

Г л а в а 6

РАЗРЕШЕНИЕ ЦЕЛЕЙ И СВОЙСТВА РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

6.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ РАЗРЕШЕНИЯ ЦЕЛЕЙ В РАДИОЛОКАЦИИ

1. Разрешающая способность и неоднозначность

Одной из важнейших характеристик РЛ систем является их разрешающая способность, то есть возможность раздельного обнаружения, измерения координат, или параметров движения нескольких целей, находящихся в зоне наблюдения. В ряде случаев различают разрешение цели по дальности, скорости (по доплеровской частоте) или по угловым координатам. В узком смысле разрешение связано с раздельным радиолокационным наблюдением целей одного класса.

Оценивать разрешающую способность в радиолокации принято по минимальному значению интервала между двумя целями по соответствующей координате или параметру движения целей. Предполагается, что величина разрешения по той или иной координате определяется при одинаковых значениях других координат или параметров движения целей.

Разрешение целей подразумевает возможность при радиолокационном наблюдении дать ответы на следующие вопросы: каково взаимное расположение целей в пространстве, каковы их относительные скорости, сколько целей наблюдается и каковы характерные признаки (например, ЭПО)?

Разрешающая способность РЛС во многом определяет возможность обнаружения и измерения координат целей на фоне мешающих отражений, на фоне пассивных да и активных помех различного происхождения. Следовательно, разрешающая способность

весьма важна при оценке помехозащищенности РЛС, при разработке средств борьбы с преднамеренными помехами.

В частности, пассивные помехи и различные мешающие отражатели можно рассматривать как совокупность целей, которые не представляют интереса при наблюдении какой-то заданной цели, но используя возможности разрешения, можно выделить эту заданную цель, обнаружить и определить ее координаты и скорость движения.

Очевидно и требование к РЛ системам: необходимо, чтобы на выходе устройств обработки РЛ сигналов можно было бы наблюдать раздельно выходные сигналы, соответствующие отдельным целям, для того, чтобы можно было принимать решения об обнаружении таких целей и изменении их координат.

Мерой разрешения, как уже отмечалось, может быть в рассматриваемом случае такой интервал между входными сигналами для двух целей, при котором можно раздельно наблюдать отдельные максимумы, а "провал" между ними не превышает некоторую заданную величину относительно максимального значения выходного сигнала.

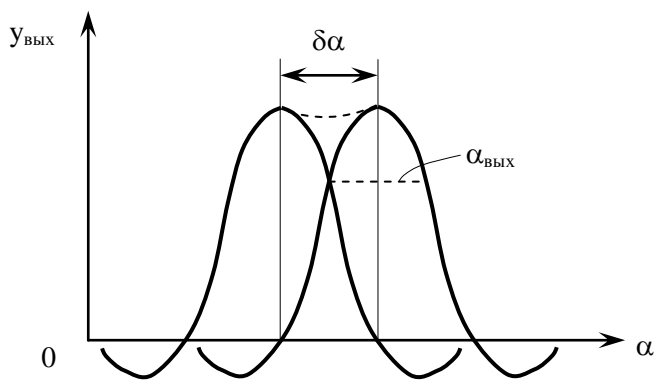


Рис. 6.1.

По критерию Релея (введенного впервые в оптике) рассматриваются выходные отклики в виде функций вида $(\sin x)/x$. Согласно этому критерию два одинаковых выходных сигнала различаются, если максимум одного сигнала совпадает с минимальным (нулевым) значением другого (рис. 6.1). При этом возникает провал не более 20% от максимального значения. В этом случае интервал между

максимумами количественно равен ширине отклика выходного сигнала (для точечного объекта наблюдения). Таким образом, по критерию Релея две цели разрешаются (по соответствующей координате), если интервал между ними $\delta\alpha$ не менее ширины отклика выходного сигнала $\alpha_{\text{вых}}$

$$\delta\alpha \geq \alpha_{\text{вых}}, \quad (6.1)$$

где $\delta\alpha$ – разрешение по соответствующей координатной оси α , а $\alpha_{\text{вых}}$ ширина отклика на уровне 0,5 от максимума.

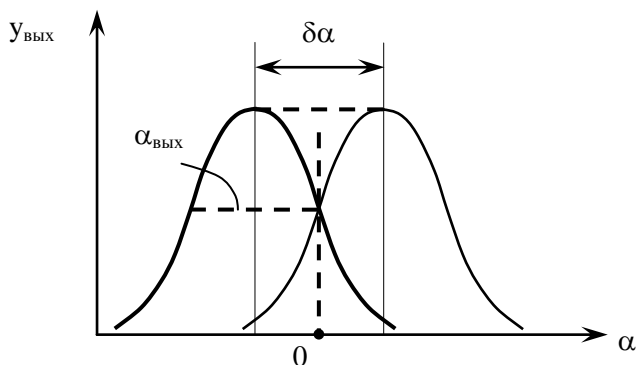


Рис. 6.2.

Более общий критерий разрешения (*критерий Спарроу*), который применим к выходным сигналам (откликам) практически любой формы, устанавливает, что разрешение достигается тогда, когда "провал" между максимумами уменьшается до нуля. При этом интервал между максимальными значениями таков, что отклики выходного сигнала пересекаются в точке перегиба огибающей выходного сигнала $y_{\text{вых}}(\alpha)$, то есть, когда удовлетворяется равенство (рис.6.2)

$$\left. \frac{d^2 y_{\text{вых}}(\alpha)}{d\alpha^2} \right|_{\alpha=0} = 0. \quad (6.2)$$

И в случае применения критерия Спарроу две цели различают-

ся, если интервал между максимумами выходных сигналов $\delta\alpha$ не менее ширины отклика $\alpha_{\text{вых}}$. Итак, независимо от выбранного критерия разрешение целей оценивается по ширине выходного отклика на уровне 0,5 от максимума по соответствующей координатной оси.

При оценке разрешающей способности РЛ системы следует учитывать и возможные ошибочные выводы о степени разрешения, например, если возникают в выходных сигналах устройства обработки такие явления, как многозначность отклика на сигнал одной цели. При неизвестном количестве целей с различными ЭПО в зоне наблюдения появление любого дополнительного максимума в выходных сигналах может быть принято за наличие какой-либо другой цели. Как будет показано в дальнейшем, на выходе устройства обработки сигналы, соответствующие данной цели, часто имеют не один основной максимум, а несколько ложных максимумов, так называемых "боковых лепестков". Количество и структура боковых лепестков зависит от вида применяемых радиолокационных сигналов.

При разработке той или иной теории разрешения целей требуется в конечном итоге дать ответы на такие, например, вопросы, как: что представляют собой наилучшие (оптимальные), с точки зрения разрешающей способности, устройства обработки РЛ сигналов, какие требования предъявляются к выбору РЛ сигналов и антенных устройств при обеспечении заданного разрешения целей по дальности, скорости и угловым координатам, как связаны параметры разрешения со свойствами сигналов и антенных устройств?

2. Теория разрешающей способности на основе метода максимального правдоподобия

Наиболее полные ответы на поставленные выше вопросы можно получить, если рассмотреть проблему разрешающей способности с позиции обнаружения и измерения координат и параметров движения многих целей, находящихся в зоне наблюдения. Так как прием отраженных сигналов осуществляется на фоне случайных помех, то задачи разрешения могут решаться статистическими методами. Считаем, что цели в зоне наблюдения расположены на различных расстояниях от РЛС D_i , а отраженные сигналы имеют различные доплеровские сдвиги $f_{\text{дп}i}$. В приемном устройстве наблюдается в те-

чение времени t_n реализация случайного процесса $y(t)$, представляющего собой смесь всей совокупности отраженных сигналов от $N_{\text{ц}}$ целей и шума $n(t)$:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N_{\text{ц}}} a_i S(t - t_{\text{д}i}; f_0 + f_{\text{д}i}) + n(t), \quad (6.3)$$

где $t_{\text{д}i}$ – время запаздывания сигналов от i -ой цели.

В устройстве обработки по наблюдаемой смеси $y(t)$ сигналов и шума необходимо получить данные о всех целях: обнаружить их, определить количество и оценить положение в пространстве и скорости относительного движения. Для задачи радиолокационного наблюдения, когда неизвестны положения целей, их скорости, а также неизвестно количество целей, применима процедура обработки сигналов на основе методов проверки статистических гипотез, максимума апостериорных плотностей распределений вероятностей или метода максимального правдоподобия.

При использовании метода максимального правдоподобия находятся максимальные значения функции правдоподобия, являющейся функцией изменения параметров опорных сигналов: времени запаздывания t_c , изменения частоты f_c , количества целей $N_{\text{ц}}$ и их амплитуд a_i .

Для случая гауссовских шумов функция правдоподобия находится, так же как и при обнаружении одиночной цели (см.гл.3), и может быть представлена в виде

$$L\left(y / \sum_{i=1}^{N_{\text{ц}}} S_i\right) = \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left[y(t) - \sum_{i=1}^{N_{\text{ц}}} a_i S(t - t_{\text{ц}i}; f_0 + f_{\text{ц}i}) \right]^2 dt \right\}, \quad (6.4)$$

где N_0 – спектральная плотность шума $n(t)$.

В формуле (6.4) в качестве опорного сигнала взята функция, соответствующая сигнальной части выражения (6.3). При этом предполагается, что количество целей неизвестно, а сдвиги $t_{\text{ц}i}$ и $f_{\text{ц}i}$ используются как переменные при максимизации функции правдоподобия L . В общем случае в опорном сигнале при максимизации L переменной величиной являются и амплитуды a_i и количество целей $N_{\text{ц}}$.

По аналогии со случаем обнаружения одиночной цели (см.гл.3) преобразуем выражение (6.4) таким образом, чтобы получить достаточную статистику, необходимую для решения поставленной задачи. Для этой цели раскроем квадрат выражения в подынтегральной функции в (6.4).

$$L\left(y/\sum_{i=1}^{N_{\Pi}} S_i\right) = \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t)dt + \frac{2}{N_0} \sum_{i=1}^{N_{\Pi}} a_i \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{N_{\Pi}} y(t)S(t-t_{ci}; f_0 + f_{ci})dt - \right. \\ \left. - \frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{i=1}^{N_{\Pi}} a_i S(t-t_{ci}; f_0 + f_{ci})\right]^2 dt\right\}. \quad (6.5)$$

Из трех интегралов в (6.5) только второй является результатом совместного действия принимаемого сигнала $y(t)$ и опорных напряжений $a_i S(t-t_{ci}; f_0 + f_{ci})$. Максимум функции правдоподобия L определяется при прочих равных условиях максимумом второго интеграла

$$\Psi = \sum_{i=1}^{N_{\Pi}} a_i \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{N_{\Pi}} y(t)S(t-t_{ci}; f_0 + f_{ci})dt. \quad (6.6)$$

В представленном виде корреляционный интеграл Ψ является функцией частных сдвигов опорных сигналов во времени t_{ci} и по частоте f_{ci} . При изменении t_{ci} и f_{ci} максимум Ψ достигается тогда, когда совмещаются отдельные сигналы, отраженные от целей с соответствующими опорными сигналами, когда $t_{ci}=t_{di}$ и $f_{ci}=f_{di}$. Из выражения (6.6) следует, что обработка сигнала $y(t)$ заключается в пропускании принимаемого сигнала через согласованный фильтр или корреляционное устройство, формирующие сигналы

$$y_{\text{вых}} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_c; f_0 + f_c)dt, \quad (6.7)$$

то есть в таком же виде, как и при наблюдении одиночной цели. Если использовать согласованные фильтры или корреляционные устройства, настроенные на прием одиночного сигнала, и подать на них сигнал $y(t)$, то на выходе можно наблюдать последовательно при изменении t_c и f_c такое количество максимумов, которое соответствует числу наблюдаемых целей. По максимумам можно определить все значения t_{di} и f_{di} и обнаружить цели, если частный выходной сигнал 216

$y_{\text{вых}i}$ превысит порог. Для того чтобы обнаружение одной из целей и измерение ее координат не нарушалось сигналами других целей, необходимо предъявить определенные требования к виду применяемых сигналов. Эти сигналы должны выбираться так, чтобы максимальное значение выходного сигнала $y_{\text{вых}}$ для i -ой цели соответствовало бы минимально возможным значениям выходных сигналов для других целей. Подставим в формулу (6.7) развернутое выражение для $y(t)$ (см. формулу (6.3)):

$$y_{\text{вых}} = \sum_{i=1}^{N_{\Pi}} a_i \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{di}; f_0 + f_{di}) S(t-t_c; f_0 + f_c) dt + \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{ci}; f_0 + f_{ci}) dt. \quad (6.8)$$

Для двух наиболее близких друг другу целей (i -ой и j -ой) выходной сигнал (его сигнальная часть) может быть записан в виде

$$\Psi_{ij} = a_i \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{di}; f_0 + f_{di}) S(t-t_c; f_0 + f_c) dt + a_j \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{dj}; f_0 + f_{dj}) S(t-t_c; f_0 + f_c) dt. \quad (6.9)$$

Если $t_c = t_{\text{дп}i}$ и $f_c = f_{\text{дп}i}$, то для j -го сигнала получаем выражение

$$\Psi_j = a_i \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{dj}; f_0 + f_{dj}) S(t-t_{dj}; f_0 + f_{dj}) dt. \quad (6.10)$$

Очевидно, что сигнал $S(t)$ нужно выбирать так, чтобы величина Ψ_j стремилась к нулю при заданном различии между t_{di} и t_{dj} , а также $f_{\text{дп}i}$ и $f_{\text{дп}j}$. Если обозначить

$$\begin{aligned} t_{dj} &= t_{di} + \delta t_d; \\ f_{\text{дп}j} &= f_{\text{дп}i} + \delta f_{\text{дп}}, \end{aligned} \quad (6.11)$$

где δt_d и $\delta f_{\text{дп}}$ – максимально допустимые значения разрешения целей по дальности и доплеровским частотам, то получаем для Ψ_j выражение

$$\Psi_j = a_j \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_{di} - \delta t_d; f_0 + f_{дпi} + \delta f_{дп}) S(t - t_{di}; f_0 + f_{дпi}) dt. \quad (6.12)$$

Заменим переменные, обозначив начало координат, смещенным как по оси времени, так и по оси частот по правилу

$$t^* = t - t_{di}; f_i = f_0 + f_{дпi}. \quad (6.13)$$

Получаем в результате подстановки (6.13) в (6.12):

$$\Psi_j = a_j \int_{-\infty}^{\infty} S(t^*; f_i) S(t^* - \delta t_d; f_i + \delta f_{дп}) dt. \quad (6.14)$$

Видно, что это выражение представляет собой взаимокорреляционную функцию сигнала $S(t)$ и копии этого сигнала, смещенного по оси временной задержки на δt_d , а по оси частот – на величину $\delta f_{дп}$. В дальнейшем выполняется анализ выражения Ψ_j (в комплексной форме):

$$\Psi_j(\delta t_d; \delta f_{дп}) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t; f_i) S^*(t - \delta t_d; f_i + \delta f_{дп}) dt, \quad (6.15)$$

которое аналогично (6.14). Это выражение позволяет предъявить требования к сигналу, который при заданных значениях δt_d и $\delta f_{дп}$ обеспечивает раздельное наблюдение выходных сигналов оптимального устройства обработки, соответствующих двум соседним целям в зоне наблюдения. Разрешение, как уже отмечалось, оценивается по протяженности выходного сигнала вида (6.15) по соответствующим осям координат.

К вопросу определения требований к РЛ сигналам и устройствам обработки, обеспечивающим наилучшее разрешение, можно подойти и с позиции различения сигналов.

3. Разрешения целей по максимуму интеграла квадрата разности сигналов

Введем некоторую меру расхождения (различия) двух сигналов, поступающих на вход системы обработки. Если можно выявить различия между приходящими сигналами, значит, можно и

разрешить эти сигналы. В качестве меры различия может служить среднеквадратическое расхождение сигналов ε_p^2 в форме интеграла квадрата разности двух реализаций входных сигналов y_i и y_j , отличающихся между собой тем, что включают в свой состав отражения от целей, расположенных на различных расстояниях D_i и D_j и имеющих различные доплеровские частоты $f_{дпi}$ и $f_{дпj}$:

$$\varepsilon_p^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [y_i(t-t_{дi}; f_0 + f_{дпi}) - y_j(t-t_{дj}; f_0 + f_{дпj})]^2 dt. \quad (6.16)$$

При статистическом усреднении ε_p^2 и при приближении $t_{дi}$ к $t_{дj}$ и $f_{дпi}$ к $f_{дпj}$ наблюдается минимизация величины ε_p^2 как функции сдвигов во времени и по доплеровским частотам:

$$\tau = t_{дj} - t_{дi}, \quad \nu = f_{дпj} - f_{дпi}. \quad (6.17)$$

В качестве критерия к разрешению или различению сигнала предъявим требования возможно большего различия между сигналами y_i и y_j , что соответствует максимизации величины ε_p^2 при заданных величинах разделения (различения) сигналов, отраженных от i -ой и j -ой целей:

$$\tau = \delta t_d \quad \text{и} \quad \nu = \delta f_{дп}. \quad (6.18)$$

На рис. 6.3 в качестве примера показано, как изменяется величина ε_p^2 при изменении задержки τ при различных видах сигналов $S(t)$. Видно, что при заданном значении разрешения δt_d выбором сигнала можно увеличить значение ε_p^2 .

