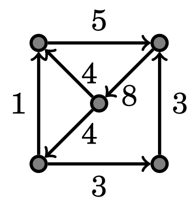
Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№1** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

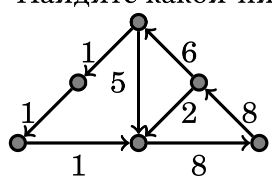
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $I = (x^2+1) \subset \mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5 + 4x^3 + x^2 + 3x + 4$, б) $x^5 + 6x^3 + 2x^2 + 5x + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№2** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. В идеале $I = (x^2 + 2x - 3) \subset \mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) $(x^2 + x - 6)$, б) $(x^2 - 3x + 1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

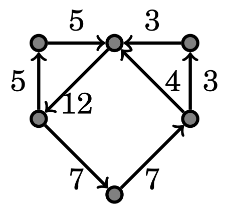
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№3** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

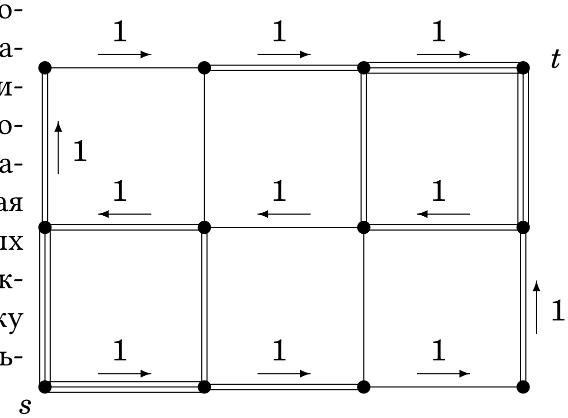
3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где $\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№4** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

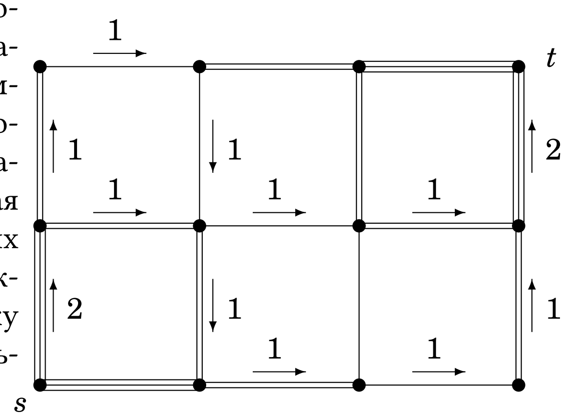
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№5** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta-\alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

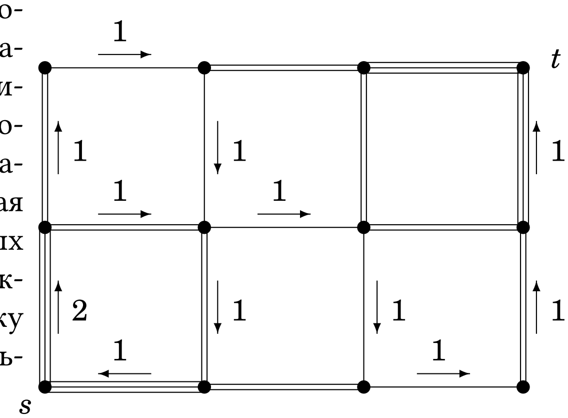
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№6** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



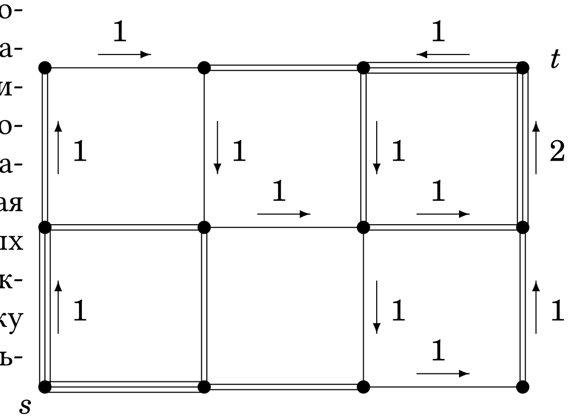
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что
а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$
б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$
в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,
г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет №7 Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha+3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

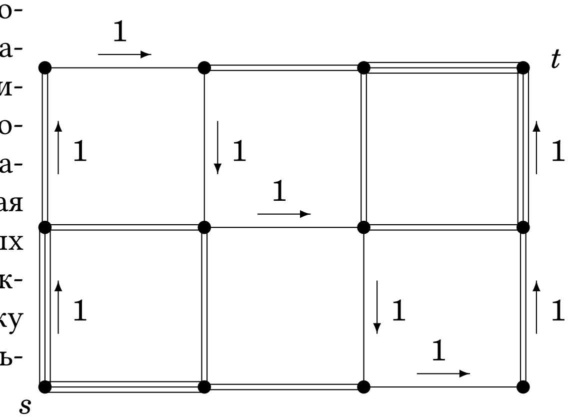
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№8** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена x^3+x^2+2, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2x - 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

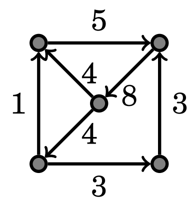
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№9** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4 + 2x^3 + 1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

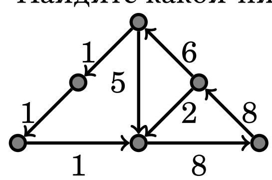
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№10** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утверждено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi : \mathbb{F}_3[x] \to \mathbb{F}_3^{2\times 2}$,
$\varphi(p) = p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

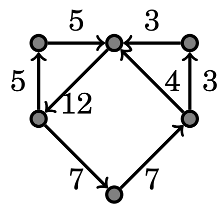
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№11** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5-x^3+x^2+x$ и x^4-x.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

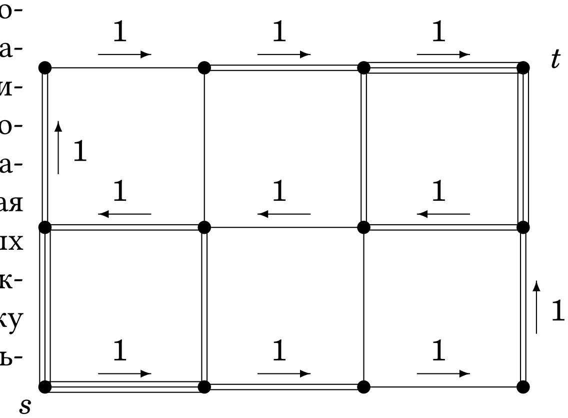
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+x-3, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

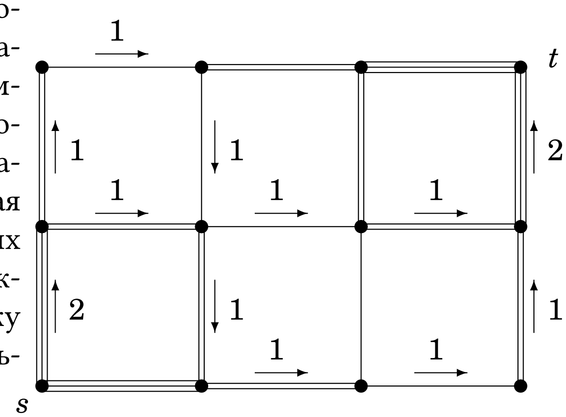
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№13** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утверждено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

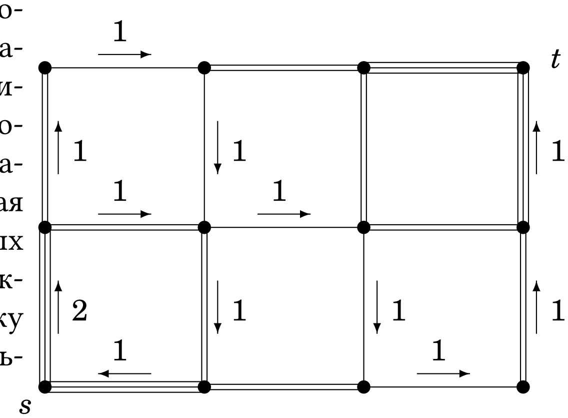
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№14** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a + 2b - c = k$, где a, b, c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $1 \le b \le 3$, $0 \le c \le 2$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha - \beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное
образовательное учреждение высшего
образования

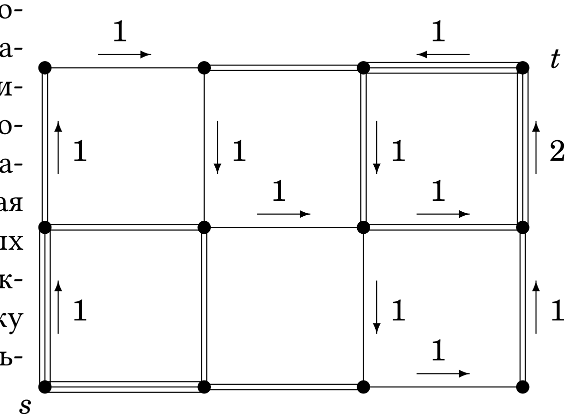
«МИРЭА — Российский
технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №15
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика
и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b-2c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-2\le b\le 0$, $1\le c\le 3$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) x^3-2x^2+5, б) x^3+x^2-4x+2

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x^3+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования

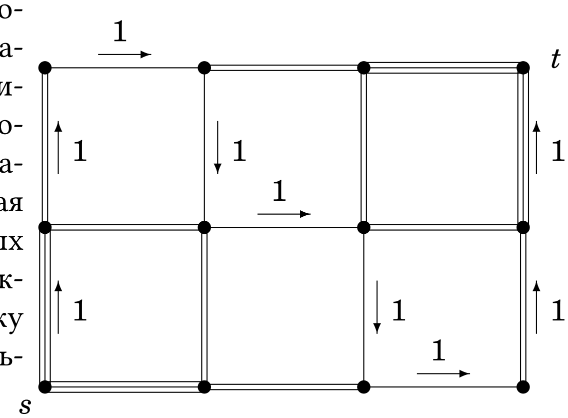
«МИРЭА — Российский технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №16
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a + 2b - c = k$, где a, b, c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-1 \le b \le 1$, $1 \le c \le 3$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3 + 1)$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta - \alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

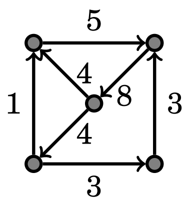
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№17** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

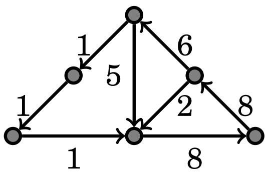
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b+2c=k$, где a,b,c — целые числа, $0\le a\le 2$, $-1\le b\le 1$, $0\le c\le 2$.

