

Глава 4

ОБНАРУЖЕНИЕ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ

4.1. ПРОБЛЕМА ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБНАРУЖЕНИЯ

1. Постановка задачи обнаружения

Как было показано в гл. 3, выходной сигнал оптимальной системы обработки сигналов позволяет решать все основные задачи радиолокационного наблюдения. В данной главе рассмотрим вопрос об обнаружении целей. Принять решение об обнаружении цели можно по *пороговому принципу*, то есть цель считается обнаруженной, если выходной сигнал оптимальной системы $y_{\text{вых}}$ превысит некоторый заданный уровень – *порог* $y_{\text{уп}}$. На рис.4.1 в качестве примера показан выходной сигнал системы обработки $y_{\text{вых}}$ по модулю при изме-

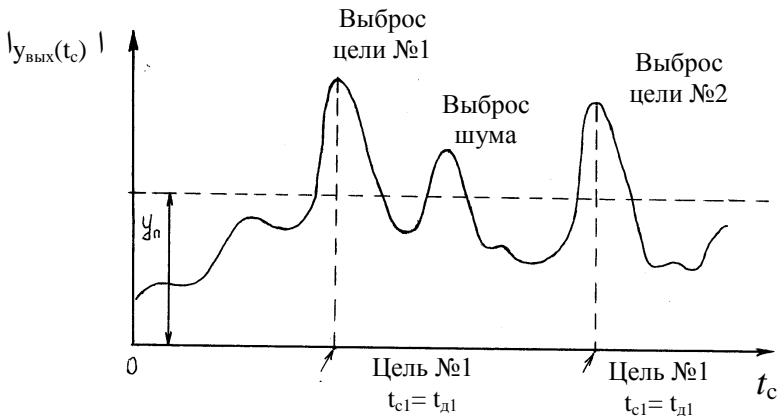


Рис. 4.1.

нении задержки опорного сигнала t_c при наличии нескольких целей и в условиях действия шумов. Очевидно, что при отсутствии шумов любое превышение сигнала $y_{\text{вых}}$ над нулевым уровнем свидетельствовало бы о наличии цели в зоне наблюдения. Однако наличие шумов существенно усложняет задачу, так как шумовая составляющая выходного сигнала $y_{\text{вых}}$ затрудняет уверенно ответить на вопрос о наличии цели. Из рис.4.1 следует, что наблюдается много "выбросов" выходного сигнала, которые можно было бы принять за признак наличия цели. В этом случае целесообразно установить некоторый уровень (порог) $y_{\text{п}}$ и считать за признак наличия цели только те выбросы, которые превышают порог. Видно, что на рис.4.1 имеется ложный выброс "цели", который обусловлен шумовым сигналом. Принято считать такой выброс *"ложной тревогой"*. Возникает, естественно, вопрос, как выбрать уровень $y_{\text{п}}$ для обеспечения надежного обнаружения цели и уменьшения вероятности превышения порога выбросами шума или другими видами помех? Для решения этой задачи воспользуемся методами, разработанными в *теории проверки статистических гипотез*.

2. Решение задачи обнаружения цели на основе теории проверки статистических гипотез

На каждом элементе задержки по дальности t_c и по доплеровской частоте f_c выходной сигнал $y_{\text{вых}}$ может превысить пороги или не превысить его. В связи с этим в простейшем случае двухальтернативного выбора статистических событий принимаем условно, что в зоне наблюдения (на каждой позиции t_c или f_c) цель может быть (первая гипотеза) или цель отсутствует (вторая гипотеза). Так как выходной сигнал $y_{\text{вых}}$ является случайным, то возможны четыре статистических события при принятии решения об обнаружении цели.

Правильное решение. Принятие решения о том, что цель на позиции t_c обнаружена при превышении порога сигналом $y_{\text{вых}}$ яв-

ляется правильным в том случае, когда действительно известно (первая гипотеза), что цель в зоне наблюдения имеется. Из-за действия шумов это событие рассматривается как случайное и условная вероятность этого события является *вероятностью правильного обнаружения* $P_{\text{по}}$.

Ложная тревога. Это соответствует принятию решения о наличии цели в том случае, когда цели в зоне наблюдения нет (вторая гипотеза) и отраженного от цели сигнала нет. Порог превышен в этом случае шумом на выходе устройства обработки. Это *ошибочное решение*. Вероятность ошибочного решения – вероятность ложной тревоги обозначим как $P_{\text{лт}}$.

Пропуск цели (необнаружение имеющейся цели). Это также ошибочное решение, которое возникает в том случае, когда выходной сигнал $y_{\text{вых}}$, даже при наличии отражения от цели, *не превышает* порога $y_{\text{п}}$. Вероятность этого ошибочного решения – пропуск цели – обозначим $P_{\text{пр}}$. Очевидно, что вероятность $P_{\text{пр}}$ можно определить по вероятности правильного обнаружения $P_{\text{по}}$, так как пропуск цели и правильное обнаружение составляют полную группу событий и их суммарная вероятность равна единице:

$$P_{\text{по}} + P_{\text{пр}} = 1.$$

Правильное необнаружение. Это принятие правильного решения, что цели в зоне наблюдения нет в том случае, когда ее действительно нет (вторая гипотеза). Очевидно, что в этом случае порог $y_{\text{п}}$ не превышен выходным сигналом $y_{\text{вых}}$. Вероятность этого события обозначим $P_{\text{пн}}$. Ложная тревога и правильное необнаружение также составляют полную группу событий и сумма вероятности равна $P_{\text{лт}} + P_{\text{пн}} = 1$.

Определение вероятностей событий при проверке статистических гипотез. Так как выходной сигнал $y_{\text{вых}}$ случаен, то для нахождения вероятностей $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$ необходимо предварительно при проверке статистических гипотез найти соответствующие условные плотности распределения вероятностей выходного сигнала

для случая указанных двух гипотез: $S_{ц} \neq 0$ и $S_{ц} = 0$. Для определения вероятности ложной тревоги $P_{лт}$ нужно найти $p(y_{\text{вых}} / S_{ц} = 0)$ – условную плотность распределения вероятностей $y_{\text{вых}}$ при условии, что на входе только шум и цели нет $S_{ц} = 0$. Для определения $P_{по}$ необходимо найти $p(y_{\text{вых}} / S_{ц} \neq 0)$ – условную плотность распределения вероятностей $y_{\text{вых}}$ при совместном воздействии шума и сигнала, отраженного от цели. На рис. 4.2 показана некоторая реализация случайного выходного сигнала $y_{\text{вых}}$ и соответствующие условные плотности распределения вероятностей, описывающие статистические свойства отсчетных значений $y_{\text{вых}}$ для каждой позиции на оси задержек t_c . Показан и уровень порога, который и позволяет оценить условные вероятности $P_{по}$ и $P_{лт}$. Действительно, условная вероятность правильного обнаружения $P_{по}$ может быть вычислена по известным правилам теории вероятностей как

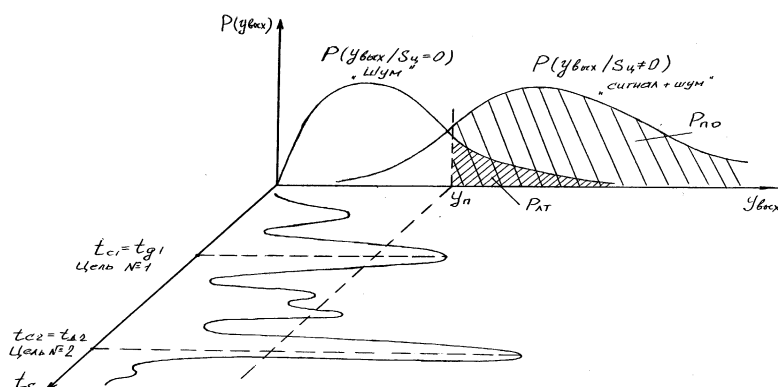


Рис. 4.2.

$$P_{\text{по}} = \int_{y_{\text{п}}}^{\infty} p(y_{\text{вых}} / S_{\text{ц}} \neq 0) dy_{\text{вых}}, \quad (4.1)$$

а условная вероятность ложной тревоги как

$$P_{\text{лт}} = \int_{y_{\text{п}}}^{\infty} p(y_{\text{вых}} / S_{\text{ц}} = 0) dy_{\text{вых}}. \quad (4.2)$$

На рис. 4.2 вероятностям $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$ соответствуют заштрихованные области условных распределений правее порогового уровня $y_{\text{п}}$.

Критерии выбора порога. Вероятности $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$ существенно зависят от выбора порога $y_{\text{п}}$. В конечном итоге, достоверность и надежность обнаружения цели зависят от правильного выбора величины $y_{\text{п}}$. Порог зависит от критерия, который должен быть принят при проверке статистических гипотез. В настоящее время в математической статистике известно несколько различных подходов к выбору порога. Однако не все известные критерии могут быть применены в теории радиолокационного обнаружения целей. Объясняется это обстоятельство тем, что многие требуемые параметры при задании критерия не могут быть заранее заданы или определены в процессе радиолокационного наблюдения. Поясним это положение на примере *критерия идеального наблюдателя*. По этому критерию порог выбирается так, чтобы *минимизировать* средние потери $C_{\text{п}}$ при принятии решений, которые обусловлены вероятностями ошибочных решений $P_{\text{лт}}$ и $P_{\text{пр}}$. Средние потери $C_{\text{п}}$ можно записать в следующем виде:

$$C_{\text{п}} = \beta_{\text{пр}} P_{\text{пр}} P_{\text{ц}} + \beta_{\text{лт}} P_{\text{лт}} (1 - P_{\text{ц}}), \quad (4.3)$$

где $\beta_{\text{пр}}$ и $\beta_{\text{лт}}$ – соответствующие коэффициенты «стоимости» (веса) неправильных решений при пропуске целей или ложной тревоге; $P_{\text{ц}}$ – априорная безусловная вероятность наличия цели в заданном месте и в заданный момент времени. Однако практически невозможно за-

ранее определить или задать вероятность $P_{\text{ц}}$. Кроме того, трудно или даже невозможно оценить стоимость ошибочных решений и, следовательно, задать коэффициенты $\beta_{\text{пр}}$ и $\beta_{\text{лт}}$. Невозможно задать и условную вероятность пропуска цели $P_{\text{пр}} = (1 - P_{\text{по}})$ для всех возможных значений ЭПО радиолокационных целей, которые входят в качестве параметра (в виде амплитуды отраженного сигнала) в условные плотности распределения вероятностей $p(y_{\text{вых}} / S_{\text{ц}} \neq 0)$.

Критерий Неймана-Пирсона наиболее широко используется в радиолокации. Этот критерий устанавливает вероятность ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ заданной величиной, что позволяет однозначно определить требуемый порог. Какие-либо другие параметры и коэффициенты задавать нет необходимости. Самое главное, что величина порога не зависит от наличия сигнала, отраженного от цели, и его энергии.

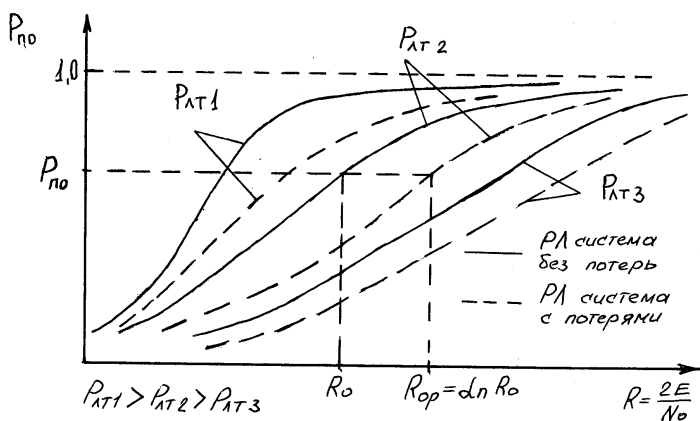
Следует отметить, что в указанной форме критерий Неймана-Пирсона используется при условии уже найденного оптимального алгоритма обработки сигналов и оптимального устройства обработки.

Однако критерий Неймана-Пирсона может быть использован и при *выборе* оптимальной системы обработки сигналов или при *сравнении* различных реальных неоптимальных устройств обнаружения целей (при сравнении, например, оптимальной и неоптимальной систем). В этом случае критерий Неймана-Пирсона формулируется несколько иначе. Считается, что энергия сигнала, отраженного от цели, *задана* (задана, например, амплитуда сигнала). Задается вероятность ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ и оцениваются вероятности пропуска цели $P_{\text{пр}}$ или $P_{\text{по}}$. Чем больше вероятность $P_{\text{по}}$ в этих условиях, тем ближе данное устройство к оптимальному. В этом случае минимизируются и средние потери:

$$C_{\text{п}} = P_{\text{пр}} + P_{\text{лт}}.$$

3. Характеристики обнаружения

Наиболее полно свойства радиолокационных систем при решении задач обнаружения целей можно оценить путем построения так называемых *характеристик обнаружения*, которые представляют собой зависимость вероятности правильного обнаружения $P_{по}$ от величины отношения энергии сигнала, отраженного от цели, и спектральной плотности шумов ($R = 2E / N_0$) при заданном в качестве параметра значении вероятности ложной тревоги $P_{лт}$ (рис. 4.3).



Возможна и другая разновидность характеристики обнаружения, когда вероятности $P_{по}$ и $P_{лт}$ задаются в виде параметрической зависимости, где параметром является отношение энергии сигнала и шума R (рис. 4.4).

Характеристики обнаружения используются, например, при расчетах максимальной дальности обнаружения целей. При заданных вероятностях $P_{по}$ и $P_{лт}$ находится *требуемая* величина отношения R , то есть отношение энергии сигнала E на входе РЛ системы к спектральной плотности шумов, при которой обеспечивается получение заданных вероятностей $P_{по}$ при обнаружении цели. Часто такую требуемую величину R называют *параметром обнаружения* и для

идеальной РЛ системы без каких-либо отклонений (без дополнительных потерь) и обозначают R_0 (см. рис. 4.3). Если в системе наблюдаются потери энергии и отклонения от идеальных условий работы, то характеристики обнаружения при заданном значении $P_{\text{лт}}$ лежат ниже идеальных. Параметр обнаружения в этом случае имеет большую, чем R_0 , величину. Обозначим этот параметр для неидеальной (реальной) системы как $R_{\text{оп}}$. Следовательно, в неидеальной системе для получения заданных величин вероятностей $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$:

$$R_{\text{оп}} > R_0.$$

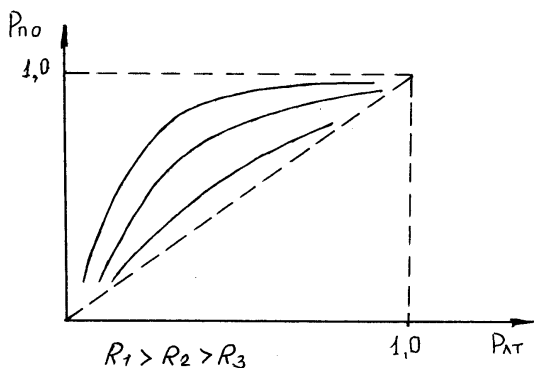


Рис. 4.4.