Входные сигналы y_i и y_j запишем, как обычно, в виде

$$\begin{aligned} y_i(t) &= a_i S(t - t_{дi}; f_0 + f_{дпi}) + n_i(t), \\ y_j(t) &= a_j S(t - t_{дj}; f_0 + f_{дпj}) + n_j(t). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Раскроем квадратичное подинтегральное выражение в формуле (6.16):

$$\epsilon_p^2 = \int_{-\infty}^{\infty} y_i^2 dt - 2 \int_{-\infty}^{\infty} y_i y_j dt + \int_{-\infty}^{\infty} y_j^2 dt. \quad (6.20)$$

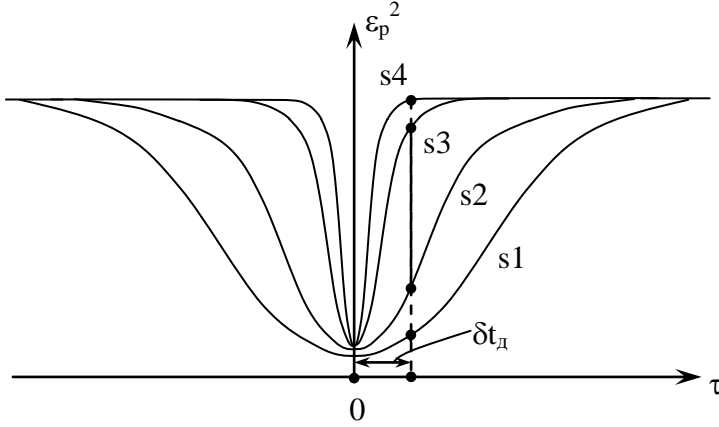


Рис. 6.3.

Первый и третий члены в формуле (6.20) не зависят от относительного сдвига τ и ν между сигналами y_i и y_j и являются постоянными величинами, пропорциональными энергии сигналов. Следовательно, можно объединить их в сумму

$$\int y_i^2 dt + \int y_j^2 dt = A.$$

Тогда (6.20) запишем в виде

$$\epsilon_p^2 = A - 2 \int_{-\infty}^{\infty} y_i y_j dt. \quad (6.21)$$

Подставим в (6.21) выражение (6.19) и получим

$$\begin{aligned}
\varepsilon_p^2 = & A - 2 \int_{-\infty}^{\infty} a_i a_j S(t - t_{дi}; f_0 + f_{дпi}) S(t - t_{дj}; f_0 + f_{дпi}) - \\
& - 2a_j \int_{-\infty}^{\infty} n_i(t) S(t - t_{дj}; f_0 + f_{дпi}) dt - 2a_i \int_{-\infty}^{\infty} n_j(t) S(t - t_{дi}; f_0 + f_{дпi}) dt - \\
& - 2 \int_{-\infty}^{\infty} n_i(t) n_j(t) dt.
\end{aligned} \quad (6.22)$$

При статистическом усреднении все члены, кроме первого и второго, становятся равными нулю, так как предполагается, что шум n_i и n_j не зависят друг от друга, а $\bar{n}_i = 0$, $\bar{n}_j = 0$. Таким образом,

$$\widehat{\varepsilon}_p^2 = A - 2a_i a_j \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_{дi}; f_0 + f_{дпi}) S(t - t_{дj}; f_0 + f_{дпj}) dt. \quad (6.23)$$

Если использовать (6.11) для представления $t_{дi}$ и $f_{дпi}$ при заданных параметрах разрешения $\delta t_{д}$ и $\delta f_{дп}$, то выражение (6.23) запишем в виде

$$\varepsilon_p^2 = A - 2a_i a_j \int S(t'; f_i) S(t' - \delta t_{д}; f_i + \delta f_{дп}) dt. \quad (6.24)$$

Максимизация $\widehat{\varepsilon}_p^2$ при заданных $\delta t_{д}$ и $\delta f_{дп}$ возможна путем выбора таких сигналов $S(t)$, которые дают наименьшее возможное значение взаимокорреляционной функции (в комплексной форме):

$$\Psi_p(\delta t_{д}; \delta f_{дп}) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t'; f_i) S^*(t' - \delta t_{д}; f_i + \delta f_{дп}) dt. \quad (6.25)$$

Эту функцию иногда называют *функцией разрешения* сигналов или *функцией рассогласования* сигналов.

Заметим, во-первых, что не зависимо от метода синтеза оптимальной процедуры разрешения целей фундаментальное значение имеет взаимокорреляционная функция радиолокационных сигналов Ψ_j вида (6.15) или (6.25), определяющая связь сигнала и его копии, смещенной по задержке и доплеровской частоте. Чем меньше протяженность этой функции по соответствующей оси координат, тем

выше разрешающая способность радиолокационной системы.

Во-вторых, отметим что достаточной процедурой разрешения целей является обработка сигналов, отраженных от многих целей, в согласованных фильтровых или корреляционных устройствах, ранее определенных как оптимальные устройства при обработке сигналов одиночных целей.

4. Статистическая оптимизация разрешения целей

В рассмотренных ранее методиках разрешения одним из основных условий разрешения целей являлось требование, чтобы выходные сигналы практически не перекрывались. Обработка сигналов, отраженных от отдельных целей, осуществлялась устройствами, согласованными с одиночным сигналом. Однако возникает вопрос, а можно ли получить разрешение более высокое, чем то, которое достигается методом согласованной фильтрации для одиночных целей?

Решить указанную задачу можно, если рассмотреть обнаружение одной из целей в присутствии другой, когда возможно большее перекрытие выходных сигналов, чем то, которое устанавливается критерием Релея.

Рассмотрим, как наиболее простой случай, обнаружение двух целей. Тогда входной сигнал (6.3) примет форму:

$$y(t) = a_1 S(t-t_{d1}, f_0 + f_{дп1}) + a_2 S(t-t_{d2}, f_0 + f_{дп2}) + n(t). \quad (6.26)$$

Функцию правдоподобия $L(y/a_{c1}, a_{c2})$ (см. формулу (6.4)) запишем в виде, где a_{c1} , a_{c2} – переменные величины

$$L(y/(a_{c1}, a_{c2})) = \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} [y(t) - a_{c1} S(t-t_{c1}, f_0 + f_0) - a_{c2} S(t-t_{c2}, f_0 + f_{c2})]^2 dt \right\}. \quad (6.27)$$

Для определения методики разрешения по максимальному правдоподобию необходимо найти оценки амплитудных коэффициентов a_{c1} и a_{c2} сигналов.

Для решения этой задачи используем представление функций правдоподобия в виде (6.5). Для данного случая двух сигналов имеем

$$\begin{aligned}
L(y/a_{c1}, a_{c2}) = & \exp \left\{ - \int_{-\infty}^{\infty} [y^2(t) dt + \right. \\
& + \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) [a_{c1} S(t-t_{c1}) + a_{c2} S(t-t_{c2})] dt - \\
& \left. - \int_{-\infty}^{\infty} [a_{c1} S(t-t_{c1}) + a_{c2} S(t-t_{c2})]^2 dt \right\},
\end{aligned} \tag{6.28}$$

где для упрощения записи не показаны смещения по доплеровским частотам. Максимизация $L(y/a_{c1}; a_{c2})$ соответствует минимуму статистики:

$$\begin{aligned}
J = & 2 \int_{-\infty}^{\infty} y(t) [a_{c1} S(t-t_{c1}) + a_{c2} S(t-t_{c2})] dt - \\
& - \int_{-\infty}^{\infty} [a_{c1} S(t-t_{c1}) + a_{c2} S(t-t_{c2})]^2 dt.
\end{aligned} \tag{6.29}$$

Преобразуем (6.29) к виду, удобному для последующей процедуры нахождения оценок амплитудных коэффициентов a_{c1} и a_{c2}

$$\begin{aligned}
J = & 2a_{c1} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) S(t-t_{c1}) dt + 2a_{c2} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) S(t-t_{c2}) dt - a_{c1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t-t_{c1}) dt - \\
& - a_{c2}^2 \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t-t_{c2}) dt - 2a_{c1}a_{c2} \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{c1}) S(t-t_{c2}) dt.
\end{aligned} \tag{6.30}$$

Введем обозначения в (6.30):

$$\int_{-\infty}^{\infty} S^2(t-t_{c1}) dt = E_0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t-t_{c2}) dt = E_0. \tag{6.31}$$

E_0 – это величины "энергии формы" опорных сигналов. Взаимокорреляционная функция равна

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{c1}) S(t-t_{c2}) dt = \Psi_s(t_{c2}-t_{c1}, f_{c2}-f_{c1}) = \Psi_s(\tau, \nu), \tag{6.32}$$

где $\tau = t_{c2} - t_{c1}$; $\nu = f_{c2} - f_{c1}$.

Подставим введенные обозначения в формулу (6.30)

$$J = 2a_{c1} \int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c1})dt + 2a_{c2} \int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c2})dt - \\ - a_{c1}^2 E_0 - a_{c2}^2 E_0 - 2a_{c1}a_{c2} \Psi_s(\tau, \nu). \quad (6.33)$$

Для определения оценок a_{c1} и a_{c2} , минимизирующих функцию J , необходимо определить частные производные по a_{c1} и a_{c2} и найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{dJ}{da_{c1}} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c1})dt - \hat{a}_{c1}E_0 - \hat{a}_{c2} \Psi_s(\tau, \nu) = 0, \\ \frac{dJ}{da_{c2}} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c2})dt - \hat{a}_{c2}E_0 - \hat{a}_{c1} \Psi_s(\tau, \nu) = 0. \end{cases} \quad (6.34)$$

Определим оценки амплитудных коэффициентов \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} , полученных при решении системы уравнений (6.34) относительно \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} .

Для решения этой задачи выразим \hat{a}_{c1} через \hat{a}_{c2} из первого уравнения (6.34) и подставим во второе уравнение.

Окончательно получаем:

$$\hat{a}_{c1} = \frac{1}{E_0(1-\Psi_{s0}^2)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c1})dt - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c2})dt \right], \quad (6.35)$$

$$\hat{a}_{c2} = \frac{1}{E_0(1-\Psi_{s0}^2)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c2})dt - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} y(t)S(t-t_{c1})dt \right], \quad (6.36)$$

где величина Ψ_{s0} равна нормированному значению Ψ_s

$$\Psi_{s0}(\tau, \nu) = \frac{\Psi_s(\tau, \nu)}{E_0} = \frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{c1})S(t-t_{c2})dt = \\ = \frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{\infty} S(t)S(t-\tau)dt. \quad (6.37)$$

Полученные выражения (6.35) и (6.36) для оценок амплитуд сигналов \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} позволяют решить задачу разрешения двух целей путем обнаружения одного из сигналов в присутствии другого сигнала, смещенного относительно первого по времени задержки на τ , а по доплеровской частоте – на ν . Смещение сигналов оценивается функцией разрешения $\Psi_{s0}(\tau, \nu)$, определяемой формулой (6.37).

В процессе разрешения целей и наблюдения входных сигналов возможны четыре случая (четыре возможные гипотезы):

H_0 – нет ни первой, ни второй цели в зоне наблюдения и на выходе оценщиков (6.35) и (6.36) присутствуют только шумы;

H_1 – присутствует только сигнал первой цели с амплитудой a_1 ;

H_2 – аналогично имеется только вторая цель с амплитудой сигнала a_2 ;

H_3 – присутствуют обе цели.

Правило, по которому производится выбор гипотезы, может быть названо *стратегией разрешения* двух целей.

Если гипотеза H_0 правильна, то средние значения оценок \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} равны нулю

$$M[\hat{a}_{c1}] = 0; M[\hat{a}_{c2}] = 0, \quad (6.38)$$

где M – обозначение математического ожидания (среднее значение).

При гипотезе H_1 (имеется только первая цель в зоне наблюдения)

$$M[\hat{a}_{c1}] = a_1; M[\hat{a}_{c2}] = 0.$$

При гипотезе H_2 :

$$M[\hat{a}_{c1}] = 0; M[\hat{a}_{c2}] = a_2.$$

При гипотезе H_3 :

$$M[\hat{a}_{c1}] = a_1; M[\hat{a}_{c2}] = a_2.$$

Убедимся, что это действительно так на примере анализа какой-либо одной из гипотез, например H_3 (есть обе цели в зоне наблюдения). Входной сигнал $y(t)$ имеет вид (6.26). Подставим (6.26)

в выражения для оценок амплитуд \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} (формулы (6.35) и (6.36)).

$$\begin{aligned} \hat{a}_{c1} = & \frac{1}{E_0(1-\Psi_{s0}^2)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \{a_1 S(t-t_{d1}) + a_2 S(t-t_{d2}) + n(t)\} S(t-t_{c1}) dt - \right. \\ & \left. - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} \{a_1 S(t-t_{d1}) + a_2 S(t-t_{d2}) + n(t)\} S(t-t_{c2}) dt \right]. \end{aligned} \quad (6.39)$$

Раскроем скобки и учтем, что $t_{d1}=t_{c1}$; $t_{d2}=t_{c2}$. Получаем тогда

$$\begin{aligned} \hat{a}_{c1} = & \frac{1}{E_0(1-\Psi_{s0}^2)} \left[a_1 \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t-t_{c1}) dt + a_2 \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{c2}) S(t-t_{c1}) dt + \right. \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{c1}) dt - a_1 \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} S(t-t_{c1}) S(t-t_{c2}) dt - a_2 \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t-t_{c2}) dt - \\ & \left. - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{c2}) dt \right]. \end{aligned}$$

Учтем введенные ранее обозначения (6.31) и (6.32) и получим

$$\begin{aligned} \hat{a}_{c1} = & \frac{1}{E_0(1-\Psi_{s0}^2)} \left[a_1 E_0 + a_2 \Psi_{s0} E_0 + \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{c1}) dt - \right. \\ & \left. - a_1 \Psi_{s0} E_0 - a_2 \Psi_{s0} E_0 - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{c2}) dt \right]. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Вынесем E_0 за скобки и выполним операцию усреднения \hat{a}_{c1} (найдем математическое ожидание \hat{a}_{c1}):

$$\begin{aligned} \dot{M} \{ \hat{a}_{c1} \} = & \frac{1}{1-\Psi_{s0}^2} [a_1 (1-\Psi_{s0}^2)] - \\ & - M \left[\frac{1}{E_0} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{n}(t) S^*(t-t_{c1}) dt - \frac{1}{E_0} \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{n}(t) S^*(t-t_{c2}) dt \right]. \end{aligned} \quad (6.41)$$

В выражение (6.41) "шумовая" часть равна нулю, так как $n(t)=0$, и получаем

$$M\{\hat{a}_{c1}\} = a_1.$$

Аналогично находятся средние значения оценок \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} и при других гипотезах.

Найдем дисперсии оценок \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} , обусловленных присутствием шумов $n(t)$. Отметим, что при всех гипотезах шумовая часть оценок одинакова и равна (см.(6.40))

$$\hat{a}_{c1} = \frac{1}{E_0(1-\Psi_{s0}^2)} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) \cdot S(t-t_{c1}) dt - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{c2}) dt]. \quad (6.42)$$

Дисперсии оценок \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} при всех гипотезах равны дисперсии шумовой части (6.42). Найдем эту величину дисперсии σ_a^2 :

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 = M\{\hat{a}_{c1}^2\} = & \frac{1}{E_0^2(1-\Psi_{s0}^2)^2} M\{[\int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{c1}) dt - \\ & - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S(t-t_{c2}) dt]^2\}. \end{aligned} \quad (6.43)$$

Преобразуем выражение (6.43):

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 = & \frac{1}{E_0^2(1-\Psi_{s0}^2)^2} \{[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{n(t)n(t')} S(t-t_{c1}) S(t'-t_{c1}) dt dt' - \\ & - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{n(t)n(t')} S(t-t_{c1}) S(t'-t_{c2}) dt dt' - \\ & - \Psi_{s0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{n(t)n(t')} S(t-t_{c1}) S(t'-t_{c2}) dt dt' + \\ & + \Psi_{s0}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{n(t)n(t')} S(t-t_{c2}) S(t'-t_{c2}) dt dt']\}. \end{aligned} \quad (6.44)$$

Учтем, что корреляционная функция шумов $n(t)$ может быть представлена в виде

$$\overline{n(t)n(t')} = K(t, t') = K(t - t') = \frac{N_0}{2} \delta(t - t'). \quad (6.45)$$

Подставим (6.45) в выражение (6.44) и используя фильтрующие свойства дельта-функции $\delta(t - t')$, получим

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{E_0^2 (1 - \Psi_{s0}^2)^2} \left\{ \frac{N_0}{2} E_0 - \frac{N_0}{2} \Psi_{s0} \Psi_s + \frac{N_0}{2} \Psi_{s0}^2 E_0 \right\}.$$

Вынесем из-за скобки $\frac{N_0 E_0}{2}$ и получаем (учтем $\frac{\Psi_s}{E_0} = \Psi_{s0}$)

$$\sigma_a^2 = \frac{N_0}{2E_0 (1 - \Psi_{s0}^2)^2} \{1 - 2\Psi_{s0}^2 + \Psi_{s0}^2\} = \frac{N_0}{2E_0 (1 - \Psi_{s0}^2)}. \quad (6.46)$$

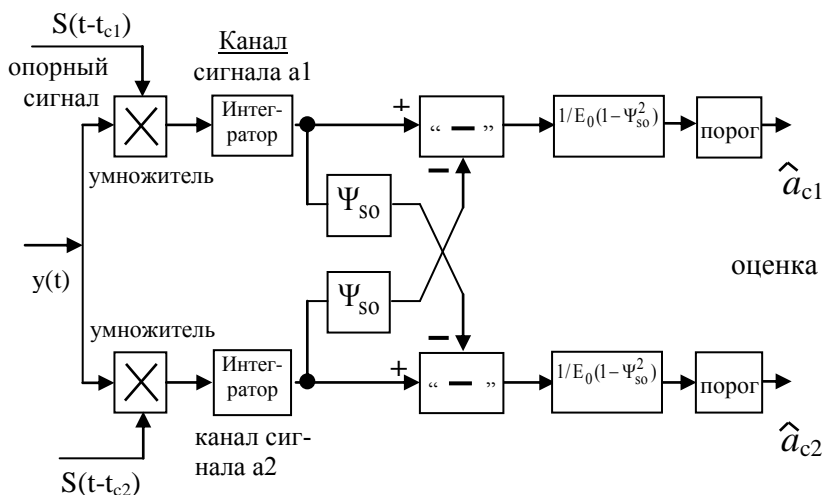


Рис. 6.4.

