

# Вопросы на экзамен

## Математический анализ

### Кафедра высшей математики. Институт кибернетики

1. Понятие предела последовательности. Основные теоремы о пределах.
2. Существование предела у монотонной ограниченной Последовательности. Число  $e$ .
3. Принцип вложенных отрезков. Теорема Больцано-Вейерштрасса.  
Последовательности Коши. Критерий Коши существования предела.
4. Предел функции. Эквивалентное определение предела через сходящиеся последовательности.
5. Основные свойства предела функции.
6. Критерий Коши существования предела функции.
7. Непрерывные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
8. Равномерная непрерывность. Пример: функция  $y=1/x$  на промежутке  $(0;1]$ .
9. Открытые и замкнутые множества. Граничные точки и замыкание множества.  
Компактность отрезка.
10. Производная. Определение производной функции в данной точке, ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Дифференцируемость функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Производные арифметических операций.
11. Производные сложной и обратной функций. Таблица основных производных.  
Логарифмическая производная. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Вычисление производных высших порядков. Формула Лейбница.

12. Дифференциал функции. Дифференциал как главная линейная часть приращения функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Свойства дифференциала.

13. Свойства дифференцируемых функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, их геометрический смысл. Правило Лопиталя, его применение для раскрытия неопределенных предельных соотношений.

14. Формула Тейлора. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора, ее остаточный член в формах Пеано и Лагранжа. Основные тейлоровские разложения. Использование формулы Тейлора для вычисления пределов, для нахождения приближённых значений функции. Оценка погрешности приближения с помощью формулы Тейлора.

15. Исследование функции по первой производной. Условия постоянства, возрастания и убывания дифференцируемой функции на интервале. Локальный экстремум функции, его необходимое условие. Достаточное условие экстремума функции по первой производной. Критические и стационарные точки функции, различные виды локальных экстремумов в этих точках. Глобальный экстремум функции на отрезке, его нахождение. Формулировка теоремы Вейерштрасса о существовании глобального экстремума.

16. Исследование функции по второй производной. Выпуклость и вогнутость графика функции, теорема о знаке второй производной. Точки перегиба, необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба по второй производной.

17. Построение графиков функций. Горизонтальные, вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема построения графика функции. Полярные координаты, построение кривых в полярных координатах.

18. Функции нескольких переменных. Понятие об области на плоскости и в пространстве. Граница области. Замкнутая, ограниченная и неограниченная области. Определение функции двух и более переменных. Понятие о пределе функции нескольких переменных. Непрерывность функции.

19. Частные производные и полный дифференциал. Определение и вычисление частных производных, их геометрический смысл. Частные производные второго и высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования.

20. Полный дифференциал как главная линейная часть приращения функции. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Выражение дифференциала через частные производные. Инвариантность формы полного дифференциала. Производная сложной функции нескольких переменных. Понятие о дифференциалах второго и высшего порядков.

21. Экстремумы функций нескольких переменных. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Локальный экстремум функции, необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума по второму дифференциалу (с использованием критерия Сильвестра).

22. Теорема о неявной функции. Касательная плоскость к поверхности.