Аналитическая геометрия.

(1-й курс, 1-й семестр
2019/2020 учебный год)

Костин Сергей Вячеславович

Семинар 1 (02.09.19)

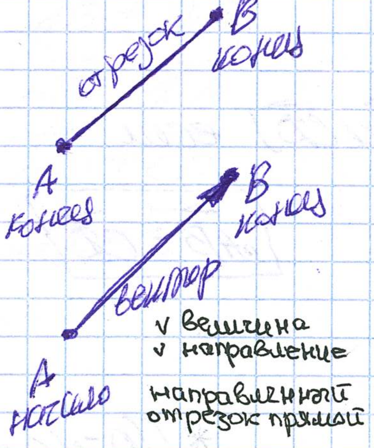
Тема 1. Геометрические векторы

$P\ P_1\ P'$ — точки (point)

$L\ L_1\ L'$ — линии (Line)

$Q\ Q_1\ Q'$ — плоскости (plane)

отрезок — часть прямой, состоящая из 2х различных точек и всех точек, лежащих между ними.



два конца — равноправны
две точки
отрезок AB $A \neq B$

два конца не равноправны

вектор $\overrightarrow{AB}$

v величина
v направление

направленный отрезок прямой

(A может совпадать с B) — нулевой вектор

$\vec{o}$

$\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{O}$ — нулевой вектор

1

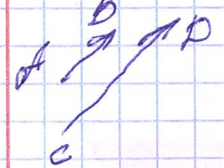
* **Модуль вектора** – расстояние между концами

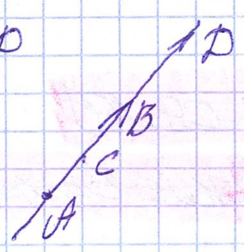
$$|\vec{AB}| = d(A,B) = \begin{cases} AB, \text{ если } A \neq B \\ 0, \text{ если } A = B \end{cases}$$

* **Сонаправленные вектора** $\vec{AB} \uparrow\uparrow \vec{CD}$

сонаправлены

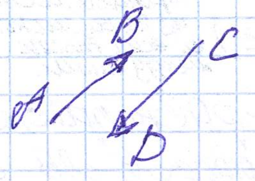
одинаково направлены





* $\vec{AB} \uparrow\downarrow \vec{CD}$ вектора противоположно- -направлены

анти



* **Равные вектора** ($\vec{AB}$ и $\vec{CD}$) если

1) $\vec{AB} \uparrow\uparrow \vec{CD}$

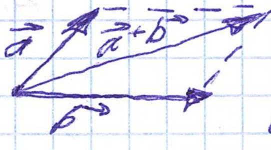
2) $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$

$$\boxed{\vec{AB} = \vec{CD}}$$

* **Сложение векторов**

отложить от одной точки

2

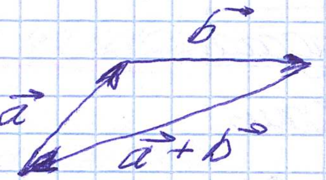


* Пр-ло пар-ма:

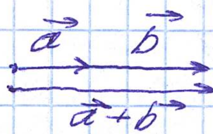
не коллин. и не парал-ых

от ~~начала~~ конца откладываем начало

* Правило треуг-ка:



более - универс



параллельны, то не сможем построить

Задача.

Дано:

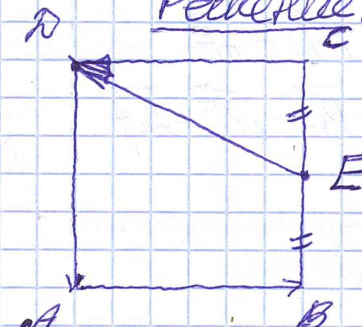
ABCD-квадрат

E-сер. BC

Найти:

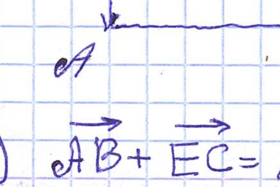
1) $\vec{AB}+\vec{EC}$
2) $\vec{AB}+\vec{DA}$
3) $\vec{AC}+\vec{DA}$
4) $\vec{ED}+\vec{CD}$
5) $\vec{AB}+\vec{CD}$

Решение.



1) $\vec{AB}+\vec{EC}=\vec{AB}+\vec{BE}=\vec{AE}$
2) $\vec{AB}+\vec{DA}=\vec{DA}+\vec{AB}=\vec{DB}$
3) $\vec{AC}+\vec{DA}=\vec{DA}+\vec{AC}=\vec{DC}$
4) $\vec{ED}+\vec{CD}=\vec{ED}+\vec{DA}=\vec{EA}$
5) $\vec{AB}+\vec{CD}=\vec{AB}+\vec{BA}=\vec{0}$

* Правило многоугольника



$\vec{a_1}+\vec{a_2}+\vec{a_3}+\vec{a_4}$

Задача.