Выражения (6.35) и (6.36) позволяют составить схему оптимального устройства разрешения целей (рис. 6.4). Устройство имеет два канала. Один – для оценки \hat{a}_{c1} и обнаружения первой цели и второй – для оценки \hat{a}_{c2} и обнаружения второй цели. В каждом канале имеется оптимальная схема для обработки сигнала при обнаружении одиночной цели (на рис. 6.4 эта схема представлена в виде

корреляционного устройства, хотя можно ввести и согласованные фильтры).

Отметим наличие перекрестных связей этих двух каналов и устройства вычитания в каждом канале. Эти перекрестные связи и вычитающие устройства служат, как бы, схемой компенсации части сигнала a_2 в канале a_1 , и наоборот.

Отметим, что при выборе сигналов $S(t)$ таким образом, что при различиях $t_{д1}$, $t_{д2}$ и $f_{дп1}$, $f_{дп2}$ функция разрешения $\Psi_{s0}(\tau, \nu)$ равна нулю, схема разрешения сигналов превращается в обычную структуру многоканальной обработки сигналов с независимыми каналами.

Так как оценки амплитуд \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} являются случайными при наличии на входе шумов $n(t)$, то дальнейший анализ достоверности этих оценок и рассмотрении ошибочных решений могут быть выполнены методом проверки гипотез.

Принятие решений о сигнале a_{c1} не зависит от оценки \hat{a}_{c2} , так как эта оценка \hat{a}_{c2} не зависит от истинной величины амплитуды a_1 , которая может быть и равной нулю. Таким образом, выбор между четырьмя гипотезами, отмеченными выше, сводится к двум независимым выборам величины оценки, относящимся к каждому сигналу. Этот выбор может быть сделан путем сравнения оценок \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} с пороговым уровнем a_n . Как обычно, в процедурах обнаружения порог a_n зависит от вероятности ложной тревоги $P_{лт}$, равной вероятности того, что оценка \hat{a}_{c1} превысит порог в том случае, когда первая цель с амплитудой сигнала a_1 в зоне наблюдения нет. Так как шумы $n(t)$ гауссовские, то плотность распределения вероятности оценки a_{c1} или a_{c2} подчинено нормальному закону как при наличии сигналов a_{c1} или a_{c2} , так и при их отсутствии. При наличии только шумовой составляющей на выходе устройства оценивания плотность распределения вероятностей равна

$$p(\hat{a}_{c1}/a_1 = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp\left[-\frac{(\hat{a}_{c1})^2}{2\sigma_a^2}\right], \quad (6.47)$$

где дисперсия σ_a^2 определена выше (формула(6.46)). В случае, когда цель a_1 , или a_2 имеется в зоне наблюдения, условная плотность рас-

пределения вероятностей оценки \hat{a}_{c1} равна

$$p(\hat{a}_{c1}/a_1 \neq 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp\left[-\frac{(\hat{a}_{c1} - a_1)^2}{2\sigma_a^2}\right]. \quad (6.48)$$

Подставим значение дисперсии σ_a^2 в формулы (6.47) и (6.48)

$$p(\hat{a}_{c1}/a_1 = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{N_0}{2E_0(1-\Psi_{s0}^2)}}} \exp\left[-\frac{(\hat{a}_{c1})^2}{2\left(\frac{N_0}{2E_0(1-\Psi_{s0}^2)}\right)}\right] \quad (6.49)$$

и

$$p(\hat{a}_{c1}/a_1 \neq 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{N_0}{2E_0(1-\Psi_{s0}^2)}}} \exp\left[-\frac{(\hat{a}_{c1} - a_1)^2}{2\left(\frac{N_0}{2E_0(1-\Psi_{s0}^2)}\right)}\right]. \quad (6.50)$$

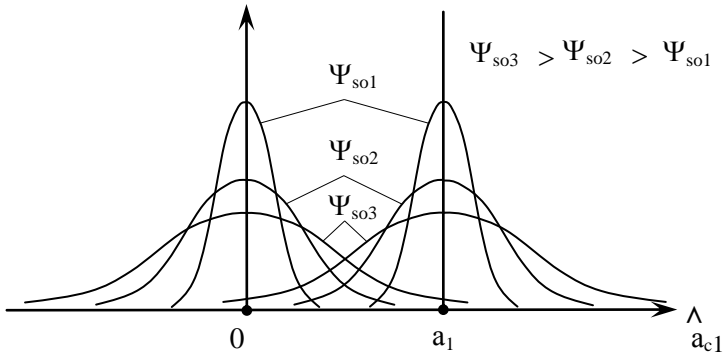


Рис. 6.5.

На рис. 6.5 показаны эти распределения при различных значениях Ψ_{s0} . Видно, что при приближении Ψ_{s0} к единице (полное совпадение сигналов a_1 и a_2) возможность разделения сигналов a_1 и a_2 существенно уменьшается.

Пользуясь обычной методикой (см.гл.3) определения вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ и $P_{\text{по}}$ сигнала с амплитудой a_1 , получаем

для $P_{\text{лт}}$ сигнала a_1 :

$$D_{\text{лт}} = 1 - \hat{O} \left(\frac{a_{\text{п}}}{\sqrt{N_0 / 2E_0 (1 - \Psi_{s0}^2)}} \right), \quad (6.51)$$

а для вероятности правильного обнаружения цели $P_{\text{по}}$ получаем

$$D_{\text{по}} = 1 - \hat{O} \left(\frac{a_{\text{п}}}{\sqrt{N_0 / 2E_0 (1 - \Psi_{s0}^2)^2}} - \sqrt{R} \sqrt{1 - \Psi_{s0}^2} \right), \quad (6.52)$$

где Φ – интеграл вероятности (см. формулу (3.44)). Соотношение энергии принимаемого сигнала к спектральной плотности шума равно $R=2E/N_0$, где $E = a_1^2 E_0$ – энергия сигнала a_1 на входе.

Соотношения для другого канала a_2 совершенно аналогичны.

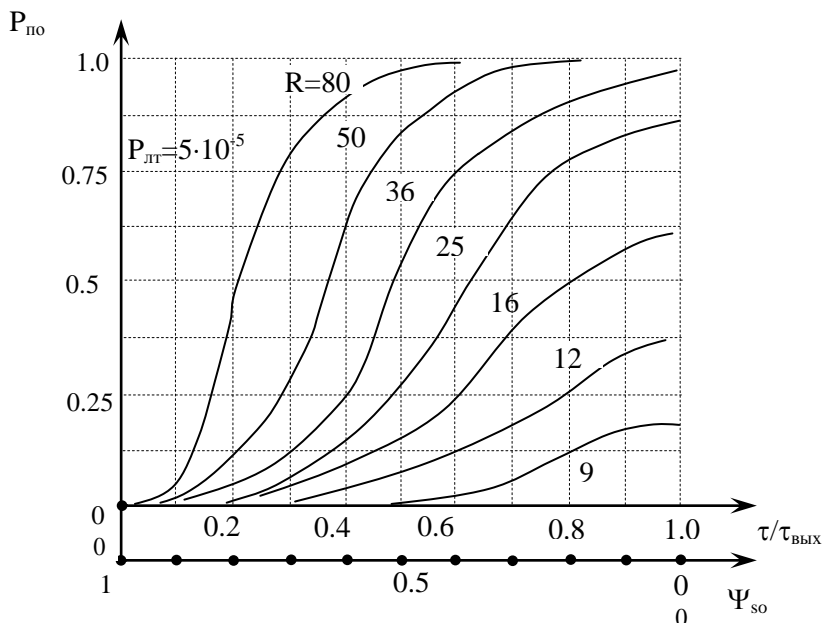


Рис. 6.6.

На рис. 6.6 приведены характеристики разрешения как зависимости вероятности правильного обнаружения $P_{по}$ одной из целей в присутствии второй, при заданном значении вероятности ложной тревоги $P_{лт}$, в виде функции от величины сдвига одной из целей по отношению к другой по времени задержки τ (или по сдвигу по доплеровской частоте ν) и при заданном отношении сигнал-шум $R=2E/N_0$. По оси абсцисс откладывается переменная $\tau/\tau_{вых}$, где $\tau_{вых}$ – ширина отклика выходного сигнала по времени задержки на уровне 0,5 от максимума. Может откладываться и величина $\nu/\nu_{вых}$, где $\nu_{вых}$ – ширина отклика выходного сигнала по оси доплеровских частот.

Из анализа кривых рис. 6.6 следует, что применение устройства разрешения (см. рис. 6.4) позволяет повысить разрешение целей в 2-3 раза по сравнению с Релеевским разрешением при достаточно большом соотношении сигнал-шум R .

Процедура разрешения заключается в наблюдении выходов каналов оценок \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} . При превышении сигналом порога $a_{п}$ только в одном канале принимается решение о том, что имеется одна цель. Если наблюдается превышение порога в обоих каналах \hat{a}_{c1} и \hat{a}_{c2} , то это свидетельствует о том, что в зоне наблюдения имеются две цели, которые разрешаются по заданной координате с параметром разрешения $\tau_{задан}$ или $\nu_{задан}$.

Следует отметить, что оптимальное разрешение существенно усложняет устройство обработки, а выигрыш в 2-3 раза в величине разрешения может в ряде случаев и не оправдать увеличение сложности устройства обработки сигналов.

5. Разрешение целей методом инверсной фильтрации

Инверсная фильтрация предназначена для формирования возможно более короткого по длительности импульса в момент прихода отраженного сигнала. Очевидно, что при наблюдении множественных целей, когда отраженные сигналы перекрываются и цели не мо-

гут быть разрешены, появление на выходе импульсов, отображающих положение цели по дальности или в частотной области, позволит определять и количество целей и их местоположение с высоким разрешением. При отсутствии шумов можно получить любое предельное разрешение, независимо от вида сигнала. Если распределение целей, описываемых функцией отражения целей $\rho(t)$ облучать сигналом $S(t)$, то выходной сигнал $y(t)$ представляет собой свертку:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau - t) S(\tau) d\tau, \quad (6.53)$$

где $\rho(t)$ – функция, характеризующая распределение ЭПО целей или удельных ЭПО по пространству.

Если этот сигнал пропустить через линейный фильтр с импульсной характеристикой $h(t)$, то на выходе, как известно, формируется сигнал, пропорциональный свертке:

$$y_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) h(t - \tau) d\tau. \quad (6.54)$$

Потребуем, чтобы свертка (после прохождения фильтра с импульсной характеристикой $h_{\text{инв}}(t)$) с одиночным сигналом была возможна более короткой по длительности, в предельном случае соответствовала бы дельта-функции $\delta(t)$:

$$y_{\text{вых.инв}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau) h_{\text{инв}}(t - \tau) d\tau = \delta(t). \quad (6.55)$$

Такой фильтр с импульсной характеристикой $h_{\text{инв}}(t)$ называется *инверсным фильтром* или *фильтром обращения свертки*. Определим вид импульсной характеристики инверсного фильтра. Для этого найдем преобразование Фурье правой и левой частей выражением (6.55)

$$\int S(\tau) h_{\text{инв}}(t - \tau) d\tau = \delta(t). \quad (6.55a)$$

Получим

$$S(f)H_{\text{инв}}(f) = 1, \quad (6.56)$$

где частотная характеристика инверсного фильтра $H_{\text{инв}}(f)$ имеет вид, обратный частотному спектру сигнала $S(f)$:

$$H_{\text{инв}}(f) = \frac{1}{S(f)}. \quad (6.57)$$

Таким образом, идеальная импульсная характеристика инверсного фильтра является преобразованием Фурье выражение (6.57):

$$h_{\text{инв}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\text{инв}}(f) e^{-j2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{S(f)} e^{-j2\pi ft} df. \quad (6.58)$$

Обозначим

$$h_{\text{инв}}(t) = S^{-1}(t). \quad (6.59)$$

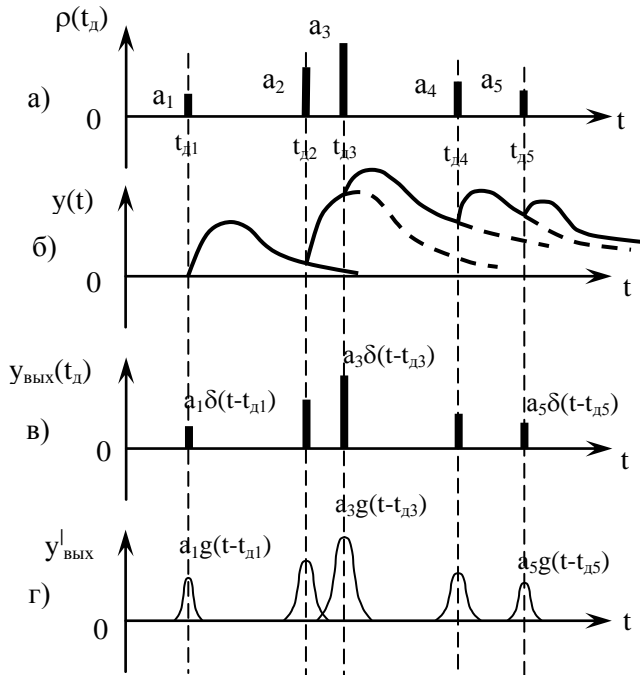


Рис. 6.7.

Допустим, входной сигнал $y(t)$, отраженный от группы точечных целей, расположенных по дальности в позициях D_1, D_2, \dots, D_N (рис. 6.7,а), имеет вид, как показано на рис. 6.7,б, и может быть записан в виде

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N_n} a_i S(t - t_{di}), \quad (6.60)$$

где $t_{d1} = 2D_1/c$ и т.д.

Подавая этот сигнал $y(t)$ на инверсный фильтр с импульсной характеристикой $h_{инв}(t)$ (6.59), получаем (учитывая соотношение (6.55)) (см. рис. 6.7,в):

$$y_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) h_{инв}(t - \tau) d\tau = \sum_{i=1}^{N_n} a_i \delta(t - t_{di}). \quad (6.61)$$

В частотной области это соответствует спектру:

$$Y_{\text{вых}}(f) = Y(f)(1/S(f)). \quad (6.62)$$

Действие инверсного фильтра заключается в том, что он усиливает боковые спектральные составляющие отраженного сигнала и как бы "выравнивает" спектр до гладко непрерывного и тем самым обостряет выходные сигналы. Приближением к инверсному фильтру может быть применение дифференцирующей цепи.

Однако применение инверсных фильтров в радиолокации в идеальном варианте практически невозможно. Дело в том, что все формирующие цепи в передатчике, приемнике ограничивают полосу пропускания сигнала, а усиление боковых спектральных составляющих должно быть весьма большим. Усиление инверсного фильтра на высоких частотах приводит к существенному росту уровня шумов и соответственно – к уменьшению отношения "сигнал-шум" на выходе фильтра.

Важной проблемой в инверсных фильтрах является то, что оценка спектра выходного сигнала $Y_{\text{вых}}(f)$ (см. формулу (6.62)) не может иметь большую полосу, чем первичная информация в $Y(f)$, так как все более высокие частоты уже подавлены в формирующих це-

пях. Информация уже потеряна и восстановить ее каким-либо инверсным фильтром практически не удастся, а если восстановить потерянные высокочастотные составляющие в спектре невозможно, то и улучшения разрешения по сравнению с согласованной фильтрацией практически ожидать нельзя.

В редких случаях, когда полосы пропускания формирующих цепей превышают ширину спектра сигнала, применение инверсных фильтров может быть оправдано.

В ряде работ предлагались пути по устранению недостатков идеального инверсного фильтра, например, ослабляется требование формирования дельта-импульсов на выходе, что реализовать на практике невозможно. Предлагается искать решение для импульсной характеристики результируемого инверсного фильтра в соответствии с уравнением свертки вида

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_{\text{инв.р.}}(\tau - t) S(\tau) d\tau = g(t), \quad (6.63)$$

где $g(t)$ – заданная форма выходного сигнала, имеющая малую протяженность по оси времени по сравнению с сигналом $S(t)$ и его корреляционной функцией $\phi(t)$. В частотной области имеем

$$H_{\text{инв.р.}}(f) = S(f) = G(f) \quad (6.64)$$

или

$$H_{\text{инв.р.}}(f) = \frac{G(f)}{S(f)}. \quad (6.65)$$

Импульсная характеристика такого реального «инверсного» фильтра равна

$$h_{\text{инв.р.}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{G(f)}{S(f)} \right] e^{j2\pi ft} df. \quad (6.66)$$

Если применить такой фильтр для обработки сигнала, рассмотренного выше в качестве примера (см. (6.60)), то получим

$$y'_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) h_{\text{инв.р}}(t - \tau) d\tau = \sum_{i=1}^{N_{\text{ц}}} a_i g(t - t_{\text{д}i}). \quad (6.67)$$

Если длительность заданного импульса $g(t)$ меньше, чем наименьший интервал задержки между целями, то такие выходные сигналы позволяют разрешать наблюдаемые цели (см. рис. 6.7,г).

