

**I) Найти неопределенные интегралы:**

**а)**  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^4 + 1}}$ ;      **б)**  $\int (3x - 1) \sin 2x dx$ ;      **в)**  $\int \frac{x dx}{(x + 5)^2 (x + 4)}$

**II)**

**а)** Для данного множества  $D$  записать интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде

повторных интегралов с разными порядками интегрирования, если  $D$  - четырехугольник, ограниченный прямыми  $y = 0$ ,  $y = 2$ ,  $x + y = 0$ ,  $x + y = 4$ .

Сделать чертёж области интегрирования.

**б)** Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 x \arctg x dx$

**в)** Исследовать на сходимость несобственный интеграл и вычислить его, если

он сходится:  $\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) \frac{dx}{x^3}$

**III)**

**а)** Вычисление работы силового поля. Физический смысл криволинейного интеграла по координатам. Формула Грина.

**б)** Используя формулу Грина, найти работу поля  $\mathbf{F} = (2xy, -y)$  вдоль дуги кривой  $\Gamma$ , если  $\Gamma: x^2 + y^2 = 25$ .

**в)** Проверить результат непосредственным вычислением

**IV)**

**а)** Пространственный контур  $\Gamma$  задан системой  $\{x^2 + y^2 = 9; z = x + 1\}$ . Сделать чертеж, вычислить  $\text{rot } \mathbf{a}$ , если  $\mathbf{a} = yz\mathbf{i} - x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ .

**б)** Теорема Стокса. Найти циркуляцию векторного поля  $\mathbf{a}$  по контуру  $\Gamma$ , применяя эту теорему, если

$$\mathbf{a} = yz\mathbf{i} - x\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \Gamma = \{x^2 + y^2 = 9, z = x + 1\}.$$

**в)** Проверить результат непосредственным вычислением линейного интеграла векторного поля по замкнутому контуру  $\Gamma$ .