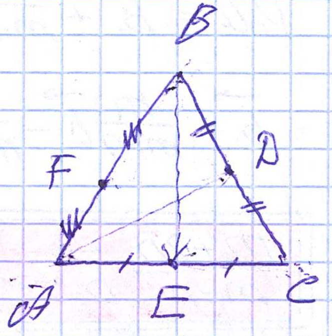
Найти сумму $\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}$



Решение:

$\vec{AD}+\vec{BE}+\vec{CF}=$

$= 2\cdot\vec{BF}+\vec{AE}+2\cdot\vec{AE}+\vec{CD}+2\cdot\vec{EA}+\vec{AF}=$

$= 2\cdot\vec{BF}-\vec{BF}+3\vec{AE}-2\vec{AE}+\vec{CD}=$

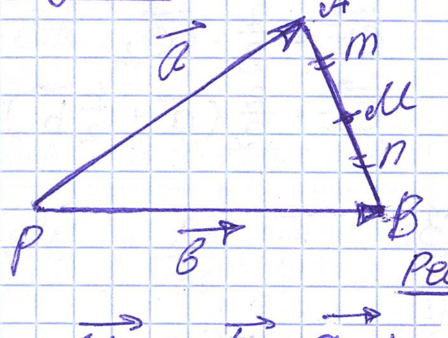
$= \vec{BF}+\vec{AE}+\vec{CD}=\frac{1}{2}\cdot\vec{BA}+\frac{1}{2}\cdot\vec{AC}+\frac{1}{2}\vec{CB}=$

$= \frac{1}{2}(\vec{BA}+\vec{AC}+\vec{CB})=\frac{1}{2}(\vec{0})=\vec{0}$

09. 09. 77

Семинар 2. (09.09.19)

Задача.



$\frac{AM}{MB}=\frac{m}{n}$

Выразить PM через $\vec{a}$ и $\vec{b}$

Решение.

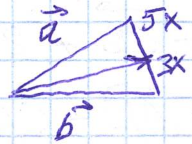
$\vec{AB}=\vec{b}-\vec{a}$;

$\vec{PM}=\vec{PA}+\vec{AM}=\vec{PA}+\frac{m}{m+n}\cdot\vec{AB}$ (7)

$$\vec{PM} = \vec{a} + \frac{m}{m+n}(\vec{b} - \vec{a}) =$$

$$= \vec{a} + \frac{m}{m+n}\vec{b} - \frac{m}{m+n}\cdot\vec{a} = \frac{m+n-m}{m+n}\cdot\vec{a} - \frac{m}{m+n}\vec{b} =$$

$$= \boxed{\frac{m}{m+n}\vec{b} + \frac{n}{m+n}\vec{a}}$$ – точка делит в отношении m/n

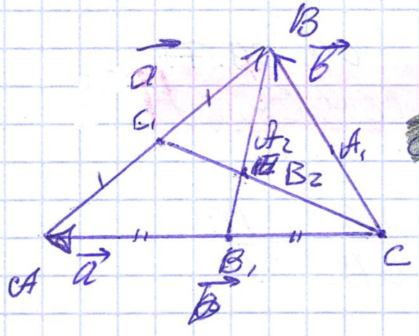


(1) $c = \frac{3}{8}\vec{a} + \frac{5}{8}\vec{b}$

$c = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

Задача.

Док-ть, что медианы Δ-ка пересекаются в одной точке.



Решение.

(1) $\vec{CC_1} = \vec{CA} + \vec{AC_1}$

$\vec{CC_1} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

$\vec{CE} = \frac{2}{3}\cdot\vec{CC_1}$

$\vec{CE} = \frac{2}{3}(\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b})$

(2) $\vec{BB_1} = -\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$

$(\vec{BB_1} = \vec{BA} + \vec{AB_1})$

$\vec{BE} = \frac{2}{3}\vec{BB_1}$

$\vec{BE} = \frac{2}{3}(-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b})$ (8)

(3) $\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}a$

$-a - \vec{b} + \frac{1}{2}a$

$\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$

$\vec{BC}=\vec{AC}-\vec{AB}=\vec{b}-\vec{a}$

$\vec{AB}+\vec{BA_1}=\vec{AA_1}$

$AA_1=\frac{1}{2}\vec{BC}=\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})$

$AA_2=\frac{2}{3}AA_1=\frac{2}{3}(\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a})=\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$

$\vec{AB_1}=\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{2}{3}\vec{AB_1}=\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$

