

**I) Найти неопределенные интегралы:**

**а)**  $\int \frac{(\ln x - 3)dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$ ;      **б)**  $\int (3x^2 + 1) \operatorname{arctg} x dx$ ;      **в)**  $\int \frac{dx}{x^2 + 4x - 5}$

**II)**

**а)** Изменить в двойном интеграле  $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{3-2x} f(x, y) dy$  порядок интегрирования.

Сделать чертёж области интегрирования.

**б)** Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^{\pi/2} e^x \cos x dx$

**в)** Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если он сходится:  $\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$

**III)**

**а)** Вычислить  $\operatorname{grad} U$ , если скалярное поле  $U$  таково, что поверхность

$S: 2y = x^2 + z^2$  является для него поверхностью уровня. Сделать чертёж поверхности  $S$ .

**б)** Поверхностный интеграл 1-го рода. Вывод формулы вычисления площади гладкой поверхности.

**в)** Найти площадь части поверхности  $S$ , заключённой внутри цилиндрической поверхности  $\Pi$ , если  $S: 2y = x^2 + z^2$ , а  $\Pi: (x^2 + z^2)^2 = 2xz$ . Сделать чертёж поверхности  $\Pi$  и её проекции на плоскость  $XOZ$ .

**IV)**

**а)** Пространственный контур  $\Gamma$  задан системой  $\{z = x^2 + y^2; z = 4\}$ . Сделать чертёж и вычислить  $\operatorname{rot} \mathbf{a}$ , если  $\mathbf{a} = z\mathbf{i} + zx\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ .

**б)** Теорема Стокса. Найти циркуляцию векторного поля  $\mathbf{a}$  по контуру  $\Gamma$ , применяя теорему Стокса, если

$$\mathbf{a} = z\mathbf{i} + zx\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \Gamma = \{z = x^2 + y^2, z = 4\}.$$

**в)** Проверить результат непосредственным вычислением линейного интеграла векторного поля по замкнутому контуру  $\Gamma$ .