Выбором длительности импульса $g(t)$ можно управлять величиной отношения "сигнал-шум" на выходе устройства обработки. Чем меньше уровень шумов на выходе, тем более узким может быть выбран заданный импульс $g(t)$. Следовательно, возможен компромисный выбор между величиной разрешения и качеством обнаружения целей (уровнем отношения сигнал-шум).

Практическим вариантом таких псевдоинверсных фильтров может быть применение дифференцирующих (обостряющих) устройств.

6.2. ФУНКЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

1. Корреляционная функция узкополосных радиолокационных сигналов

Выполненный анализ и синтез различных алгоритмов обработки радиолокационных сигналов с позиции обеспечения требуемой разрешающей способности показал, что во всех случаях фундаментальное значение имеет взаимокорреляционная функция радиолокационных сигналов-функция разрешения вида (см. гл.3 п.3.2)

$$\dot{\Psi}_s = \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_{\text{д}}, f_0 + f_{\text{дп}}) S^*(t - t_{\text{с}}, f_0 + f_{\text{с}}) dt. \quad (6.68)$$

Эта функция определяет возможности сигналов по обеспечению разрешающей способности по дальности и относительной скорости движения целей. Исследование свойств этой функции позволит выявить предельные возможности и параметры разрешения целей в зависимости от применяемых сигналов.

Преобразуем выражение (6.68) к виду, удобному при использовании узкополосных сигналов, к которым относятся практически все реальные радиолокационные сигналы, применяемые в современных РЛ системах. Ширина спектра сигнала, по крайней мере, на порядок меньше несущей частоты. В этих условиях влияние эффекта Доплера при движении цели на ширину спектра оказывается совершенно незначительным. Эффект Доплера проявляется лишь в смещении всего спектра на величину, равную доплеровскому смещению несущей частоты применяемого сигнала.

Запишем излучаемый сигнал в виде

$$s(t) = \dot{S}(t) \exp(j2\pi f_0 t), \quad (6.69)$$

где $\dot{S}(t)$ – комплексная амплитуда (оглабающая) применяемого сигнала, в которой учтены все возможные виды модуляции

$$\dot{S}(t) = A(t) \exp[j\varphi_s(t)], \quad (6.70)$$

где $A(t)$ описывает применяемую амплитудную модуляцию (например, импульсную), а функция $\varphi_s(t)$ все виды фазовой или частотной модуляций.

Отраженный сигнал отличается от излученного (как это уже отмечалось ранее) уменьшением амплитуды, учитываемым коэффициентом a , задержки во времени на дальность t_d и сдвигом по частоте на величину доплеровской частоты $f_{дп}$. Таким образом, принимаемый сигнал запишем в виде

$$\dot{S}_{прм}(t) = a\dot{S}(t - t_d, f_0 + f_{дп}) = aS(t - t_d) \exp[j2\pi(f_0 + f_{дп})(t - t_d)]. \quad (6.71)$$

Опорный сигнал в устройстве обработки соответственно запишем

$$\dot{S}_{оп}(t) = \dot{S}(t - t_c, f_0 + f_c) = S(t - t_c) \exp[j2\pi(f_0 + f_c)(t - t_c)]. \quad (6.72)$$

где t_c и f_c – величины смещения в сигнале, характеризующие изменение величины задержки на дальность (t_c) и изменение доплеровской частоты (f_c).

Подставим выражения (6.71) и (6.72) в формулу (6.68) для корреляционной функции Ψ_c :

$$\dot{\Psi}_s = a \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t-t_d) \dot{S}^*(t-t_c) \exp j2\pi[(f_0 + f_{\text{дп}})(t-t_d) - (f_0 + f_c)(t-t_c)] dt. \quad (6.73)$$

Введем новые переменные относительного сдвига опорного сигнала и принимаемого, отраженного от цели:

$$\tau = t_c - t_d, \quad (6.74)$$

$$v = f_{\text{дп}} - f_c. \quad (6.75)$$

Введем также переменную интегрирования в (6.73) в соответствии с соотношением

$$t' = t - t_d. \quad (6.76)$$

В результате очевидных преобразований получаем (опустив штрих в обозначении t'):

$$\psi_s = a \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) \dot{S}^*(t-\tau) e^{j2\pi v \tau} dt \right\} \exp j2\pi[(f_0 + f_c)\tau] dt. \quad (6.77)$$

Функцию в фигурных скобках в (6.77) обозначим как

$$\Psi_s(\tau, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) \dot{S}^*(t-\tau) e^{j2\pi v \tau} dt. \quad (6.78)$$

Отметим, что на выходе согласованного фильтра формируется сечение этой функции по оси τ (см. главу 3).

Функция Ψ_s получила название *функции неопределенности* радиолокационного сигнала. Параметры τ и v связаны с разностями расстояний и радиальных скоростей соотношениями:

$$\tau = \frac{2(D - D_c)}{c}; \quad v = \frac{2(V - V_c)}{\lambda}, \quad (6.79)$$

где D и V – соответственно расстояние до цели и относительная радиальная скорость цели. Величины D_c и V_c – расстояние и скорость, на которые настраивается система обработки сигналов (согласован-

ный фильтр или корреляционное устройство). Таким образом, функцию ψ_s (формула (6.77)) можно записать в виде

$$\psi_s(\tau, \nu) = a \dot{\Psi}_s(\tau, \nu) e^{j\theta(\tau, \nu)}, \quad (6.80)$$

где $\theta(\tau, \nu)$ – фаза комплексной функции ψ_s , равная

$$\theta(\tau, \nu) = 2\pi[(f_0 + f_c)\tau] = 2\pi[f_0 + f_{\text{дп}} - \nu]\tau. \quad (6.81)$$

На рис. 6.8 показаны системы координат переменных t_c и $f_{\text{дп}}$, а также τ и ν для определенной точки (Ц_1) расположения цели $t_c = t_{\text{д1}}$ и $f_c = f_{\text{дп1}}$, где $\tau = 0$, $\nu = 0$. При оценке разрешающей способности положение второй цепи относительно первой соответствует смещениям τ и ν .

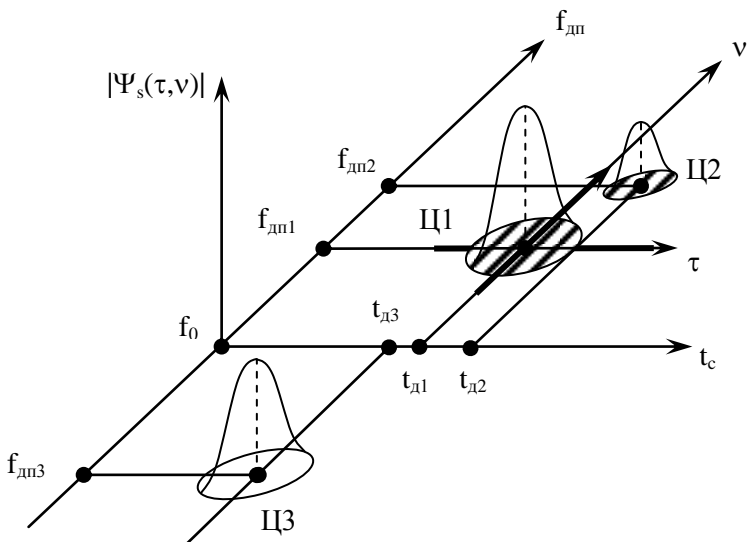


Рис. 6.8.

Введение термина *функция неопределенности* оправдано тем, что в области, близкой к $\tau = 0$ и $\nu = 0$, функция $|\Psi_s|$ мало отличается от своего максимального значения. Если вторая цель находится в этой зоне, то возникает неопределенность в принятии решения о положении двух целей и о возможности их разрешить.

В ряде случаев свойства РЛ сигналов более наглядно можно установить, если использовать другую форму записи функции неопределенности (ФН).

Представим частотный спектр комплексной амплитуды сигнала $\dot{S}(t)$ как преобразование Фурье

$$\dot{S}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) e^{-j2\pi ft} dt. \quad (6.82)$$

Воспользуемся известной формулой Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}(t) \dot{V}^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{U}(f) \dot{V}^*(f) df \quad (6.83)$$

для преобразования ФН, представленный формулой (6.78). Для этой цели обозначим

$$\dot{U}(t) = \dot{S}(t) e^{j2\pi vt}, \quad (6.84)$$

$$\dot{V}^*(t) = \dot{S}^*(t - \tau). \quad (6.85)$$

Тогда левая часть формулы (6.83) это ФН, а в правой части подставим преобразования Фурье от $U(t)$ и $\dot{V}^*(t)$ в записи соответственно (6.84) и (6.85).

$$\dot{U}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{j2\pi vt} e^{-j2\pi ft} dt = \dot{S}(f - v), \quad (6.86)$$

$$\dot{V}^*(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S^*(t - \tau) e^{j2\pi ft} dt = S^*(f) e^{j2\pi f\tau}. \quad (6.87)$$

Подставим $\dot{U}(f)$ и $\dot{V}^*(f)$ в формулу Парсеваля (6.83) и получим вторую форму функции неопределенности, представленную через спектры сигналов:

$$\Psi_s(\tau, v) = \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f) S(f - v) e^{j2\pi f\tau} df. \quad (6.88)$$

Итак, имеется две формы представления ФН: формулы (6.78) и (6.88).

16. Изд. №9768

2. Свойства функции неопределенности

Функция неопределенности с позиции функциональных операций может рассматриваться с различных точек зрения.

Во-первых, ФН это комплексная амплитуда сигнала на выходе согласованного фильтра (см. формулу 6.80). Модуль ФН можно наблюдать на выходе согласованного фильтра при приеме отраженного сигнала, смещенного по частоте на величину ν относительно центральной частоты настройки фильтра.

Во-вторых, ФН можно рассматривать как взаимокорреляционную функцию комплексных огибающих излученного и принимаемого сигналов, смещенных друг относительно друга по задержке во времени на τ и по доплеровской частоте на ν . Функция Ψ_s при отсутствии сдвига по частоте $\nu=0$ превращается в корреляционную функцию комплексной амплитуды принимаемого РЛ сигнала.

Объем, ограниченный модулем ФН над плоскостью τ и ν , часто называют "телом" ФН. Практически все свойства РЛ сигналов можно оценить, изучая структуру ФН или структуру "тела" ФН.

Рассмотрим основные свойства ФН.

а) Максимальное значение ФН соответствует началу координат $\tau=0$; $\nu=0$ и количественно равно $2E$

$$|\Psi_s(\tau, \nu)| \leq |\Psi_s(0, 0)| = 2E_0. \quad (6.89)$$

Действительно, если в формуле (6.78) положить $\tau = 0$; $\nu = 0$, то получим*

$$\dot{\Psi}_s(0,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) \dot{S}^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(t)|^2 dt = 2E_0. \quad (6.90)$$

Докажем, что величина $\dot{\Psi}_s(0,0)$ является максимально возможной, а $\dot{\Psi}_s(\tau, \nu)$ всегда меньше этого максимального значения при $\tau=0$; $\nu=0$.

Для доказательства используем неравенство Шварца по отношению к квадрату модуля ФН:

$$\begin{aligned} |\Psi_s(\tau, \nu)|^2 &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) \dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi\nu t} dt \right|^2 \leq \\ &\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi\nu t}|^2 dt \end{aligned}$$

или

$$|\Psi_s(\tau, \nu)|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi\nu t}|^2 dt. \quad (6.91)$$

Но каждый из интегралов в правой части равен $2E_0$. Следовательно, в любом случае

$$|\Psi_s(\tau, \nu)| \leq 2E_0. \quad (6.92)$$

Таким образом, доказано, что

$$|\Psi_s(\tau, \nu)| \leq |\Psi_s(0,0)|.$$

б) По модулю функция неопределенности РЛ сигналов симметрична относительно начала координат $\tau=0$; $\nu=0$

* Как было принято ранее «энергия» формы сигнала E_0 равна $\int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt = E_0$. Для комплексного представления сигналов величина (6.90) равна удвоенному значению $2E_0$. Это доказывается прямой подстановкой.

$$|\Psi_s(-\tau, -\nu)| = |\Psi_s(\tau, \nu)|. \quad (6.93)$$

Подставим в формулу (6.78) для ФН величины $-\tau$ и $-\nu$

$$\dot{\Psi}_s(-\tau, -\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) \dot{S}^*(t + \tau) \exp[-j2\pi \nu t] dt. \quad (6.94)$$

Изменим переменные по правилу

$$t' = t + \tau,$$

16*

что приведет к следующему выражению:

$$\dot{\Psi}_s(-\tau, -\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t' - \tau) \dot{S}^*(t') \exp[-j2\pi \nu(t - \tau)] dt'. \quad (6.95)$$

или

$$\dot{\Psi}_s(-\tau, -\nu) = \exp[-j2\pi \nu \tau] \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}^*(t') S(t' - \tau) \exp^{-j2\pi \nu t} dt'. \quad (6.96)$$

Так как интеграл комплексно сопряженной величины равен комплексно сопряженному интегралу (вследствие линейности операции интегрирования), то (6.96) запишем в виде

$$\dot{\Psi}_s(-\tau, -\nu) = \exp[-j2\pi \nu \tau] \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t') S^*(t' - \tau) \exp^{-j2\pi \nu t} dt \right]^*. \quad (6.97)$$

Или получаем

$$\dot{\Psi}_s(-\tau, -\nu) = \exp[-j2\pi \nu \tau] \dot{\Psi}_s^*(\tau, \nu). \quad (6.98)$$

Следовательно, по модулю получаем

$$|\dot{\Psi}_s(-\tau - \nu)| = |\dot{\Psi}_s(\tau, \nu)|, \quad (6.99)$$

что и требовалось доказать.

в) Объем квадрата модуля ФН над плоскостью τ, ν является величиной постоянной и равной $4E_0^2$

$$V_{\text{фн}} = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_s(\tau, \nu)|^2 d\tau d\nu = \text{const} = 4E_0^2. \quad (6.100)$$

Это одно из важнейших свойств ФН. Изменение вида и параметров модуляции может изменить форму "тела" ФН, но объем не изменится. Попытки получить узкий пик ФН в области начала координат приведет к перераспределению объема ФН, к появлению или других максимумов, или к росту уровня боковых лепестков ФН. Уменьшение ширины ФН по какой-либо оси неизбежно приводит к расширению ФН по какому-либо другому направлению.

Докажем справедливость (6.100).

Подставим в (6.100) выражение для ФН (формула 6.78). Получаем

$$\begin{aligned} V_{\text{фн}} &= \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) \dot{S}^*(t-\tau) e^{j2\pi\nu t} dt \right|^2 d\tau d\nu = \\ &= \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}^*(t) \dot{S}^*(t-\tau) \dot{S}(t'-\tau) e^{j2\pi\nu(t-t')} dt dt' d\tau d\nu. \end{aligned} \quad (6.101)$$

Видно, что в (6.101) можно в первую очередь выполнить интегрирование по ν .

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi\nu(t-t')} d\nu = \delta(t-t'), \quad (6.102)$$

где $\delta(t-t')$ дельта-функция*. Подставим (6.102) в (6.101) и получаем после интегрирования по t'

* 1) Выражение (6.102) можно получить, если учесть, что

$$S_g(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t') e^{-j2\pi f t'} dt' = e^{-j2\pi f t'}$$

и взять обратное преобразование Фурье:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{фн}} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}^*(t) \dot{S}^*(t-\tau) d\tau dt = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(t-\tau)|^2 d\tau.
 \end{aligned}
 \tag{6.103}$$

Видно, что интегрирование по t приводит

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(t)|^2 dt = 2E_0.
 \tag{6.104}$$

И получаем окончательно

$$V_{\text{фн}} = 4E_0^2.
 \tag{6.105}$$

Таким образом доказано соотношение (6.100).

Изучение структуры ФН в ее «объемном» виде достаточно трудно. По этой причине часто пользуются методом горизонталей для представления ФН на плоскости τ и ν . Такие изображения называются диаграммами неопределенности.

3. Диаграммы неопределенности

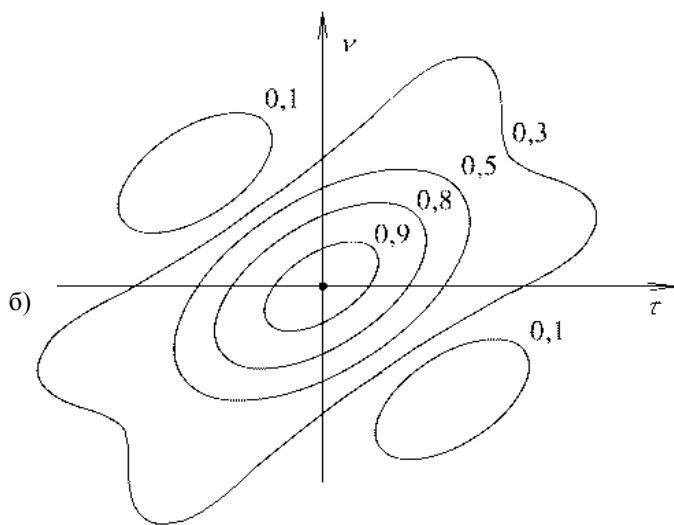
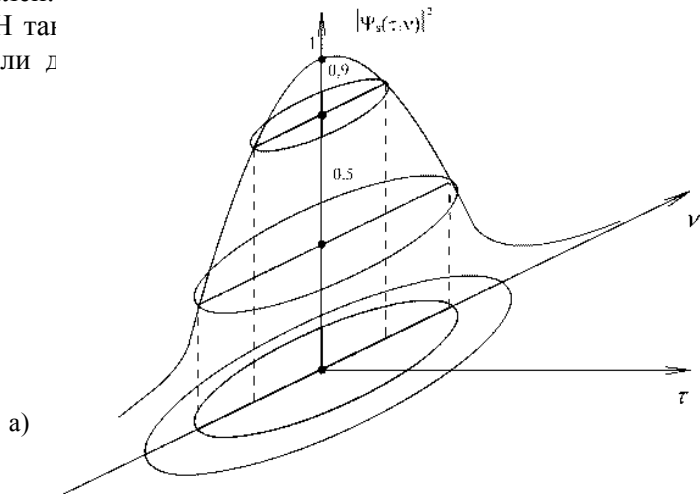
Знание формы ФН позволяет оценивать такие свойства РЛ систем, как разрешающую способность, точность измерений координат, а также и возможности наблюдения целей на фоне мешающих отражений. Как уже отмечалось, не всегда удобно построить и изучать всю фигуру "тела" ФН (обычно, это модуль или квадрат модуля ФН, $|\Psi_s(\tau, \nu)|^2$). По этой причине широко используются при изучении РЛ сигналов диаграммы неопределенности сигналов (ДНС), представляющие собой сечения ФН плоскостями параллельными плоскости (τ, ν) на различных уровнях.