Отношение $R_{\text{оп}}$ и R_0 больше единицы и называется $(\alpha_{\text{п}})$ коэффициентом потерь в РЛ системе

$$R_{\text{оп}} / R_0 = \alpha_{\text{п}}. \quad (4.4)$$

Таким образом, коэффициент потерь показывает, во сколько раз необходимо увеличить отношение энергии сигнала к шуму на входе РЛС по сравнению с параметром R_0 для того, чтобы обнаружение цели было осуществлено с заданными вероятностями правильного обнаружения $P_{\text{по}}$ и ложной тревоги $P_{\text{лт}}$.

4.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ В ИДЕАЛЬНОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ БЕЗ ПОТЕРЬ

1. Структура идеальной РЛ системы без потерь при приеме когерентных сигналов

Рассмотрим упрощенную структуру идеальной РЛ системы при приеме когерентных сигналов с известной формой, когда отсутствуют различные отклонения от оптимальной системы обработки. Такая система может рассматриваться как образец, с которым можно сравнивать реальные РЛ системы, имеющие потери энергии и различные отклонения от идеальных условий наблюдения и обработки сигналов.

На рис. 4.5 представлена структура идеального устройства обнаружения целей. Принято, что цель имеет постоянное значение ЭПО. На входе РЛ системы энергии отраженного от цели сигнала равна E . При воздействии шумов со спектральной плотностью $N_0/2$ (в пределах $\pm \Delta f_{\text{ш}}$ по видеочастоте) отношения энергии сигнала к шуму равно $R = 2E / N_0$.

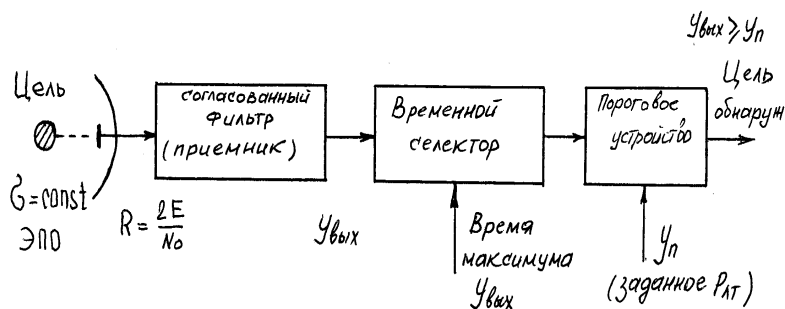


Рис. 4.5.

Принимаемый сигнал поступает на согласованный фильтр, характеристика которого полностью соответствует форме и спектру излучаемого РЛ системой сигнала. Считаем, что в этом случае также известно время формирования максимума выходного сигнала.

Начальную фазу отраженного сигнала в этом случае также считаем известной. Как было показано в гл. 3, на выходе оптимальной системы обработки сигналов (на выходе согласованного фильтра) формируется выходной сигнал $y_{\text{вых}}$, в максимуме которого отношение пиковой мощности сигнальной части и шума равно отношению

$$R = 2E / N_o.$$

Пороговое устройство позволяет принять решение об обнаружении цели. Уровень порога $y_{\text{п}}$ выбирается в соответствии с принятым допустимым значением вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$. При повышении этого порога $y_{\text{п}}$ сигналом с выхода согласованного фильтра $y_{\text{вых}}$ принимается решение об обнаружении цели.

Представленное идеальное устройство для обеспечения обнаружения с заданной вероятностью $P_{\text{по}}$ требует наименьшего значения энергии отраженного сигнала $E = E_{\text{мин}}$ и соответственно наименьшего отношения $R_{\text{мин}} = 2E_{\text{мин}} / N_o$, которое в дальнейшем и выступает в роли параметра обнаружения $R_o = R_{\text{мин}}$.

2. Характеристики обнаружения цели в идеальной РЛ системе

В соответствии с методикой, описанной в п. 4.1, для построения и вычисления характеристик обнаружения необходимо в первую очередь найти условные плотности распределения вероятностей выходного сигнала $y_{\text{вых}}$ для двух основных гипотез, принимаемых при обнаружении целей.

На входе системы действует шумовой сигнал $n(t)$. Принимаем, что этот шумовой процесс является гауссовским с нормальным распределением вероятности отсчетных значений $n(t)$. Для упрощения считаем, что шумы широкополосные («белые») со средним значением, равным нулю $M[n(t)] = 0$, и корреляционной функцией в форме дельта-функции:

$$M\{n(t_1)n^*(t_2)\} = \frac{N_o}{2} \delta(t_1 - t_2), \quad (4.5)$$

где $N_o/2$ – спектральная плотность шума на входе РЛ системы.

Как известно, статистические свойства выходного сигнала $y_{\text{вых}}$ полностью определяются статистическими свойствами шумового процесса $n(t)$. Так как процесс $n(t)$ гауссовский, а система обработки сигнала является линейной, то и выходной сигнал $y_{\text{вых}}(t)$ является гауссовским. Случайное отсчетное значение $y_{\text{вых}}$ подчиненное гауссовскому (нормальному) закону распределения плотности вероятностей:

$$p(y_{\text{вых}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{y_{\text{вых}}}^2}} \exp\left[-\frac{(y_{\text{вых}} - \bar{y}_{\text{вых}})^2}{2\sigma_{y_{\text{вых}}}^2}\right], \quad (4.6)$$

где $\bar{y}_{\text{вых}}$ – среднее значение выходного сигнала $y_{\text{вых}}$, а $\sigma_{y_{\text{вых}}}^2$ – дисперсия выходного сигнала $y_{\text{вых}}$.

Для нахождения условных распределенных плотностей вероятностей $p(y_{\text{вых}}/S_{\text{ц}} = 0)$ и $p(y_{\text{вых}}/S_{\text{ц}} \neq 0)$ необходимо только найти средние значения $\bar{y}_{\text{вых}}$ и дисперсии $\sigma_{y_{\text{вых}}}^2$ для двух принятых гипотез.

Рассмотрим случай, соответствующий первой гипотезе – сигнала $S_{\text{ц}}$ на входе РЛ системы нет ($S_{\text{ц}} = 0$). В этом случае выходной сигнал может быть записан в виде (см.3.18):

$$y_{\text{вых}} = \int_0^{t_n} n(t) S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt. \quad (4.7)$$

Найдем среднее значение этой случайной величины $y_{\text{вых}}$. Очевидно, что среднее значение равно нулю, так как $\bar{n} = 0$:

$$\begin{aligned}
 M\{y_{\text{ВЫХ}}\} &= \bar{y}_{\text{ВЫХ}} = M\left\{\int_0^{t_n} n(t)S^*(t-t_c; f_o + f_c)dt\right\} = \\
 &= \int_0^{t_n} M\{n(t)\}S^*(t-t_c; f_o + f_c)dt = 0.
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Определим дисперсию сигнала $y_{\text{ВЫХ}}$ (полагая, что $\bar{y}_{\text{ВЫХ}} = 0$):

$$\begin{aligned}
 \sigma_{y_{\text{ВЫХ}}}^2 &= M\{(y_{\text{ВЫХ}} - \bar{y}_{\text{ВЫХ}})^2\} = M\{y_{\text{ВЫХ}}^2\} = M\{P_{\text{Ш,ВЫХ}}\} = \\
 &= \bar{P}_{\text{Ш,ВЫХ}} = M\left\{\int_0^{t_n} \int_0^{t_n} n(t_1)S(t_1-t_c)S(t_2-t_c)dt_1, dt_2\right\}.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Значение средней мощности шума на выходе, равное дисперсии сигнала $y_{\text{ВЫХ}}$, найдено ранее (см.(3.39))

$$\sigma_{\text{ВЫХ, Ш}}^2 = \bar{P}_{\text{ВЫХ, Ш}} = \frac{N_o E_o}{2}. \tag{4.10}$$

В результате условная плотность распределения вероятностей выходного сигнала $y_{\text{ВЫХ}}$ для гипотезы – отсутствия сигнала, отраженного от цели, равна

$$p(y_{\text{ВЫХ}} / S_{\text{ц}} = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{y_{\text{ВЫХ}}}^2}} \exp\left[-\frac{y_{\text{ВЫХ}}^2}{2\left(\frac{N_o E_o}{2}\right)}\right]. \tag{4.11}$$

Найдем условную плотность распределения вероятностей выходного сигнала $y_{\text{ВЫХ}}$ для второй гипотезы – наличие цели – и в приняемом сигнале $y(t)$ имеется отраженный сигнал $S_{\text{ц}} \neq 0$.

Максимум выходного сигнала $\max\{y_{\text{ВЫХ}}\}$ соответствует совпадению задержек t_c и t_d и доплеровских частот $f_c = f_{\text{дп}}$. В развернутом выражении (3.18) для выходного сигнала, тогда запишем

$$y_{\text{ВЫХ}}(t_c; f_c) = a \int_0^{t_H} S(t - t_d; f_o + f_{\text{ДП}}) \times \\ \times S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt + \int_0^{t_H} n(t) S^*(t - t_c; f_o + f_c) dt. \quad (4.12)$$

Определим статистические моменты условного распределения вероятностей для второй гипотезы. Среднее значение $M\{y_{\text{ВЫХ}}\}$ равно (в максимуме):

$$M\{\max(y_{\text{ВЫХ}})\} = a \int_0^{t_H} S^2(t - t_o) dt + \int_0^{t_H} \bar{n}(t) S(t - t_d; f_o + f_{\text{ДП}}) dt. \quad (4.13)$$

Учитывая, что первый интеграл в (4.13) соответствует «энергии формы» сигнала E_o и $\bar{n}(t) = 0$, получаем

$$M\{\max(y_{\text{ВЫХ}})\} = \bar{y}_{\text{ВЫХ}} = aE_o. \quad (4.14)$$

Дисперсия выходного сигнала $y_{\text{ВЫХ}}$ для второй гипотезы равна дисперсии $y_{\text{ВЫХ}}$, относящейся к первой гипотезе (см. (4.10)), так как дисперсия суммы случайной величины в (4.12), представленной вторым слагаемым, и постоянной (неслучайной) величины (первое слагаемое в (4.12)) равна дисперсии случайной величины. Следовательно, подставляя выражения (4.14) и (4.10) для среднего и дисперсии выходного сигнала в формулу распределения плотности вероятностей (4.6), получаем условную плотность для второй гипотезы – наличия цели – в виде

$$p(y_{\text{ВЫХ}} / S_{\text{ц}} \neq 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{y_{\text{ВЫХ}}}^2}} \exp \left\{ -\frac{(y_{\text{ВЫХ}} - aE_o)^2}{2\left(\frac{N_o E_o}{2}\right)} \right\}. \quad (4.15)$$

На рис. 4.6 приведены распределения вида (4.11) и (4.15). Видно, что они имеют одинаковую дисперсию, но распределение (4.15) смещено по оси $y_{\text{ВЫХ}}$ на величину, пропорциональную амплитуде

сигнала a , следовательно, на величину, пропорциональную энергии сигнала E (см. формулу (3.34)):

$$E = a(aE_o).$$

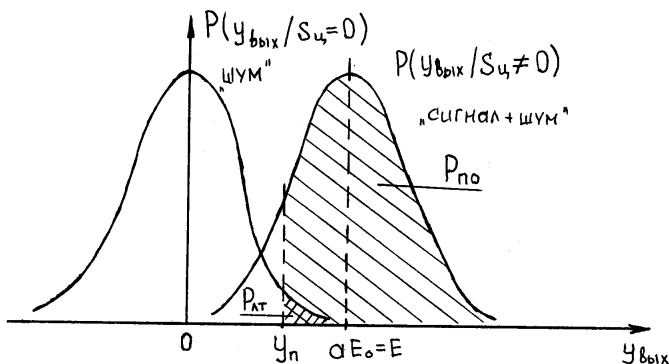


Рис. 4.6.

Найдем *вероятность ложной тревоги* $P_{лт}$. Для этой цели проинтегрируем условную плотность (4.11) от уровня порога y_n (см. рис.4,6) до бесконечности:

$$P_{лт} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{y_{вых}}^2}} \int_{y_n}^{\infty} \exp \left[-\frac{y_{вых}^2}{2 \left(\frac{N_o E_o}{2} \right)} \right] dy_{вых}. \quad (4.16)$$

Приведем это выражение к виду известной функции – *интегралу вероятности* $\Phi(x)$:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (4.17)$$

Эта функция $\Phi(x)$ табулирована и имеются обширные таблицы значений этой функции в справочниках.

Для приведения формулы (4.16) к виду интеграла вероятности $\Phi(x)$ произведем замену переменных в (4.16) по формуле

$$z = \frac{y_{\text{вых}}}{\sqrt{N_o E_o / 2}}. \quad (4.18)$$

Подставим (4.18) в формулу (4.16) для $P_{\text{лт}}$ и получим

$$P_{\text{лт}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_n}^{\infty} \exp\left[-\frac{z^2}{2}\right] dz, \quad (4.19)$$

где $Z_{\text{п}}$ – новая пороговая величина, равная (см. (4.18)):

$$Z_{\text{п}} = \frac{y_{\text{п}}}{\sqrt{N_o E_o / 2}}. \quad (4.20)$$

Сравнивая (4.19) и интеграл вероятности (4.17), находим, что

$$P_{\text{лт}} = 1 - \Phi\left(\frac{y_{\text{п}}}{\sqrt{N_o E_o / 2}}\right). \quad (4.21)$$

При получении формулы (4.21) учтено, что

$$\Phi(\infty) = 1 = \int_{-\infty}^x e^{-z^2/2} dx + \int_x^{\infty} e^{-z^2/2} dz. \quad (4.22)$$

Вероятность правильного обнаружения $P_{\text{по}}$ вычисляется аналогичным образом:

$$P_{\text{по}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi(N_o E_o / 2)}} \int_{y_n}^{\infty} \exp\left[-\frac{(y_{\text{вых}} - aE_o)^2}{2(N_o E_o / 2)}\right] dy_{\text{вых}}. \quad (4.23)$$

Произведем замену переменных в (4.23) по правилу:

$$Z = \frac{y_{\text{вых}} - aE_o}{\sqrt{N_o E_o / 2}}. \quad (4.24)$$

Получаем в результате, что

$$P_{\text{по}} = 1 - \Phi \left(\frac{y_{\text{Вых}} - aE_o}{\sqrt{N_o E_o / 2}} \right). \quad (4.25)$$

Если учесть, что

$$aE_o / \sqrt{N_o E_o / 2} = \sqrt{\frac{2E}{N_o}} = \sqrt{R}, \quad (4.26)$$

то получаем формулу для вероятности правильного обнаружения в виде

$$P_{\text{по}} = 1 - \Phi \left(\frac{y_{\text{п}}}{\sqrt{N_o E_o / 2}} - \sqrt{\frac{2E}{N_o}} \right) = 1 - \Phi \left(\frac{y_{\text{п}}}{\sqrt{N_o E_o / 2}} - \sqrt{R} \right). \quad (4.27)$$

Из анализа формул (4.21) и (4.27) следуют важные выводы. Во-первых, для обнаружения целей с заданной вероятностью необходимо на входе РЛ системы иметь достаточную энергию принимаемого сигнала E , а точнее, необходимо иметь требуемое отношение энергии сигнала и спектральной плотности $R \geq R_o = 2E / N_o$. Следует обратить внимание, что вероятность $P_{\text{по}}$ не зависит ни от формы сигнала, ни от ширины и формы спектральной характеристики применяемого сигнала, ни от вида модуляции, ни от длины волны излучения и т.п. Единственным параметром сигнала, от которого зависит вероятность правильного обнаружения $P_{\text{по}}$, является энергия сигнала E (точнее, величина $R = 2E / N_o$).

