

## Внутренняя устойчивость графа

Подмножество  $V' \subseteq V$  графа  $G = \langle V, U \rangle$  называется множеством внутренней устойчивости, если никакие две вершины множества  $V'$  не являются смежными.

Число внутренней устойчивости – число равное наибольшей из мощностей множеств внутренней устойчивости.

Алгоритм Магу для определения множества внутренней устойчивости.

*Шаг 1.* Построить матрицу смежности вершин графа  $G$ .

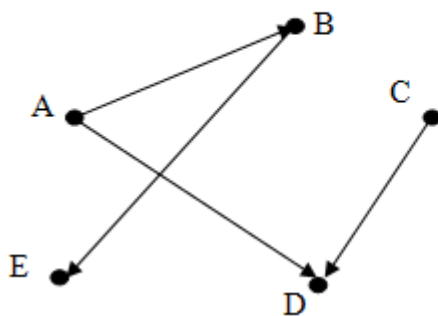
*Шаг 2.* По единицам матрицы смежности построить парные дизъюнкты.

*Шаг 3.* Получить ДНФ.

*Шаг 4.* Для каждой конъюнкции выписать недостающие вершины. Это и будут множества внутренней устойчивости.

### Пример.

Найти множество внутренней устойчивости для графа на рис. 1.



	A	B	C	D	E
A		1		1	
B					1
C				1	
D					
E					

Рис. 1. Ориентированный граф и его матрица смежности

*Шаги 2 и 3.*

$$(A \vee B)(A \vee D)(B \vee E)(C \vee D) = (A \vee BD)(B \vee E)(C \vee D) = (A \vee BD)(BC \vee BD \vee EC \vee ED) = \\ = ABC \vee ABD \vee ACE \vee ADE \vee BD = ABC \vee ACE \vee ADE \vee BD$$

*Шаг 4.*  $\{D, E\}$ ,  $\{B, D\}$ ,  $\{B, C\}$ ,  $\{A, C, E\}$

Число внутренней устойчивости равно трем.

## Внешняя устойчивость графа

Подмножество  $V'' \subseteq V$  графа  $G = \langle V, U \rangle$  называется множеством внешней устойчивости, если вершины графа:

- 1) либо являются вершинами подмножества  $V''$ ;
- 2) либо дуги исходящие из вершины, не принадлежащей  $V''$ , должны заходить в какие-то вершины, принадлежащие  $V''$  (т. е. вершина либо входит в множество внешней устойчивости, либо имеет в него дуги).

Число внутренней устойчивости – число равное наименьшей из мощностей множеств внешней устойчивости.

Алгоритм Магу для определения множества внешней устойчивости.

*Шаг 1.* Построить матрицу смежности вершин графа  $G$ .

*Шаг 2.* Поставить единицы по диагонали матрицы смежности.

*Шаг 3.* Выписать дизъюнкты по единицам и получить ДНФ.

**Пример.**

Найти множество внешней устойчивости для графа на рис. 1.

*Шаги 1 и 2.*

	A	B	C	D	E
A	<b>1</b>	1		1	
B		<b>1</b>			1
C			<b>1</b>	1	
D				<b>1</b>	
E					<b>1</b>

*Шаг 3.*

$$(A \vee B \vee D)(B \vee E)(C \vee D)DE = (ABD \vee BDE \vee DE)(BDE \vee DE)(CDE \vee DE) = DE$$

{D,E} – множество внешней устойчивости, вершины A,B,C имеют дуги в E и D.

Множество вершин, которые одновременно являются внешне и внутренне устойчивыми называются **ядром** графа.

В графе может быть несколько ядер (возможно, разного размера!), может не быть совсем.

Граф на рис.1 имеет одно ядро - {D,E}.