На рис. 6.9,а показана полная пространственная фигура ФН, а на рис. 6.9,б – изображение сечений плоскостями, параллельными

$$\delta(t-t') = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f(t-t')} df.$$

плоскости (τ, ν) , в виде горизонталей. В топографии применяются аналогичные сечения для отображения рельефа местности. Вид сечения ФН на уровне не менее 0,5 от максимума позволяет еще раз пояснить смысл термина "*функция неопределенности*". В пределах таких сечений (вида эллипса) практически невозможно определить раздельно положения (координаты) нескольких (по крайней мере двух) целей. Их ФН совместно образуют сложную пространственную фигуру, а ДНС формируется в виде некоторой плоской фигуры, в которой невозможно определить положение центров (точек максимумов) расположения целей. Следовательно, возникает неопределенность в разрешении целей и в нахождении координат наблюдаемых целей. При наличии внутренних пиков в РЛС в пределах сечения ФН та

оложе-
го слу-



чайны и зависят от отношения энергии сигнала и шума. При достаточно большом отношении энергии сигнала и спектральной плотности шумов измеренное положение цели находится в пределах эллипса неопределенности для данной ДНС с центром, соответствующих истинным координатам цели.

Эллипс неопределенности. Покажем, что сечение ФН на уровне, близком к максимуму ФН (не менее 0,5 от максимума), имеет форму эллипса. Для этой цели воспользуемся представлением функции $|\Psi_s(\tau, \nu)|^2$ в виде ряда Тейлора в области, близкой к положению максимума (точка $\tau=0, \nu=0$):

$$\begin{aligned} |\Psi_s(\tau, \nu)|^2 = & \left| \Psi_s(0,0) + \frac{d}{d\tau} \Psi_s(\tau, \nu) \Big|_{\tau=0} \tau + \frac{d}{d\nu} \Psi_s(\tau, \nu) \Big|_{\nu=0} \nu + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\tau^2} \Psi_s(\tau, \nu) \Big|_{\tau=0} \tau^2 + \frac{d^2}{d\tau d\nu} \Psi_s(\tau, \nu) \Big|_{\tau=0} \tau \nu + \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\nu^2} \Psi_s(\tau, \nu) \Big|_{\nu=0} \nu^2 + \dots \right|^2 \end{aligned} \quad (6.106)$$

В разложении (6.106) первые производные равны нулю в точке $\tau=0, \nu=0$, так как это максимум функции $|\Psi_s(\tau, \nu)|^2$. Нормируем правую и левую части (6.106) к величине $|\Psi_s(\tau, \nu)|^2 = (2\hat{A}_0^2)^2$. Получаем

$$\begin{aligned} \frac{|\Psi_s(\tau, \nu)|^2}{|\Psi_s(0,0)|^2} = & \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\tau^2} \frac{|\Psi_s(\tau, \nu)|^2}{|\Psi_s(0,0)|^2} \tau^2 + \\ & + \frac{d^2}{d\tau d\nu} \frac{|\Psi_s(\tau, \nu)|^2}{|\Psi_s(0,0)|^2} \tau \nu + \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\nu^2} \frac{|\Psi_s(\tau, \nu)|^2}{|\Psi_s(0,0)|^2} \nu^2 + \dots \end{aligned} \quad (6.107)$$

Все производные в (6.107) берутся в точке $\tau=0, \nu=0$. Рассмотрим эти производные более детально. Подставив выражение для

$\Psi_s(\tau, \nu)$ (см. (6.78) в формулу (6.106) для записи производных. В частности, для 2-ой производной по τ :

$$\left. \frac{d^2}{d\tau^2} |\Psi_s(\tau, \nu)|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ \nu=0}} = \frac{d^2}{d\tau^2} \left\{ \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} S^*(f_1) S(f_2) S(f_1 - \nu) S^*(f_2 - \nu) e^{j2\pi(f_1 - f_2)\tau} df_1 df_2 \right\}. \quad (6.108)$$

Выполним дифференцирование по τ правой части (6.108)

$$\left. \frac{d^2}{d\tau^2} |\Psi_s(\tau, \nu)|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ \nu=0}} = -(2\pi)^2 \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} (f_1 - f_2)^2 |S(f_1)|^2 |S(f_2)|^2 f_1 df_2. \quad (6.109)$$

Раскроем $(f_1 - f_2)$ в выражении (6.109) и получим

$$\left. \frac{d^2}{d\tau^2} |\Psi_s(\tau, \nu)|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ \nu=0}} = -(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df, \quad (6.110)$$

так как первые моменты фигуры $|S(f)|^2$ равны нулю.

Обратим внимание, что (6.110) представляет собой второй момент функции $|S(f)|^2$. По аналогии с моментами распределений вероятностей эта величина характеризует ширину спектра сигнала (рис. 6.10,а). Обозначим нормированный второй момент как дисперсию спектра σ_f^2

$$\sigma_f^2 = \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |S(f)|^2 df}. \quad (6.111)$$

Выполняя аналогичные преобразования для второй производной ФН в (6.107) по ν , получаем

$$\left. \frac{d^2}{dv^2} |\Psi_s(\tau, v)|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ v=0}} = \quad (6.112)$$

$$\frac{d^2}{dv^2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S^*(t_1) S^*(t_2) S^*(t_1 - \tau) e^{j2\pi(t_1 - t_2)v} dt_1 dt_2 \right\}$$

ИЛИ

$$\left. \frac{d^2}{dv^2} |\Psi_s(\tau, v)|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ v=0}} = -(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (t_1 - t_2)^2 |S(t_1)|^2 |S(t_2)|^2 dt_1 dt_2. \quad (6.113)$$

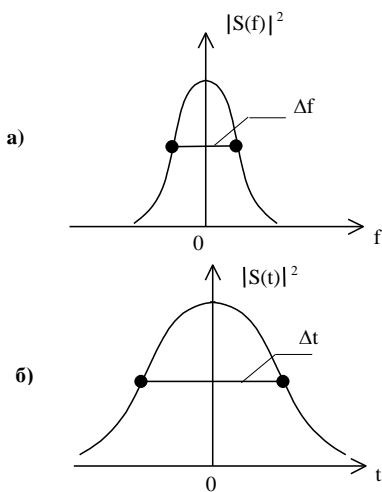


Рис. 6.10.

Раскрывая $(t_1 - t_2)$ в (6.113), получаем

$$\left. \frac{d^2}{dv^2} |\Psi_s(\tau, v)|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ v=0}} = -2(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |S(t)|^2 dt. \quad (6.114)$$

Выражение (6.114) представляет собой второй момент квадрата модуля огибающей сигнала $S(t)$ и характеризует длительность сигнала (см. рис. 6.10,б).

Обозначим нормированный второй момент сигнала $|S(t)|^2$ как дисперсию σ_t^2 :

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |S(t)|^2 dt \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(t)|^2 dt}. \quad (6.115)$$

Определим и смешанную производную по τ и ν в (6.107). Для этой цели представим $|\Psi_s(\tau, \nu)|^2$ в форме временных зависимостей (как в (6.112)), тогда имеем

$$\begin{aligned} & \left. \frac{d^2}{d\tau d\nu} |\Psi_s(\tau, \nu)|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ \nu=0}} = \\ & = \frac{d^2}{d\tau d\nu} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S^*(t_1) S^*(t_2) S^*(t_1 - \tau) e^{j2\pi(t_1 - t_2)\nu} dt_1 dt_2 \right\}_{\substack{\tau=0 \\ \nu=0}}. \end{aligned} \quad (6.116)$$

Выполним вначале дифференцирование по ν , а затем по τ , положив в полученном после дифференцирования выражении $\tau=0$ и $\nu=0$, получаем

$$\left. \frac{d^2}{d\tau d\nu} |\Psi_s|^2 \right|_{\substack{\tau=0 \\ \nu=0}} = -2(2E_0) \rho_{tf}, \quad (6.117)$$

где функция ρ_{tf} называется коэффициентом частотно-временной связи в РЛ сигнале и более детально рассмотрена при анализе сложных сигналов с ЧМ, для которых характерно отличие от нуля величины ρ_{tf} . Выражение для ρ_{tf} имеет вид

$$\rho_{ff} = \operatorname{Re}\left\{+j2\pi \int_{-\infty}^{\infty} tS(t) \frac{d}{dt} S^*(t) dt\right\}. \quad (6.118)$$

Подставим все полученные производные в выражения (6.107). Учтем при этом, что $|\Psi_s(0,0)|^2 = (2E_0)^2$, получаем

$$\frac{|\Psi_s(\tau, \nu)|^2}{|\Psi_s(0,0)|^2} = 1 - \frac{1}{2E_0} \{ (2\pi)^2 \sigma_f^2 \tau^2 + (2\pi)^2 \sigma_v^2 \nu^2 + (2\pi)^2 \sigma_t^2 \nu^2 + 2\rho_{ft} \tau \nu \}. \quad (6.119)$$

Из формулы (6.119) видно, что кривая, образованная пересечением функции $|\Psi_s(\tau, \nu)|^2 / |\Psi_s(0,0)|^2$ плоскостью, параллельной плоскости (τ, ν) на уровне, близком к максимуму ФН, определяется уравнением:

$$C^2 = (2\pi)^2 \sigma_f^2 \tau^2 + (2\pi)^2 \sigma_t^2 \tau^2 + 2\rho_{ft} \tau \nu. \quad (6.120)$$

Эта кривая представляет собой эллипс, который обычно называется *эллипсом неопределенности* (рис. 6.11) Постоянная величина C^2 определяет уровень сечения. Для более детального анализа эллипса неопределенности введем ряд параметров, определяющих тем или иным образом ширину спектра сигнала и длительность принимаемого РЛ сигнала.

Эффективной шириной спектра сигнала назовем величину $\Delta f_{\text{с.эф}}$:

$$\Delta f_{\text{с.эф}} = 2\pi\sigma_f, \quad (6.121)$$

а эффективной длительностью сигнала – величину $\tau_{\text{с.эф}}$:

$$\tau_{\text{с.эф}} = 2\pi\sigma_t. \quad (6.122)$$

Часто для определения ширины спектра и длительности сигнала удобно выбрать величины, которые более близко соответствуют известным определениям ширины на уровне 0,5 от максимума. Назовем эти параметры *эквивалентными*.

Эквивалентной шириной спектра назовем величину $\Delta f_{\text{с.эф}}$:

$$\Delta f_{\text{с.эк}} = 4\sigma_f, \quad (6.123)$$

а эквивалентной длительностью – $\tau_{\text{с.эк}}$:

$$\tau_{\text{с.эк}} = 4\sigma_t. \quad (6.124)$$

Если подставить введенные обозначения для ширины спектра и длительности сигнала в выражение для функции, определяющей форму эллипса неопределенности (6.120), то получим

$$C^2 = \Delta f_{\text{с.эф}}^2 \tau^2 + \tau_{\text{с.эф}}^2 v^2 + 2\rho_{ft} \tau v \quad (6.125)$$

и соответственно

$$C^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \Delta f_{\text{с.эк}}^2 \tau^2 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \tau_{\text{с.эк}}^2 v^2 + 2\rho_{ft} \tau v. \quad (6.126)$$

Если выбрать величину $C^2=1/4$, то это соответствует уровню сечения ФН на 0,5 от максимума.

Найдем ширину сечения эллипса неопределенности по оси τ . Для этого подставим $v=0$ в выражение (6.125) и затем – в (6.126). Получаем

$$C^2 = \Delta f_{\text{с.эф}}^2 \tau^2 \quad (6.127)$$

и

$$C^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \Delta f_{\text{с.эк}}^2 \tau^2. \quad (6.128)$$

Ширину сечения ФН по оси $\tau(\tau_{\text{вых.эф}})$ определим по уравнениям (6.127) и (6.128)

$$C^2 = \Delta f_{\text{с.эф}}^2 \left(\frac{\tau_{\text{вых.эф}}}{2} \right), \quad (6.129)$$

$$C^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \Delta f_{\text{с.эк}}^2 \frac{\tau_{\text{вых.эк}}}{2}. \quad (6.130)$$

При значении $C=1/2$ получаем

$$\tau_{\text{вых.эф}} = \frac{1}{\Delta f_{\text{с.эф}}} \quad (6.131)$$

и

$$\tau_{\text{вых.ЭК}} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\Delta f_{\text{с.ЭК}}} = \frac{0,64}{\Delta f_{\text{с.ЭК}}} \approx \frac{1}{\Delta f_{\text{с.ЭК}}}. \quad (6.132)$$

Аналогично определим ширину сечения эллипса неопределенности по оси v . Получим

$$\Delta v_{\text{вых.эф}} = \frac{1}{\tau_{\text{с.эф}}} \quad (6.133)$$

и

$$\Delta v_{\text{вых.ЭК}} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\tau_{\text{с.ЭК}}} = \frac{0,64}{\tau_{\text{с.ЭК}}} \approx \frac{1}{\tau_{\text{с.ЭК}}}. \quad (6.134)$$

На рис.6.11 отмечены указанные размеры сечений.

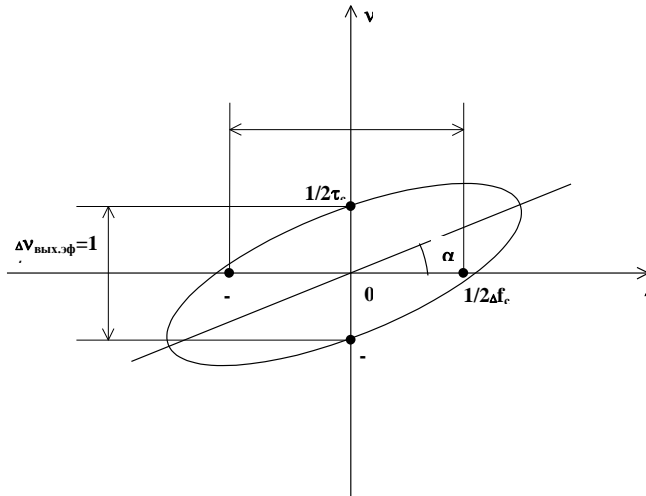


Рис. 6.11.

Можно также показать, что большая ось эллипса на рис. 6.11 отклонена на угол α_0 относительно оси τ . Угол α определяется соот-

ношением

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\rho_{tf}}{\Delta f_{\text{с.эф}}^2 - \tau_{\text{с.эф}}^2}. \quad (6.135)$$

Эллипс неопределенности сигналов, для которых параметр $\rho_{tf} = 0$, имеет оси, совпадающие с осями τ и ν , и не повернут относительно оси τ .

Как будет показано в 7-й главе, к таким сигналам относятся сигналы без частотной модуляции несущей.

4. Классификация функций и диаграмм неопределенности РЛ сигналов

Радиолокационные сигналы могут быть классифицированы по типу соответствующих их функций неопределенности. Вид ФН связан с *качеством сигнала* Q_c , которое определяется произведением длительности применяемого сигнала τ_c на ширину спектра Δf_c :

$$Q_c = \tau_c \Delta f_c. \quad (6.136)$$

В ряде учебников и монографий по теории сигналов произведение длительности сигнала и ширины его спектра часто называют также *базой сигнала*.

Наиболее простыми сигналами являются одиночные импульсы высокой частоты с постоянной немодулированной несущей. Качество такого сигнала равно единице. Функция неопределенности указанных сигналов в упрощенном виде представляет собой вид гребня, расположенного вдоль одной из осей τ или ν (рис. 6.12,а). Гребневидную форму имеет и ФН сигналов с линейной ЧМ несущей внутри импульса (см. гл. 7). Качество таких сигналов значительно больше единицы. Гребень ФН в этом случае расположен под некоторым углом к осям τ или ν (рис. 6.12,б).

Таким образом, к первому типу ФН относятся *гребнеобразные* ФН.