3. Пусть $I=(x^2+1)\subset\mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5+4x^3+x^2+3x+4$, б) $x^5+6x^3+2x^2+5x+2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№18** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. В идеале $I = (x^2 + 2x - 3) \subset \mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) $(x^2 + x - 6)$, б) $(x^2 - 3x + 1)$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha + 3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

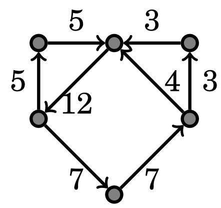
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№19** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f: \vec{E} \to \mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где
$\varphi: \mathbb{F}_3[x] \to \mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p) = p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2x - 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

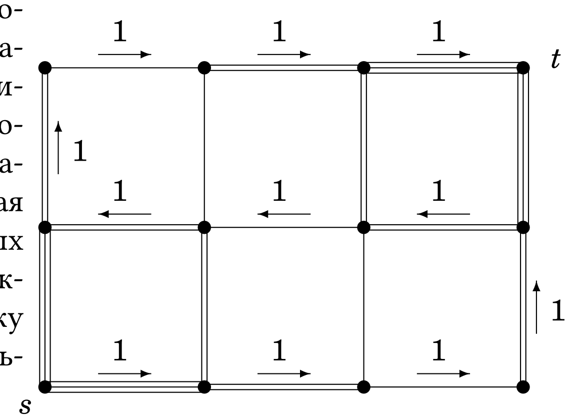
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№20** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

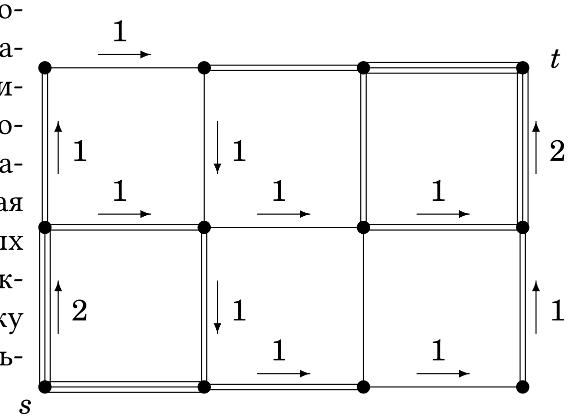
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№21** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



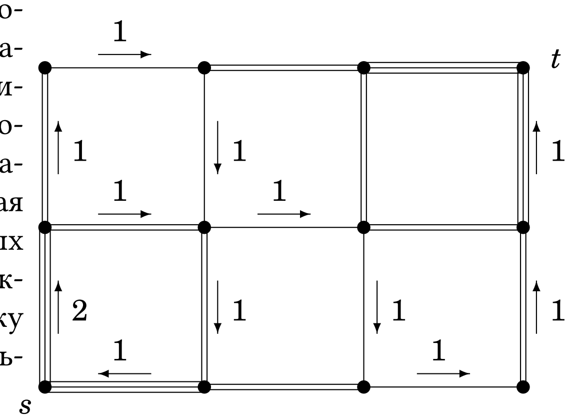
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№22** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утверждено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



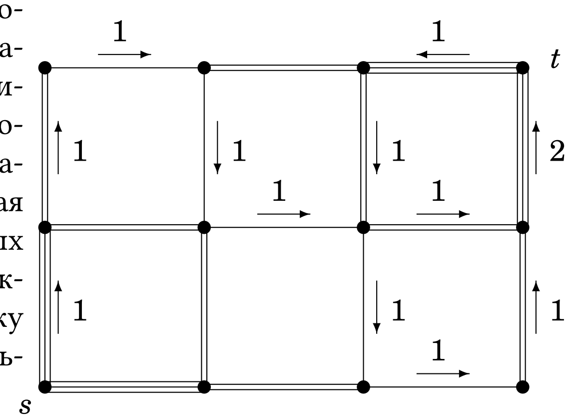
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что
а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$
б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$
в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,
г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№23** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

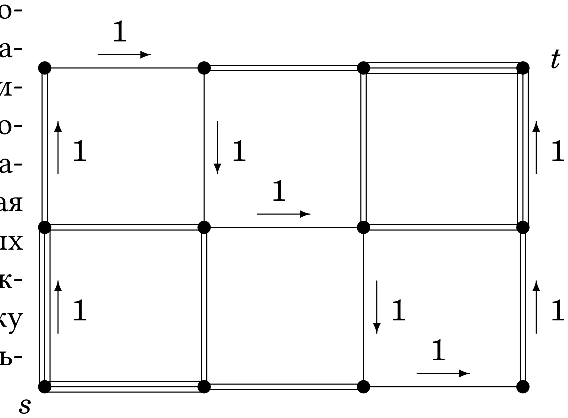
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№24** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена x^3+x^2+2, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

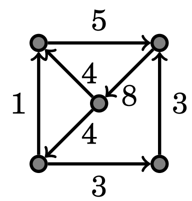
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№25** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4+2x^3+1)$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

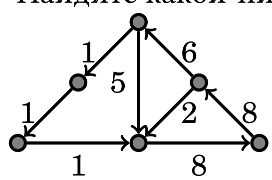
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№26** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x^3+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

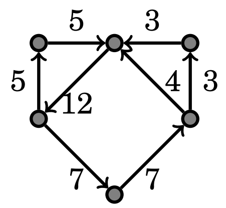
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№27** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f: \vec{E} \to \mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5 - x^3 + x^2 + x$ и $x^4 - x$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta - \alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

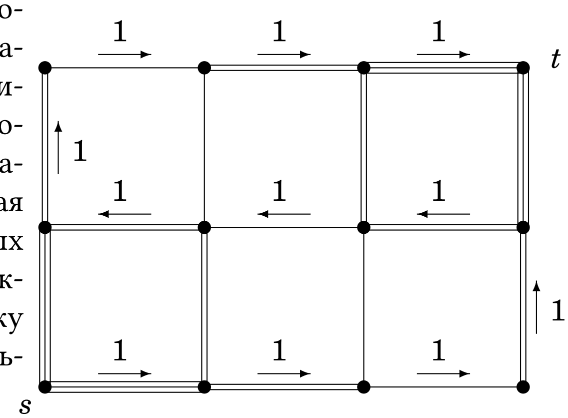
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№28** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+x-3, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

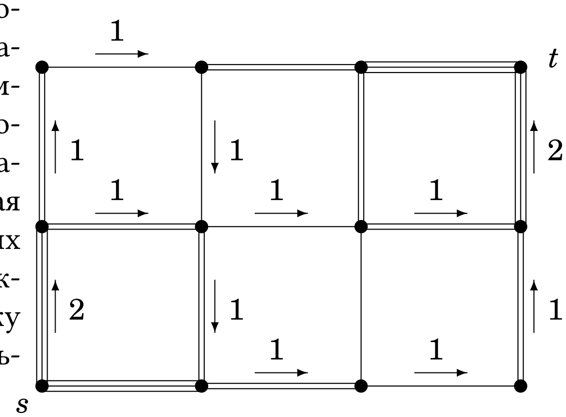
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№29** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha + 3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

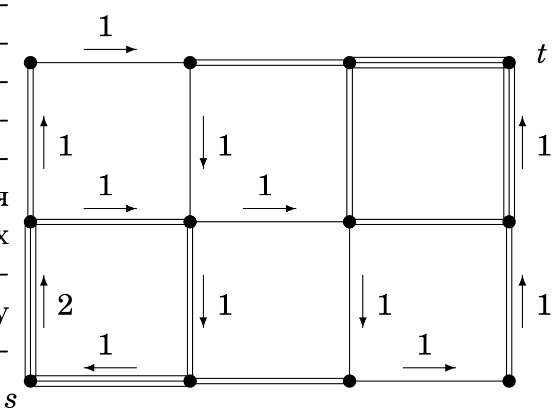
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№30** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утверждено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2x - 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

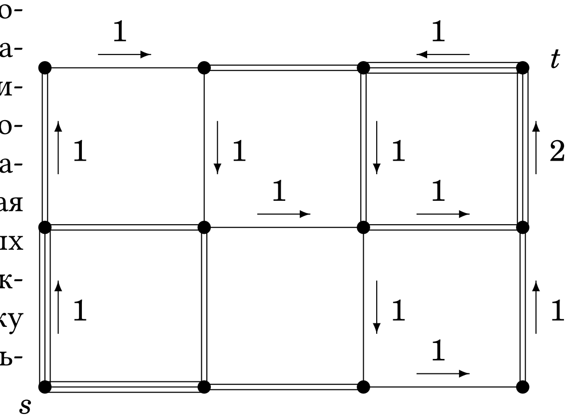
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№31** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $1 \le b \le 3$, $0 \le c \le 2$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) x^3-2x^2+5, б) x^3+x^2-4x+2

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

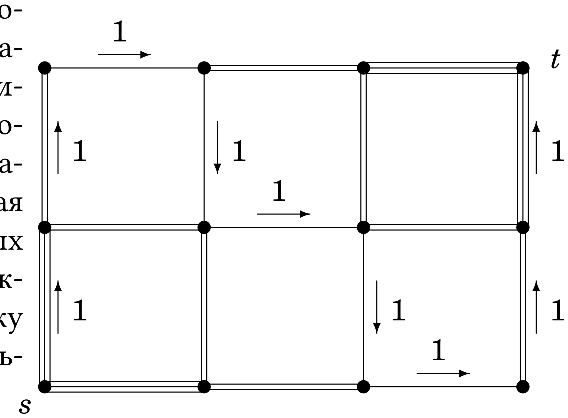
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№32** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



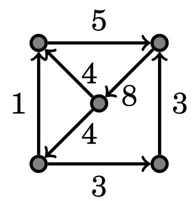
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b-2c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-2 \le b \le 0$, $1 \le c \le 3$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№33** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утверждено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

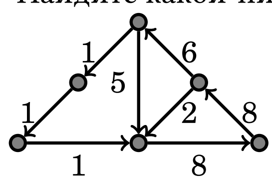
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-1\le b\le 1$, $1\le c\le 3$.

3. Пусть $I=(x^2+1)\subset\mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5+4x^3+x^2+3x+4$, б) $x^5+6x^3+2x^2+5x+2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№34** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a - b + 2c = k$, где a, b, c — целые числа, $0 \le a \le 2$, $-1 \le b \le 1$, $0 \le c \le 2$.

3. В идеале $I = (x^2 + 2x - 3) \subset \mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) $(x^2 + x - 6)$, б) $(x^2 - 3x + 1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

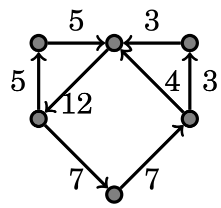
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№35** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где
$\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

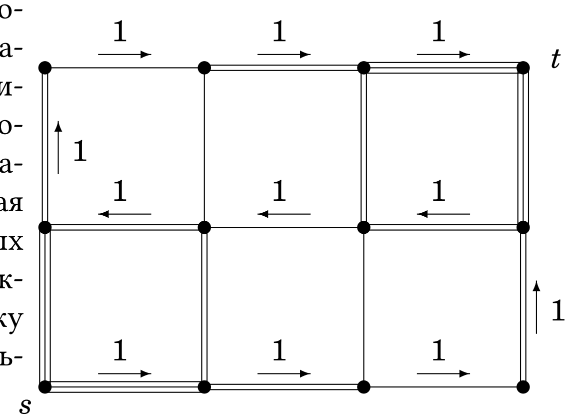
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№36** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha - \beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

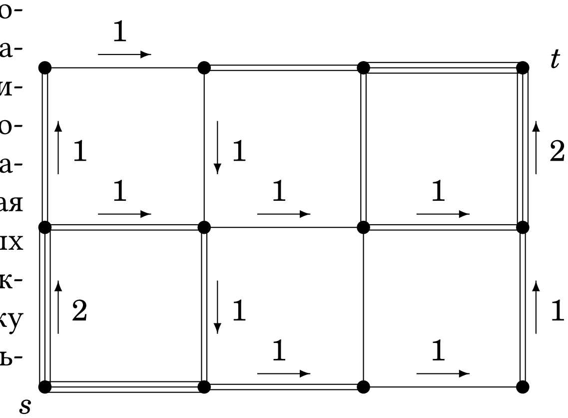
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№37** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



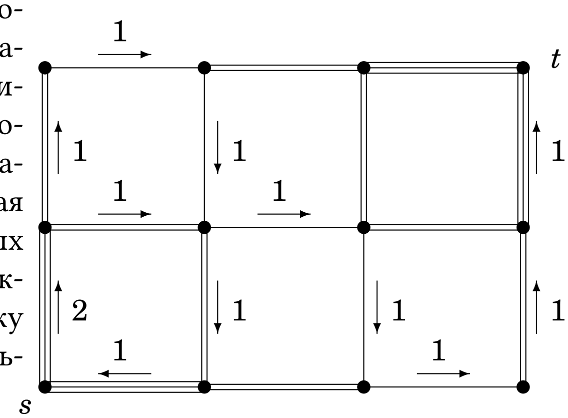
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена $x^2 + 3x + 1$, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№38** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что

а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$

б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$

в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,

г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,

д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,

или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta-\alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

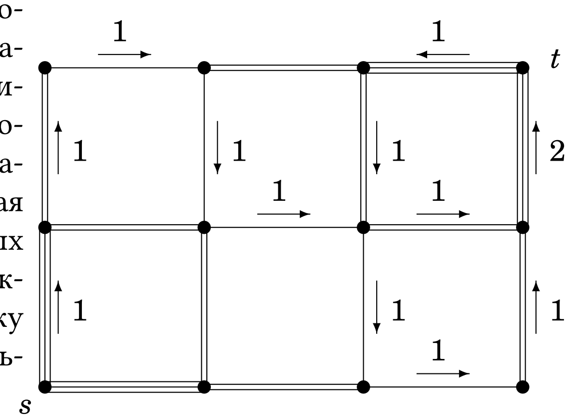
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№39** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

