Критерии оценки	Максимальный балл за задание – 50 баллов • 61-75 баллов – оценка «отлично» • 46-60 баллов – оценка «хорошо» • 16-45 баллов – оценка «удовлетворительно» **В сумму баллов включаются баллы за активность в течение семестра – до 25 баллов**
Время на тест	*90* *укажите время на попытку в минутах*

Задание состоит из 7 подзаданий.

1) (6 баллов). Первое задание посвящено числовым последовательностям. Нужно найти предел последовательности, определить тип последовательности.

Пример 2. а) Является ли последовательность $\left\{\frac{500n}{1+10n}\right\}$ бесконечно большой?

б) Используя логическую символику, записать высказывание «Последовательность $\{x_n\}$ - бесконечно большая».

2) (6 баллов). Во втором задании требуется вычислить предел функции.

Пример 2. а) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{6-x}-1}{2-\sqrt{x-1}}$.

б) Дать точное определение того, что $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = A \neq \infty$.

3) (9 баллов). В третьем задании нужно найти производную функции.

Пример 2. Вычислить производную функции: $y=\sqrt[3]{x}\cdot tg\sqrt{x}+\frac{e^x}{x^2+1}+\frac{\sqrt[3]{2x+13}\cdot x^2}{\sqrt{(x-2)^3(3x+5)}}$.

4) (9 баллов). В четвёртом задании нужно ответить на вопрос по формуле Тейлора,

Вычислить предел с использованием формулы Маклорена.

Пример 2. а) Вычислить предел с помощью формулы Маклорена:
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2tgx-\sin 2x}{e^{2x}+\ln(1+2x)-4x-1}$.

б) Вывести формулу Маклорена для функции $f(x)=e^{x}$.

5) (7 баллов). В пятом задании нужно построить график функции или решить задачу на нахождение экстремума.

Пример 2. Построить график функции $y=\dfrac{\ln x}{x}$.

6) (6 баллов). В шестом задании нужно ответить на вопрос по функциям нескольких

вещественных переменных: найти предел, производные или

дифференциал функции.

Пример 2. а) Построить линии уровня для функции $z=x^2+y^2$, найти ***grad*** *z*
б) в каком отношении находятся линии уровня и векторное поле ***grad*** *z.*

7) (7 баллов). Теоретический вопрос по одному из вопросов к экзамену по курсу анализа(по завершении курса лекций вопросы могут уточняться).

Вопросы к экзамену.

1. Понятие предела последовательности. Основные теоремы о пределах.

2. Существование предела у монотонной ограниченной Последовательности.

   Число e.

3. Принцип вложенных отрезков. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

   Последовательности Коши. Критерий Коши существования предела.

4. Предел функции. Эквивалентное определение предела через сходящиеся последовательности.
5. Основные свойства предела функции.
6. Критерий Коши существования предела функции.
7. Непрерывные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
8. Равномерная непрерывность. Пример: функция $y=1/x$ на промежутке $(0;1]$.
9. Открытые и замкнутые множества. Граничные точки и замыкание множества. Компактность отрезка.
10. Производная. Определение производной функции в данной точке, ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Дифференцируемость функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Производные арифметических операций.
11. Производные сложной и обратной функций. Таблица основных производных. Логарифмическая производная. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Вычисление производных высших порядков. Формула Лейбница.
12. Дифференциал функции. Дифференциал как главная линейная часть приращения функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Свойства дифференциала.

13. Свойства дифференцируемых функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, их геометрический смысл. Правило Лопиталя, его применение для раскрытия неопределенных предельных соотношений.
14. Формула Тейлора. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора, ее остаточный член в формах Пеано и Лагранжа. Основные тейлоровские разложения. Использование формулы Тейлора для вычисления пределов, для нахождения приближённых значений функции. Оценка погрешности приближения с помощью формулы Тейлора.
15. Исследование функции по первой производной. Условия постоянства, возрастания и убывания дифференцируемой функции на интервале. Локальный экстремум функции, его необходимое условие. Достаточное условие экстремума функции по первой производной. Критические и стационарные точки функции, различные виды локальных экстремумов в этих точках. Глобальный экстремум функции на отрезке, его нахождение. Формулировка теоремы Вейерштрасса о существовании глобального экстремума.
16. Исследование функции по второй производной. Выпуклость и вогнутость графика функции, теорема о знаке второй производной. Точки перегиба, необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба по второй производной.
17. Построение графиков функций. Горизонтальные, вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема построения графика

функции. Полярные координаты, построение кривых в полярных координатах.

18.Функции нескольких переменных. Понятие об области на плоскости и в пространстве. Граница области. Замкнутая, ограниченная и неограниченная области. Определение функции двух и более переменных. Понятие о пределе функции нескольких переменных. Непрерывность функции.

19. Частные производные и полный дифференциал. Определение и вычисление частных производных, их геометрический смысл. Частные производные второго и высших порядков. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования.

20. Полный дифференциал как главная линейная часть приращения функции. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Выражение дифференциала через частные производные. Инвариантность формы полного дифференциала. Производная сложной функции нескольких переменных. Понятие о дифференциалах второго и высшего порядков.

21. Экстремумы функций нескольких переменных. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Локальный экстремум функции, необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума по второму дифференциалу (с использованием критерия Сильвестра).

22. Теорема о неявной функции. Касательная плоскость к поверхности.