Второй тип ФН "кнопкообразные" ФН (рис. 6.12,в). Такую ФН имеют сигналы со сложными видами модуляции, например фазоманипулированные импульсы, шумоподобные и др. (см.гл.7). Качество

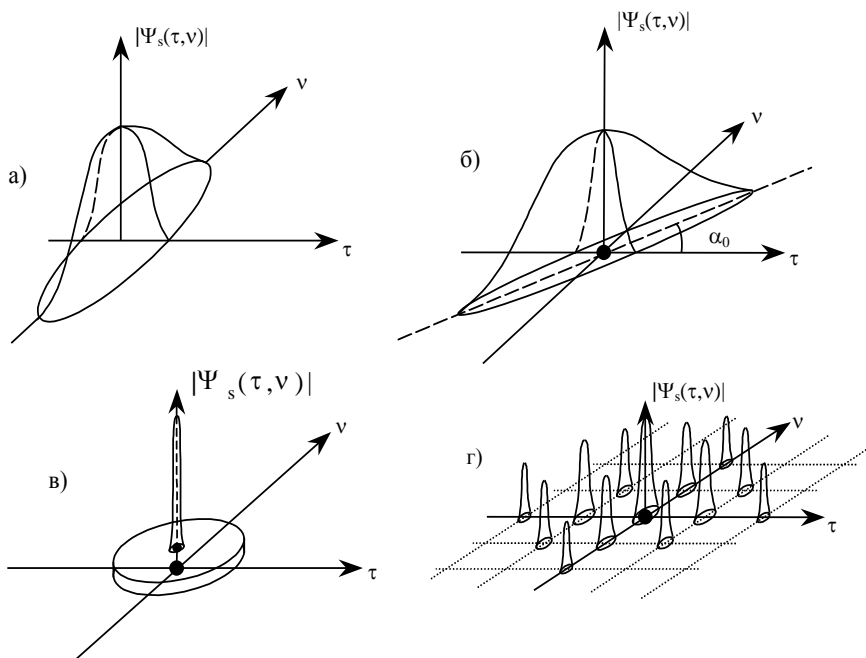


Рис. 6.12.

таких сигналов также значительно больше единицы. Особенностью ФН этого вида является наличие одного острого пика, основание которого на плоскости τ, ν занимает область с площадью, равной $(1/\Delta f_c)(1/\tau_c)$. Пьедестал ("шляпка" кнопкообразной функции неопределенности) имеет высоту порядка $(1/\Delta f_c \tau_c)$ и занимает на плоскости τ, ν область с площадью, равной $2\tau_c \Delta f_c$. Сигналы, имеющие кнопкообразную ФН, как правило, обладают высокой разрешающей способностью как по оси τ , так и по оси ν , но из-за наличия "пьедестала" ФН в присутствии распределенных мешающих отражателей возникает эффект маскировки относительно слабых целей, уменьшается отношение мощности сигнала и мощности фона мешающих отражений. Третьим типом ФН являются функции в виде некоторой "подушечки с булавками". Такую ФН имеют периодически повторяющиеся импульсные последовательности. Структура ФН

включает в свой состав гребенку пиков над плоскостью τ , ν . Расстояние между пиками по оси τ равно периоду повторений импульсов в пачке, а по оси ν – частоте повторений. Область основания пиков (в диаграмме неопределенности) равна $(1/\Delta f_c)(1/\tau_c)$, то есть такой же, как и для сигналов со сложными видами модуляции и большим произведением $\tau_c \Delta f_c$. Недостатком и особенностью ФН третьего вида наличие неоднозначности в определении положения цели как по оси τ , так и по оси ν из-за того, что величина отдельных пиков в районе центра и даже в достаточно удаленных от центральной части ($\tau=0$, $\nu=0$) областях мало отличаются от главного центрального пика. Однако такие сигналы обеспечивают хорошее разрешение по осям τ и ν и достаточно высокое отношение сигнала и фона МО.

В заключение отметим, что наличие только трех основных видов ФН существенно облегчает подбор сигналов для конкретных применений в реальных условиях работы радиолокационных систем. И хотя существуют в современной теории РЛ достаточно сложные методы синтеза сигналов по виду требуемой ФН, но актуальность такого синтеза не очень высока. Следовательно, выбор сигналов следует выполнять, исходя из физической реализуемости устройств формирования РЛ сигналов, и подбирать параметры сигналов, обеспечивающие необходимую разрешающую способность и помехозащищенность на фоне МО.

6.3. РАЗРЕШЕНИЕ ЦЕЛЕЙ ПО ДАЛЬНОСТИ И ДОПЛЕРОВСКИМ ЧАСТОТАМ

1. Сечение функции неопределенности по оси задержки τ и параметры разрешения целей по дальности

Для определения параметров, характеризующих разрешающую способность РЛС, рассмотрим соответствующие сечения ФН по осям τ и ν . Вид сечения и ширина функции сечения по соответствующим осям позволит определить разрешающую способность и возможные неоднозначности при измерении координат и параметров движения целей. Мерой разрешения, как уже определено выше, слу-

жит ширина сечения ФН, а мерой неоднозначности – интервалы между основным и дополнительными максимумами ФН в данных сечениях.

Сечение по оси τ . Сечение по оси τ (в плоскости $v=0$) позволяет судить о разрешении целей по дальности. Параметры, характеризующие сечение, определим, используя выражения (6.78) и (6.88) для функции неопределенности.

Если использовать формулу (6.78), то сечение ФН по оси τ равно

$$\dot{\Psi}_s(\tau, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) S^*(t - \tau) dt. \quad (6.137)$$

Это выражение (6.137) представляет собой корреляционную функцию комплексной амплитуды РЛ сигнала $S(t)$. Данное сечение соответствует огибающей сигнала на выходе согласованного фильтра. Чем более узкой является функция сечения по оси τ , тем лучше разрешение целей по дальности (по оси задержек на дальность).

Более наглядное представление о свойствах сечения по оси τ можно получить, если использовать вторую формулу выражения, определяющего ФН (6.88). В этом случае сечение имеет вид

$$\dot{\Psi}_s(\tau, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df. \quad (6.138)$$

Видно, что сечение $\dot{\Psi}_s(\tau, 0)$ можно рассматривать как преобразование Фурье от квадрата модуля частотного спектра комплексной амплитуды сигнала.

Из свойств преобразований Фурье следует, что, чем более широкой является преобразуемая функция, тем более сосредоточенной (более узкой) является преобразованная функция (по соответствующей оси координат). В рассматриваемом случае из формулы (6.138) следует, что чем более широким по оси частот является квадрат модуля спектра сигнала $|S(f)|^2$, тем более узкой по оси τ становится сечение ФН $|\dot{\Psi}_s(\tau, 0)|$.

Для получения количественных соотношений для разрешающей способности по оси τ используем параметр разрешения по оси времени эффективную ширину ФН по оси τ , которая была введена раньше (см. формулу(6.131)) (рис.6.13,а):

$$\tau_{\text{вых.эф}} = \frac{1}{\Delta f_{\text{с.эф}}} . \quad (6.139)$$

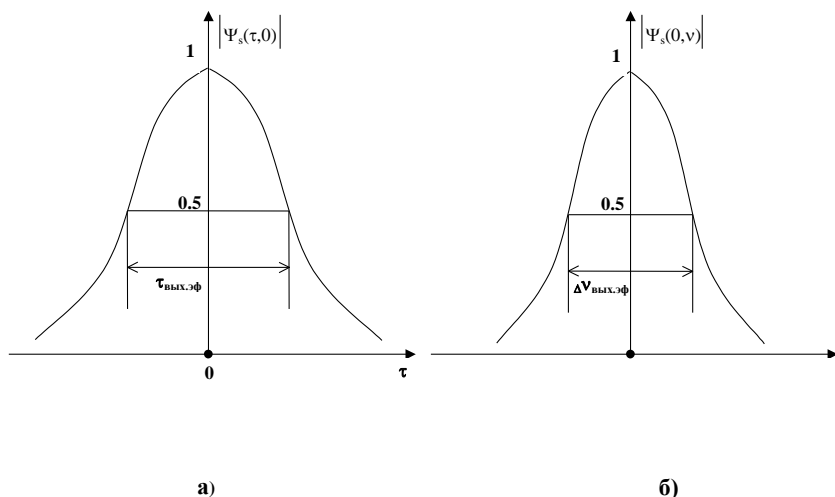


Рис. 6.13.

Таким образом, $\delta\tau$ – предельная разрешающая способность сигналов во времени (а следовательно, и по дальности) зависит от ширины спектра излучаемых РЛ сигналов $\Delta f_{\text{с.эф}}$ и не зависит от их длительности и формы

$$\delta\tau = \tau_{\text{вых.эф}} = 1/\Delta f_{\text{с.эф}} .$$

Разрешение по дальности равно, очевидно:

$$\delta D = \frac{c}{2} \tau_{\text{вых.эф}} = \frac{c}{2\Delta f_{\text{с.эф}}} . \quad (6.140)$$

Сжатие сигналов во времени. Широкий спектр сигналов и

большая длительность излучаемых сигналов не являются несовместимыми понятиями при введении частотной или фазовой модуляции высокочастотного заполнения сигналов. Можно получить при этих и других видах модуляции ширину спектра, значительно превышающую величину, обратную длительности сигнала.

Если качество сигнала $Q_c = \tau_c \Delta f_{c.эф}$ больше единицы, то такие сигналы в процессе оптимальной обработки в согласованных фильтрах или в корреляционных устройствах могут быть существенно уменьшены по длительности, то есть, как обычно говорят, сжаты во времени. Коэффициент сжатия сигнала $Q_{сж}$ определим как отношение длительности сигнала на входе устройства обработки τ_c к длительности сигнала на выходе $\tau_{вых}$:

$$Q_{сж} = \frac{\tau_c}{\tau_{вых}}. \quad (6.141)$$

Если за длительность выходного сигнала принять эффективную длительность $\tau_{вых.эф}$, то коэффициент сжатия становится равным качеству сигнала (используем (6.139)):

$$Q_{сж} = \frac{\tau_c}{\tau_{вых}} = \tau_c \Delta f_{c.эф} = Q_c. \quad (6.142)$$

Из соотношения (6.142) следует, что сжатие сигнала возможно только в том случае, когда качество сигнала Q_c существенно превышает единицу

$$Q > 1, \quad Q > 1.$$

Как будет показано в гл. 7, высокую степень сжатия можно получить в случае применения сложных сигналов с различными видами частотной и фазовой модуляции.

2. Сечение ФН по оси ν и параметры разрешения целей по скорости

Изучение сечения ФН по оси частот ν позволяет судить о разрешающей способности РЛС по доплеровским частотам и, следовательно, о разрешении целей по скоростям.

Для нахождения сечения по оси ν также воспользуемся формулами (6.78) и (6.88). Исходя из (6.78), положив $\tau=0$, получаем

$$\dot{\Psi}_s(0, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} |S(t)|^2 e^{j2\pi\nu t} dt. \quad (6.143)$$

Это выражение можно рассматривать как преобразование Фурье квадрата модуля комплексной огибающей РЛ сигнала, но так как $|S(t)| = A(t)$, то соотношение (6.143) является преобразованием Фурье от квадрата амплитудной огибающей сигнала. Если же использовать формулу (6.88), то получаем

$$\dot{\Psi}_s(0, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}^*(f) \dot{S}(f - \tau) df. \quad (6.144)$$

Данное выражение можно назвать корреляционной функцией спектра РЛ сигнала (в частотной области). Для оценки свойств сечения по оси τ удобно анализировать именно формулу (6.143). Из свойств преобразования Фурье следует, что, чем более протяженной во времени является амплитудная огибающая сигнала, тем более узкой (сосредоточенной) является сечение по оси ν .

Воспользуемся выражением для формы сечения эллипса неопределенности (формула (6.125)), которая позволяет получить (см. формулу (6.133)) связь эффективной ширины сечения ФН по оси ν (рис. 6.13.), $\Delta\nu_{\text{вых.эф}}$ и полной длительности РЛ сигнала $\tau_{\text{с.эф}}$

$$\Delta\nu_{\text{вых.эф}} = \frac{1}{\tau_{\text{с.эф}}}. \quad (6.145)$$

Таким образом, предельная разрешающая способность РЛ сигналов по доплеровским частотам зависит от полной длительности РЛ сигнала и количественно обратна этой длительности $\tau_{\text{с.эф}}$.

Соответствующее разрешение по критерию Релея $\delta\nu$ равно $\Delta\nu_{\text{вых.эф}}$

$$\Delta\nu_{\text{вых.эф}} = \frac{1}{\tau_{\text{с.эф}}}. \quad (6.146)$$

Так как доплеровские частоты обусловлены относительной скоростью движения цели и РЛС, то разрешение по скорости соответственно равно

$$\delta V = \frac{\lambda}{2} \delta v = \frac{\lambda}{2} \Delta v_{\text{вых.эф}} = \frac{\lambda}{2\tau_{\text{с.эф}}}. \quad (6.147)$$

Следовательно, разрешение целей по скоростям зависит от полной длительности сигнала $\tau_{\text{с.эф}}$ и длины волны.

6.4. РАЗРЕШЕНИЕ ЦЕЛЕЙ ПО УГЛОВЫМ КООРДИНАТАМ

1. Общие сведения

Разрешающая способность РЛ системы по угловым координатам — это возможность раздельного наблюдения двух и более целей, находящихся на одинаковом расстоянии от РЛС, но расположенных на различных угловых направлениях. Разрешение целей по угловым координатам принято измерять минимальным углом между направлениями на отдельные цели, при котором обеспечиваются их раздельное обнаружение и измерение координат.

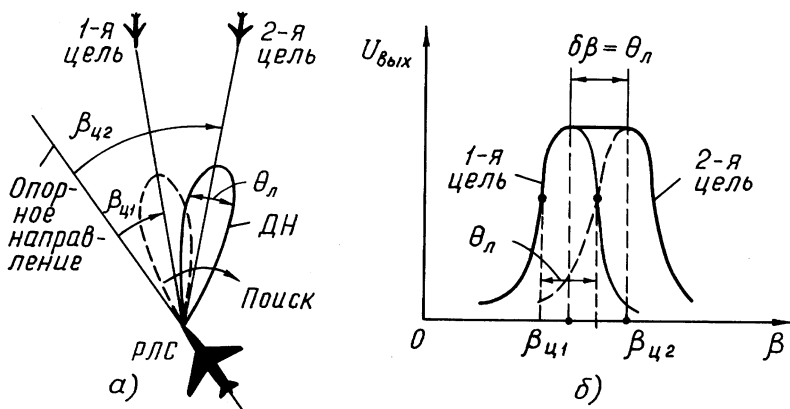


Рис. 6.14.

В простейшем случае, когда, например, цели находятся в азимутальной плоскости (рис. 6.14,а) и облучаются антенной, имеющей ширину ДН θ_d , выходные сигналы приемника $U_{\text{вых}}$ являются функцией азимутального угла β (рис. 6.14,б). Очевидно, раздельное наблюдение двух целей с одинаковыми ЭПО возможно только в том случае, когда результирующая огибающая выходных сигналов еще имеет два максимума (по критерию Релея). Если угол между направлениями на цели меньше, чем ширина ДН антенны сигналы сливаются и различить отдельные цели становится невозможно. Таким образом, минимальный угол между целями, определяющий разрешение, равен

$$\delta\rho = \theta_d. \quad (6.148)$$

Данный упрощенный способ оценки разрешения по угловым координатам применим не во всех случаях. Например, при синтезировании апертуры (см. гл. 10) разрешение может быть получено значительно более высокое, чем ширина ДН антенны.

В общем случае при оценке разрешающей способности по угловым координатам необходимо учитывать взаимосвязь пространственно-временных сигналов со структурой антенных устройств.

Наиболее просто указанную задачу можно решить, если использовать материал предыдущих разделов этой главы, рассматривая пространственно-распределенные сигналы на апертуре антенны как аналог временного сигнала. Преобразование Фурье пространственного сигнала позволит рассматривать спектр пространственных частот как функцию однозначно связанную с диаграммой направленности антенной системы (ДН).

Рассмотрим линейную антенну (рис. 6.15), на которую падает плоская волна электромагнитных колебаний, отраженных от точечной цели, расположенной под углом β к нормали к линейной антенне.

В точке x на апертуре, длиной L , запаздывание сигналов по фазе $\varphi(x)$ относительно центра 0 можно записать как

$$\varphi(x) = \frac{2\pi x}{\lambda} \sin\beta, \quad (6.149)$$

а сам сигнал (его комплексная амплитуда) в точке x равен

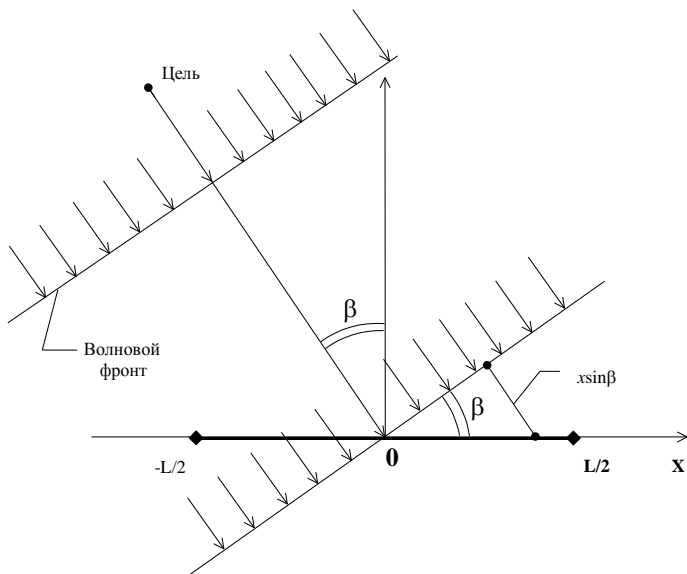


Рис. 6.15.

$$U(x) = A(x)e^{-j\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\beta}, \quad (6.150)$$

где $A(x)$ – распределение по апертуре антенны, которое учитывает свойства антенны преобразовывать падающие электромагнитные колебания в принимаемые приемником сигналы (в общем случае комплексная функция). Суммирование всех колебаний, падающих на апертуру, позволяет сформировать результирующий сигнал в виде интеграла:

$$F\left(\frac{\sin\beta}{\lambda}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x)e^{-j\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\beta} dx. \quad (6.151)$$

Это соотношение определяет диаграмму направленности линейной антенны $F(\beta)$ как функцию угла β . Видно, что функция F эквивалентна преобразованию Фурье распределения сигнала $A(x)$ по апертуре.