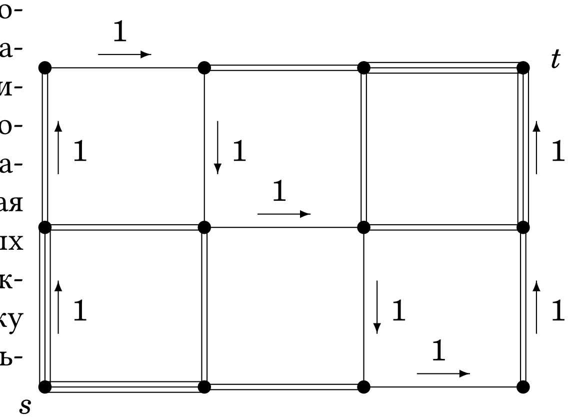
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№40** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена x^3+x^2+2, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha+3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

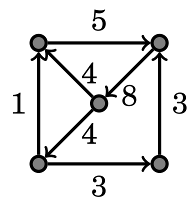
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№41** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4+2x^3+1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2x-1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

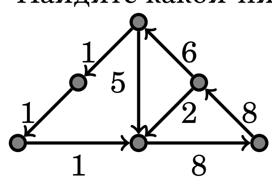
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№42** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

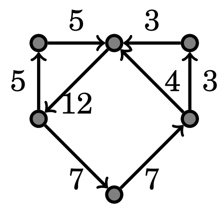
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times2}$,
$\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№43** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5-x^3+x^2+x$ и x^4-x.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

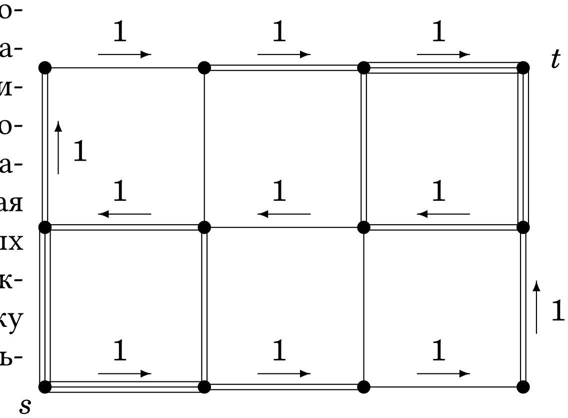
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№44** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+x-3, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

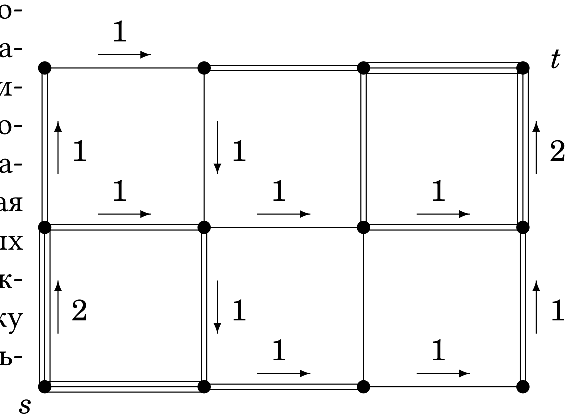
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№45** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

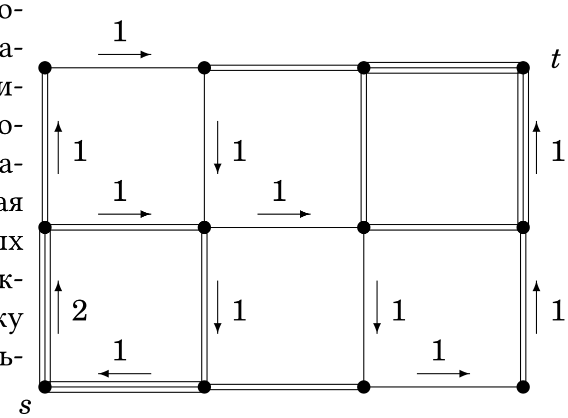
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№46** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования

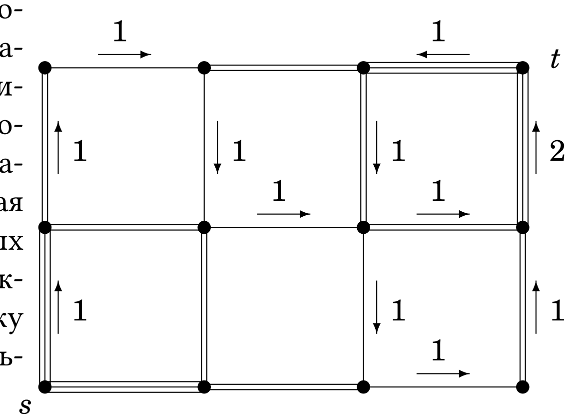
«МИРЭА — Российский технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №47
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) x^3-2x^2+5, б) x^3+x^2-4x+2

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

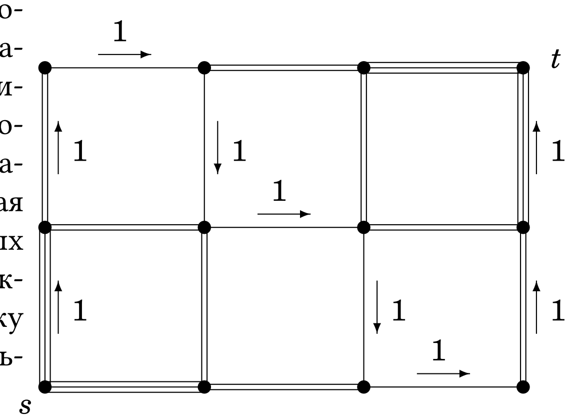
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№48** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $1 \le b \le 3$, $0 \le c \le 2$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x^3+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

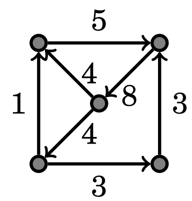
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№49** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a - b - 2c = k$, где a, b, c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-2 \le b \le 0$, $1 \le c \le 3$.

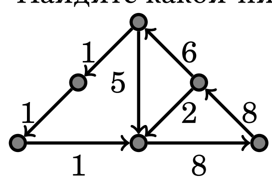
3. Пусть $I = (x^2 + 1) \subset \mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5 + 4x^3 + x^2 + 3x + 4$, б) $x^5 + 6x^3 + 2x^2 + 5x + 2$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta - \alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№50** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-1\le b\le 1$, $1\le c\le 3$.

3. В идеале $I=(x^2+2x-3)\subset\mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) (x^2+x-6), б) (x^2-3x+1)

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

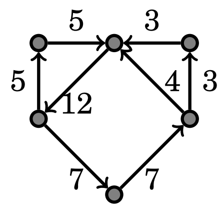
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№51** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b+2c=k$, где a,b,c — целые числа, $0\le a\le 2$, $-1\le b\le 1$, $0\le c\le 2$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где
$\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\-\beta&\alpha+3\beta\end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

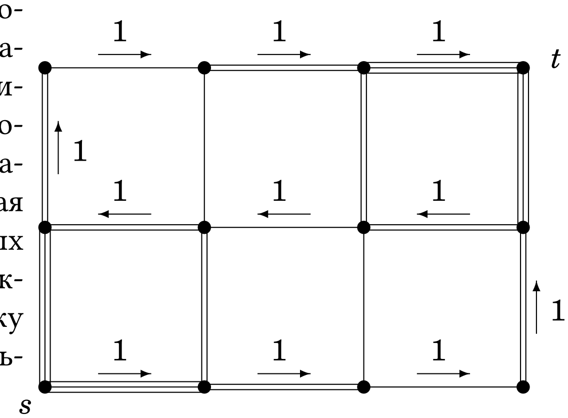
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№52** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



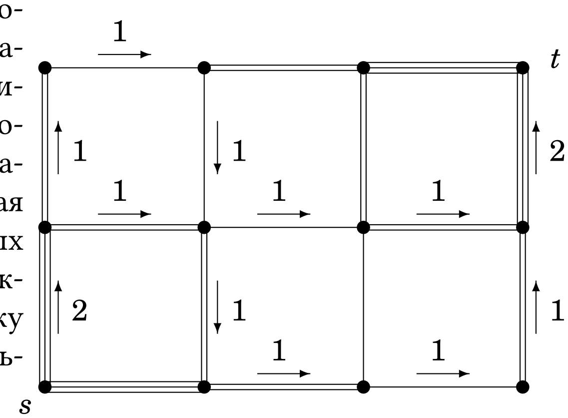
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2x - 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№53** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

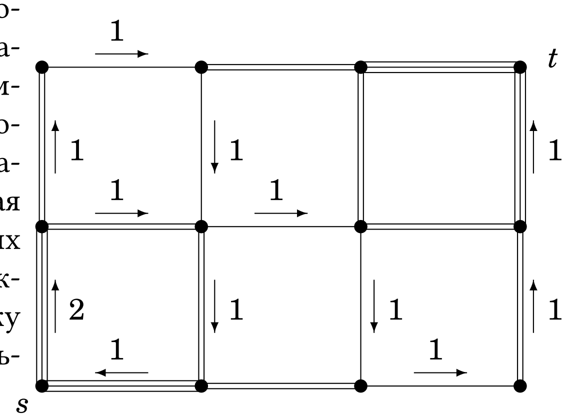
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№54** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что
а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$
б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$
в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,
г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное
образовательное учреждение высшего
образования

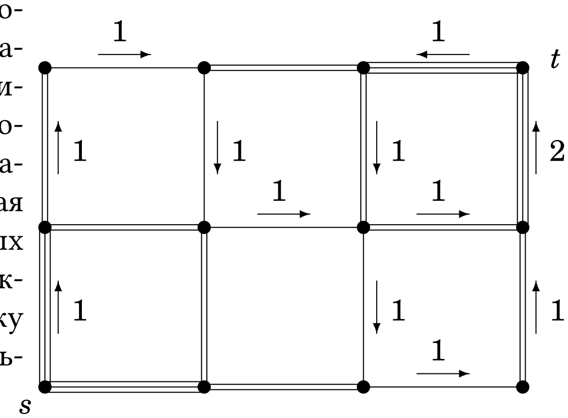
**«МИРЭА — Российский
технологический университет»**

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет **№55**
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика
и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

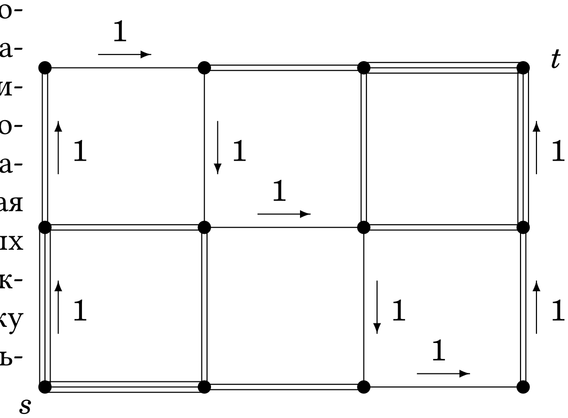
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№56** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена x^3+x^2+2, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

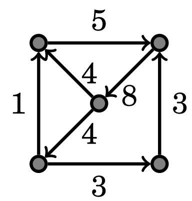
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№57** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4 + 2x^3 + 1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

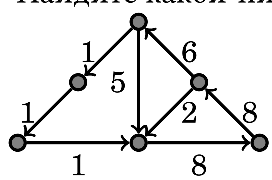
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№58** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

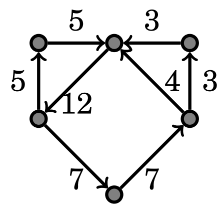
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№59** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5-x^3+x^2+x$ и x^4-x.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x^3+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

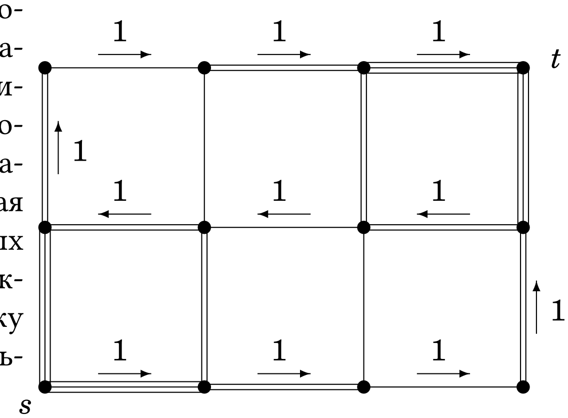
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№60** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+x-3, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta-\alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

