

Математический анализ, семестр 1.

Билет 4.

1. а) Является ли последовательность $\left\{ \frac{n+1}{n^2} \right\}$ монотонно убывающей?
б) Используя логическую символику, записать высказывание «Последовательность $\{x_n\}$ монотонно убывает».
2. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x}{x^2 - x + 1} \right)^{5x}$.
3. а) Вычислить производную функции: $y = \sqrt{x+3} \cdot \arctg 7x + \frac{x^2 + 5}{x+1} + (\operatorname{ctg} x)^{\ln x}$.
б) С помощью определения вывести формулу для вычисления производной функции $y = \sqrt{x}$.
4. а) Вычислить предел с помощью формулы Маклорена :
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \operatorname{tg} 3x + \ln(1+x^3)}{x \operatorname{tg} x^2}$$

б) Вывести формулу Маклорена для функции: $f(x) = \sin x$.
5. Построить график функции $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
6. Найти дифференциал первого порядка для функции $f(x, y) = x^2 y^3$ в точке М (1,2).
7. Открытые и замкнутые множества в R^n . Компактные множества. Свойства функций, непрерывных на компакте.