Обычно линейный размер антенны L значительно больше дли-

ны волны λ и ширина ДН охватывает сравнительно небольшой пространственный сектор углов β . В этом случае уместно положить

$$\sin \beta \approx \beta.$$

Введем переменную f_x по формуле

$$f_x = \frac{\sin \beta}{\lambda} \approx \frac{\beta}{\lambda}. \quad (6.152)$$

Эту величину f_x назовем *пространственной частотой*, как аргумент преобразования Фурье пространственного сигнала $A(x)$.

Таким образом, если рассматривать распределение $A(x)$ как аналог сигнала, диаграмма направленности $F(\beta)$ является аналогом спектра "сигнала" $A(x)$. Частотой, как переменной в спектре, является пространственная частота f_x , связанная с углом β соотношением (6.152). Подставив f_x в формулу (6.151), получаем

$$F(f_x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x) e^{-j2\pi f_x x} dx. \quad (6.153)$$

По аналогии с временными сигналами введем новую функцию *пространственную функцию неопределенности* Ψ_x , которая описывает свойства пространственных преобразований сигналов.

2. Пространственная функция неопределенности

Считаем, что имеются две цели, которые различаются между собой по угловому направлению (по углу β) и различаются на величину γ . По аналогии с формулами (6.78) и (6.88) можно записать выражения для *пространственной ФН*:

$$\Psi_x(l, v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{A}(x) \dot{A}^*(x-l) e^{-j2\pi v_x x} dx \quad (6.154)$$

и

$$\Psi_x(l, v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} F^*(f_x) F(f_x - v_x) e^{j2\pi f_x l} df_x, \quad (6.155)$$

в формулах (6.154) и (6.155) обозначено: l - смещение сигнала $A(x)$ по оси x , а v_x отклонение по пространственной частоте f_x :

$$v_x = f_{x1} - f_{x2},$$

$$v_x = \frac{\beta_1}{\lambda} - \frac{\beta_2}{\lambda} = \frac{\gamma}{\lambda}, \quad (6.156)$$

где β_1 и β_2 – угловые положения первой и второй целей, что соответствует разности пространственных частот f_x на величину v_x .

Формулы (6.154) и (6.155) устанавливают связь распределений по апертуре $A(x)$ и диаграммы направленности $F(f_x)$ при наличии смещений по апертуре l и по пространственной частоте v_x , а также устанавливают связь $A(x)$ и $F(\beta)$ при наблюдении двух плоских электромагнитных волн, приходящих от двух источников излучения или переотражения.

3. Параметр разрешения целей по угловым координатам

Наилучшее разрешение по угловым координатам (по углу β) достигается в том случае, когда пространственная функция неопределенности $\Psi_x(l, v_x)$ имеет возможно меньшую протяженность по оси разности углов β , то есть по оси v_x .

Для оценки разрешающей способности по угловым координатам (по углу β) найдем сечение пространственной ФН по оси v_x , положив $l=0$:

$$\dot{\Psi}_x(v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 e^{j2\pi v_x x} dx, \quad (6.157)$$

а также

$$\dot{\Psi}_x(v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}^*(f_x) F(f_x - v_x) df_x. \quad (6.158)$$

Из формулы (6.157) видно, что сечение пространственной ФН

по оси v_x представляет собой преобразование Фурье от квадрата модуля распределения $A(x)$ по апертуре. Чем более протяженной является апертура (и соответственно $A(x)$ по оси x), тем более высокое разрешение по углу β можно получить.

Формула (6.158) в свою очередь показывает, что сечение $\Psi_x(v_x)$ можно рассматривать как корреляционную функцию ДН антенны $F(f_x)$ по оси пространственных частот f_x (по оси углов β). Из этой формулы (6.158) также следует, что разрешение целей по угловым координатам определяется не просто шириной ДН, а шириной пространственной корреляционной функций диаграммы направленности антенны.

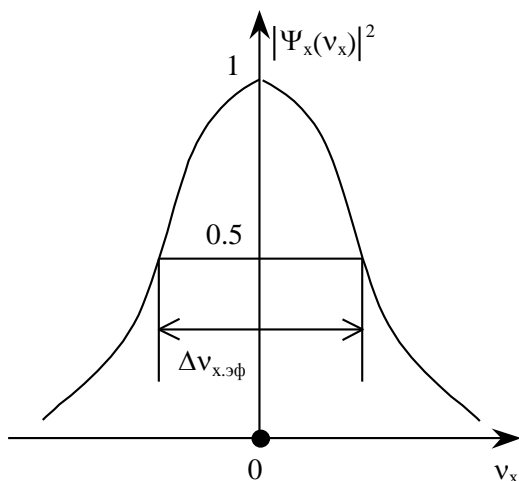


Рис. 6.16.

Для количественной оценки величины разрешения РЛ системы по угловым координатам введем в качестве параметра разрешения эффективную ширину сечения пространственной ФН по оси v_x (рис. 6.16), которую обозначим $\Delta v_{x.эф}$. Для определения величины

$\Delta v_{x.эф}$ представим сечение $|\Psi_x(v_x)|^2$ в виде ряда Тейлора по переменной v_x в области максимума Ψ_x :

$$\begin{aligned} |\Psi_x(v_x)|^2 &= |\Psi_x(0)|^2 + \frac{d}{dv_x} |\Psi_x(v_x)|^2 \Big|_{v_x=0} v_x + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{d^2}{dv_x^2} |\Psi_x(v_x)|^2 \Big|_{v_x=0} v_x^2. \end{aligned} \quad (6.159)$$

В выражении (6.159) второй член равен нулю, так как эта величина пропорциональна первой производной в максимуме Ψ_x .

Рассмотрим третий член в (6.159) и определим вторую производную от $|\Psi_x|^2$ при $v_x = 0$, используя (6.157).

$$\begin{aligned} \frac{d^2 |\Psi_x(v_x)|^2}{dv_x^2} \Big|_{v_x=0} &= \frac{d^2}{dv_x^2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A(x_1)|^2 |A(x_2)|^2 e^{j2\pi v_x (x_1 - x_2)} dx_1 dx_2 \right\} \Big|_{v_x=0} = \\ &= - (2\pi)^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - x_2)^2 |A(x_1)|^2 |A(x_2)|^2 dx_1 dx_2 \right\}. \end{aligned} \quad (6.160)$$

Раскрывая $(x_1 - x_2)^2$ и учитывая, что первые моменты $|A(x)|^2$ равны нулю, получаем

$$\frac{d^2 |\Psi_x(v_x)|^2}{dv_x^2} = -2(2\pi)^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |A(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 dx \right\}. \quad (6.161)$$

Введем параметр, характеризующий ширину апертуры по оси x , так называемую *эффективную ширину апертуры*, по формуле:

$$L_{эф}^2 = (2\pi)^2 \sigma_x^2, \quad (6.162)$$

где σ_x^2 – второй момент распределения $|A(x)|^2$ равный:

$$\sigma_x^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 |A(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 dx}. \quad (6.163)$$

Учитывая (6.162) и (6.163), формулу (6.161) запишем в виде

$$\frac{d^2 |\Psi_x(v_x)|^2}{dv_x^2} = -2L_{\text{эф}}^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 dx \right]^2. \quad (6.164)$$

Подставим полученную зависимость. (6.164) в разложении в ряд Тейлора функции $|\Psi_x(v_x)|^2$ (см. формулу 6.159) и выполним нормировку этой величины к единице:

$$\frac{|\Psi_x(v_x)|^2}{|\Psi_x(0)|^2} = 1 - L_{\text{эф}}^2 v_x^2 + \dots, \quad (6.165)$$

где учтено, что

$$|\Psi_x(0)|^2 = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 dx \right]^2. \quad (6.166)$$

Если выбрать уровень сечения $|\Psi_x(v_x)|^2$, равным 3/4 от максимума, то получим, что

$$L_{\text{эф}}^2 v_{x(3/4)} = \frac{1}{4}. \quad (6.167)$$

Введем обозначение для ширины пространственной ФН на указанном уровне $\Delta v_{x,\text{эф}}$, которая равна разрешению по оси $v_{x,\text{эф}}$:

$$\delta v_x = \Delta v_{x,\text{эф}} = 2v_{x(3/4)}. \quad (6.168)$$

Получаем соотношение, связывающее эффективную ширину апертуры $L_{\text{эф}}$ и ширину сечения ФН $\Delta v_{x,\text{эф}}$ (подставим (6.168) в

(6.167)):

$$\Delta v_{x.эф} = \frac{1}{L_{эф}}. \quad (6.169)$$

Для перехода от пространственных частот v_x к угловым величинам используем (6.156). Получим, что ширина ФН по угловым координатам $\theta_{л.эф}$ равна

$$\theta_{л.эф} = \lambda \Delta v_{x.эф}. \quad (6.170)$$

Выражение (6.169) можно записать как

$$\theta_{л.эф} = \frac{\lambda}{L_{эф}}. \quad (6.171)$$

Таким образом, разрешающая способность РЛ системы по угловым координатам зависит в конечном итоге от эффективной ширины используемой апертуры $L_{эф}$ и длины волны λ . Количественно разрешение $\delta\beta$ равно $\theta_{л.эф}$ и определяется отношением длины волны и эффективной ширины применяемой апертуры $L_{эф}$.

$$\delta\beta = \theta_{л.эф}.$$

4. Обобщенная пространственно-временная функция неопределенности РЛ системы

Рассмотрим более общий случай совместного наблюдения пространственно-временных сигналов, отраженных от двух целей (рис.6.17).

На линейную апертуру приходят две плоские волны электромагнитных колебаний под углами β_1 и β_2 . Цели, кроме различий по угловым координатам, имеют различные скорости (различные доплеровские частоты) и смещены друг относительно друга по дальности.

Сигналы, попадающие на апертуру длиной L , запишем в виде

$$\begin{aligned}
 S_1(t, x, \beta_1) &= S[t - t_{д1}(x, \beta_1)] \exp \{ j2\pi(f_0 + f_{дп1})[t - t_{д1}(x, \beta_1)] \}, \\
 S_2(t, x, \beta_2) &= S[t - t_{д2}(x, \beta_2)] \exp \{ j2\pi(f_0 + f_{дп2})[t - t_{д2}(x, \beta_2)] \}.
 \end{aligned}
 \quad (6.172)$$

Обозначения в (6.172) соответствуют ранее введенным обозначениям.

Задержки сигналов во времени $t_{д1}(x, \beta_1)$ и $t_{д2}(x, \beta_2)$ равны:

$$\begin{aligned}
 t_{д1}(x, \beta_1) &= t_{до1} + \frac{x \sin \beta_1}{c}, \\
 t_{д2}(x, \beta_2) &= t_{до2} + \frac{x \sin \beta_2}{c},
 \end{aligned}
 \quad (6.173)$$

где $t_{до1}$ и $t_{до2}$ – задержки сигналов во времени в точке центра апертуры.

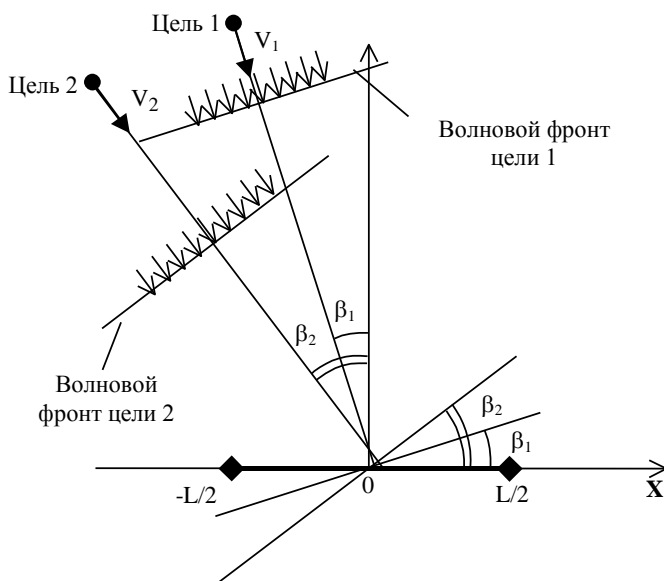


Рис. 6.17.

Таким образом, приходящие к апертуре сигналы можно рассматривать как пространственно-временные сигналы, являющиеся

функцией времени и положения точки приема в пространстве (переменная x).

Сигналы, возбуждаемые в каждой точке апертуры, затем суммируются и поступают в приемное устройство и на систему обработки РЛ сигналов. Вклад различных элементов апертуры зависит от распределения поля по раскрытию $A(x)$, или от весовой функции апертуры антенны.

В качестве критерия различия (разрешения) принимаемых сигналов выбираем интегральную оценку – интеграл квадрата разности сигналов:

$$\varepsilon^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_{\text{ц1}}(t, x, \beta_1) - S_{\text{ц2}}(t, x, \beta_2)|^2 dxdt, \quad (6.174)$$

где сигналы $S_{\text{ц1}}$ и $S_{\text{ц2}}$ отличаются от S_1 и S_2 в (6.172) только коэффициентом $A(x)$.

Выполняя известные преобразования в выражении (6.174), получим

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_{\text{ц1}}(t, x, \beta_1)|^2 dxdt + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_{\text{ц2}}(t, x, \beta_2)|^2 dxdt - \\ & - 2 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ц1}}(t, x, \beta_1) \dot{S}_{\text{ц2}}^*(t, x, \beta_2) dxdt. \end{aligned} \quad (6.175)$$

Наибольшее значение ε^2 достигается при минимальном значении третьего члена в (6.175). Первые два интеграла соответствуют энергии отраженных от цели колебаний и являются постоянными положительными величинами. Введем обозначение для пространственно-временной взаимокорреляционной функции сигналов $S_{\text{ц1}}$ и $S_{\text{ц2}}$.

$$\Psi_{sx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ц1}}(t, x, \beta_1) \dot{S}_{\text{ц1}}^*(t, x, \beta_1) dxdt. \quad (6.176)$$

Комплексную амплитуду функции Ψ_{sx} называют *обобщенной пространственно-временной функцией неопределенности РЛ системы* и будем ее обозначать $\Psi_{sx}(\tau, \nu, \nu_x)$. Очевидно, как уже отме-

чалось, обобщенное разрешение целей тем лучше, чем уже функция Ψ_{sx} по соответствующей оси координат.

Определим вид функции $\Psi_{sx}(\tau, \nu, \nu_x)$, используя зависимости для введенных обозначений сигналов (6.172), взаимокорреляционной функции (6.182) и распределении $A(x)$ по апертуре:

$$\Psi_{sx} = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 S(t-t_{d1}) S^*(t-t_{d2}) \exp\{j2\pi(f+f_{дп1})(t-t_{d1}) - (f+f_{д2})(t-t_{d2})\} dx. \quad (6.177)$$

Выполним ряд известных преобразований в (6.177):

$$\Psi_{sx} = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 S(t-t_{d1}) S^*(t-t_{d2}) \exp(j2\pi) \times \\ \times \{(f_0 t + f_{дп1} t - f_0 t_{d1} - f_{дп1} t_{d1} - f_0 t + f_{дп2} t - f_0 t_{d2} + f_{дп2} t_{d2})\} dx dt. \quad (6.178)$$

Подставим значения t_{d1} и t_{d2} в формулу (6.178) и вынесем за интегралы все составляющие, которые не зависят от переменных x и t :

$$\Psi_{sx} = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 S(t-t_{d1}) S^*(t-t_{d2}) \exp(j2\pi) \times \\ \times \{(f_{дп1} - f_{дп2})t - f_0(t_{до1} - t_{до2}) - f_0 \left(\frac{x \sin \beta_1}{c} - \frac{x \sin \beta_2}{c} \right) - \\ - f_{дп1} t_{до1} + f_{дп2} t_{до2} - f_{дп1} \frac{x \sin \beta_1}{c} + f_{дп2} \frac{x \sin \beta_1}{c}\} dx dt = \\ = \exp(j2\pi)[-f_0(t_{до1} - t_{до2}) + f_{дп2} t_{до2} - f_{дп1} t_{до1}] \times \\ \times \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 S(t - (t_{до1} + \frac{x}{c} \sin \beta_1)) S^*(t - (t_{до2} + \frac{x}{c} \sin \beta_1)) \times \\ \times \exp(j2\pi)[(f_{дп1} - f_{дп2})t - f_0 \left(\frac{x \sin \beta_1}{c} - \frac{x \sin \beta_2}{c} \right)] dx dt. \quad (6.179)$$

В выражении (6.179) в показателе экспоненциального сомножителя опущен член

$$f_{\text{до}2} \frac{x \sin \beta_2}{c} - f_{\text{до}1} \frac{x \sin \beta_1}{c},$$

так как его величина значительно меньше оставшегося члена, зависящего от переменной x .

Введем замену переменных в (6.179) и ряд обозначений

$$\begin{aligned} t_1 &= t - (t_{\text{до}1} - \frac{x}{c} \sin \beta_1), \\ t_{\text{до}1} - t_{\text{до}2} &= \tau, \\ f_0 \frac{x}{c} \sin \beta_1 - f_0 \frac{x}{c} \sin \beta_2 &= \frac{x \sin \beta_1}{\lambda} - \frac{x \sin \beta_2}{\lambda} = x(f_{x1} - f_{x2}) = -xv_x \\ v_x &= f_{x2} - f_{x1}. \end{aligned} \quad (6.180)$$

Интегральная часть в формуле (6.179) это обобщенная пространственно-временная функция неопределенности Ψ_{sx} . С учетом всех введенных обозначений и произведенной замены переменных формулы (6.180) соотношение (6.179) приводится к виду:

$$\Psi_{sx}(\tau, v, v_x) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 S(t) S^*(t - \tau + \frac{xv_x}{f_0}) e^{j2\pi v_x t} e^{j2\pi v_x x} dx dt. \quad (6.181)$$

Выполняем интегрирование только по t и обозначим:

$$\Psi_s(\tau - \frac{xv_x}{f_0}; v) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) S^*(t - \tau + \frac{xv_x}{f_0}) e^{j2\pi v t} dt. \quad (6.182)$$

Видно, что выражение (6.182) это рассмотренная ранее ФН радиолокационного сигнала, в которой в общем случае сдвиг во времени зависит и от координаты x на апертуре.