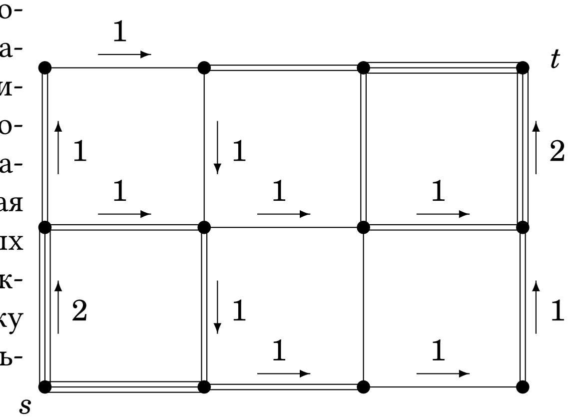
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№61** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



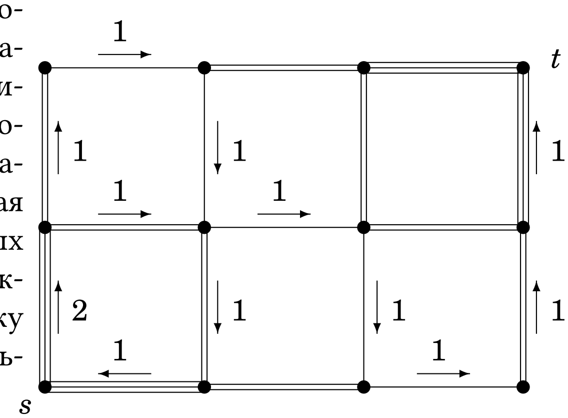
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№62** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha + 3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

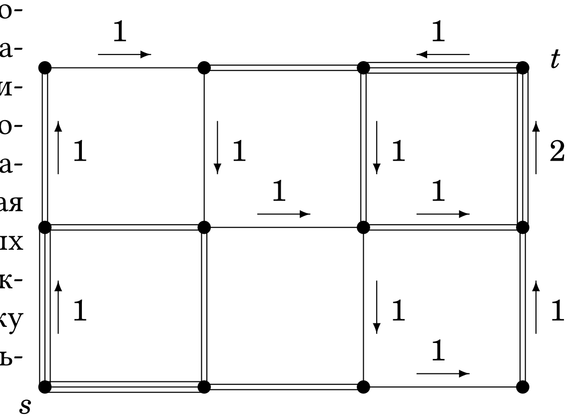
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№63** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



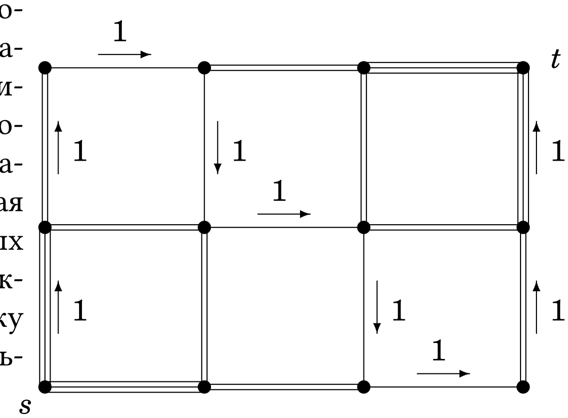
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) $x^3 - 2x^2 + 5$, б) $x^3 + x^2 - 4x + 2$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2x - 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№64** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования

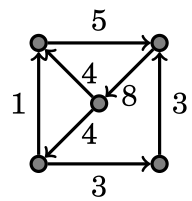
«МИРЭА — Российский технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №65
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

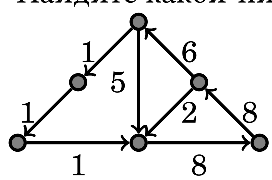
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a + 2b - c = k$, где a, b, c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $1 \le b \le 3$, $0 \le c \le 2$.

3. Пусть $I = (x^2 + 1) \subset \mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5 + 4x^3 + x^2 + 3x + 4$, б) $x^5 + 6x^3 + 2x^2 + 5x + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№66** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b-2c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-2\le b\le 0$, $1\le c\le 3$.

3. В идеале $I=(x^2+2x-3)\subset\mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) (x^2+x-6), б) (x^2-3x+1)

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

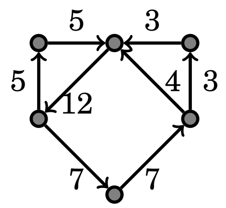
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№67** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

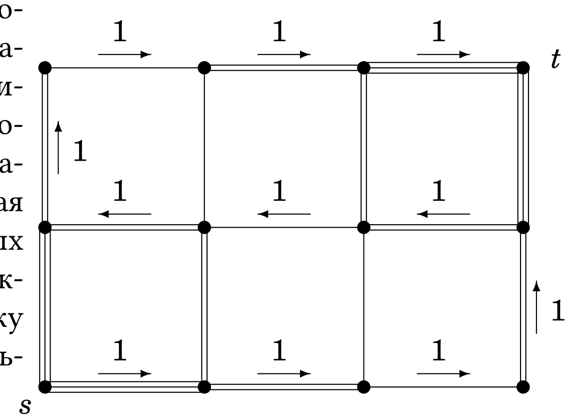
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-1\le b\le 1$, $1\le c\le 3$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где
$\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№68** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a - b + 2c = k$, где a, b, c — целые числа, $0 \le a \le 2$, $-1 \le b \le 1$, $0 \le c \le 2$.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

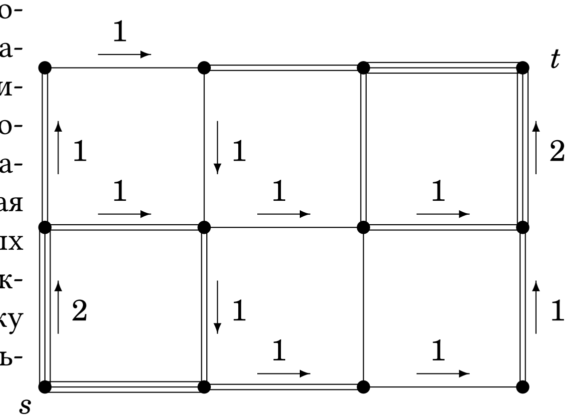
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№69** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

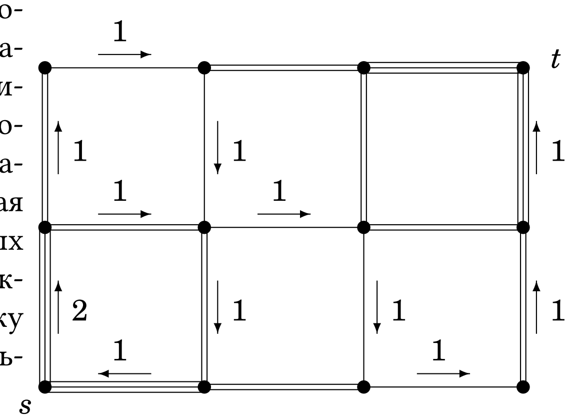
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№70** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что

а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$

б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$

в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,

г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,

д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,

или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

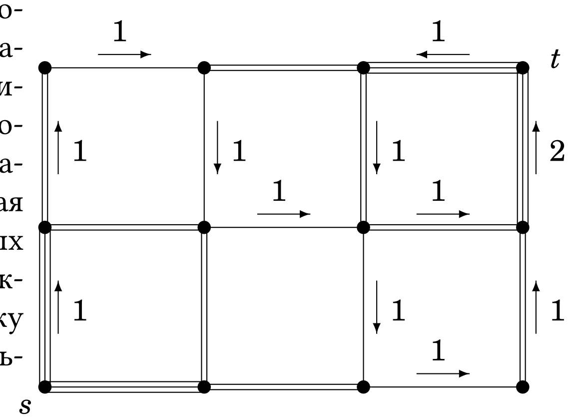
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№71** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta-\alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

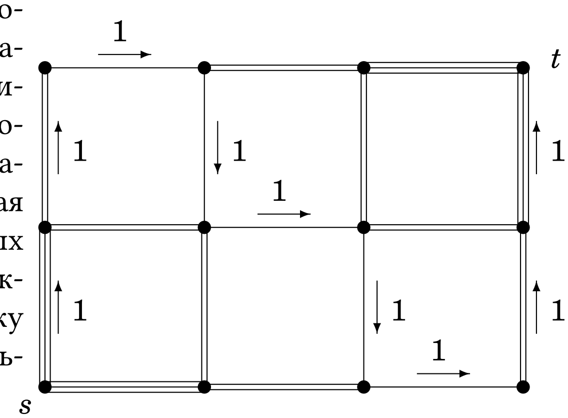
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№72** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена $x^3 + x^2 + 2$, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

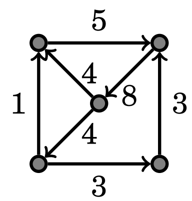
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№73** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4+2x^3+1)$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha+3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

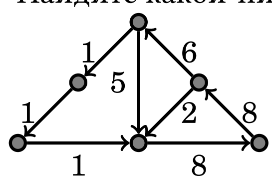
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№74** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$,
$\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2x-1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

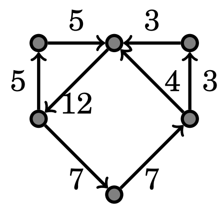
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№75** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5-x^3+x^2+x$ и x^4-x.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

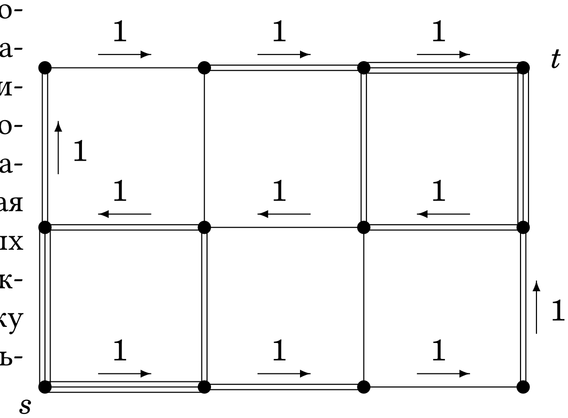
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№76** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



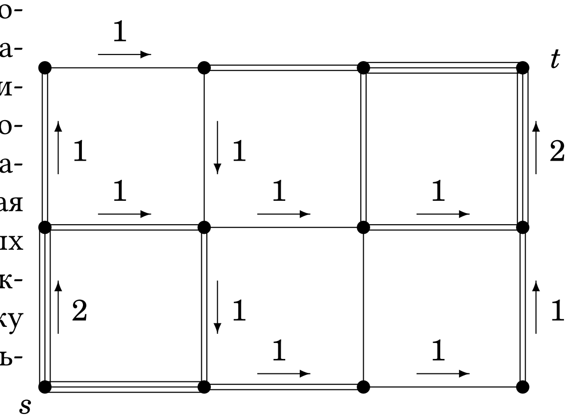
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+x-3, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№77** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

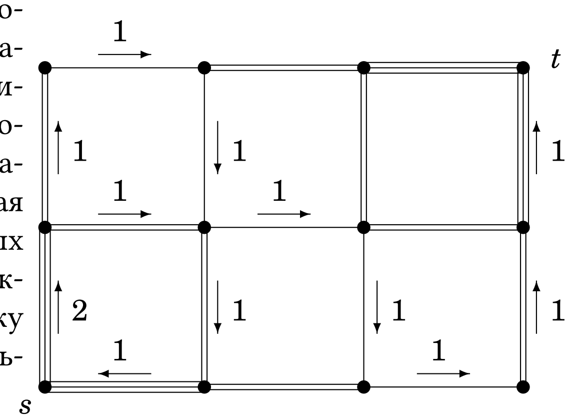
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№78** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

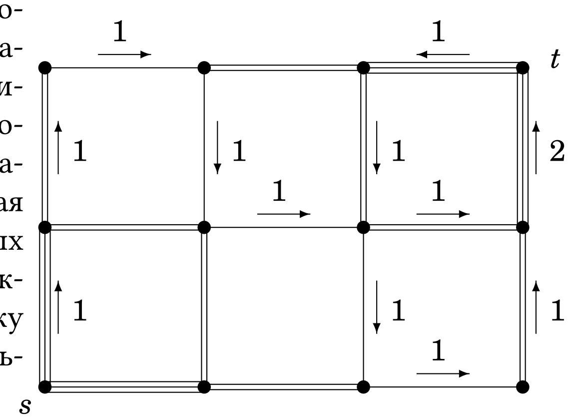
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№79** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



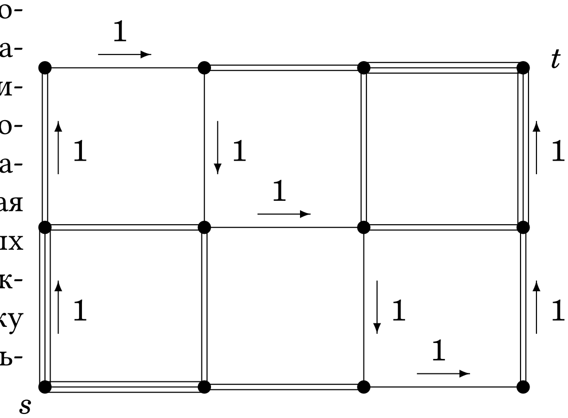
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) x^3-2x^2+5, б) x^3+x^2-4x+2

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№80** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

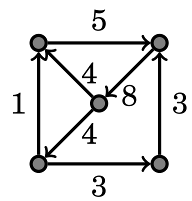
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№81** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

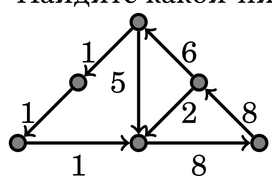
2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. Пусть $I=(x^2+1)\subset\mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5+4x^3+x^2+3x+4$, б) $x^5+6x^3+2x^2+5x+2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x^3+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№82** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a + 2b - c = k$, где a, b, c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $1 \le b \le 3$, $0 \le c \le 2$.