Во-вторых, вероятность ложной тревоги зависит от спектральной плотности шумов на входе системы и, конечно, от величины порога $y_{\text{п}}$. При заданном значении $P_{\text{лт}}$, которое выбирается, исходя из тактических требований и условий работы РЛС, можно однозначно определить необходимую величину порога $y_{\text{п}}$.

Следует отметить, что идеальная система обработки когерентных сигналов является наиболее эффективной с точки зрения обнаружения и использования энергии сигнала на входе РЛ системы. Как

уже отмечалось, к когерентным сигналам относятся все сигналы, в которых точно известна фазовая структура высокочастотного наклона сигнала. В частности, если применяется когерентная пачка импульсов, то энергия сигнала E равна сумме энергий всех импульсов в пачке $E = N_{\text{и}} E_1$, где $N_{\text{и}}$ – количество импульсов, а E_1 – энергия в одном импульсе. В идеальной системе требуемая энергия сигнала для обнаружения цели минимальна по сравнению с другими неидеальными системами.

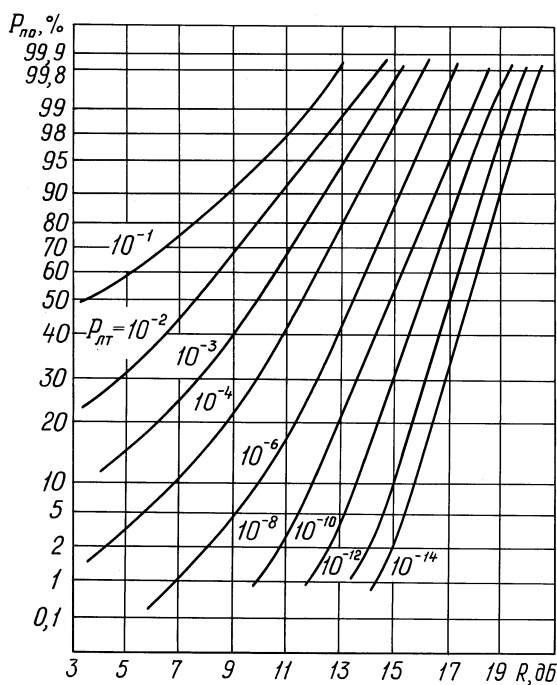


Рис. 4.7.

Характеристики обнаружения вычисляются и графически строятся на основании полученных формул (4.21) для $P_{\text{лт}}$ и (4.27) для вычисления $P_{\text{по}}$. На рис. 4.7 приведены, рассчитанные по указанным формулам, характеристики обнаружения для идеального случая работы устройства обнаружения целей. Представлена зависимость вероятности правильного обнаружения $P_{\text{по}}$ (в процентах)

как функция параметра R (отношения энергии сигнала к спектральной плотности шумов $R = 2E/N_o$) в децибелах при заданных значениях вероятностей ложной тревоги $P_{лт}$.

Величина R в децибелах, как обычно, может быть определена по формуле:

$$R_{[дБ]} = 10 \lg R. \quad (4.28)$$

Значения параметра R количественно также равна отношению максимальной пиковой мощности выходного сигнала согласованного фильтра на входе порогового устройства к средней мощности шумов на выходе согласованного фильтра $Q_{сш.вых}$ (как было показано в гл. 3):

$$Q_{сш.вых} = \left(\frac{P_{с.мах}}{P_{ш}} \right)_{вых} = R. \quad (4.29)$$

Если оценить среднюю мощность сигнала $P_{с.ф}$ на выходе согласованного фильтра за период колебаний высокой частоты, то, как известно (см. рис. 4.8):

$$P_{с.ф} = P_{с.мах} / 2. \quad (4.30)$$

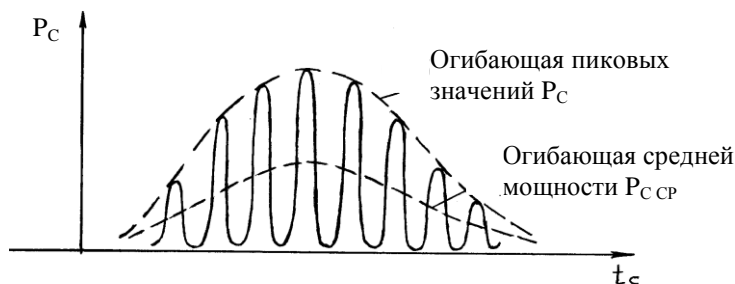


Рис. 4.8.

В этом случае на входе порогового устройства отношение сигнала к шуму равно:

$$Q_{\text{сш.ср}} = \frac{P_{\text{с.ср}}}{P_{\text{ш}}} = \frac{P_{\text{с.мах}}}{2P_{\text{ш}}} = \frac{Q_{\text{сш.вых}}}{2} = \frac{R}{2} = \frac{E}{N_o}. \quad (4.31)$$

В литературе, где приводятся характеристики обнаружения, иногда в качестве переменной величины отношения сигнал-шум указываются значения $Q_{\text{сш.ср}}$, а не R . В децибелах это отличие соответствует 3дБ. При расчетах на это следует обращать внимание.

4.3. ОБНАРУЖЕНИЕ ЦЕЛЕЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ ОТ ИДЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ РАБОТЫ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

1. Возможная структурная схема реальной РЛ системы обнаружения целей при приеме когерентных сигналов.

Учет потерь при обнаружении

Работа реальных радиолокационных систем во многом отличается от тех идеальных условий, при которых обнаружение целей выполняется при наименьшей энергии приходящего от цели сигнала (наименьшей величины $R = 2E / N_o$) для обеспечения обнаружения цели с заданной вероятностью. При обнаружении целей в реальных РЛ системах, в общем случае, требуется бо́льшая энергия сигнала и, следовательно, необходимо иметь бо́льшее отношение сигнал-шум R на входе системы при одинаковых требуемых вероятностях $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$.

При практическом применении выводов теории обнаружения целей в радиолокации основной задачей является определение требуемой для обнаружения цели энергии отраженного от цели сигнала. Решить указанную задачу возможно двумя подходами.

Во-первых, составить полную модель прохождения сигнала и шумов в той или иной радиолокационной системе и найти распределения плотностей вероятностей выходных сигналов для различных гипотез перед пороговым устройством. Построив далее реальные характеристики обнаружения, можно определить и реальную вели-

чину отношения R для обеспечения необходимых вероятностей $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$. Однако указанный путь имеет тот существенный недостаток, что реальных вариантов моделей РЛ систем может быть очень много и решать каждый раз указанную задачу становится весьма сложным и громоздким. Кроме того, в ряде случаев трудно формализовать некоторые узлы моделей РЛС для строгого решения задачи обнаружения.

Второй путь решения заключается в том, что задача разбивается на ряд этапов. Находится, в первую очередь, степень уменьшения отношения энергии сигнала и шума при прохождении через какой-либо характерный блок или узел структуры реальной РЛ системы, или установить, во сколько раз увеличивается на входе РЛ системы требуемая энергия сигнала, отраженного от цели, при учете различных отклонений от идеальных условий работы в рассматриваемой структуре или узле.

Как уже было отмечено, для учета указанных отклонений вводится *коэффициент потерь* в системе $\alpha_{\text{п}}$. *Коэффициент потерь* $\alpha_{\text{п}}$ показывает, во сколько раз отношение энергии сигнала и шума R в реальных условиях работы РЛ системы при обнаружении цели должно быть больше параметра обнаружения R_o в идеальной системе для обеспечения требуемой вероятности правильного обнаружения $P_{\text{по}}$ при установленном значении вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$.

Результирующий коэффициент потерь $\alpha_{\text{п}}$ может быть представлен в виде произведения частных коэффициентов потерь $\alpha_{\text{п}i}$, характеризующих потери при прохождении отдельных типовых узлов, или при учете каких-либо характерных условий работы реальной РЛ системы

$$\alpha_{\text{п}} = \prod_{i=1}^M \alpha_{\text{п}i}, \quad (4.32)$$

где M – количество учитываемых факторов. Формула (4.32) по своей структуре аналогична формуле нахождения результирующего коэффициента усиления последовательной цепочки четырехполосников, имеющих частные коэффициенты усиления.

В качестве примера рассмотрим структуру радиолокационной системы (рис. 4.9), отличающейся от идеальной (см. рис.4.5) рядом особенностей, которые приводят к появлению потерь при обнаружении целей.

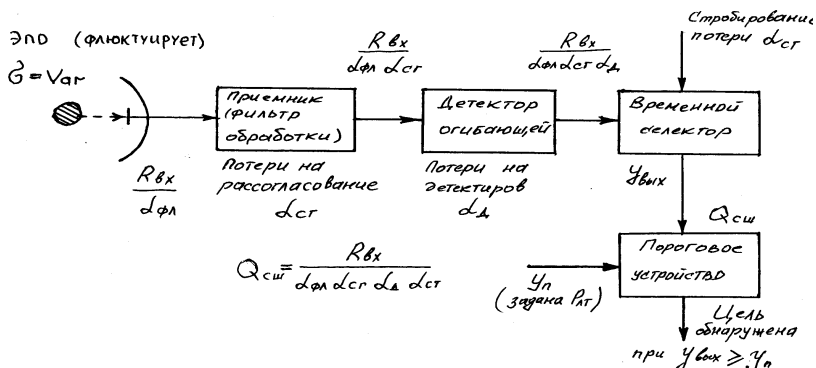


Рис. 4.9.

В идеальном случае ЭПО цели – величина постоянная, а в реальных условиях цели имеют ЭПО, меняющиеся случайным образом (см. гл. 2). Это приводит к тому, что возникают *потери на флуктуации* ЭПО, $\alpha_{фл}$. Входное отношение сигнал-шум $R_{вх}$ уменьшается в $\alpha_{фл}$ раз.

Принимаемый сигнал поступает на устройство обработки (на приемник и «согласованный» фильтр). Однако структура устройства обработки («согласованный» фильтр) в общем случае может быть не полностью согласован с сигналом по тому или иному параметру. В результате на выходе этого устройства отношение сигнал-шум уменьшается по сравнению со входом. Это обстоятельство учитывается введением *коэффициента потерь на согласование* $\alpha_{сг}$.

С выхода устройства обработки сигнал является высокочастотным. Максимумы этого сигнала весьма многочисленны и положение этих максимумов случайно в пределах периода высокой частоты из-за случайности фазы во входном сигнале или из-за неточного знания расстояния до цели. В результате обычно применяется устройство выделения огибающей (тот или иной вид детектора оги-

бающей), которое устраняет зависимость сигнала на выходе устройства обработки от случайной фазы. Но детектор огибающей приводит к потере определенной части сигнала и это должно быть учтено введением *коэффициента потерь на детектирование* α_d .

В тех случаях, когда применяется временный селектор, пропускающий сигнал в момент максимума сигнала с выхода устройства обработки (или с выхода детектора огибающей) следует учитывать длительность временного строба. Положение максимума $u_{\text{вых}}$ неизвестно точно и момент превышения сигналом $u_{\text{вых}}$ порога обнаружения может находиться в пределах некоторого диапазона задержки сигнала во времени (обычно в пределах интервала разрешения во времени). Временной селектор должен быть открыт на этот интервал времени. Из-за возможного прохождения дополнительных шумов возникают потери, учитываемые *коэффициентом потерь на стробирование* $\alpha_{\text{ст}}$.

В результате, при обнаружении цели в описанной неидеальной системе (см. рис. 4.9), при прочих равных условиях, отношение сигнал-шум на входе порогового устройства $Q_{\text{сш}}$ оказывается значительно меньше требуемой величины R_o в идеальной системе. Но в этом случае и вероятность обнаружения $P_{\text{по}}$ окажется меньше заданной (требуемой), так как

$$Q_{\text{сш}} = \frac{R_{\text{вх}}}{\alpha_{\text{фл}} \alpha_{\text{ср}} \alpha_d \alpha_{\text{ст}}}. \quad (4.33)$$

Для получения заданного значения вероятности обнаружения цели $P_{\text{по}}$ необходимо, чтобы величина $Q_{\text{сш}}$ была не меньше R_o , а это требует увеличения энергии сигнала, отраженного от цели, и соответственно увеличения входного отношения сигнал-шум $R_{\text{вх}}$. Величина $R_{\text{вх}}$ должна быть больше или равна произведению R_o на результирующий коэффициент потерь $\alpha_{\text{п}} = \alpha_{\text{фл}} \alpha_{\text{ср}} \alpha_d \alpha_{\text{ст}}$:

$$R_{\text{вх}} \geq R_o \alpha_{\text{фл}} \alpha_{\text{ср}} \alpha_d \alpha_{\text{ст}}. \quad (4.34)$$

Если подставить $R_{\text{вх}}$ в формулу (4.33), то получим

$$Q_{\text{сш}} \geq R_o,$$

что и требуется для обнаружения с заданным значением $P_{\text{по}}$. Величину $R_{\text{вх}}$ в этом случае назовем *параметром обнаружения в неидеальной РЛ системе* $R_{\text{ор}}$. Увеличение энергии сигнала на входе РЛ системы может быть осуществлено различными способами, например, путем увеличения мощности излучения или путем увеличения времени облучения цели. Обычно увеличение энергии достигается просто уменьшением расстояния до цели (см. гл. 5).

Конечно, при рассмотрении условий обнаружения в реальных РЛ системах могут возникать потери и по другим причинам или факторам (например, потери, связанные с индикацией или работой оператора РЛС и т.п.). Учет этих потерь возможен при рассмотрении конкретных типов РЛ системы.

Ниже рассмотрены наиболее характерные отклонения от идеальных условий обнаружения целей и определены соответствующие коэффициенты потерь. Другие виды потерь, относящихся к работе конкретных РЛ систем, рассмотрены в последующих главах.

