти $w'(0)$.

2) Проверить выполнение условий Коши-Римана для данной функции $f(z)$ и в случае их выполнения найти $f'(z)$:

1) $f(z) = \cos z$; 2) $f(z) = Lnz$; 3) $f(z) = \sin\dfrac{z}{3}$.

3) Найти аналитическую функцию $f(z)$, если известна ее мнимая часть $v(x;y) = e^x \sin y + 2xy + 5y$ и задано условие $f(0) = 10$.

4) Проверить гармоничность функции $v(x,y)$ в указанной области и найти, если это возможно, аналитическую функцию по заданной мнимой части:

$$v(x,y) = \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x},\quad 0 < |z| < \infty.$$

5) При каких значениях параметра a функция $u(x,y)$ является вещественной частью аналитической функции $f(z)$. Найти $f'(z)$.

1) $u(x,y) = e^{5x-y}\cos(x+ay)$; 2) $u(x,y) = \dfrac{3y}{4x^2 - ay^2}$.

6) Найдите области, в которых функция $f(z) = x^2 - y^2 + 2i|xy|$ является аналитической.

Домашнее задание: №№ 12.110, 12. 112, 12.116, 12.133, 12.135.
Типовой расчет: задача №3.

Ответы:

1) 0;

3) $f(z) = e^z + z^2 + 5z + 9$; **4)** $f(z) = \ln z + C$;

5) 1) $a = 5,\ f(z) = e^{(5+i)z} + iC$; 2) $a = -4,\ f(z) = \dfrac{3i}{4z} + iC$.

6) 1-ая и 3-я четверти.