3. В идеале $I = (x^2 + 2x - 3) \subset \mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) $(x^2 + x - 6)$, б) $(x^2 - 3x + 1)$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta - \alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

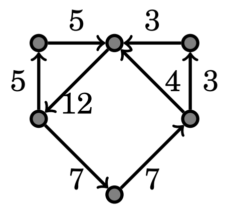
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№83** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

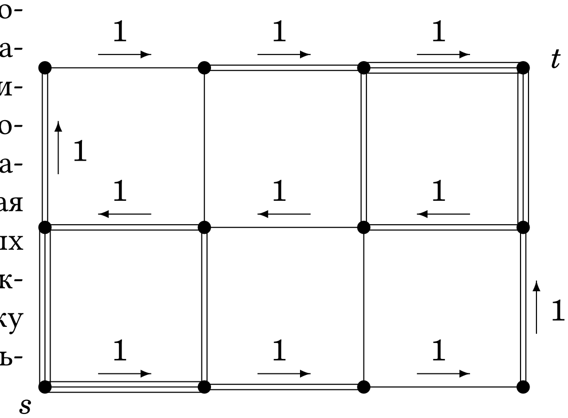
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b-2c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-2\le b\le 0$, $1\le c\le 3$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где
$\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№84** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-1 \le b \le 1$, $1 \le c \le 3$.

3. Докажите, что идеал $I=(x^3+1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha+3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

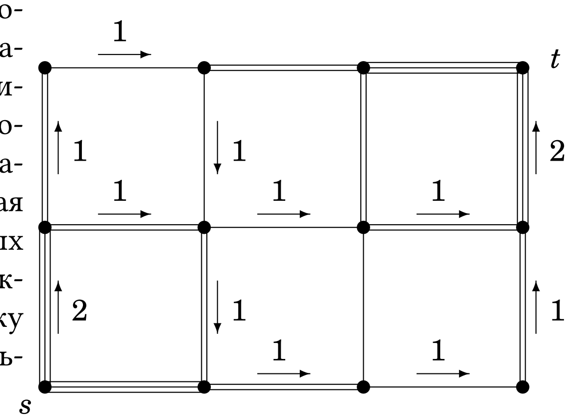
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№85** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b+2c=k$, где a,b,c — целые числа, $0 \le a \le 2$, $-1 \le b \le 1$, $0 \le c \le 2$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2-2x-1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

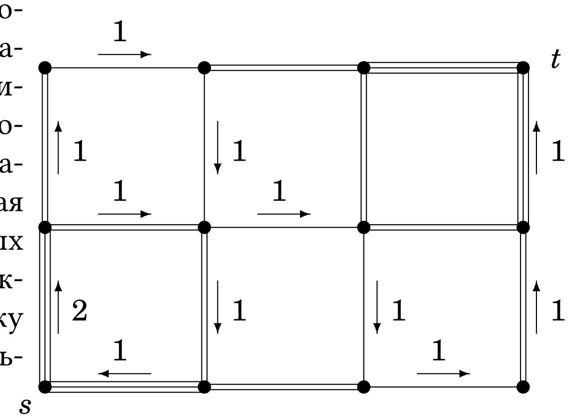
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№86** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



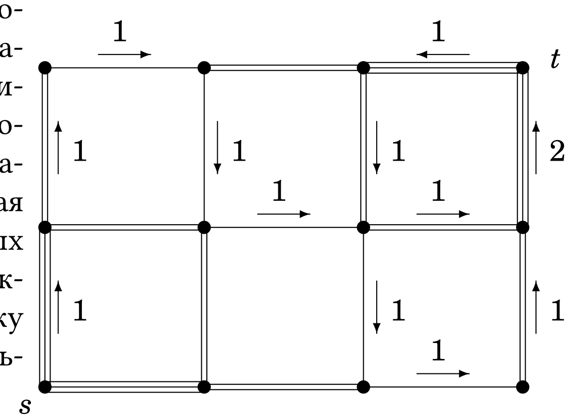
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что
а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$
б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$
в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,
г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№87** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

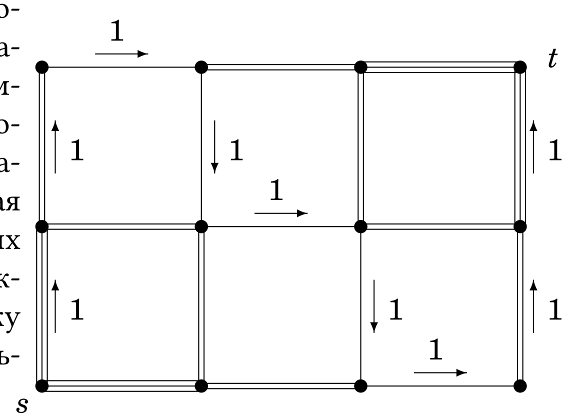
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№88** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена x^3+x^2+2, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования

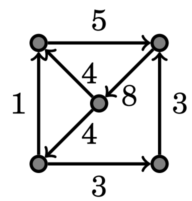
«МИРЭА — Российский технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №89
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

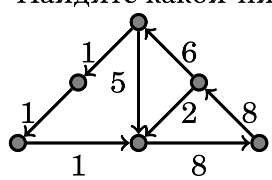
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4+2x^3+1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№90** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

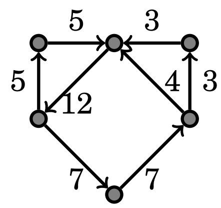
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi : \mathbb{F}_3[x] \to \mathbb{F}_3^{2\times 2}$,
$\varphi(p) = p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№91** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5-x^3+x^2+x$ и x^4-x.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

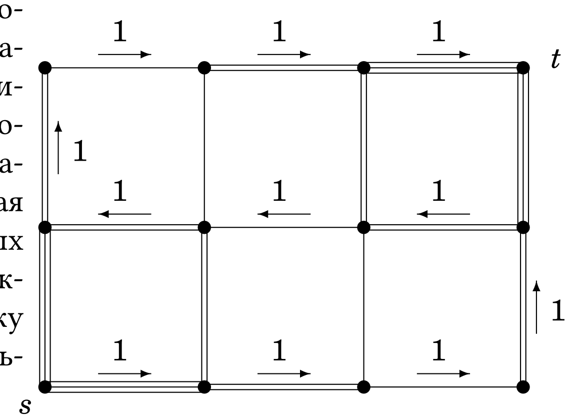
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№92** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена $x^2 + x - 3$, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования

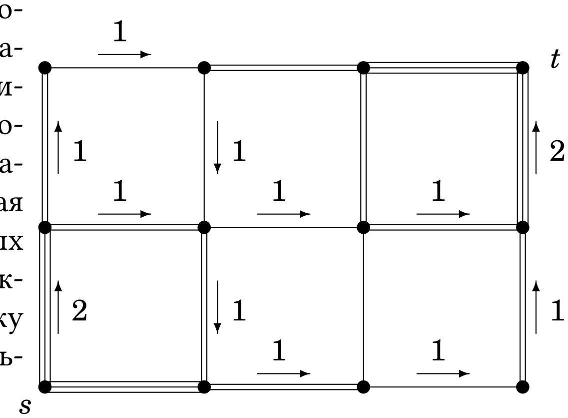
«МИРЭА — Российский технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №93
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta - \alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

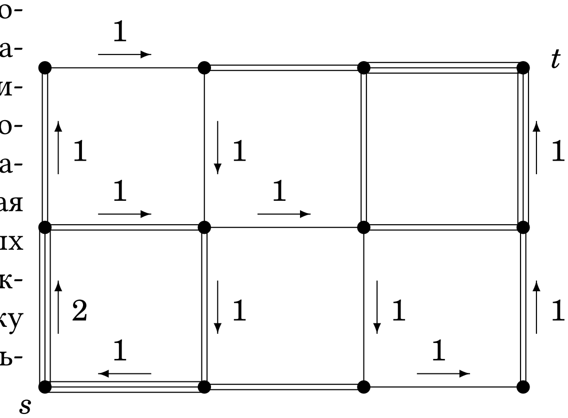
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№94** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

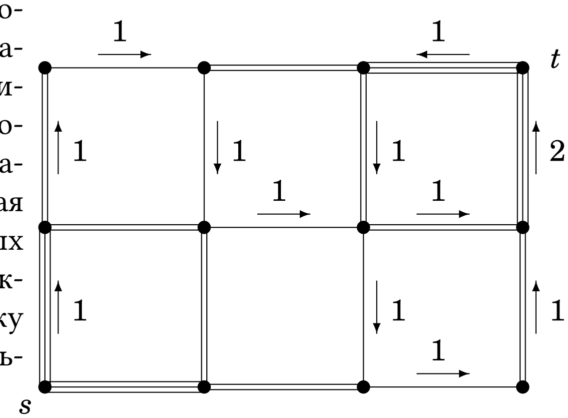
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№95** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

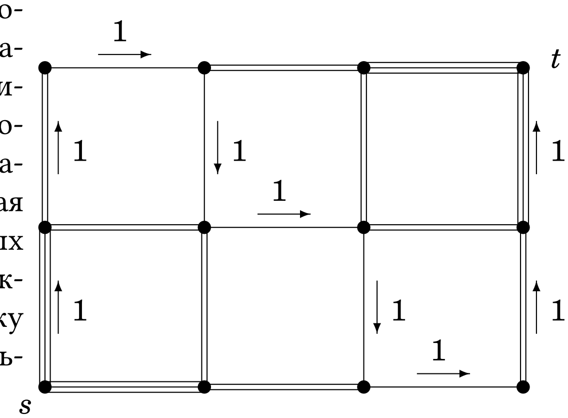
3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) x^3-2x^2+5, б) x^3+x^2-4x+2

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha+3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№96** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



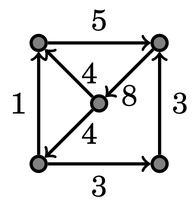
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2x - 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№97** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

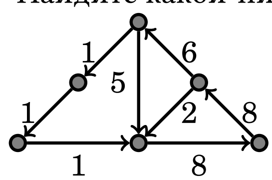
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $I=(x^2+1)\subset\mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5+4x^3+x^2+3x+4$, б) $x^5+6x^3+2x^2+5x+2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№98** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

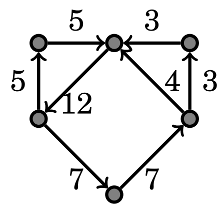
2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. В идеале $I=(x^2+2x-3)\subset\mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) (x^2+x-6), б) (x^2-3x+1)

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№99** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

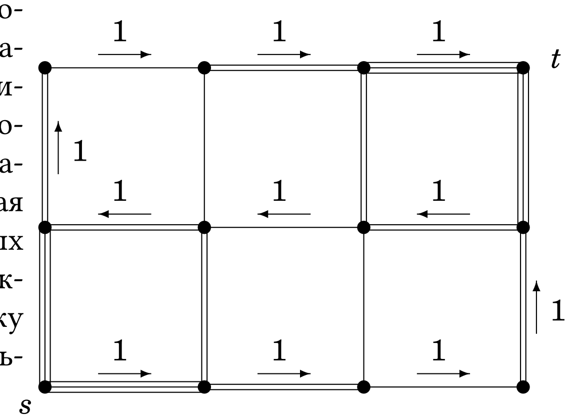
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $1\le b\le 3$, $0\le c\le 2$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где
$\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№100** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a - b - 2c = k$, где a, b, c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-2 \le b \le 0$, $1 \le c \le 3$.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