2. Обнаружение целей при неизвестной начальной фазе сигнала. Детектирование и выделение огибающей

В радиолокации применяются относительно узкополосные сигналы. Обнаружение целей при использовании таких сигналов имеет ряд особенностей. В отличие от полностью известного сигнала, когда известен момент появления максимума выходного сигнала $y_{\text{вых}}(t_c)$, в реальных случаях появляется неопределенность, связанная с тем, что в выходном сигнале имеется большое количество максимумов, практически не отличающихся по амплитуде. Эта неопределенность обусловлена тем, что начальная фаза отраженного сигнала неизвестна и определить точно момент появления максимума нельзя.

Покажем это. Подставим в формулу (4.12) для выходного сигнала $y_{\text{вых}}(t_c)$ развернутые представления сигналов в комплексном

виде (см. формулы (3.41) и (3.44)). Сигнальную часть выходного сигнала $y_{\text{ВЫХ}}$ представим как

$$y_{\text{ВЫХ.С}}(t_c) = a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d) e^{j(2\pi f_o(t - t_d) + \varphi_o)} \times \\ \times S^*(t - t_c) e^{-j2\pi(f_o(t - t_c))} dt, \quad (4.35)$$

где в отличие от формулы (3.41) в отраженный сигнал введен дополнительный параметр – начальная фаза φ_o . Кроме того, для упрощения записи считаем, что доплеровская частота включена в несущую f_o . Преобразуем (4.35) в виде

$$y_{\text{ВЫХ.С}}(t_c) = \left\{ a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d) S^*(t - t_c) dt \right\} e^{j[2\pi f_o t_c - 2\pi f_o t_d + \varphi_o]}. \quad (4.36)$$

Или в действительном виде

$$y_{\text{ВЫХ.С}}(t_c) = \left| a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d) S^*(t - t_c) dt \right| \times \\ \times \cos(2\pi f_o t_c - 2\pi f_o t_d + \varphi'_o), \quad (4.37)$$

где в начальную фазу φ'_o включена и фаза комплексной амплитуды (огibaющей) в записи (4.36).

Обратим внимание, что при приближении переменной t_c к t_d высокочастотный коэффициент в (4.37), равный

$$\cos(2\pi f_o t_c - 2\pi f_o t_d + \varphi'_o), \quad (4.38)$$

быстро изменяется в пределах ± 1 . В зависимости от фазы φ'_o форма выходного сигнала $y_{\text{ВЫХ.С}}$ отличается положением максимума (рис. 4.10). Обнаружение цели в этом случае не отличается от случая полностью известного сигнала в идеальной системе. Следует только несколько расширить размер временного строка в пределах периода

высокой частоты $1/f_o = t_{вч}$ (на рис. 4.10 показаны только положительные полуволны сигнала (4.38)).

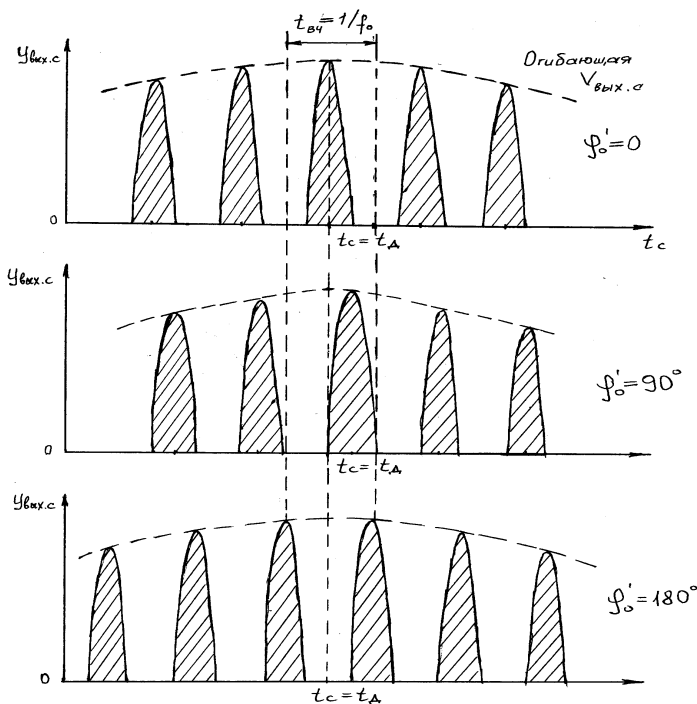


Рис. 4.10.

В выражении (4.37) величина $|y_{вых.с}|$ равна

$$y_{вых.с}(t_c) = \left| a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d) S^*(t - t_c) dt \right|. \quad (4.39)$$

Она представляет собой огибающую, которая в максимуме соответствует положению цели по дальности (достаточно грубо), а сомножитель (4.38) позволяет уточнить положение цели в десятки и сотни тысяч раз более точно. Однако такая точность практически не может быть достигнута и, кроме того, наблюдается большая неодно-

значность из-за большого количества выходных максимумов в пределах огибающей (4.39). Конечно, измерять расстояние до цели с точностью до 0,1мм при наличии неоднозначности никто не будет. Следовательно, даже в идеальной РЛ системе следует «уничтожить» эту лишнюю информацию, связанную с фазой в (4.38), практически не ухудшая возможность измерения расстояния до цели.

Итак, выходные высокочастотные сигналы для обнаружения целей в радиолокации не используются. Кроме указанной причины – неоднозначности – имеются и другие причины. Это, например, трудность индикации и съема информации, а также невозможность выполнять накопление некогерентных сигналов (см. п. 4.4.) при многократных наблюдениях, когда фазы отдельных частей сигналов не связаны между собой.

По указанным причинам в радиолокации после согласованной фильтрации обычно выполняется детектирование сигналов. В результате устраняется многозначность выходных сигналов $y_{\text{вых}}$ и, следовательно, устраняется зависимость от случайной фазы φ'_o .

С позиции теории статистических решений *операция детектирования* эквивалента известному в теоретической статистике способу устранения влияния неизвестных параметров на выходные статистики при решении задач обнаружения сигналов или целей. Суть этого способа заключается в статистическом усреднении выходной статистики (выходного сигнала) по неизвестному параметру (в рассматриваемом случае это случайная фаза φ'_o).

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Представим в комплексном виде полный выходной сигнал, включающий в себя сигнальную часть (4.36) и шумовую, в виде

$$y_{\text{вых.с}} = \left\{ a \int_{-\infty}^{\infty} S(t - t_d) S^*(t - t_c) dt e^{-j2\pi f_o t_d - j\varphi_o} + \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S^*(t - t_c) dt \right\} e^{j\varphi'_o + j2\pi f_o t}. \quad (4.40)$$

Полный сигнал $y_{\text{вых}}$ имеет вид

$$y_{\text{вых}} = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) S^*(t - t_c) dt = \left| \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) S^*(t - t_c) dt \right| e^{j\varphi_o' + j2\pi f_o t}, \quad (4.41)$$

где фаза φ_o' – фаза комплексной амплитуды выходного сигнала

$$Y_{\text{вых}} = |Y_{\text{вых}}(t_c)| e^{j\varphi_o'}. \quad (4.42)$$

При детектировании выходной сигнал полностью «освобождается» от высокочастотных коэффициентов и случайных фаз в выражениях (4.40) и (4.41). Выходом детектора является достаточная функция приема в виде

$$y_{\text{дет}} = |y_{\text{вых}}| = |Y_{\text{вых}}(t_c)| = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) S^*(t - t_c) dt. \quad (4.43)$$

Эта величина и принимается за *достаточную статистику* при анализе задачи обнаружения целей при детектировании.

Найдем характеристики обнаружения при детектировании. Используем уже примененную ранее методику вычисления вероятностей правильного обнаружения $P_{\text{по}}$ и ложной тревоги $P_{\text{лт}}$. В первую очередь необходимо найти плотности распределения вероятностей выходного сигнала $y_{\text{дет}}$ для рассматриваемых гипотез. Выходной сигнал до детектора является гауссовским, как это было показано в п. 4.2, и это позволяет рассматривать распределение вероятностей $y_{\text{вых}}$ на входе детектора как гауссовское. Известно, что после детектирования шумовой составляющей $y_{\text{вых,ш}}$ условная плотность распределения вероятностей $p(y_{\text{дет}} / S = 0)$ имеет вид распределения Релея. Таким образом, условная плотность распределения вероятностей выходного сигнала после детектора (при отсутствии цели) равна

$$p(y_{\text{дет}} / S = 0) = \frac{y_{\text{дет}}}{\sigma_{y_{\text{вых}}}^2} \exp \left[-\frac{y_{\text{дет}}^2}{2\sigma_{y_{\text{вых}}}^2} \right], \quad (4.44)$$

где $\sigma_{y_{\text{вых}}}^2$ – дисперсия шума на выходе согласованного фильтра. Эта

величина получена ранее (см. формулы (3.39) или (4.10))

$$\sigma_{y_{\text{вых}}}^2 = \frac{N_o E_o}{2}. \quad (4.45)$$

Итак, запишем

$$p(y_{\text{дет}} / S = 0) = \frac{y_{\text{дет}}}{(N_o E_o / 2)} \exp \left[-\frac{y_{\text{дет}}^2}{2(N_o E_o / 2)} \right]. \quad (4.46)$$

На рис. 4.11 показано распределение Релея или Райса (при $S=0$).

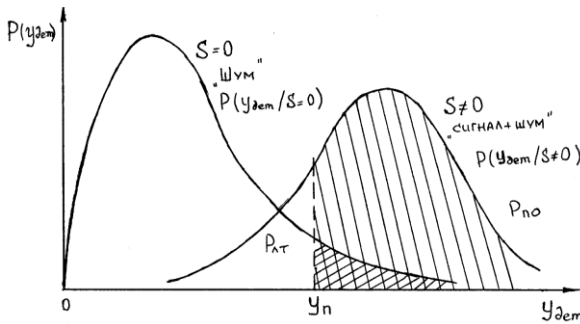


Рис. 4.11.

Найдем вероятность ложной тревоги $P_{\text{лт}}$.

$$P_{\text{лт}} = \int_{y_{\text{п}}}^{\infty} \frac{y_{\text{дет}}}{(N_o E_o / 2)} \exp \left[-\frac{y_{\text{дет}}^2}{2(N_o E_o / 2)} \right] dy_{\text{дет}}. \quad (4.47)$$

Выполняя интегрирование в (4.47), получаем

$$P_{\text{лт}} = \exp \left[-\frac{y_{\text{п}}^2}{2(N_o E_o / 2)} \right]. \quad (4.48)$$

Видно, что, используя формулу (4.48), можно оценить величину порога $y_{\text{п}}$ при заданном значении вероятности ложной тревоги

$P_{\text{лт}} :$

$$y_{\text{п}} = \sqrt{2 \left(\frac{N_o E_o}{2} \right) \ln \frac{1}{P_{\text{лт}}}}. \quad (4.49)$$

Определим *вероятность правильного обнаружения* $P_{\text{по}}$ для данного случая, когда на входе имеются сигнал, отраженный от цели, и шум. Амплитуда сигнальной части на входе согласованного фильтра равна величине aE_o (см. (4.36) и (4.13)) при $t_c = t_d$. Как известно, при совместном воздействии сигнала с амплитудой aE_o и шума с дисперсией $\sigma_{y_{\text{вых}}}^2 = N_o E_o / 2$, результирующая амплитуда, а это в данном случае выходной сигнал детектора $y_{\text{дет}}$, имеет условное распределение вероятностей по закону Райса (обобщенный закон распределения Релея):

$$p(y_{\text{дет}} / S = 0) = \frac{y_{\text{дет}}}{(N_o E_o / 2)} \times \times \exp \left[-\frac{y_{\text{дет}}^2 + a^2 E_o^2}{2(N_o E_o / 2)} \right] I_o \left(\frac{y_{\text{дет}} \cdot a E_o}{(N_o E_o / 2)} \right), \quad (4.50)$$

где $I_o(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода, нулевого порядка. Это распределение (4.50) показано на рис. 4.11 (при величине $aE_o / \sqrt{N_o E_o / 2}$ больше четырех). Обратим внимание, что отношение $aE_o / \sqrt{N_o E_o / 2}$ приводится к отношению энергии сигнала E на входе РЛ системы к спектральной плотности шума N_o :

$$\frac{aE_o}{\sqrt{N_o E_o / 2}} = \sqrt{\frac{2a^2 E_o}{N_o E_o}} = \sqrt{\frac{2a^2 E_o}{N_o}} = \sqrt{\frac{2E}{N_o}} = \sqrt{R}. \quad (4.51)$$

Определим $P_{\text{по}}$ по известному правилу:

$$P_{\text{по}} = \int_{y_{\text{п}}}^{\infty} \frac{y_{\text{дет}}}{(N_o E_o / 2)} \exp \left[-\frac{y_{\text{дет}}^2}{2(N_o E_o / 2)} + \frac{1}{2} R \right] \times \quad (4.52)$$

$$\times I_o(y_{\text{дет}} \sqrt{R}) dy_{\text{дет}}.$$

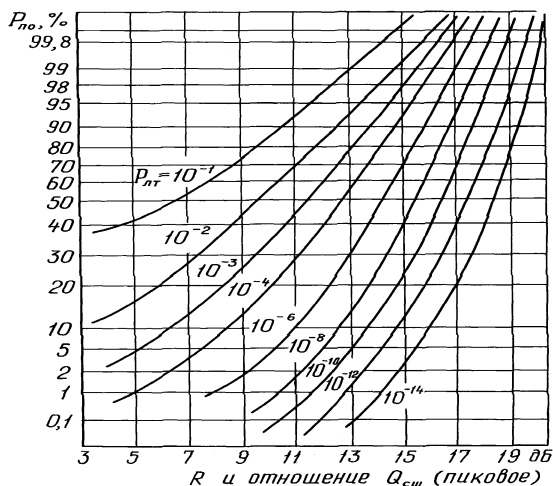


Рис. 4.12.

Эта вероятность $P_{\text{по}}$ соответствует площади (на рис. 4.11) под кривой $p(y_{\text{дет}}/S = 0)$ правее порогового уровня $y_{\text{п}}$. К сожалению, интеграл (4.52) может быть выражен только через табулированные функции (неполные функции Торонто). На рис. 4.12 представлены характеристики обнаружения для случая детектирования выходного сигнала согласованного фильтра, устраняющего влияние случайной начальной фазы на вероятность правильного обнаружения целей. Анализ характеристик обнаружения при детектировании (рис. 4.12) показывает, что при $P_{\text{по}} = 50\%$ и $P_{\text{лт}} \approx 10^{-6}$ требуемое увеличение R составляет величину порядка 0,8 дБ. При меньших значениях $P_{\text{лт}}$ различие в R уменьшается. Кроме того, при больших значениях $P_{\text{лт}}$

порядка 10^{-2} потери (α_d) достигают 1,8дБ при $P_{по} = 50\%$. Общая тенденция: при увеличении R потери при детектировании уменьшаются и характеристики обнаружения при детектировании приближаются к идеальному случаю (рис.4.7).

