

Минобрнауки РФ МГТУ МИРЭА	Экзаменационный билет 6 по курсу Дискретная математика 1 семестр (лектор И.В.Арташкин)	Утверждаю (зав.кафедрой) 2021г.
---------------------------------	---	---

В задачах билета используются числа a , b и c , которые находятся следующим образом: a — это число букв в Вашем имени, b — это число букв в Вашей фамилии, c — это наименьшее число, большее и a и b и не имеющее общих делителей с a .

1) Докажите методом математической индукции:

$$1 + 11 + 101 + 1001 + \dots + \underbrace{100\dots 01}_{n-1 \text{ нуль}} = \frac{10^{n+1} + 9n - 1}{9}.$$

2) Укажите на действительной прямой такие отрезки X и Y (разные для каждого из трех заданий ниже), что формула $f(x) = x^2 - 2ax + b$ определяет отображение из X в Y , такое что

а) f инъективно, но не сюръективно;

б) f сюръективно, но не инъективно;

в) f биекция.

3) Вычислите произведение перестановок $\alpha\beta$, где $\alpha = (15324)$ и $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 5 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Найдите четность и порядок полученной перестановки.

4) Расставьте недостающие цифры в перестановке $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & & & & & & 2 & & \end{pmatrix}$, чтобы перестановка α была четной и ее порядок был равен 6.

5) Сколькими способами можно пройти кратчайшим путем из точки $(0; 0)$ на плоскости в точку $(4; 4)$, идя только по линиям клетчатой бумаги?

6) Сколько нечетных перестановок порядка 10 имеется в S_9 ? Перечислите все возможные разложения в произведение независимых циклов.

7) Рассмотрим множество подмножеств $\mathcal{B}(W)$ множества $W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Каких подмножеств больше: тех, которые содержат все нечетные цифры или тех, у которых сумма значений характеристической функции меньше 3?