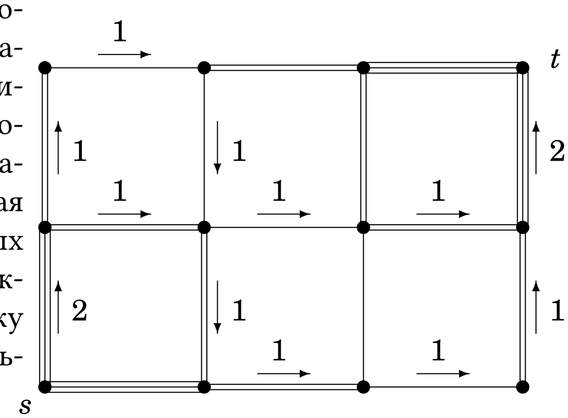
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№101** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-1 \le b \le 1$, $1 \le c \le 3$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

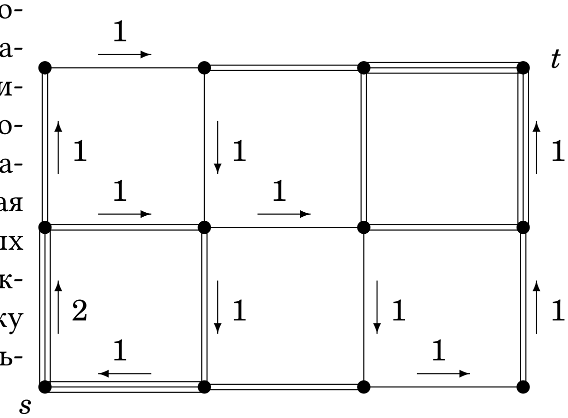
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№102** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



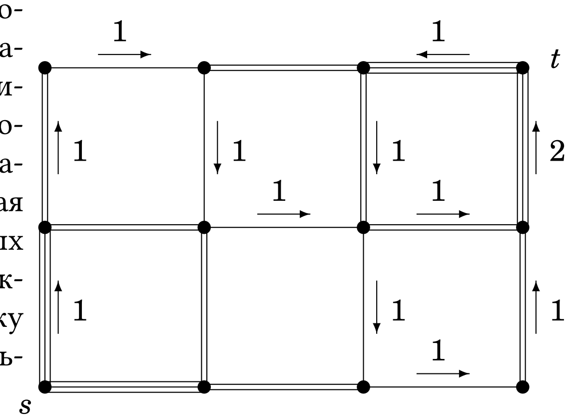
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a - b + 2c = k$, где a, b, c — целые числа, $0 \le a \le 2$, $-1 \le b \le 1$, $0 \le c \le 2$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что
а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$
б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$
в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,
г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha - \beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.
а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№103** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

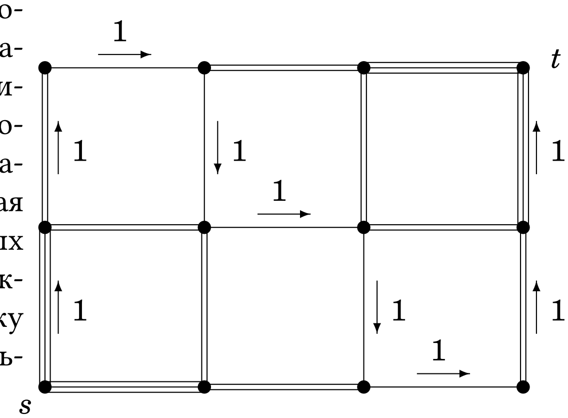
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№104** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена x^3+x^2+2, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta-\alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

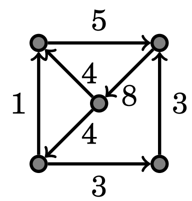
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№105** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

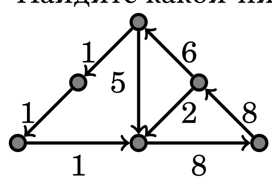
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4 + 2x^3 + 1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№106** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

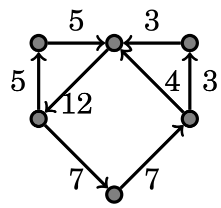
3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi : \mathbb{F}_3[x] \to \mathbb{F}_3^{2\times 2}$,
$\varphi(p) = p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha+3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№107** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5-x^3+x^2+x$ и x^4-x.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2x-1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

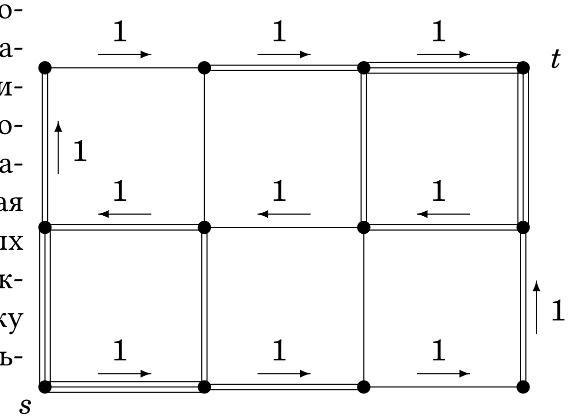
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№108** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



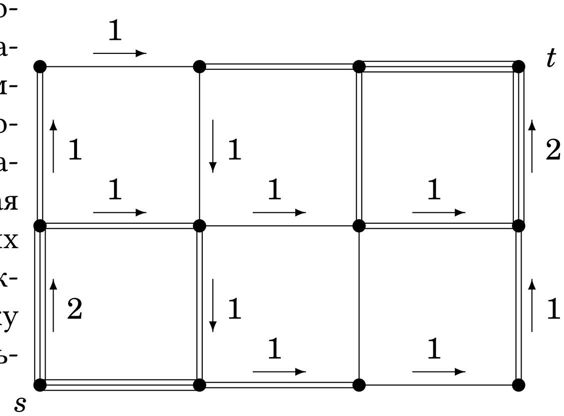
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+x-3, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№109** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

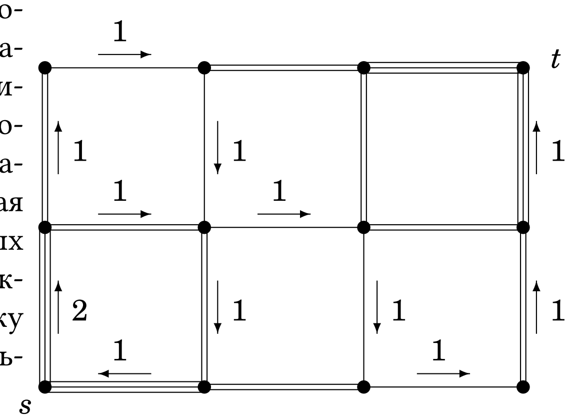
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№110** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

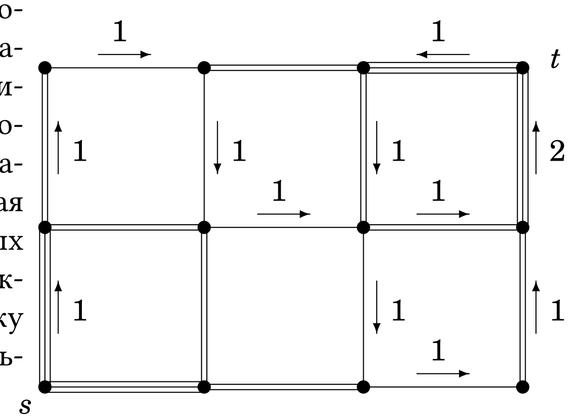
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№111** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



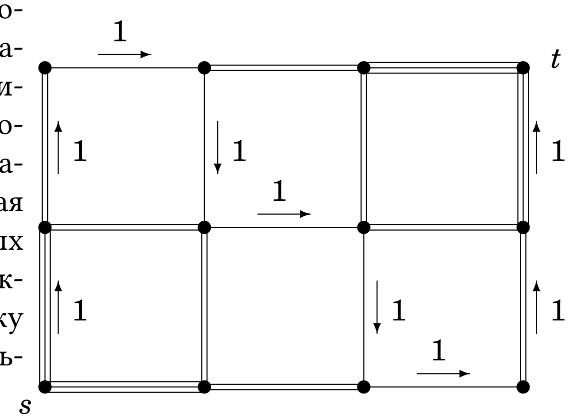
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) $x^3 - 2x^2 + 5$, б) $x^3 + x^2 - 4x + 2$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№112** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

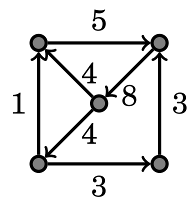
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№113** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

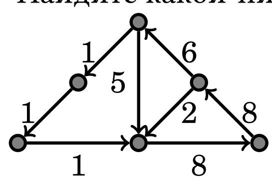
3. Пусть $I=(x^2+1)\subset\mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5+4x^3+x^2+3x+4$, б) $x^5+6x^3+2x^2+5x+2$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix}\alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta\end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№114** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f: \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. В идеале $I = (x^2 + 2x - 3) \subset \mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) $(x^2 + x - 6)$, б) $(x^2 - 3x + 1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

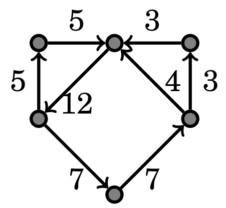
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№115** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

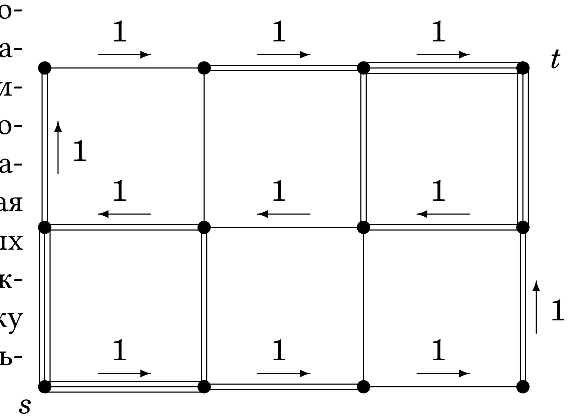
3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где
$\varphi : \mathbb{F}_3[x] \to \mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p) = p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta-\alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№116** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $1 \le b \le 3$, $0 \le c \le 2$.

3. Докажите, что идеал $I=(x^3+1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

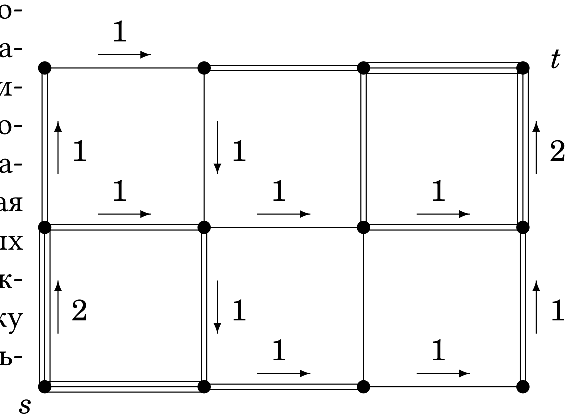
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№117** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b-2c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-2\le b\le 0$, $1\le c\le 3$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ -\beta & \alpha+3\beta\end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta\in\mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

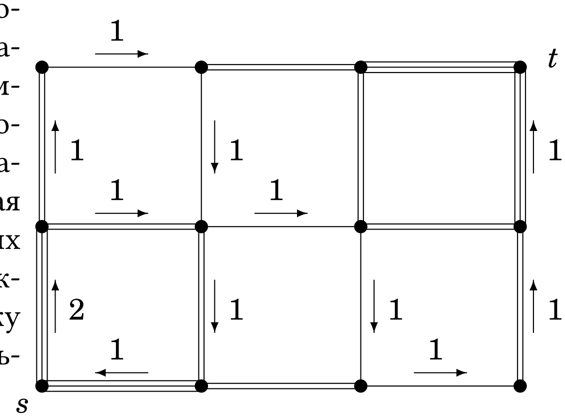
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№118** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



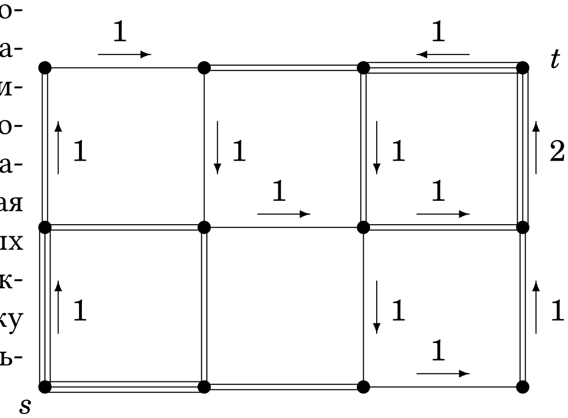
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1\le a\le 1$, $-1\le b\le 1$, $1\le c\le 3$.