Потери на детектирование α_d аналитически определить трудно. Было предложено простое эмпирическое соотношение для определения потерь на детектировании

$$\alpha_d = \frac{Q_{сш.п} + 4,6}{Q_{сш.п}}, \quad (4.53)$$

где $Q_{сш.п}$ — отношение пиковой мощности высокочастотного сигнала к средней мощности шума на входе детектора огибающей.

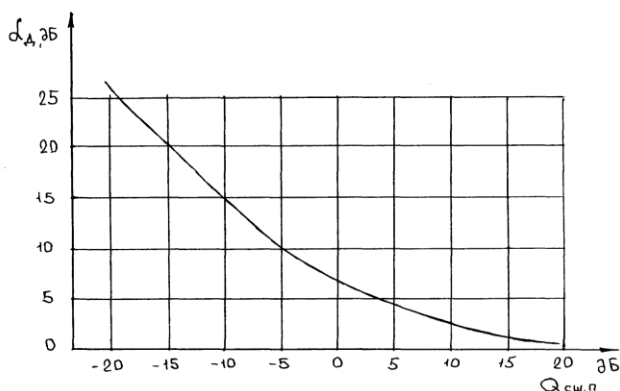


Рис. 4.13.

Все величины в (4.53) даны в абсолютных единицах. Вычисления по формуле (4.53) хорошо согласуются с графиками характеристик обнаружения (см. рис. 4.12). На рис. 4.13 представлена зависимость (4.53) графически. По оси абсцисс отложена величина $Q_{сш.п}$ в децибелах. При согласованной фильтрации (до поступления сигнала $U_{ВЫХ}$ на детектор огибающей) величины $Q_{сш.п}$ количественно равны $R = 2E / N_o$.

При больших отношениях $R = 2E / N_o$ справедлива простая аппроксимация соотношения (4.50). Действительно, при $R \gg 1$ плотность распределения вероятностей (4.50) в точке, где $y_{\text{дет}}$ равно aE_o , имеется острый максимум. В этом случае аргумент модифицированной функции Бесселя $I(x)$, равный $(y_{\text{дет}} \cdot aE_o / (N_o E_o / 2))$, можно заменить на $a^2 E_o^2$

$$y_{\text{дет}} \cdot aE_o \approx a^2 E_o^2.$$

Этот аргумент окажется большим и функцию Бесселя $I_o(x)$ можно представить в виде

$$I_o(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp(x) \quad \text{при} \quad x \gg 1. \quad (4.54)$$

При подстановки данной аппроксимации в выражении (4.50) получаем

$$p(y_{\text{дет}} / S \neq 0) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi(N_o E_o / 2)}} \exp \left[-\frac{(y_{\text{дет}} - aE_o)^2}{2(N_o E_o / 2)} \right]. \quad (4.55)$$

Видно, что эта формула (4.55) для $p(y_{\text{дет}} / S \neq 0)$ полностью соответствует (4.15), выведенной для идеального случая. Следовательно, и вероятность правильного обнаружения $P_{\text{по}}$ также можно определить по формуле (4.27). Этот факт подтверждает положение, что при большом значении R или $Q_{\text{сш.п}}$ на входе детектора потери обнаружения α_d при детектировании незначительны.

Целесообразно дать некоторые физические пояснения причин появления потерь при детектировании. Часто связывает такие потери с нелинейностью детекторной характеристики. Однако в действительности потери обусловлены тем, что в выделяемой огибающей $y_{\text{дет}}$ полезный сигнал представлен в общем случае не в полной мере.

Рассмотрим два случая выделения огибающей. *Первый случай* большого соотношения амплитуды сигнала и случайной реализации

шума. На рис.4.14 показана векторная сумма сигнала U_c и шума $U_{ш}$ при $U_c \gg U_{ш}$. Так как фазовые соотношения сигнала и шума случайны и распределены в пределах $\pm\pi$, то детектором выделяется результирующий сигнал U_p ($y_{\text{дет}} = |U_p|$). Видно, что при любой реализации шума амплитуда сигнала в $|U_p|$ сохраняется в среднем полностью. Соответствующие плотности распределения вероятностей описываются формулой (4.55) и даны на рис. 4.15,а. Если показать, как изменяется $P_{\text{по}}$ в зависимости от фазы $\varphi_{ш}$ в процессе наблюдения шума относительно сигнала, то видно (см. рис. 4.15,б), что в среднем $P_{\text{по}}$ соответствует случаю полностью известного сигнала. Потери на детектирование в этом случае минимальны или вообще отсутствуют.

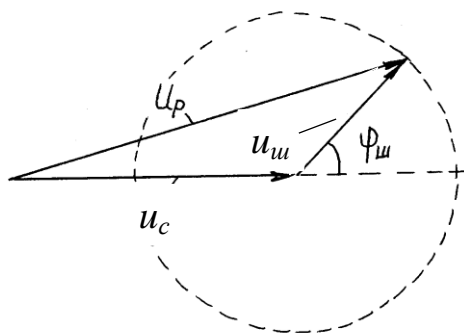


Рис. 4.14.

Второй случай, когда $U_c \ll U_{ш}$, иллюстрируется на рис. 4.16. Целесообразно показать в этом случае, что сигнал U_c относительно реализации шума $U_{ш}$ изменяется со случайной фазой $\varphi_{ш}$. Из рис. 4.16 очевидно, что в результирующем сигнале U_p , который и выделяется детектором, полезный сигнал U_c в значительной части реализаций $\varphi_{ш}$ полностью "пропадает" в шуме и не может внести вклад

152

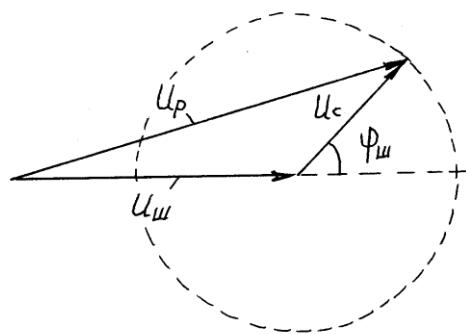
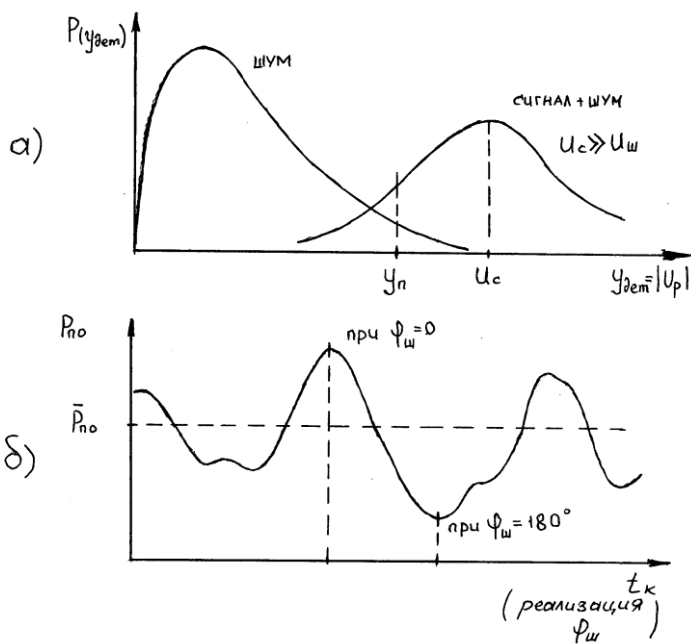


Рис. 4.16.

в вероятность правильного обнаружения. Только при одном значении $\varphi_{ш} = 0$ сигнал полностью присутствует в U_p . Соответствующие значения вероятности $P_{по}$ при различных реализациях $\varphi_{ш}$ показаны на рис. 4.17,б. Видно, что в среднем $P_{по,ср}$ значительно меньше, чем в случае, когда $\varphi_{ш} = 0$. Следовательно, при детектировании в этом случае наблюдаются значительные потери. Коэффициент потери на детектирование α_d становится большим.

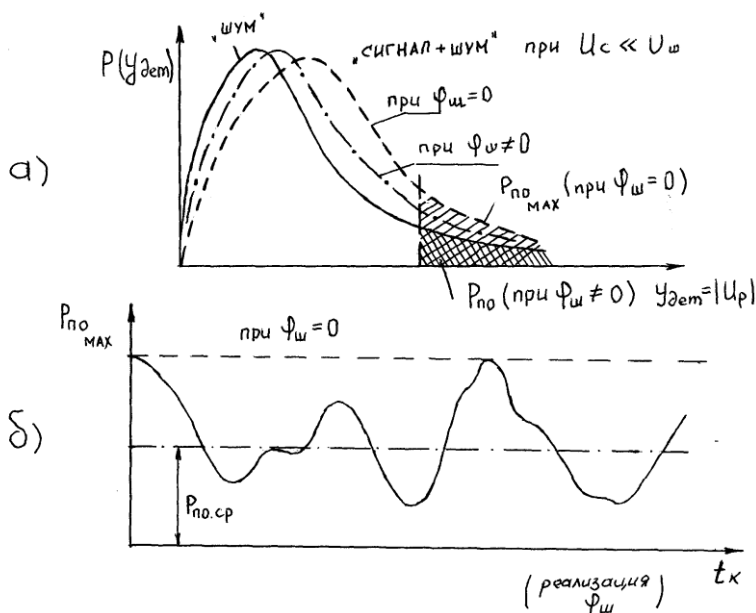


Рис. 4.17.

3. Обнаружение целей при наличии флуктуаций эффективной площади отражения.

Рассмотренные ранее случаи обнаружения целей соответствовали варианту, когда цель имеет постоянную величину ЭПО. Однако, как это показано в гл. 2, отраженный от цели сигнал флуктуирует

ет, изменяется ЭПО в процессе наблюдения. Например, цель, имеющая в своем составе достаточно большое количество примерно одинаковых отражателей, характеризуется релеевским законом распределения амплитуд. Это справедливо для многих типов самолетов и других объектов.

Наиболее простые случаи наблюдения целей при флуктуациях соответствуют случаю, когда за время наблюдения амплитуда отраженного сигнала не изменяется, но является случайной. Это, так называемый, случай медленных флуктуаций ЭПО.

Рассмотренные ранее соотношения для $P_{\text{по}}$ относятся и к данному случаю, но являются "условными" по отношению к постоянной величине a (амплитуда отраженного сигнала). Вероятность правильного обнаружения при флуктуациях находится путем статистического усреднения условной вероятности правильного обнаружения $P_{\text{по}}(a)$ при данном значении a по всем возможным значениям амплитуды, определяемых плотностью распределения вероятностей амплитуд $p(a)$:

$$P_{\text{по.фл}} = \int_0^{\infty} P_{\text{по}}(a) p(a) da. \quad (4.56)$$

Плотность распределения вероятностей амплитуд сигнала Релеевского типа запишем в виде

$$p(a) = \frac{a}{a_o^2} \exp \left[-\frac{a^2}{2a_o^2} \right], \quad (4.57)$$

где a_o – это значение амплитуды в максимуме плотности распределения вероятностей, или наиболее вероятное значение величины a . Подставив (4.57) в формулу (4.56), получаем

$$P_{\text{по.фл}} = \int_0^{\infty} P_{\text{по}}(a) \frac{a}{a_o^2} \exp \left[-\frac{a^2}{2a_o^2} \right] da. \quad (4.58)$$

Дальнейшие преобразования (4.58) связаны с достаточно громоздкими математическими выкладками. На рис. 4.18 приведены характеристики обнаружения для случая релеевского распределения

вероятностей амплитуды a и случайной начальной фазы сигнала.

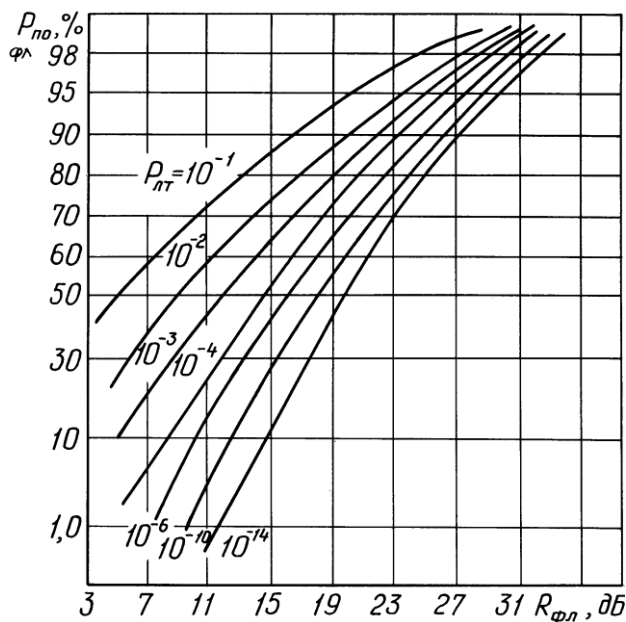


Рис. 4.18.

Соответствующий коэффициент потерь $\alpha_{\phi l}$ можно найти, если сравнить графики рис. 4.18 и рис. 4.12. Результирующие графики коэффициента потерь для двух типов флуктуирующих целей приведены на рис. 4.19. К первому типу целей (1-й тип) относится цель, в состав которой входит одна доминирующая «блестящая точка» (отражатель) и группа отражателей с малыми амплитудами. Из рис. 4.19 видно, что потери при флуктуации для цели 2-го меньше, чем для 1-го. Объясняется это тем, что плотность распределения вероятностей для цели 2-го типа имеет вид райсовского закона распределения

$$p(a) = \frac{9a}{2a_o^2} \exp\left[-\frac{3a^2}{2a_o^2}\right], \quad a \geq 0, \quad (4.59)$$

где a_o – амплитуда, соответствующая максимуму распределения амплитуд $p(a)$.

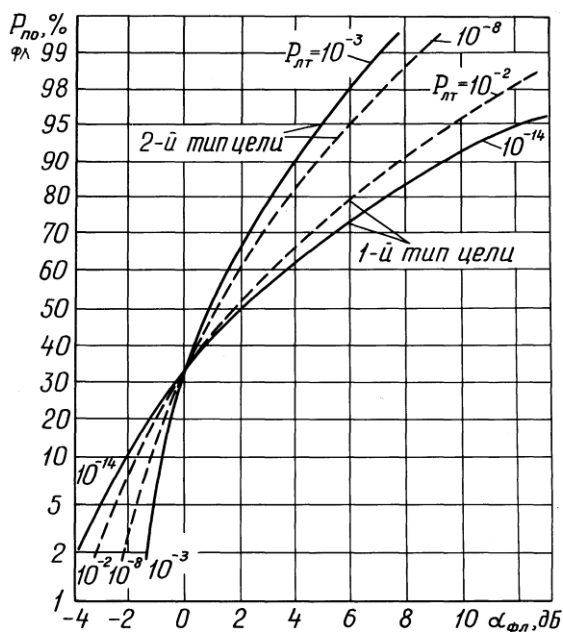


Рис. 4.19.