· поскольку $AA_2=AB_2$; $A_2=B_2$

· Аналогично можно доказать $A_2=C_2$

$\boxed{\text{Задача.}}$

Дан $\triangle ABC$. Точка M лежит на AC, а $\frac{AM}{MC}=\frac{2}{3}$

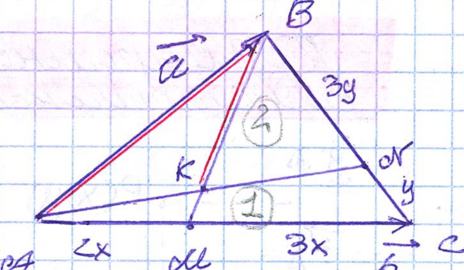
Точка $N\in BC$

$\frac{BN}{NC}=\frac{3}{1}$

AN и BM перес. в K

$\frac{AK}{KN}$; $\frac{BK}{KM}$ - ?

Решение.



① $\vec{AN}=\frac{3}{4}\vec{AC}+\frac{1}{4}\vec{AB}$

$\vec{BM}=\frac{2}{5}\vec{BC}+\frac{3}{5}\vec{BA}$

$\vec{AK}=L\cdot\vec{AN}$

$\vec{BM}\cdot B=\vec{BK}$

⊛ $\vec{AK} = \lambda\cdot\vec{AN} = \lambda\cdot\left(\frac{3}{4}\vec{AC}+\frac{1}{4}\vec{AB}\right) =$

$= \lambda\left(\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{a}\right) = \boxed{\frac{\lambda}{4}\vec{a}+\frac{3\lambda}{4}\vec{b}}$

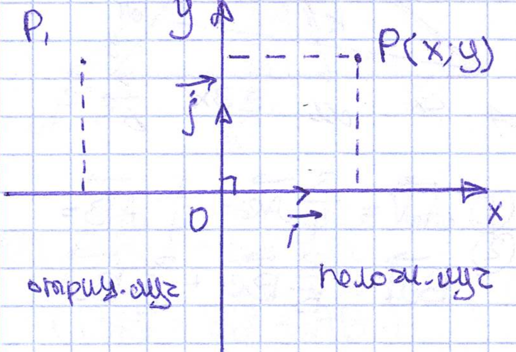
⊛ $\vec{AK} = \vec{AB}+\vec{BK} = \vec{a}+\beta\cdot\vec{BM} = \vec{a}+\beta\left(\frac{3}{5}\vec{BA}+\frac{2}{5}\vec{BC}\right)$

$= \vec{a}-\frac{3\beta}{5}\vec{AB}+\frac{2\beta}{5}\left(\vec{AC}-\vec{AB}\right) = \vec{a}-\frac{3\beta}{5}\vec{a}+\frac{2\beta}{5}\vec{b}-\frac{2\beta}{5}\vec{a}$

$= \boxed{\frac{2\beta}{5}\vec{b}+(1-\beta)\cdot\vec{a}}$

$$\begin{cases} \frac{\lambda}{4} = 1-\beta \\ \frac{3\lambda}{4} = \frac{2\beta}{5} \end{cases} \qquad \begin{cases} \beta = \frac{15}{17} \\ \lambda = \frac{8}{17} \end{cases} \qquad \frac{AK}{KM} = \frac{8}{9} \qquad \frac{BK}{KM} = \frac{15}{2}$$

Прямоугольная декартовая система коор-т на плоскости.
(ПДСК)



x – абцисса

y – ордината

$\vec{a} = a_1\cdot\vec{i}+a_2\cdot\vec{j}$

$\vec{a} = (a_1;a_2)$

координата вектора $\vec{a}$

Если $A = (x_A; y_A; z_A)$ и $B = (x_B; y_B; z_B)$,
то $\vec{AB}\{x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A\}$.

Длина $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, при $\vec{AB}\{x; y; z\}$

Если $\vec{a}\{a_1; a_2; a_3\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2; b_3\}$, то

$$\vec{a}+\vec{b} = \{a_1+b_1; a_2+b_2; a_3+b_3\}.$$

$$\lambda\cdot\vec{a} = \{\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3\}$$

Задача

$A(-3, 5)$

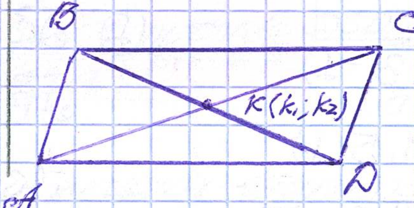
$B(4, -1)$

$C(0, 2)$

$D(-7, 8)$

1) Док-ть $ABCD$-пар-мм
2) Найти длина сторон
3) Найти коорд. точки пересеч-диаг-ей

Решение.