3. Найдите такой многочлен $p(x)\in\mathbb{F}_3[x]$, что
а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x))\cong\mathbb{Z}_3$
б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x))\cong\mathbb{Z}_9$
в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x))\cong\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_3$,
г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x))\cong\mathbb{Z}_3\times\mathbb{Z}_3$,
д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x))\cong\mathbb{Z}_3\times\mathbb{Z}_3\times\mathbb{Z}_3\times\mathbb{Z}_3$,
или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2x-1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№119** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a-b+2c=k$, где a,b,c — целые числа, $0\le a\le 2$, $-1\le b\le 1$, $0\le c\le 2$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

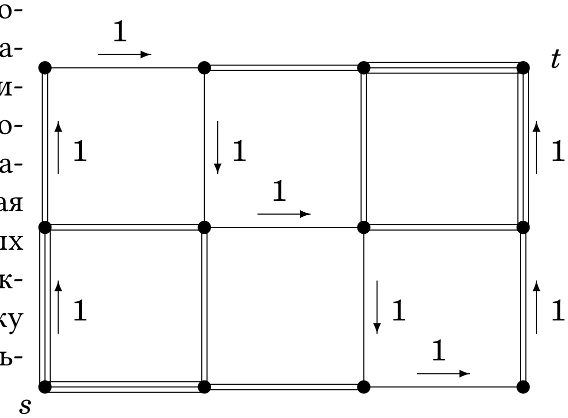
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№120** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 3 корня многочлена x^3+x^2+2, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

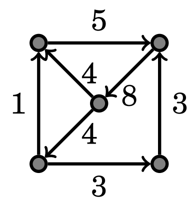
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№121** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f: \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4 + 2x^3 + 1)$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

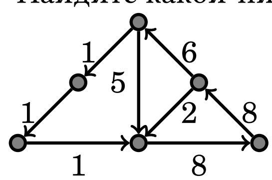
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№122** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

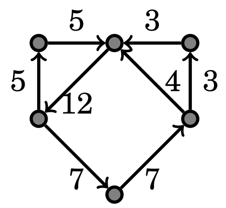
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$,
$\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№123** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5 - x^3 + x^2 + x$ и $x^4 - x$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

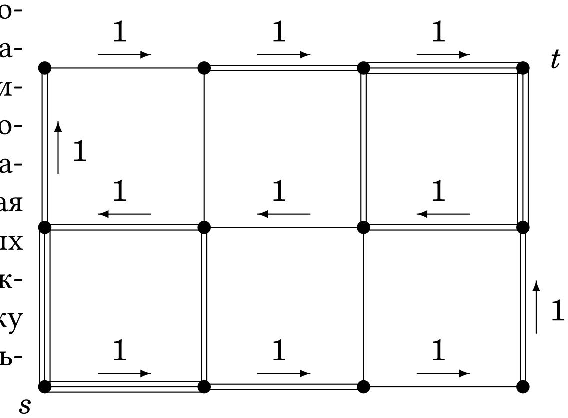
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№124** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена $x^2 + x - 3$, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha - \beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

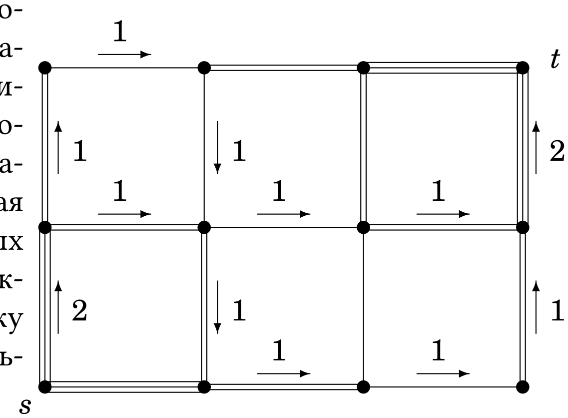
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№125** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

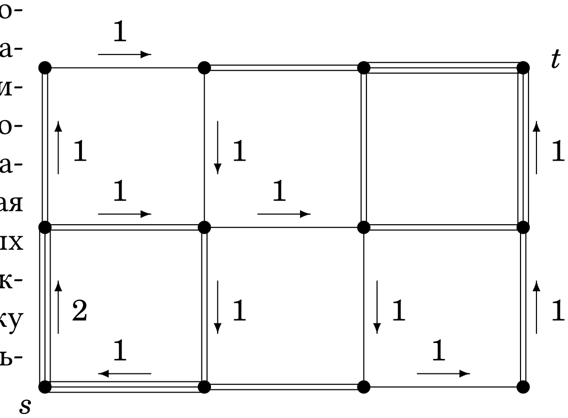
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№126** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta-\alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

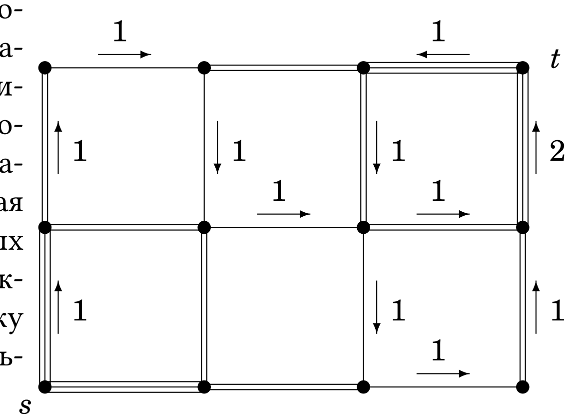
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№127** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



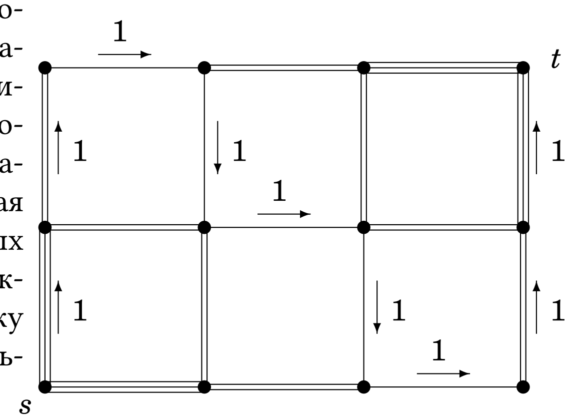
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) $x^3 - 2x^2 + 5$,   б) $x^3 + x^2 - 4x + 2$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\mathbb{k} = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\mathbb{k}^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\mathbb{k}^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№128** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha+3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

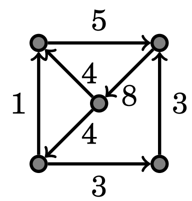
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№129** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

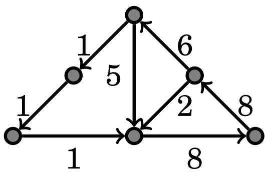
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $I=(x^2+1)\subset\mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5+4x^3+x^2+3x+4$, б) $x^5+6x^3+2x^2+5x+2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2x-1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№130** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. В идеале $I=(x^2+2x-3)\subset\mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) (x^2+x-6), б) (x^2-3x+1)

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования

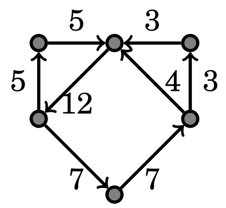
«МИРЭА — Российский технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №131
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где $\varphi:\mathbb{F}_3[x]\to\mathbb{F}_3^{2\times 2}$, $\varphi(p)=p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^4+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

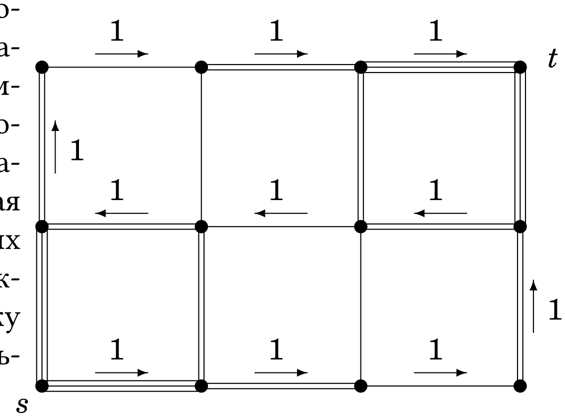
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№132** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

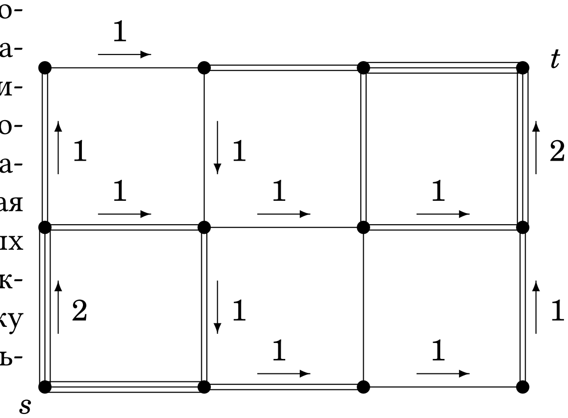
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№133** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $1 \le b \le 3$, $0 \le c \le 2$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2-2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

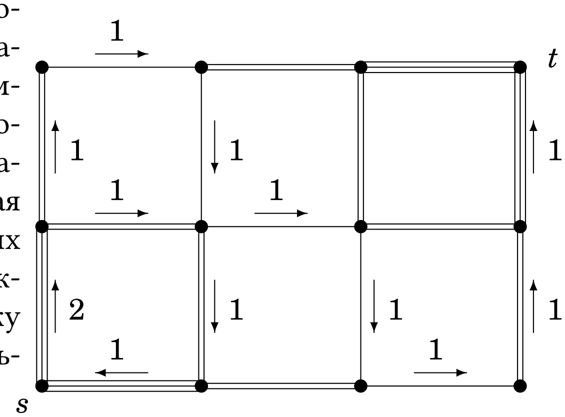
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№134** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



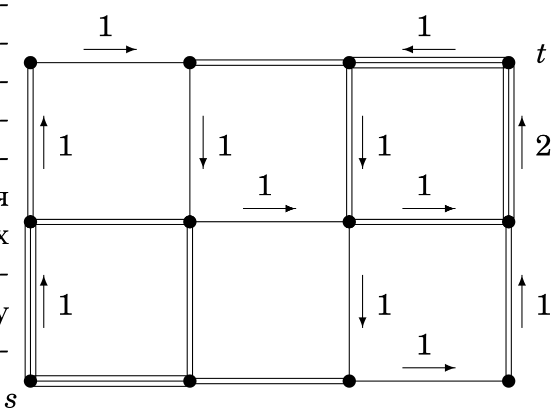
2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a - b - 2c = k$, где a, b, c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-2 \le b \le 0$, $1 \le c \le 3$.

3. Найдите такой многочлен $p(x) \in \mathbb{F}_3[x]$, что
а) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3$
б) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_9$
в) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$,
г) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
д) $\mathbb{F}_3[x]/(p(x)) \cong \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$,
или докажите его отсутствие.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№135** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $2a+2b-c=k$, где a,b,c — целые числа, $-1 \le a \le 1$, $-1 \le b \le 1$, $1 \le c \le 3$.

3. Перечислите все немаксимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_3[x]$, содержащие многочлен x^3+x^2-x+2.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha-\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha,\beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

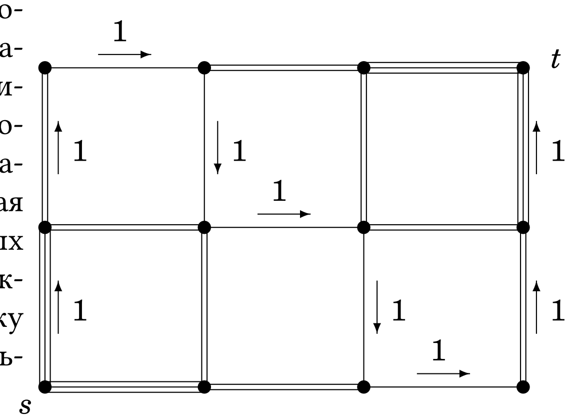
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№136** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Для каждого k найдите количество решений уравнения $a - b + 2c = k$, где a, b, c — целые числа, $0 \le a \le 2$, $-1 \le b \le 1$, $0 \le c \le 2$.

