

Математический анализ, семестр 1.

Билет 16.

1. а) Является ли последовательность  $\left\{ \frac{n+1}{n^2} \right\}$  монотонно убывающей?  
б) Используя логическую символику, записать высказывание «Последовательность  $\{x_n\}$  монотонно убывает».
2. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x}{x^2 - x + 1} \right)^{5x}$ .
3. а) Вычислить производную функции:  $y = \sqrt{x+3} \cdot \arctg 7x + \frac{x^2 + 5}{x+1} + (\operatorname{ctgx})^{\ln x}$ .  
б) С помощью определения вывести формулу для вычисления производной функции  $y = \sqrt{x}$ .
4. а) Вычислить предел с помощью формулы Маклорена :  
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \operatorname{tg} 3x + \ln(1+x^3)}{x \operatorname{tg} x^2}$$
  
б) Вывести формулу Маклорена для функции:  $f(x) = \sin x$ .
5. Построить график функции  $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$ .
6. Найти дифференциал первого порядка для функции  $f(x, y) = x^2 y^3$  в точке М (1,2).
7. Открытые и замкнутые множества в  $R^n$ . Компактные множества. Свойства функций, непрерывных на компакте.