Дано:

$ABCD$ – прямоуг-ик

E – сер. AB

F – сер. AD

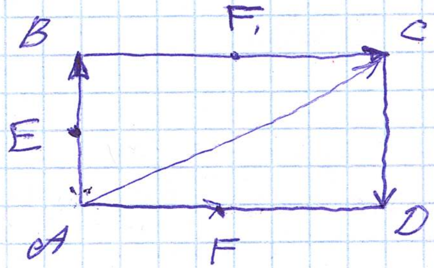
Найти вектора:

1) $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{CD}$

2) $\vec{AB}+\vec{FD}+\vec{AF}$

3) $\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{AF}+\vec{DA}$

Решение.



1) $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{CD}=$

$=\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CD}=\vec{AD}$

2) $\vec{AB}+\vec{FD}+\vec{AF}=$

$\vec{AB}+\vec{AF}+\vec{FD}=$

$\vec{AB}+\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{BC}=$

$=\vec{AC}$

3) $\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{AF}+\vec{DA}=$

$=\vec{AC}+\vec{DA}+\vec{AF}=$

$=\vec{AC}+\vec{DF}=\vec{AC}+\vec{FA}=$

$=\vec{FA}+\vec{AC}=\vec{FC}$

Умножение вектора на число

$\vec{a}$

$\lambda \in \mathbb{R}$ - множество действит. чисел

Произведением $\vec{a}$ на λ (число) называется вектор $\vec{b}$ такой, что

1) $|\vec{b}| = |\lambda| * |\vec{a}|$
2) если $\lambda > 0$, то $\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{a}$
3) если $\lambda < 0$, то $\vec{b} \uparrow\downarrow \vec{a}$

Обознач-е: $\vec{b} = \lambda * \vec{a}$

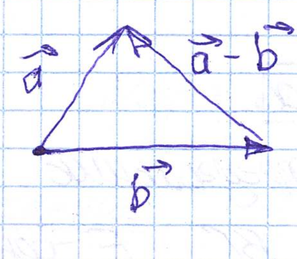
$\vec{a}$ $\quad (-1)\cdot\vec{a} = -\vec{a}$ - вектор противоположный вектору $\vec{a}$

$2\cdot\vec{a}$

$(-\frac{1}{2})\cdot\vec{a}$

Разность векторов:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Задача.

$\triangle ABC$

E - сер. AB

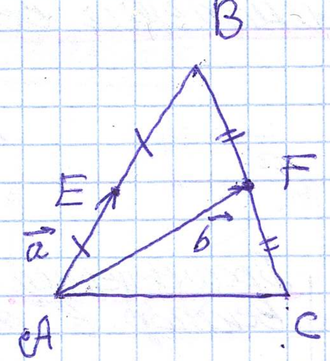
F – сер. BC

Выразить вектора:

1) $\overrightarrow{AB}$; через вектора $\overrightarrow{AE} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$

2) $\overrightarrow{BC}$;

3) $\overrightarrow{AC}$



Решение.

1) $\overrightarrow{AB} = 2 \cdot \overrightarrow{AE} = 2\vec{a}$

2) $\overrightarrow{BC} = 2 \cdot \overrightarrow{BF} =$

$= 2 \cdot (-2 \cdot \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) =$

$= -4\vec{a} + 2\vec{b}$

3) $\overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FC}) =$

$= (\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BF}) =$

$= (\overrightarrow{AF} + (-1) \cdot 2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) =$

$= (\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{b}) =$

$= \vec{b} - 2\vec{a} + \vec{b} = -2\vec{a} + 2\vec{b}$

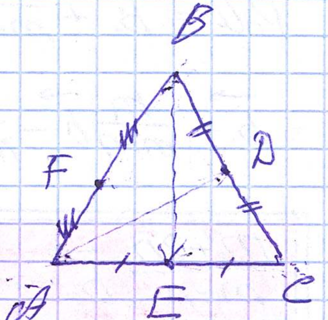
Задача.

ABC – треугольник

D – сер. BC F – сер. AB

E – сер. AC

Найти сумму $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}$



Решение:

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=$

$=2\cdot\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AE}+2\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CD}+2\cdot\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}=$

$=2\cdot\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{BF}+3\overrightarrow{AE}-2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CD}=$

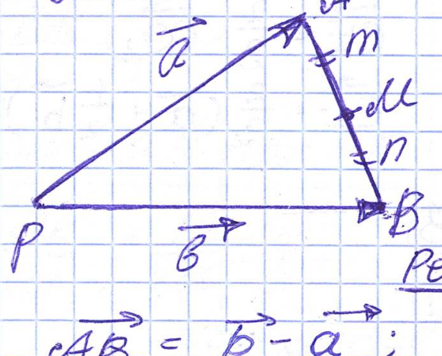
$=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=$

$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\frac{1}{2}(\vec{0})=\vec{0}$

09. 09. 77

Семинар 2. (09.09.19)

Задача.



$\frac{AM}{MB}=\frac{m}{n}$

Выразить PM через $\vec{a}$ и $\vec{b}$

Решение.

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$;

$\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{PA}+\frac{m}{m+n}\cdot\overrightarrow{AB}$

7