1) $\vec{AB}\{7; -6\}$

$\vec{DC}\{7; -6\}$

$\vec{BC}\{-4; 3\}$

$\Rightarrow$ $\vec{AB}$ X $\vec{BC}$, $\vec{AB} = \vec{DC}$

$\Downarrow$

$ABCD$-пар-м

2) $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$

$BC = |\vec{BC}| = \sqrt{16+9} = 5$

3) $\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AC}$

$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$

$\vec{AK} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$

$\vec{AK}\{\frac{1}{2}(7-4); \frac{1}{2}(-6+3)\}$

$$\begin{cases} \vec{AK}\{\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\} \\ \vec{AK}\{k_1+3; k_2-5\} \end{cases}$$

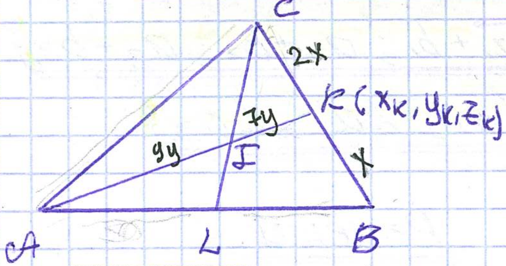
$1,5 = k_1+3$ и $-1,5 = k_2-5$

$k_1 = -1,5$ $k_2 = 3,5$

$(\vec{a} \parallel \vec{b}) \Leftrightarrow [(\exists \lambda \in R): \vec{a} = \lambda \cdot \vec{b})$

$(\vec{a}\{a_1; a_2; a_3\}$, $\vec{b}\{b_1; b_2; b_3\}$, $\vec{a} \neq 0$; $\vec{b} \neq 0)$ $\Big\lfloor (\exists \lambda \in R): (a_1 = \lambda B_1) \wedge (a_2 = \lambda B_2) \wedge (a_3 \wedge \lambda B_3)$

Свойство биссектрисы:



$$\boxed{\frac{AC}{CB} = \frac{AL}{LB}}$$

Задача.

$A = (2, 3, -1)$

$B = (1, 5, 1)$

$C = (4, 7, -5)$

Решение.

1. $\vec{AC} = (2, 4, -4)$

$\vec{AB} = (-1, 2, 2)$

$AC = |\vec{AC}| = 6$

$AB = |\vec{AB}| = 3$

2. $\frac{CK}{KB} = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{1}$

$\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AB}$

$\vec{AK} = (0, \frac{8}{3}, 0)$

$K = (2, \frac{17}{3}, -1)$

3. $\vec{CK} = (-2; \frac{17}{3} - 7; 4)$

$17 - 21 =$

$\vec{CK} = (-2; -\frac{4}{3}; 4)$

$CK = \sqrt{4 + 16 + \frac{16}{9}}$

$CK = \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{14}{3}$

4. $\frac{AC}{CK} = \frac{AI}{IK} = \frac{6 \cdot 3}{14} = \frac{9}{7}$

5. $\vec{AI} = \lambda \cdot \vec{AK}$

$\vec{AI} = \frac{9}{16} \cdot \vec{AK}$

$\vec{AI} = (0, \frac{8 \cdot 9^{3}}{3 \cdot 16_{2}}, 0) = (0, \frac{3}{2}, 0)$

12

6. $I(x_I, y_I; z_I)$

$0 = x_I - 2 \qquad 1{,}5 = y_I - 3 \qquad z_I = 0 + 1$

$x_I = 2 \qquad y_I = 4{,}5 \qquad z_I = 1$

(Найти коорд. точки пересечения бис-с).

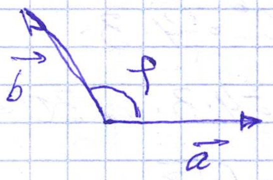
Семинар 3. (16.09.2019)

Тема 2. Скалярное произведение геом. векторов.

$(\vec{a}, \vec{b})$

Скаляр. произ-ие геометрических векторов — число

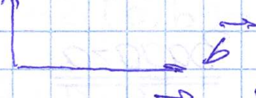
$$(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{cases} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\angle(\vec{a}, \vec{b}), & \text{если } \vec{a} \neq 0, \ \vec{b} \neq 0 \\ 0, & \text{если } \vec{a} = 0 \text{ или } \vec{b} = 0 \end{cases}$$



$\varphi \in [0, \pi]$

$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0$

$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \pi$



$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$