

Семинар 9.

Идеалы

1. 4.451, 4.452, 4.453, 4.454, 4.455

Факторкольцо

2. 4.471

3. Доказать, что $\mathbb{Z}[i]/(3)$ является полем,
 $\mathbb{Z}[i]/(5)$ не является полем.

Нильрадикал

4. Найти $\text{Rad } \mathbb{Z}_{44}$ и $\mathbb{Z}_{44}/\text{Rad } \mathbb{Z}_{44}$.

5. При каких n $\text{Rad } \mathbb{Z}_n = \{0\}$?

6. А-КАК1. Найти $\text{Rad}(A/\text{Rad } A)$.

Указания к решению задач 1, 2 типового расчета.

Пока у нас не хватает лекционного материала, чтобы решить эти задачи целиком.

В задаче 1 выполните пункты 1), 2), 3).

Подсказки. В лекциях 7, 8, 9 разобраны аналогичные примеры.

В задаче 2 выполните пункты 1), 2), 3), 4), 5), 6), 7).

Подсказки. А5) (R^*, \cdot) - конечная абелева группа \Rightarrow
 \Rightarrow она изоморфна прямому произведению примарных циклических групп.
А6) В собственный идеал кольца входят только необратимые элементы. Порядок идеала делит порядок кольца.