Следовательно, вероятность относительно малых значений α значительно меньше, чем для релейевского распределения амплитуд. Отметим, что в области малых вероятностей ($P_{по} < 0,3$) возможен даже некоторый «выигрыш» ($\alpha_{фл} < 1$). Однако этот выигрыш не имеет какого-либо практического значения. Обратим внимание и на то, что для различных $P_{лт}$ кривые потерь $\alpha_{фл}$ мало отличаются друг от друга. По этой причине, в большинстве случаев, в радиолокации можно использовать кривые при $P_{лт} = 10^{-8}$ для оценки коэффициента потерь при флуктуациях $\alpha_{фл}$ во всех случаях.

В ряде работ по теории обнаружения целей в радиолокации получено простое соотношение, связывающее вероятности правильного обнаружения $P_{по}$ и ложной тревоги $P_{лт}$ с отношением

$\bar{R} = 2E / N_o$ (в среднем) для цели первого типа (Релеевское распределение) при неизвестной начальной фазе:

$$P_{\text{по}} = [P_{\text{лт}}]^{1/(1+RN_o/2)} \quad (4.60)$$

или

$$P_{\text{лт}} = (P_{\text{по}})^{(1+RN_o/2)}. \quad (4.60a)$$

В формулах (4.60) и (4.60a) величина \bar{R} соответствует отношению энергии сигнала и шума при амплитуде a_o (наиболее вероятностное значение амплитуды сигнала цели (или ЭПО цели):

$$\bar{R} = \frac{a_o^2 E_o}{N_o}.$$

Соотношения (4.60) и (4.60a) полностью соответствуют характеристикам обнаружения, приведенным на рис. 4.18. Потери при флуктуациях и «выигрыш» при малых $P_{\text{по}}$ качественно можно объяснить следующим образом.

Наличие флуктуаций ЭПО можно характеризовать расширением плотности распределения вероятностей $y_{\text{вых}}$ относительно случая отсутствия флуктуаций. На рис. 4.20,а показано, что при $P_{\text{по}} > 0,5$ расширение плотности распределения приводит к увеличению вероятности пропуска цели ($P_{\text{пр.фл}}$), что характеризуется увеличением площади, ограниченной кривой распределения $p_{\text{фл}}(y_{\text{вых}} / S_{\text{ц}} \neq 0)$ при флуктуациях левее порогового уровня, относительно случая постоянного значения ЭПО ($P_{\text{пр}}$). Следовательно, вероятность правильного обнаружения при флуктуациях $P_{\text{по.фл}}$ становится меньше $P_{\text{по}}$ при отсутствии флуктуаций.

Потери при флуктуациях $\alpha_{\text{фл}}$ в этом случае больше единицы и

$$P_{\text{по.фл}} < P_{\text{по}}.$$

В другом случае, когда $P_{\text{по}} < 0,3$ (рис. 4.20,б), расширение

$P_{\text{фл}}(y_{\text{вых}} / S_{\text{ц}} \neq 0)$ при флуктуациях в сторону больших значений $a > a_0$ приводит, как это видно из рис. 4.20, б, к увеличению $P_{\text{по.ф}}$ по сравнению к $P_{\text{по}}$ без флуктуаций. «Потери» в этом случае $\alpha_{\text{фл}} < 1$, то есть имеется некоторый «выигрыш» при обнаружении целей. Но еще раз подчеркнем, что практически это мало полезно, так как вероятности обнаружения малы ($P_{\text{по}} < 0,3$).

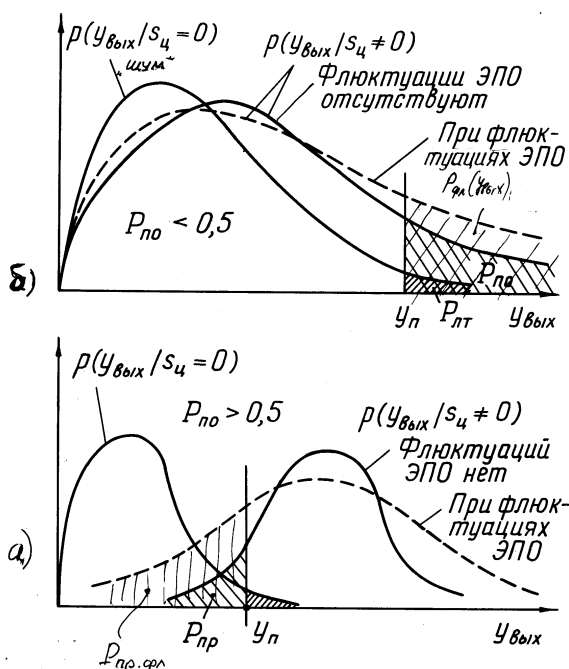


Рис. 4.20.

4. Потери при обнаружении целей в случае рассогласования фильтра обработки и характеристик принимаемого сигнала

Рассмотрим потери при обнаружении, которые возникают при рассогласовании фильтра обработки сигналов, параметров и характеристик принимаемого сигнала. При сравнении, конечно, следует наложить условие, что на входе энергия сигналов количественно

остается одинаковой как для согласованного, так и для рассогласованного случаев:

$$E = a^2 E_o = E_{\text{нс}} = a_{\text{нс}}^2 E_{o.\text{нс}}. \quad (4.61)$$

Запишем выходное выражение для сигнала $y_{\text{вых}}$ фильтра обработки при отличии сигнала, поступающего на вход системы, от опорного сигнала системы (то есть импульсная характеристика фильтра не согласована с приходящим сигналом) в виде

$$y_{\text{вых.нс}}(t_c) = a_{\text{нс}} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}(t - t_d) S^*(t - t_c) dt + \int_{-\infty}^{\infty} n(t) S^*(t - t_c) dt, \quad (4.62)$$

где $a_{\text{нс}}$ и $S_{\text{нс}}(t - t_d)$ – характеристики принимаемого сигнала, не согласованного с опорным напряжением, его амплитуда и форма.

Коэффициент потерь при несогласованности фильтров $\alpha_{\text{нс}}$ определим как отношение выходной мощности сигнала и шума при согласованной системе к аналогичному соотношению для несогласованного случая:

$$\alpha_{\text{нс}} = \frac{(P_c / P_{\text{ш}})_{\text{вых.сс}}}{(P_c / P_{\text{ш}})_{\text{вых.нс}}}. \quad (4.63)$$

Величина в числителе известна и количественно равна

$$\left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вых.сс}} = \frac{2E}{N_o}.$$

Определим отношение мощностей при рассогласовании. Мощность сигнала на входе в этом случае равна (при $t_c = t_d$):

$$P_{\text{с.вых.нс}} = a_{\text{нс}}^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}(t - t_d) S^*(t - t_d) dt \right]^2. \quad (4.64)$$

Мощность выходного шума осталась, как и раньше, равной

$$P_{\text{ш. вых. нс}} = \frac{N_o E_o}{2}.$$

Запишем отношение $\alpha_{\text{нс}}$ (4.63) в виде

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{нс}} &= \frac{2E / N_o}{a_{\text{нс}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}(t - t_d) S^*(t - t_d) dt \right] \left/ \frac{N_o E_o}{2} \right.} = \\ &= \frac{a^2 E_o^2}{a_{\text{нс}}^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}(t - t_d) S^*(t - t_d) dt \right]^2}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Если учесть соотношение (4.61) при равенстве энергий сигналов, то получаем

$$\alpha_{\text{нс}} = \frac{E_o E_{o.\text{нс}}}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}(t - t_d) S^*(t - t_d) dt \right]^2}. \quad (4.66)$$

Для дальнейших преобразований воспользуемся неравенством Шварца

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(x) dx \right]^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} f_1^2(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} f_2^2(x) dx \quad (4.67)$$

для преобразования знаменателя отношения (4.66)

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}(t - t_d) S^*(t - t_d) dt \right]^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}^2(t - t_d) dt \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t - t_l) dt. \quad (4.68)$$

Каждый из сомножителей в правой части (4.68) соответствует значению «энергии» опорного (первичного) сигнала

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}^2(t - t_{\text{д}}) dt = E_{o.\text{нс}}; \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t - t_{\text{д}}) dt = E_o.$$

Введем коэффициент несогласованности $K_{\text{нс}}$, при котором выполняется равенство в формуле (4.63) ($K_{\text{нс}} < 1$):

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}(t - t_{\text{д}}) S^*(t - t_{\text{д}}) dt \right]^2 = K_{\text{нс}} E_{o.\text{нс}} E_o. \quad (4.69)$$

Сравнивая (4.69) и (4.66), видим, что $\alpha_{\text{нс}} > 1$, что и подтверждает, что коэффициент потерь $\alpha_{\text{нс}}$ описывает уменьшение отношения сигнал-шум при отклонении от условий согласования фильтра и сигнала.

Итак, первая формула для определения $\alpha_{\text{нс}}$ соответствует (4.66). Другую разновидность найдем, воспользовавшись формулой Парсевала

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} F_1^*(f) F_2(f) df, \quad (4.70)$$

где F_1 и F_2 – преобразования Фурье функций f_1 и f_2 .

В этом случае, применим (4.70) к знаменателю (4.66) и получаем вторую разновидность формулы для вычисления $\alpha_{\text{нс}}$:

$$\alpha_{\text{нс}} = \frac{E_o E_{o.\text{нс}}}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{нс}}^*(f) S(f) df \right]^2}. \quad (4.71)$$

Рассмотрим простой пример вычисления коэффициента потерь $\alpha_{\text{нс}}$, когда длительность приходящего от цели сигнала не равна длительности опорного импульса (рис. 4.21), или что, то же самое, ширина спектра сигнала $S(f)$ не соответствует ширине полосы пропускания фильтра.

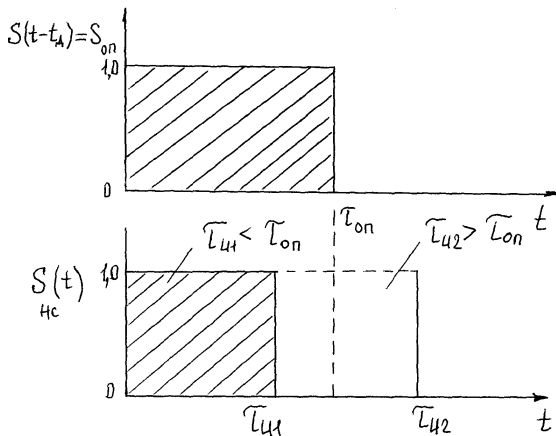


Рис. 4.21.

Первый случай, когда $\tau_{и1} < \tau_{оп}$ (см. рис. 4.21) приводит к соотношениям

$$E_o = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t-t_d) dt = \tau_{оп};$$

$$E_{o.нс} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{нс}^2(t-t_d) dt = \tau_{и1}.$$

Величина в числителе (4.66) равна

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{нс}(t-t_d) S^*(t-t_l) dt \right]^2 = \tau_{и1}^2.$$

Коэффициент потерь $\alpha_{нс}$ на несогласованность (4.66) равен

$$\alpha_{но} = \frac{\tau_{оп} \tau_{и1}}{\tau_{и1}^2} = \frac{\tau_{оп}}{\tau_{и1}}. \quad (4.72)$$

Если учесть, что ширина спектра сигнала в данном простом случае равна $\Delta f_{с1} = 1/\tau_{и1}$, а полоса пропускания фильтра

$\Delta f_{\phi} = 1/\tau_{оп}$, то коэффициент $\alpha_{нс}$ окажется равным

$$\alpha_{нс} = \frac{\Delta f_{c1}}{\Delta f_{\phi}}. \quad (4.73)$$

Аналогично можно рассмотреть и второй случай (см. рис. 4.21), когда $\tau_{и2} < \tau_{оп}$. Получаем

$$\alpha_{нс} = \frac{\tau_{и2}}{\tau_{оп}} = \frac{\Delta f_{\phi}}{\Delta f_{c2}}. \quad (4.74)$$

Следовательно, при несогласованности по полосе пропускания или длительностей сигнала и опорного напряжения коэффициент потерь при рассогласовании равен отношению большей величины к меньшей (рис. 4.22).

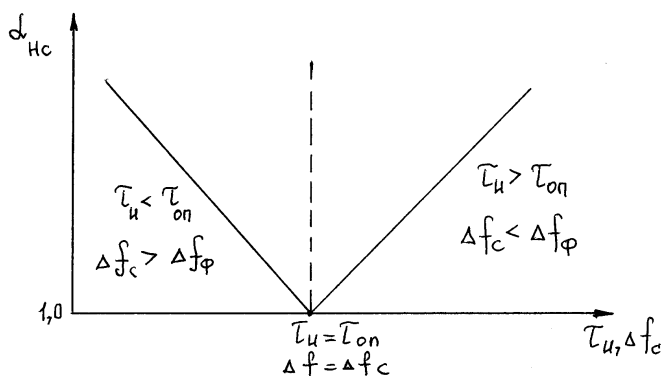


Рис. 4.22.

Полученные формулы (4.66) и (4.71) применимы к оценке коэффициента потерь $\alpha_{нс}$ и в более сложных случаях.

4.4. ОБНАРУЖЕНИЕ ЦЕЛЕЙ ПРИ МНОГОКРАТНЫХ НАБЛЮДЕНИЯХ НЕКОГЕРЕНТНЫМИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ СИГНАЛОВ. НАКОПЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ (НЕКОГЕРЕНТНОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ)

1. Оптимальная система обработки сигналов при многократных наблюдениях

К многократным наблюдениям целей можно отнести все случаи, когда для обнаружения цели предоставляется несколько интервалов обработки сигналов. При этом предполагается, что статистические характеристики сигналов в рассматриваемых интервалах наблюдения нельзя рассматривать как когерентные по отношению друг к другу. В пределах одного интервала сигналы считаются когерентными.

К простейшему случаю обнаружения целей при многократных наблюдениях относится обнаружение целей при приеме некогерентной пачки импульсов. Напомним, что *некогерентной пачкой* импульсов называется последовательность импульсов, которые не связаны между собой по фазе высокочастотного наполнения. Все начальные фазы импульсов в пачке случайны и не зависят статистически друг от друга. Причем фазы статистически равномерно распределены в пределах 2π . Обычно этот случай относится к сигналам, которые генерируются, например, магнетронными генераторами СВЧ.

При решении задачи обнаружения целей в рассматриваемом случае целесообразно использовать всю доступную энергию отраженного от целей сигнала. Однако простым суммированием высокочастотных импульсов добиться максимального результата невозможно, так как из-за случайности начальных фаз суммирование оказывается векторным, с учетом относительных фаз отдельных импульсов. В результате суммарный импульс может оказаться по амплитуде даже меньше, чем амплитуда одного импульса. По этой причине накопление энергии обычно осуществляется после детектирования импульсов путем суммирования видеоимпульсов. Решение о наличии цели принимается после выполнения накопления энергии путем подачи суммарного сигнала на пороговое устройство.