3. Найдите 3 корня многочлена $x^3 + x^2 + 2$, принадлежащие $\mathbb{F}_3^{3\times 3}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_3$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

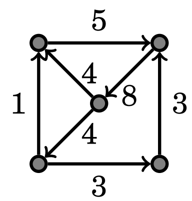
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№137** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

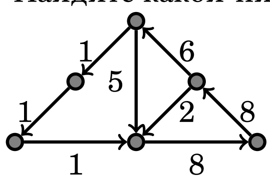
3. Найдите порядок мультипликативной группы кольца $\mathbb{F}_3[x]/(x^4 + 2x^3 + 1)$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta - \alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?
б) Найдие все необратимые элементы.
в) Перечислите все идеалы в A.
г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№138** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

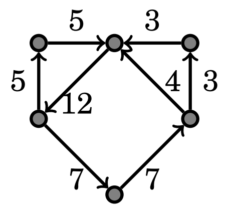
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите порядок мультипликативной группы $Im\varphi$, где $\varphi : \mathbb{F}_3[x] \to \mathbb{F}_3^{2\times 2}$,
$\varphi(p) = p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№139** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все максимальные идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]$, содержащие многочлены $x^5 - x^3 + x^2 + x$ и $x^4 - x$.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha + 3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

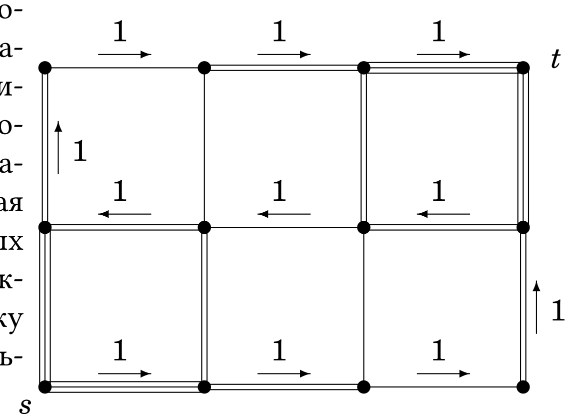
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№140** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+x-3, принадлежащие $\mathbb{F}_5^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2x - 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

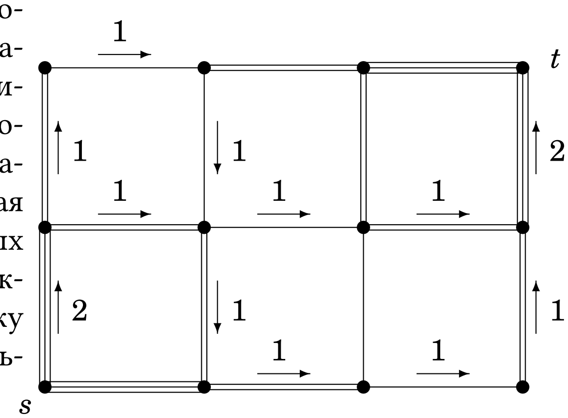
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№141** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Определите возможные порядки элемента α в кольце $\mathbb{F}_3[\alpha]$, где $\alpha^4 = \alpha + 2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

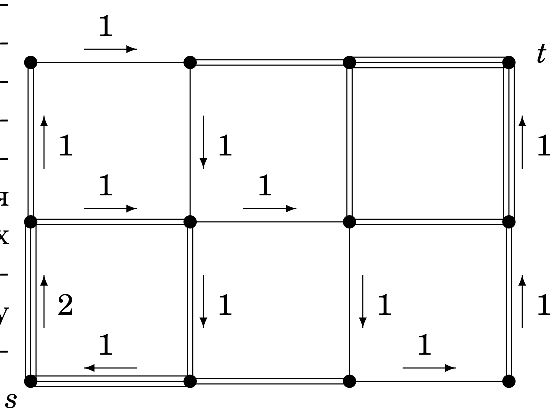
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№142** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $\mathbb{F}_5[\alpha]$, где $\alpha^3 = 2\alpha^2 + 3\alpha$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

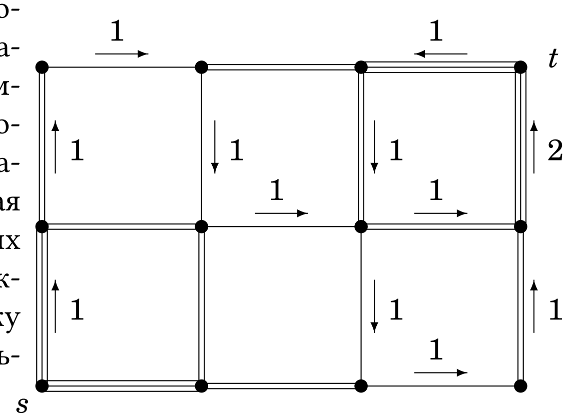
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№143** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{Z}[x]$, содержащие многочлены
а) x^3-2x^2+5, б) x^3+x^2-4x+2

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^3-x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?

<table>
<tr>
<td>Минобрнауки России
Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования

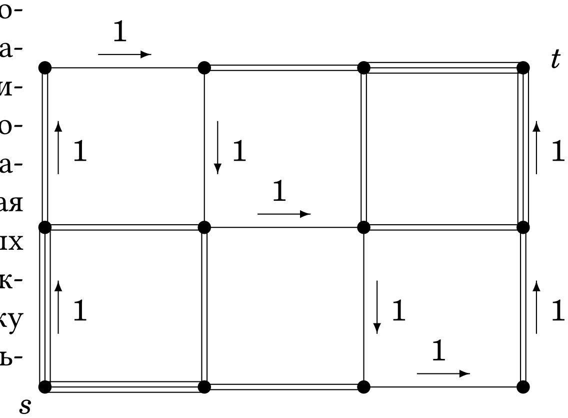
«МИРЭА — Российский технологический университет»

Институт кибернетики
Кафедра высшей математики</td>
<td>Дневное отделение
Экзаменационный билет №144
Дисциплина:
Дискретная математика
гр. КМБ-18
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Форма обучения очная
Курс 2 Семестр 3</td>
<td>Утвержено
на заседании кафедры
протокол №1
от «31» 08 2020г.
Заведующий кафедрой

Худак Ю.И.

2020-2021
учебный год</td>
</tr>
</table>

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Перечислите все идеалы кольца $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+1)$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^2 - 2$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

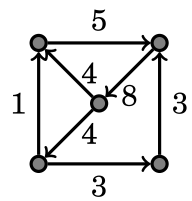
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№145** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f:\vec{E}\to\mathbb{Z}_5$ можно задать на данном графе?

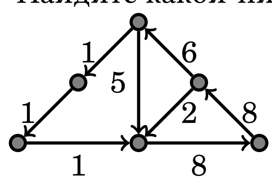
2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $I=(x^2+1)\subset\mathbb{Z}[x]$. Определите, содержит ли I многочлены:
а) $x^5+4x^3+x^2+3x+4$, б) $x^5+6x^3+2x^2+5x+2$.

4. Докажите, что многочлен $P(x)=x^2+x+1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_5$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk=\mathbb{F}_5[x]/(P(x))$.
а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.
б) Найдите остальные корни $P(x)$.
в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.
г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_5$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№146** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_6$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

3. В идеале $I = (x^2 + 2x - 3) \subset \mathbb{Z}[x]$ найдите многочлен наименьшей степени, содержащийся в идеале а) $(x^2 + x - 6)$, б) $(x^2 - 3x + 1)$

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ 3\beta & \alpha - \beta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_5$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

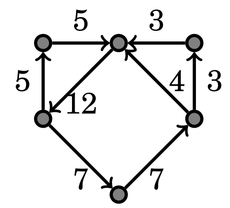
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№147** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. Найдите какой-нибудь базис пространства потоков графа и разложите в нем поток:



Сколько различных потоков $f : \vec{E} \to \mathbb{Z}_4$ можно задать на данном графе?

2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Определите количество необратимых элементов в кольце $Im\varphi$, где $\varphi : \mathbb{F}_3[x] \to \mathbb{F}_3^{2\times2}$, $\varphi(p) = p\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_2$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_2[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

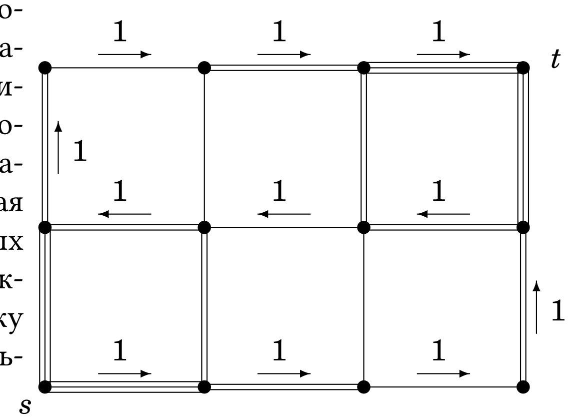
б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1 + \alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 4 над полем $\mathbb{F}_2$?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№148** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. Решить задачу оптимального назначения с матрицей эффективности $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Докажите, что идеал $I = (x^3 + 1)$ не является максимальным в $\mathbb{F}_2[x]$. Перечислите максимальные идеалы, содержащие I.

4. Докажите, что кольцо A матриц $\begin{pmatrix} 2\alpha & -\beta \\ \beta & \beta - \alpha \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_3$ не является полем.

а) Сколько в нем элементов?

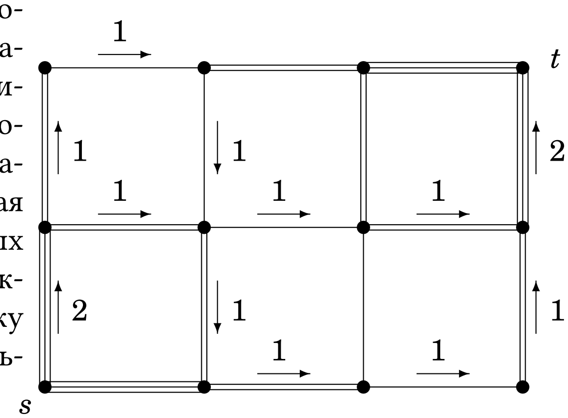
б) Найдие все необратимые элементы.

в) Перечислите все идеалы в A.

г) Можно ли разложить A в прямое произведение колец?

Минобрнауки России Государственное федеральное образовательное учреждение высшего образования **«МИРЭА — Российский технологический университет»** Институт кибернетики Кафедра высшей математики	Дневное отделение Экзаменационный билет **№149** Дисциплина: **Дискретная математика** гр. КМБ-18 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Форма обучения очная Курс 2 Семестр 3	Утвержено на заседании кафедры протокол №1 от «31» 08 2020г. Заведующий кафедрой Худак Ю.И. 2020-2021 учебный год

1. В нарисованной транспортной сети пропускные способности одинарных ребер равны единице, ребер, нарисованных двойной линией — двум, и ребер, нарисованных тройной линией — четырем. На ориентированных ребрах указаны числа; там, где числа не указаны, должен стоять нуль. Докажите, что приведенная на рисунке функция на множестве ориентированных ребер является потоком. Является ли этот поток максимальным? Если нет, то примените к этому потоку алгоритм Форда-Фалкерсона и получите максимальный поток.



2. На каком наименьшем количестве ребер графа G достаточно задать значение потока так, чтобы поток был определен однозначно? G — булев куб размерности 7.

3. Найдите 2 корня многочлена x^2+3x+1, принадлежащие $\mathbb{F}_7^{2\times 2}$. Сколько существует неприводимых многочленов степени 2 над полем $\mathbb{F}_7$?

4. Докажите, что многочлен $P(x) = x^3 - x^2 + 1$ неприводим над полем $\mathbb{F}_3$. Пусть α корень многочлена $P(x)$ в поле $\Bbbk = \mathbb{F}_3[x]/(P(x))$.

а) Найдите порядок элемента α в мультипликативной группе $\Bbbk^*$.

б) Найдите остальные корни $P(x)$.

в) Найдите минимальный многочлен элемента $1+\alpha$ и его порядок в $\Bbbk^*$.

г) Сколько еще есть неприводимых многочленов степени 3 над полем $\mathbb{F}_3$?