Обобщенная пространственно-временная ФН (6.181) тогда равна:

$$\Psi_{sx}(\tau, v, v_x) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 \Psi_s(\tau - \frac{xv_x}{f_0}; v) e^{j2\pi v_x x} dx dt. \quad (6.183)$$

Если применяются узкополосные сигналы, когда ширина спектра составляет величину не более 20% от несущей, что обычно и имеет место на практике, а размеры апертуры существенно меньше ширины ФН по оси дальности D (как известно, $c\tau/2=D$), то аргументом (xv_x/f_0) в ФН сигнала (6.182) можно пренебречь. В этом случае обобщенная пространственно-временная ФН (6.183) соответствует выражению

$$\Psi_{sx}(\tau, v, v_x) = \Psi_s(\tau, v) \Psi_x(v_x), \quad (6.184)$$

то есть Ψ_{sx} равна произведению ФН РЛ сигнала и пространственной ФН системы $\Psi_x(v_x)$ (см. формулу (6.157)):

$$\Psi_x(v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} |A(x)|^2 e^{j2\pi v_x x} dx. \quad (6.185)$$

Следовательно, можно раздельно анализировать свойства РЛ сигналов с позиции разрешающей способности по дальности и доплеровской частоты и разрешение по угловым координатам, используя отдельно функции неопределенности Ψ_s и Ψ_x .

Видно, что введенная ранее пространственная ФН по аналогии с временными сигналами (см. п. 2) полностью совпадает с (6.185), полученной прямым путем, анализируя разделение (разрешение) пространственно-временных сигналов для двух целей, расположенных на различных угловых направлениях.

6.5. ВЛИЯНИЕ НА РАЗРЕШАЮЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК ОСНОВНЫХ УЗЛОВ РЕАЛЬНОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

1. Общие сведения

В реальных условиях работы РЛ систем разрешающая способность отличается от предельно возможных, которые были определены в предыдущих параграфах, и становится в общем случае хуже. Ухудшение разрешающей способности обусловлено влиянием многих дестабилизирующих факторов, которые проявляются в ряде узлов РЛ системы, неидеальным конструктивным выполнением функ-

циональных элементов, искажениями сигналов в трактах РЛС и в процессе распространения сигналов в пространстве. К ухудшению разрешения приводит и рассогласование сигналов и характеристик устройств их обработки. В частности, если на согласованный фильтр приходят отраженные сигналы, параметры которых отличаются от номинальных, то этот фильтр уже становится рассогласованным со всеми вытекающими особенностями: уменьшается минимальное значение выходного сигнала (уменьшается отношение мощности сигнала и шума на выходе, расширяется функция отклика на выходе устройства обработки сигналов. Расширение выходного сигнала по осям задержки и доплеровских частот приводит, как это, очевидно, к ухудшению разрешения по соответствующим координатам.

Остановимся более подробно на рассмотрении ряда факторов, влияющих на разрешающую способность РЛ систем и характерных для большинства РЛ систем.

Искажения сигналов при формировании их в передающем тракте РЛС. Изменение параметров сигналов приведет к рассогласованию их с устройством обработки, о чем говорилось выше. При формировании высокочастотных импульсов, например, возможны случайные изменения несущей частоты. Появляется дополнительная случайная модуляция и структура спектра изменяется. Эти факторы приведут к ухудшению разрешения целей как по дальности, так и по доплеровским частотам. Если применяется в сигналах, например, частотная модуляция, то искажения в передатчике приведут к отклонению ЧМ от заданного закона модуляции, что в свою очередь также приведет к искажению выходного сигнала при обработке сигналов и, следовательно, к ухудшению разрешающей способности.

Погрешности в построении антенных систем. Различные производственные дефекты в конструкции антенны, например в формировании профиля отражателя, приводят к искажениям ДН антенны, к расширению ширины основного луча и к увеличению уровня боковых лепестков. Все эти погрешности приведут к ухудшению разрешающей способности РЛ системы по угловым координатам.

Большое влияние на разрешающую способность РЛ системы могут оказать особенности, возникающие при *распространении сигналов* в атмосфере. Например, неоднородности атмосферы могут привести при прохождении радиоволн к появлению фазовых флуктуаций сигналов и в результате – к искажению структуры волновых

фронтов, что, в свою очередь, изменит ДН антенны при приеме и ухудшит разрешение целей по угловым координатам.

Неравномерности в движении цели или носителя РЛС создает искажения в форме сигнала, в структуре его спектра, в изменении законов модуляции. Во всех случаях можно считать, что к предельному значению величины разрешения $\delta\xi_{\Pi}$ по какой-либо координате ξ добавляется некоторый «прирост» $\Delta\xi$, который и определяет ухудшение разрешения целей. Реальная разрешающая способность, оцениваемая величиной $\delta\xi_p$, может быть записана в виде:

$$\delta\xi_p = \delta\xi_{\Pi} + \Delta\xi.$$

Ухудшение разрешения количественно можно оценить *коэффициентом ухудшения разрешения*:

$$\alpha_p = \frac{\delta\xi_p}{\delta\xi_{\Pi}} = 1 + \frac{\Delta\xi}{\delta\xi_{\Pi}}. \quad (6.186)$$

Конкретное оценивание коэффициента потерь при разрешении целей с учетом всех указанных факторов дается в главах, посвященных рассмотрению РЛ систем различных боевых авиационных комплексов.

2. Влияние параметров индикаторных устройств на разрешающую способность радиолокационных систем

Часто наибольшее влияние на качество разрешения целей оказывают индикаторные устройства любой РЛ системы. Это относится практически ко всем типам РЛС. По этой причине целесообразно рассмотреть этот, общий для всех РЛС, вопрос в данной главе, посвященной разрешающей способности РЛ систем.

На экране любого индикатора должна быть сформирована в том или ином виде отметка цели. Размер такой отметки для точечной цели на экране и определяет возможную величину разрешения целей. Для простоты будем считать, что яркость по площади отметки постоянна по интенсивности. На экране электронный пучок засвечивает определенный участок поверхности – создается так называемое "пятно". Различные изображения отметок целей состояются из

набора таких "пятен". В качестве примера рассмотрим формирование отметки цели на экране индикатора "дальность-азимут" с радиально-секторной разверткой.

Протяженность отметки $\ell_{\text{отм}}$ (рис. 6.18) по направлению развертки по дальности равна

$$\ell_{\text{отм}} = V_d \tau_c + d_{\text{п}}, \quad (6.187)$$

где V_d – скорость движения "пятна" (электронного пучка) по развертке дальности; τ_c – длительность выходного видеосигнала цели; $d_{\text{п}}$ – диаметр пятна на экране. В формуле (6.187) составной частью длины отметки ℓ является размер пятна, так как протяженность пятна по развертке дальности добавляется к протяженности видеосигнала по дальности (в масштабе развертки по дальности). Очевидно, что отметки для двух целей сливаются, если они соприкасаются друг к другу. Следовательно, реальное разрешение целей будет определяться длиной отметки по оси дальности. Для количественной оцен-

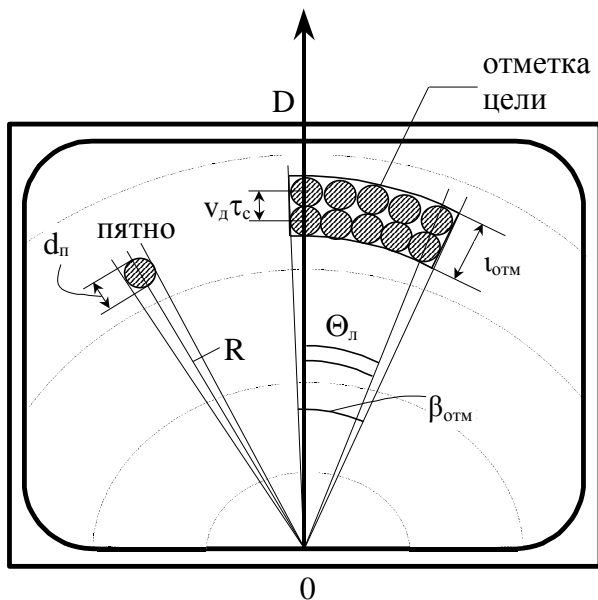


Рис. 6.18.

ки величины реального разрешения по дальности δD_p выполним пересчет длины отметки на экране в протяженность по дальности, используя соответствующий масштаб M_d по дальности (в км/мм). Используя формулу (6.187), найдем δD_p :

$$\delta D_p = \ell_{\text{отм}} M_d = V_d \tau_c M_d + d_n M_d. \quad (6.188)$$

Очевидно, что

$$V_d M_d = \frac{c}{2}. \quad (6.189)$$

Подставим (6.189) в (6.188) и получим

$$\delta D_p = \frac{c \tau_c}{2} + d_n M_d. \quad (6.190)$$

Первое слагаемое в (6.190) представляет собой предельную (потенциальную) величину разрешения, а второе – добавочное увеличение δD_p – размера отметки за счет "пятна".

Аналогично можно оценить реальное разрешение целей и по угловым координатам. На рис. 6.18 видно, что угловой размер отметки $\beta_{\text{отм}}$ равен

$$\beta_{\text{отм}} = \theta_l + \frac{d_n}{R}, \quad (6.191)$$

где θ_l – ширина луча ДН антенны, R – радиальное положение пятна, относительно центра развертки по дальности. Видно, что угловой размер пятна изменяется в зависимости от R -положения пятна относительно центра радиально-секторной развертки. Считаем, что цели находятся на одном и том же расстоянии, но на различных азимутальных направлениях. Отметки сливаются, когда их края соприкасаются. В этом случае разрешение по азимуту будет равно сумме предельной величины разрешения, равной ширине луча θ_l и ширине пятна по азимуту в угловых величинах.

$$\delta \beta_{\text{аз.р}} = \beta_{\text{отм}} = \theta_l + \frac{d_n}{R}. \quad (6.192)$$

При применении индикаторов с прямоугольным растром (рис.

6.19) получим аналогичное формуле (6.192) соотношение

$$\delta\beta_{\text{аз.р}} = \beta_{\text{отм}} = \theta_{\text{л}} + d_{\text{п}} M_{\text{п}}, \quad (6.193)$$

где $M_{\text{п}}$ – масштаб по азимутальной шкале, например, в градусах на миллиметр или в км/мм. Итак, из формул (6.192), (6.193) видно, что ухудшение разрешения по азимуту при радиально-секторной развертке равно

$$\delta\beta_{\text{аз.р}} = \frac{d_{\text{п}}}{R}, \quad (6.194)$$

а для прямоугольного раstra:

$$\delta\beta_{\text{аз.р}} = d_{\text{п}} M_{\text{п}}. \quad (6.195)$$

Приведенные соотношения для реальной разрешающей способности по дальности и по угловым координатам позволяют указать ряд направлений совершенствования индикаторных устройств для уменьшения влияния отмеченных факторов. Во-первых, целесообразно уменьшать диаметр пятна на экране электронно-лучевой трубки. Это может быть достигнуто улучшением качества фокусировки или путем перехода к другим методам отображения индикаторной информации, например, применением матричных индикаторов с высоким разрешением.

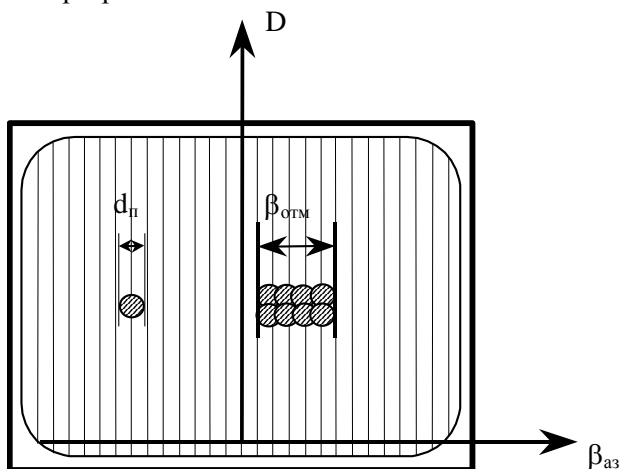


Рис. 6.19.

Во-вторых, при выборе размера экрана и вида индикатора необходимо создавать такие условия, чтобы масштаб изображения по дальности и угловым координатам, а также в ряде случаев и по доплеровским частотам был как можно более укрупненным, то есть величины M_d , M_{az} должны быть возможно более малыми. Конечно, следует избегать индикацию с радиально-круговым или радиально-секторным изображением, начиная с нулевых дальностей. Дело в том, что диаметр электронного пятна в области, близкой к началу такой развертки, по угловым координатам занимает значительный сектор (при малом R величина d_n/R существенно увеличивается) и разрешение по азимуту ухудшается. Фокусировка электронного луча в ЭЛТ оценивается качеством фокусировки Q_ϕ , то есть величиной отношения диаметра экрана $d_э$ к диаметру электронного пятна d_n :

$$Q_\phi = \frac{d_э}{d_n}. \quad (6.196)$$

В зависимости от способа фокусировки величины Q_ϕ изменяется в значительных пределах: для ЭЛТ с электростатической фокусировкой Q_ϕ равно примерно 150-250, с электромагнитной фокусировкой и с относительно большим послесвечением экрана $Q_\phi=350-500$, а в ЭЛТ телевизионного типа с малым послесвечением экрана величина Q_ϕ достигает величины от 1000 до 2000.

С позиции обеспечения необходимой разрешающей способности следует выбирать размер экрана ЭЛТ и качество фокусировки такими, чтобы они соответствовали разрешающей способности глаза оператора, летчика или другого какого-либо наблюдателя. Угловой размер элемента на экране ЭЛТ, разрешаемый глазом человека, составляет величину примерно 1,0-1,5 угловых минут. Очевидно, что минимальный видимый оператором угловой размер пятна $\varphi_{п.оп}$ должен быть не меньше величины предельного разрешения человеческого глазом $\delta\varphi_{гл}$

$$\varphi_{п.оп} \geq \delta\varphi_{гл}. \quad (6.197)$$

Угловой размер пятна $\varphi_{п.оп}$ можно определить, если известно расстояние от оператора до экрана индикатора $\ell_{оп}$

$$\varphi_{п.оп} = \frac{d_{п}}{\ell_{оп}}. \quad (6.198)$$

Условием наблюдения отметок индикации на экране является соотношение

$$d_{э} / Q_{\phi} \ell_{оп} \geq \delta \varphi_{гл}, \quad (6.199)$$

где использованы условие (6.197) и формула (6.196). Рассмотрим, например, каким должен быть размер экрана ЭЛТ индикатора, если качество фокусировки $Q_{\phi}=500$, а расстояние оператора от экрана $\ell_{оп} = 60$ см (принимаем, что $\delta \varphi_{гл}=1'$)

$$\begin{aligned} d_{э} &\geq \delta \varphi_{гл} Q_{\phi} \ell_{оп}, \\ d_{э} &\geq 10 \text{ см.} \end{aligned} \quad (6.200)$$

Следовательно, экран индикатора должен быть больше 10см для того, чтобы различать цели, отображаемые только одним пятном ЭЛТ.

В современных РЛ системах индикация цели на экране ЭЛТ выносится обычно после специальной обработки радиолокационных данных. Формируется, например, специальная метка цели. В этих условиях, ограничивающим фактором также является возможность наблюдения минимального элемента изображения и, следовательно, соотношение вида (6.200) применимо и в случае индикации со специальными видами отметок.

6.6. ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ

1. Доказать, что ФН сигнала $S_1(t)=S(at)$ имеет вид

$$\Psi_{s_1}(\tau, \nu) = \frac{1}{a} \Psi_s\left(a\tau, \frac{\nu}{a}\right),$$

где $\Psi_s(\tau, \nu)$ – функция неопределенности сигнала $S(t)$.

2. Получить другую разновидность ФН сигнала, если изменить переменные интегрирования во времени t по формуле

$$t = t_1 + \frac{\tau}{2}.$$

3. На вход реализуемого инверсного фильтра поступает сигнал совместно с шумом. При выборе формы выходного импульса $g(t)$ в соответствии с формулой (6.63) определить, на сколько уменьшается отношение сигнал-шум на выходе реализуемого инверсного фильтра по сравнению с отношением сигнал-шум на выходе согласованного фильтра.

4. Определить вид сечения пространственной функции неопределенности $\Psi_x(0, v_x)$ (формула (6.155)) при использовании антенны с ДН $F(\beta)$ вида

$$F(\beta) = B_0 \exp\left(\frac{\beta^2}{\theta_{\text{л}}^2}\right) \exp(j\pi K \beta^2),$$

где K – характеризует скорость изменения фазы с изменением угла β . Указанная зависимость $F(\beta)$ наблюдается при приеме отраженного сигнала от цели, перемещающейся в поперечном направлении.

5. Сравнить ширину сечения пространственной функции неопределенности в задаче 4 с шириной сечения ФН, если $K=0$, что обычно характерно при наблюдении неподвижных объектов.