

I) Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{(2 \arcsin^3 x + 3) dx}{\sqrt{1-x^2}}$; **б)** $\int x^2 \ln x dx$; **в)** $\int \frac{(1-2x) dx}{(x^2+4)(x-3)}$.

II)

а) Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится:

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x^3}.$$

б) Вычислить определенный интеграл: $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^4} dx$.

в) Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле $\iiint_V dV$, переходя к цилиндрическим координатам: где $V: \{x^2 + y^2 \leq 3z; \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. Сделать чертёж области интегрирования.

III)

а) Вычисление длины дуги гладкой кривой с помощью определённого интеграла (случаи задания кривой в явном виде, в неявном виде, в полярных координатах, параметрическим способом). Вычисление длины дуги с помощью криволинейного интеграла 1-го рода.

б) Вычислить дифференциал дуги, ds , где дуга $\Gamma: y = x^2 - 1$; сделать чертёж.

в) Вычислить криволинейный интеграл первого рода: $\int_{\Gamma} (x^2 - y) ds$,

где $\Gamma: y = x^2 - 1$; если $1 \leq x \leq 2$.

IV)

а) Дано пространственное тело $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$ и векторное поле $\mathbf{a} = x^2 \mathbf{i} + y^2 \mathbf{j} + z \mathbf{k}$. Сделать чертёж и вычислить $\operatorname{div} \mathbf{a}$.

б) Доказать теорему Гаусса-Остроградского и с помощью неё найти поток векторного поля $\mathbf{a} = x^2 \mathbf{i} + y^2 \mathbf{j} + z \mathbf{k}$ через замкнутую поверхность σ , ограничивающую тело $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$, в направлении внешней нормали.

в) Проверить результат непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие части поверхности σ .