

Минобрнауки РФ МГТУ МИРЭА	Экзаменационный билет 11 по курсу Дискретная математика 1 семестр (лектор И.В.Арташкин)	Утверждаю (зав.кафедрой) 2021г.
---------------------------------	--	---

В задачах билета используются числа a , b и c , которые находятся следующим образом: a — это число букв в Вашем имени, b — это число букв в Вашей фамилии, c — это наименьшее число, большее и a и b и не имеющее общих делителей с a .

1) Докажите методом математической индукции:

$$\frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2n}} = \frac{4^{n+1}-1}{3 \cdot 4^n}.$$

2) Укажите на действительной прямой такие отрезки X и Y (разные для каждого из трех заданий ниже), что формула $f(x) = x^2 - 2ax + b$ определяет отображение из X в Y , такое что

- а) f инъективно, но не сюръективно;
- б) f сюръективно, но не инъективно;
- в) f биекция.

3) Вычислите произведение перестановок $\alpha\beta$, где $\alpha = (1324)$ и $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдите четность и порядок полученной перестановки.

4) Расставьте недостающие цифры в перестановке $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & & & & 1 & & & & \end{pmatrix}$, чтобы перестановка α была четной и ее порядок был равен 6.

5) Сколькими способами можно раздать три неразличимые между собой конфеты шести людям? (Можно давать и по несколько конфет одному человеку.)

6) Сколько четных перестановок порядка 4 имеется в S_8 ? Перечислите все возможные разложения в произведение независимых циклов.

7) Рассмотрим множество функций $f : W \rightarrow \{0, 1\}$, где $W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Каких характеристических функций больше: тех, сумма значений которых нечетна, или тех, носитель которых содержит цифру 6?