Данная «стратегия» обнаружения целей при многократных наблюдениях вытекает из общих результатов теории оптимальной обработки, рассмотренной в гл. 3.

Найдем оптимальную систему обработки сигналов для случая наблюдения некогерентной пачки импульсов. В этом случае «однократным» наблюдением является обработка сигналов в пределах одного интервала (в пределах, например, одного периода повторения некогерентных импульсов). Применим метод максимума функции правдоподобия (см. гл. 3).

Принимаемый сигнал $y(t)$ в случае некогерентной пачки импульсов представим в виде отдельных элементов $y_k(t)$, длительность которых соответствует периоду повторения T_n импульсов в пачке. Общее количество импульсов равно N .

Функцию правдоподобия $L(y)$ запишем в виде

$$L(y) = L(y_1, y_2, \dots, y_N) = L(y_1, y_2, \dots, y_N / s_1, s_2, \dots, s_N), \quad (4.75)$$

где $y(t)$ – наблюдаемый сигнал на всем интервале времени наблюдения t_n ; s_1, s_2, \dots, s_N – сигналы, соответствующие каждому элементу $y_k(t)$. В общем случае сигналы s_k запишем, как обычно, в форме

$$s_k(t) = a_k S(t - t_d) e^{j2\pi(f_o + f_{\text{дп}})(t - t_d)} e^{j\varphi_k}, \quad (4.76)$$

или в действительном виде

$$s_k(t) = a_k A(t - t_d) \cos[2\pi f_o(t - t_d) + \varphi_s(t - t_d) + \varphi_k].$$

Так как шумовые составляющие n_k в результирующем сигнале $y(t)$ представляются в виде отсчетных значений

$$y(t) = \sum_{k=1}^N y_k S_k + \sum_{k=1}^N n_k \quad (4.77)$$

и являются независимыми, то функцию правдоподобия (4.75) можно представить в виде произведения функций правдоподобия для каждого интервала наблюдения, равного периоду T_n :

$$L(y) = \prod_{k=1}^N L(y_k) = y_{\text{вых}}, \quad (4.78)$$

где функция правдоподобия $L(y_k)$ при гауссовских шумах записывается в форме, как и в формуле (3.25):

$$L(y_k) = k \exp \left[-\frac{1}{N_o} \int_{(k-1)}^{kT_n} [y_k(t) - s_k(t)]^2 dt \right]. \quad (4.79)$$

Если выполнить все преобразования и прологарифмировать (4.79), то достаточная статистика принимает вид:

$$L'(y_k) = \int_{(k-1)}^{kT_n} y_k(t) s_k(t) dt. \quad (4.80)$$

При комплексном представлении $y_k(t)$ и $s_k(t)dt$ аналогично выражению (4.41) получаем

$$y_{\text{вых},k} = L'(y_k) = \left| \int_{(k-1)}^{kT_n} Y_k(t) S_k^*(t) dt \right| e^{j\varphi_k}. \quad (4.81)$$

Полная функция правдоподобия или достаточный выходной сигнал (4.78) запишем в виде

$$y_{\text{вых},N} = \sum_{k=1}^N y_{\text{вых},k} = \sum_{k=1}^N \left| \int_{(k-1)}^{kT_n} Y_k(t) S_k^*(t) dt \right| e^{j\varphi_k}. \quad (4.82)$$

Максимизация $y_{\text{вых},N}$ возможна только при устранении зависимости (4.82) от случайных фаз φ_k . Для этой цели выполняется детектирование каждого элемента полного выходного сигнала $y_{\text{вых},k}$. В результате получаем соотношение

$$y_{\text{вых},N} = \sum_{k=1}^N |y_{\text{вых},k}| = \sum_{k=1}^N \left| \int_{(k-1)}^{kT_n} Y_k(t) S_k^*(t) dt \right|. \quad (4.83)$$

Формула (4.83) позволяет выявить все необходимые преобразования входного сигнала при обнаружении цели (рис. 4.23). Во-первых, каждый сигнал в k -ом элементе в пределах t_n (пачки импульсов) обрабатывается согласованным фильтром для этого сигнала. Во-вторых, выходной сигнал согласованного фильтра детектируется и выделяется огибающая $|y_{\text{вых.к}}|$. В-третьих, выполняется суммирование отсчетных значений всех N детекторов огибающей. Полученный суммарный сигнал $y_{\text{вых.}N}$ подается на пороговое устройство. Порог установлен в соответствии с требуемым значением ложной тревоги $P_{\text{лт}}$. При превышении порога сигналом $y_{\text{вых.}N}$ принимается решение об обнаружении цели. Рассмотренное выше суммирование является одной из основных операций накопления энергии отраженного от цели сигнала. На практике указанная операция суммирования осуществляется различного рода видеоинтеграторами, в том числе и цифровыми.

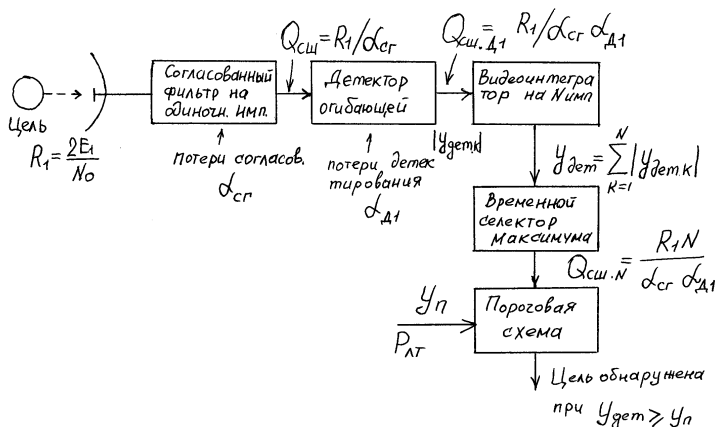


Рис. 4.23.

2. Идеальный видеоинтегратор

В любом устройстве накопления энергии выполняется суммирование как полезных сигнальных, так и шумовых составляющих. При сложении, например, видеоимпульсов с амплитудой U_c суммарное напряжение равно NU_c . Аналогично суммируются и шумовые составляющие, если среднее значение шумовых импульсов равно $U_{ш.ср}$. Среднее значение шумов на выходе видеоинтегратора можно скомпенсировать, применив, например, схему АРУ по шумам. Однако выбросы ложной тревоги определяются флюктуационной частью шумового видеосигнала после детектора огибающей.

Определим, во сколько раз увеличивается отношение сигнал-шум по мощности на выходе интегратора по сравнению со входом. После нелинейного устройства, например детектора огибающей, разделить сигнальную и шумовую части практически невозможно. Выходной сигнал детектора условно представим в виде двух составляющих

$$y_{\text{дет.к}} = U_c + \Delta U_{\text{ш.к}}, \quad (4.84)$$

где U_c – среднее значение видеоимпульса на выходе детектора. Принимаем, что это среднее обусловлено полезным сигналом (это очевидно при отношении сигнал-шум на входе больше единицы), а величина $\Delta U_{\text{ш.к}}$ – флюктуационная шумовая часть выходного видеоимпульса.

Среднее значение $\Delta U_{\text{ш.к}}$ равно нулю. При суммировании в видеоинтеграторе в соответствии с формулой (4.83) получаем

$$y_{\text{вых.}N} = \sum_{k=1}^N y_{\text{дет.к}} = \sum_{k=1}^N U_c + \sum_{k=1}^N \Delta U_{\text{ш.к}}. \quad (4.85)$$

Отношение сигнал-шум на выходе детектора при детектировании одного импульса условно можно представить в виде

$$Q_{\text{сш.1}} = \frac{P_{c1}}{P_{\text{ш.ср.1}}} = \frac{U_c^2}{\sigma_{\text{ш.ср}}^2}, \quad (4.86)$$

где мощность сигнала P_{c1} соответствует квадрату средней составляющей видеоимпульса U_c , а дисперсия флюктуационной части $\sigma_{ш}^2$ характеризует среднюю мощность шума $P_{ш.ср1} = \sigma_{ш}^2$.

На выходе видеоинтегратора в соответствии с (4.85) получаем отношение мощности сигнала к шуму $Q_{сш.N}$ как

$$Q_{сш.N} = \frac{P_{cN}}{P_{ш.N}} = \frac{\left(\sum_{k=1}^N U_c \right)^2}{\left\{ \left(\sum_{k=1}^N \Delta U_{ш.k} \right)^2 \right\}_{ср}}. \quad (4.87)$$

Считаем, что флюктуационные составляющие $\Delta U_{ш.k}$ статистически не зависят друг от друга. Тогда получаем для мощности шума на выходе

$$P_{ш.N} = \left\{ \left(\sum_{k=1}^N \Delta U_{ш.k} \right)^2 \right\} = \sum_{k=1}^N (\Delta U_{ш.k})^2 + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1, k \neq l}^N \overline{(\Delta U_{ш.k} \Delta U_{ш.l})}. \quad (4.88)$$

Второе слагаемое в формуле (4.88) равно нулю, так как составляющие $\Delta U_{ш.k}$ и $\Delta U_{ш.l}$ не коррелированы. Первое слагаемое, при условии стационарности флюктуаций, равно

$$\sum_{k=1}^N (\Delta U_{ш.k})^2 = \sum_{k=1}^N \sigma_{ш.k}^2 = \sigma_{ш}^2 N = P_{ш.ср.1} N. \quad (4.89)$$

Учтем, что

$$P_{c.N} = \left(\sum_{k=1}^N U_c \right)^2 = U_c^2 N^2 = P_{c.1} N^2.$$

В результате отношение сигнал-шум на выходе видеоинтегратора (4.87) становится равным

$$Q_{\text{сш.}N} = \frac{P_{\text{с.1}} N^2}{P_{\text{ш.ср.1}} N} = Q_{\text{сш.1}} N. \quad (4.90)$$

Следовательно, на выходе идеального видеоинтегратора отношение сигнал-шум $Q_{\text{сш.}N}$ увеличивается по сравнению с выходным $Q_{\text{сш.1}}$ в число раз, равное количеству суммируемых видеоимпульсов N .

3. Характеристики обнаружения и потери энергии при видеоинтегрировании

Построение характеристик обнаружения и определение вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги в случае многократного некогерентного наблюдения цели и некогерентного накопления энергии можно выполнить по методике, описанной и использованной в п.п. 4.2 и 4.3. Необходимо найти условные плотности распределения вероятностей выходного сигнала видеоинтегратора $y_{\text{вых.}N}$ для гипотез наличия цели и ее отсутствия. Полное решение такой задачи связано с большими математическими трудностями и сводится к соотношениям в виде специальных функций – неполных функций Торонто, которые табулированы и их таблицы имеются в ряде справочников.

Однако при видеоинтегрировании уже нескольких импульсов условные плотности распределения вероятностей приближаются по форме к гауссовскому распределению. Действительно, если применяется квадратичный детектор, то выход детектора пропорционален квадрату выходного сигнала $y_{\text{вых.к}}^2$. В этом случае после видеоинтегрирования получаем сумму в виде

$$y_{\text{вых.}N} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{\text{вых.к}}^2, \quad (4.91)$$

где введена нормировка при суммировании. Распределение вероятностей при наличии только шума имеет вид экспоненциального распределения

$$p(y_{\text{ВЫХ.К}}^2) = \frac{1}{\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2} \exp \left[-\frac{y_{\text{ВЫХ.К}}^2}{\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2} \right], \quad (4.92)$$

где $\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2$ – среднее значение мощности сигнала $y_{\text{ВЫХ.К}}^2$. Условная плотность распределения для $y_{\text{ВЫХ.Н}}$ имеет вид

$$p(y_{\text{ВЫХ.Н}}) = \frac{N^2}{(\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2)^N (N-1)} y_{\text{ВЫХ.Н}}^{N-1} \exp \left\{ -\frac{N y_{\text{ВЫХ.Н}}}{(\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2)} \right\}. \quad (4.93)$$

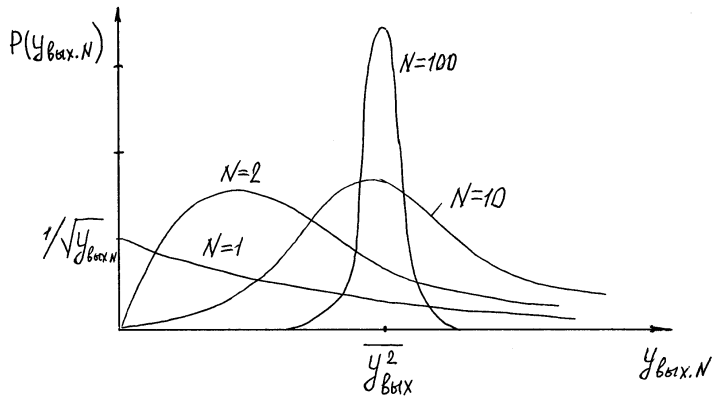


Рис. 4.24.

На рис. 4.24 показаны распределения $p(y_{\text{ВЫХ.Н}})$ при $N=1, 2, 10, 100$. Видно, что по мере увеличения N распределение последовательно обостряется и приближается к гауссовскому. Пиковое значение распределения соответствует величине $\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2 (1 - 1/N)$. Среднеквадратичное отклонение непрерывно уменьшается с увеличением N

$$\sigma_{y_{\text{ВЫХ.Н}}} = \frac{\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2}{\sqrt{N}}. \quad (4.94)$$

Аналогичным образом обостряется и приближается к гауссовскому распределению и условное распределение вероятностей для случая, когда совместно воздействуют на входе шум и сигнал. Пико-

вое значение при этом соответствует $\bar{y}_{\text{ВЫХ}(с+ш)}^2$, которое, конечно, больше $\bar{y}_{\text{ВЫХ}}^2$. Качественно, очевидно, что обнаружение цели после видеоинтегрирования выполнить можно более эффективно. Для определения требуемого отношения мощности сигнала на выходе видеоинтегратора к мощности шума

$$Q_{\text{сш.}N} = \frac{P_{\text{ВЫХ.Ш.ВИ}}^2}{P_{\text{ВЫХ.Ш.ВИ}}^2}, \quad (4.95)$$

для получения требуемых вероятностей $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$ можно использовать графики для случая полностью известного сигнала (рис. 4.7), которые рассчитаны, как было показано, для нормальных распределений. По оси абсцисс в этом случае параметр R приравняется $Q_{\text{сш.}N}$.

Однако определение величины $Q_{\text{сш.}N}$ не является самоцелью. В конечном итоге для решения задачи обнаружения цели необходимо найти энергию сигнала на входе РЛ системы. Требуемое отношение энергии сигнала $E_{\text{нк}}$ к шуму на входе РЛ системы с некогерентной обработкой и видеоинтегрировании запишем как

$$R_{\text{нк.о}} = \frac{2E_{\text{нк}}}{N_o}. \quad (4.96)$$

Эта величина, конечно, должна быть больше R_o из-за различных потерь в системе и, главным образом, из-за введения детектирования и некогерентного накопления энергии в видеоинтеграторе.

В связи с этим рассмотрим, каким образом изменяются энергетические соотношения при прохождении сигналов по всем элементам и узлам цепи обработки сигналов (см. рис. 4.23). Целесообразно рассматривать изменения отношений энергии сигнала к шуму, приходящихся на один импульс некогерентной пачки, так как обработка этих импульсов осуществляется отдельно и независимо друг от друга.

На входе РЛ системы одиночный сигнал (импульс) высокой частоты, после отражения от цели имеет энергию E_1 . Отношение

энергии и спектральной плотности шума $N_o/2$ равно

$$R_1 = \frac{2E_1}{N_o}. \quad (4.97)$$

При прохождении фильтра (приемника) высокой частоты, если имеются рассогласования характеристик фильтра и сигнала, возникают потери из-за несогласованности (α_{cr}). Следовательно, после фильтра отношение сигнал-шум по мощности (пиковое значение) равно

$$Q_{сш.1} = R_1 / \alpha_{cr}, \quad (4.98)$$

где α_{cr} – коэффициент на несогласованность фильтра и сигнала. Последующее детектирование (см. рис. 4.23) также приводит к потерям (см. п. 2). Обозначим коэффициент потерь на детектирование одного импульса как $\alpha_{д1}$. После детектирования отношение сигнала и шума *) равно (для одного импульса):

$$Q_{сш.д1} = Q_{сш.1} / \alpha_{д1} = R_1 / \alpha_{cr} \alpha_{д1}. \quad (4.99)$$

После суммирования импульсов в идеальном видеоинтеграторе отношение сигнал-шум увеличивается в N раз, где N – число интегрируемых импульсов. На выходе интегратора имеем

$$Q_{сш.N} = Q_{сш.д1} N = \frac{R_1 N}{\alpha_{cr} \alpha_{д1}} = \frac{Q_{сш.1} N}{\alpha_{д1}}. \quad (4.100)$$

*) Понятие «сигнал-шум» после нелинейного устройства достаточно условно. Часто под «сигналом» в видеоимпульсе понимают величину

$U_c = \bar{U}_{c+ш} - \bar{U}_{ш}$, то есть разность средних значений видеоимпульсов при совместном воздействии сигнала и шума и только одного шума. "Шумом" в видеоимпульсе считают флюктуационную часть с дисперсией $\sigma_{ш}^2$. Тогда

$$Q_{сш.д1} = (\bar{U}_{c+ш} - \bar{U}_{ш})^2 / \sigma_{ш}^2 \text{ (см. также п.2).}$$

При заданном значении $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$ по графикам рис. 4.7 находим величину $R_o = Q_{\text{сш.}N}$. Используя формулу (4.100), можно было бы найти требуемую величину отношения сигнала-шум R_1 в одном импульсе для дальнейших вычислений характеристик РЛ системы (в частности, оценить максимальную дальность обнаружения цели (см. гл. 5)). Однако имеется неопределенность из-за неполного знания коэффициента $\alpha_{\text{д1}}$. Дело в том, что при изменении R_o в общем случае изменяется и $Q_{\text{сш.1}} = R_1 / \alpha_{\text{сг}}$, а коэффициент $\alpha_{\text{д1}}$ зависит от величины $Q_{\text{сш.1}}$, как это показано в п. 4.3.

Для раскрытия этой неопределенности воспользуемся зависимостью $\alpha_{\text{д1}}$ от отношения сигнал-шум на входе детектора $Q_{\text{сш.1}}$ (4.53), приведенной в п.4.3:

$$\alpha_{\text{д1}} = \frac{Q_{\text{сш1}} + 4,6}{Q_{\text{сш1}}}. \quad (4.101)$$

Подставим эту зависимость (4.101) в формулу (4.100), приравняв $Q_{\text{сш.}N} = R_o$:

$$R_o = Q_{\text{сш1}} N / \left(\frac{Q_{\text{сш1}} + 4,6}{Q_{\text{сш1}}} \right). \quad (4.102)$$

Выполняя очевидные преобразования (4.102), получаем квадратичное уравнение относительно $Q_{\text{сш.1}}$:

$$NQ_{\text{сш1}}^2 - R_o Q_{\text{сш1}} - 4,6 R_o = 0. \quad (4.103)$$

Решение этого уравнения (4.103) дает следующее значение для $Q_{\text{сш.1}}$, при котором обеспечивается заданное значение $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$:

$$Q_{\text{сш1}} = \frac{R_o}{N} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{18,6N}{R_o}} \right). \quad (4.104)$$

Если не учитывать потери на согласование $\alpha_{\text{сг}}$, то величина $Q_{\text{сш.1}} = R_1 = 2E_1 / N_0$. Введем, так называемый, коэффициент потерь на видеоинтегрирование $\alpha_{\text{ви}}$:

$$\alpha_{\text{ви}} = \frac{R_1}{R_o / N}. \quad (4.105)$$

В общем случае для получения заданных вероятностей $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$ энергия сигнала, приходящаяся на один импульс, при некогерентной обработке и видеоинтегрировании требуется большее, чем в случае энергии одного импульса (R_o / N) когерентного сигнала в виде пачки N когерентных импульсов. Видно, что коэффициент $\alpha_{\text{ви}}$ (см.4.105) можно представить (с учетом (4.104)) как

$$\alpha_{\text{ви}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{18,6N}{R_o}}. \quad (4.106)$$

Итак, видно из (4.106), что коэффициент потерь видеоинтегрирования $\alpha_{\text{ви}}$ зависит от вероятностей правильного обнаружения $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$, а также от числа интегрируемых импульсов N . Как было показано в п. 4.1 заданным вероятностям $P_{\text{по}}$ и $P_{\text{лт}}$ соответствует величина параметра обнаружения R_o , который и входит в формулу (4.106). Можно отметить, что потери увеличиваются с ростом числа интегрируемых импульсов. Физически это можно объяснить тем, что требуемая энергия E распределяется по большему количеству импульсов и, следовательно, уменьшается отношение сигнал-шум $Q_{\text{сш.1}}$ на входе детектора огибающей. Это обстоятельство, в свою очередь, приводит к увеличению потерь на детектирование $\alpha_{\text{д1}}$.

При большом количестве интегрируемых импульсов N потери видеоинтегрирования увеличиваются пропорционально корню квадратному из числа импульсов \sqrt{N} . Это следует из формулы (4.106). При большом количестве N

$$\alpha_{\text{ви}} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{18,6N}{R_o}} \cdot \sqrt{N} \approx \frac{1}{2} \sqrt{N}. \quad (4.107)$$

Последнее равенство справедливо при $R_o \approx 18,6$.

Интересно отметить, что при большом значении N отношение энергии сигнала и шума, приходящегося на один импульс, изменяется обратно пропорционально \sqrt{N} . Действительно, используя соотношения (4.105) и (4.107), получаем

$$R_1 = \frac{R_o}{N} \alpha_{\text{ви}} \approx \frac{R_o}{2N} \sqrt{N} \approx \frac{R_o}{2\sqrt{N}}. \quad (4.108)$$

На рис. 4.25 приведено семейство зависимостей $\alpha_{\text{ви}}$ (в децибелах) от числа импульсов N и параметра обнаружения R_o . Кривые рассчитаны по характеристикам обнаружения, полученным при полном теоретическом исследовании случая обнаружения целей при некогерентном видеоинтегрировании импульсов.

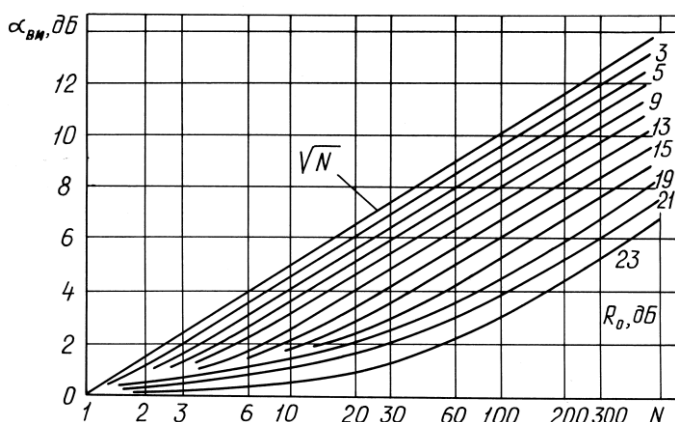


Рис. 4.25.

Рассмотренные потери на видеоинтегрирование часто называют потерями на "дробление" сигнала на отдельные импульсы. Если сравнить две последовательности некогерентных импульсов с оди-

наковой суммарной энергией, но с различным количеством импульсов, то потери на видеоинтегрирование больше у последовательности с большим количеством импульсов. Наименьшие потери, конечно, в том случае, когда выполняется когерентная обработка с последующим детектированием огибающей. Однако на практике приходится «разбивать» сигнал на ряд отдельных импульсов из-за ограничений в импульсной мощности передающего устройства РЛС.

В заключение отметим, что в реальных радиолокационных системах могут наблюдаться и другие, кроме рассмотренных в этой главе, потери при обнаружении целей.

4. Другие виды отклонений от идеальных условий работы РЛ систем

Различные факторы, которые приводят к необходимости увеличивать отношение энергии сигнала к шуму на входе РЛ системы, часто связаны с конкретной структурой РЛ системы и рассматриваются в других главах и разделах учебника. В частности, при видеоинтегрировании, кроме рассмотренных потерь на дробление сигнала, обусловленных потерями на детектирование отдельных импульсов, приходится учитывать дополнительные потери, связанные с *неидеальной работой самих видеоинтеграторов* (накопителей энергии). В отличие от идеального видеоинтегратора, рассмотренного выше, на практике нашли применение различные интеграторы, которые могут накапливать только ограниченное количество импульсов. Любые практические схемы накопителей импульсов включают в себя два основных элемента: устройство запоминания и сумматор импульсов. С выхода детектора огибающей видеоимпульсы поступают на запоминающее устройство, а затем все запомненные импульсы суммируются.

Запоминающие устройства могут быть построены на основе, например, различных устройств задержек: ультразвуковых линий задержки, на потенциоскопах, на электронно-лучевых трубках с послесвечением, на цифровых запоминающих устройствах и т.п.

Наиболее близки к идеальным цифровые накопители (интеграторы), в которых практически нет ограничений на количество интегрируемых импульсов.

Для аналоговых накопителей импульсов характерным является «насыщение» интегратора, то есть состояние интегратора, при котором выходной результат суммирования не увеличивается по величине при поступлении последующих импульсов. Для таких реальных интеграторов характерно предельное количество эффективно накапливаемых импульсов.

Если, например, рассматривать ЭЛТ с послесвечением как интегратор, то процесс накопления связан с тем, что каждый последующий импульс пачки видеоимпульсов попадает на одно и то же место на экране, где имеется остаточное свечение от предыдущего импульса. В результате суммирования результирующая яркость свечения увеличивается. Однако такой процесс продолжается только до момента «насыщения» экрана, когда дальнейшее увеличение яркости уже невозможно. Индикатор с ЭЛТ эффективно интегрирует не более 15-20 импульсов.

Потери, обусловленные неравномерностью импульсов по амплитуде в пачке некогерентных импульсов. При обзоре пространства цель облучается перемещающейся диаграммой направленности антенны. В результате принимаемые импульсы имеют различные амплитуды в пределах времени облучения. При вычислении полной энергии отраженного сигнала обычно принимают, что это несоответствие приводит к необходимости ввести коэффициент потерь на форму ДН антенны α_A . Практически, для всех видов ДН антенны коэффициент α_A не превышает величину 2,5дБ.

Потери, обусловленные ухудшением эксплуатационных характеристик РЛ системы в процессе длительной эксплуатации или при ухудшении работоспособности аппаратуры в полевых условиях, в условиях, например, большой влажности и т.п., также должны учитываться при определении характеристик обнаружения целей. Конечно, учет потерь, связанных с ухудшением работоспособности аппаратуры, теоретически достаточно сложен. Определение соответствующего коэффициента потерь при эксплуатации $\alpha_{\text{экс}}$ может определяться путем экспериментальных измерений соответствующих характеристик трактов и узлов РЛ системы. В ряде руководств при отсутствии данных об условиях эксплуатации рекомендуют выбирать этот коэффициент в пределах 3-4дБ.

4.5. ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ

1. Определить вероятность, что шумовое напряжение находится в пределах интервала 1мВ при среднем значении (а) 100мВ и (б) 500мВ. Полагаем, что шум в УПЧ РЛС гауссовский со средним равным нулю и среднеквадратичным отклонением 100мВ.

Ответ: (а) $2,42 \cdot 10^{-3}$; (б) $1,49 \cdot 10^{-8}$.

2. Применяется детектор огибающей и распределение на выходе для шума соответствует распределению Релея. На входе детектора шум, как и в задаче 1. Определить вероятность того, что шум на выходе детектора (соответствующий огибающей шума УПЧ) находится в пределах интервала 1мВ при среднем значении (а) 100мВ; (б) 500мВ

Ответ: $6,07 \cdot 10^{-4}$; (б) $1,86 \cdot 10^{-8}$.

3. Найти вероятность ложной тревоги $P_{лт}$, если установлен порог на выходе детектора огибающей (см. задачу 2), равный 500мВ. Оценить среднее время $T_{лт}$ ложных тревог (что то же самое, что и средний период ложных тревог), если полоса УПЧ равна 0,75МГц

Ответ: $P_{лт} = 3,73 \cdot 10^{-6}$; $T_{лт} = 0,36с$.

4. Применяется линейный детектор при детектировании одиночного импульса. При заданном пороге y_n вероятность ложной тревоги равна 10^{-6} . Определить вероятность ложной тревоги, если порог уменьшить на 30%.

5. При детектировании одиночного импульса получены вероятности $P_{лт} = 10^{-8}$ и $P_{по} = 0,5$. Порог изменили и получили $P_{лт} = 10^{-4}$. Чему соответствует новое значение вероятности правильного обнаружения $P_{по}$?

6. Представить зависимость отношения сигнал-шум R для трех случаев обнаружения: известный сигнал, сигнал с неизвестной фазой, а также сигнал с неизвестной фазой и флуктуирующей по релеевскому закону амплитудой. Вероятности правильного обнаружения $P_{по} = 50\%$; 90% и 20%, а вероятности ложной тревоги выбрать в диапазоне от 10^{-2} до 10^{-14} . Сравнить полученные зависимости и определить соответствующие коэффициенты потерь. Какие можно сде-

лать выводы об эффективности обнаружения в рассматриваемых случаях?

7. Определить потери на видеоинтегрировании $\alpha_{\text{ви}}$ в виде зависимости от числа импульсов N при $P_{\text{лт}}=10^{-8}$ и при двух значениях $P_{\text{по}}=30\%$ и 75% . Сравнить с данными графиков на рис. 4.25. Объясните характер изменения данных.