

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
“Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники”
Факультет информационных технологий и управления
Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗВИС»
на тему «Реализация модели решения задачи
на конвейерной архитектуре»

Выполнила
студентка группы
821704

Гавриленко Я.В.
Ильюкевич В.А.

Проверила

Орлова А.С.

Минск 2020

Тема: "Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре"

Цель: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения (деления (обращения)) компонентов двух векторов чисел.

Описание модели: краткое описание особенностей

Модель арифметического (сбалансированного) конвейера, реализующего операцию произведения пары 6-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого (частичного произведения) влево.

Данный конвейер содержит 3 этапа, представленных тремя видами операций: вычисление частичного произведения, сдвиг частичного произведения влево и вычисление суммы частичных произведений.

Алгоритм:

Умножение с младших разрядов $11.0001 * 01.1011 = 0101.0010.1011$ (5) (4) (3) (2) (1) (0)		
Обозначим множимое 110001 за М; номер разряда за i, а его значение за X		
№ (номер разряда в числе)	Арифметические действия	Пояснение
1	1- 0000.0011.0001 2- 0000.0011.0001 3- 0000.0011.0001	1 - Вычисление частичного произведения-1 (i=0): $X_i * M = 1 * 110001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-1 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-1 к сумме частичных произведений
2	1- 0000.0011.0001 2- 0000.0110.0010 3- 0000.1001.0011	1 - Вычисление частичного произведения-2 (i=1): $X_i * M = 1 * 110001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-2 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-2 к сумме частичных произведений
3	1- 0000.0000.0000 2- 0000.0000.0000 3- 0000.1001.0011	1 - Вычисление частичного произведения-3 (i=2): $X_i * M = 0 * 110001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-3 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-3 к сумме частичных произведений
4	1- 0000.0011.0001 2- 0001.1000.1000 3- 0010.0001.1011	1 - Вычисление частичного произведения-4 (i=3): $X_i * M = 1 * 110001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-4 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-4 к сумме частичных произведений
5	1- 0000.0011.0001 2- 0011.0001.0000 3- 0101.0010.1011	1 - Вычисление частичного произведения-5 (i=4): $X_i * M = 1 * 110001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-5 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-5 к сумме частичных произведений
6	1- 0000.0000.0000 2- 0000.0000.0000 3- 0101.0010.1011	1 - Вычисление частичного произведения-6 (i=5): $X_i * M = 0 * 110001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-6 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-6 к сумме частичных произведений

Исходные данные:

$p = 6$ – разрядность умножаемых чисел

$n = 3$ – количество этапов конвейера

m – количество пар задаваемых пользователем

$r = m$ – ранг задачи

$t_i = 6 * m$ – количество тактов для одного этапа конвейера

Работа конвейера. Результаты счёта и времена их получения:

Пользователю предлагается самостоятельно выбрать не только количество пар чисел, над которыми будут производиться операции, но и сами числа.

```
1 пара:
Первый множитель: 27 = 011011
Второй множитель: 49 = 110001

2 пара:
Первый множитель: 6 = 000110
Второй множитель: 8 = 001000

3 пара:
Первый множитель: 13 = 001101
Второй множитель: 15 = 001111
```

Рис.1

Числа, введенные в десятичной системе, переводятся в двоичную систему. Далее взаимодействие происходит именно с ними. В конце ответы отображаются как в двоичной, так и в десятичной системах счисления.

Ниже изображен пример вывода результата в консоль.

```
Результаты вычислений:
1 пара: 27 * 49 = 1323 = 010100 101011
2 пара: 6 * 8 = 48 = 000000 110000
3 пара: 13 * 15 = 195 = 000011 000011
```

Рис.2

При введении трех и менее пар чисел будет выведена таблица отображающая потактовое состояние конвейера. Но пользователю остается возможность пропустить потактовое выполнение и сразу вывести ответ (Рис.3).

Выводится таблица, в которой выделены «частичное произведение», «сдвиг» и «частичная сумма» (Рис.4). При этом программа предусматривает то, что пользователь введет одну, две или три пары чисел. В зависимости от этого будет выводиться таблица для разного количества тактов:

- для одной пары – 8 тактов
- для двух пар – 14 тактов
- для трех пар – 20 тактов

При введении более трех пар элементов, будет выведен результат всех операций в двух системах счисления и количество тактов, которые понадобились для их вычисления.

```

1 пара:

Первый множитель: 15 = 001111
Второй множитель: 29 = 011101

2 пара:

Первый множитель: 18 = 010010
Второй множитель: 4 = 000100

3 пара:

Первый множитель: 27 = 011011
Второй множитель: 49 = 110001

4 пара:

Первый множитель: 34 = 100010
Второй множитель: 19 = 010011

Кол-во пар: 4    Кол-во тактов: 26

Результаты вычислений:
1 пара: 15 * 29 = 435 = 000110 110011
2 пара: 18 * 4 = 72 = 000001 001000
3 пара: 27 * 49 = 1323 = 010100 101011
4 пара: 34 * 19 = 646 = 001010 000110

```

Рис.3

1 пара:			
Первый множитель: 27 = 011011			
Второй множитель: 49 = 110001			
№ такта	частичное произведение	сдвиг	частичная сумма
6	0000 0001 1011	0001 1011 0000	0000 0001 1011
Номер обрабатываемой пары: 1			

Рис.4

Графики:

Обозначения:
 $Ky(r) = T1/Tn$;
 $e(r) = Ky(r)/n$;
где $Ky(r)$ – коэффициент ускорения;
 $e(r)$ – эффективность;
 m – количество пар, поступающих на вход;
 r – ранг;
 $Tn = K1/n + n-1$;

Данный график построен на основании таблицы:

r	T1	Ky			
1	6	1	1,5	1,5	1
2	12	1	1,714286	2	1,714286
3	18	1	1,8	2,25	2,25
4	24	1	1,846154	2,4	2,666667
5	30	1	1,875	2,5	3
6	36	1	1,894737	2,571429	3,272727
7	42	1	1,909091	2,625	3,5
8	48	1	1,92	2,666667	3,692308
9	54	1	1,928571	2,7	3,857143
10	60	1	1,935484	2,727273	4
11	66	1	1,941176	2,75	4,125
12	72	1	1,945946	2,769231	4,235294
13	78	1	1,95	2,785714	4,333333
14	84	1	1,953488	2,8	4,421053
15	90	1	1,956522	2,8125	4,5
16	96	1	1,959184	2,823529	4,571429
17	102	1	1,961538	2,833333	4,636364
18	108	1	1,963636	2,842105	4,695652
19	114	1	1,965517	2,85	4,75
20	120	1	1,967213	2,857143	4,8
n		1	2	3	6

График 1. График зависимости коэффициента ускорения Ky от ранга задачи r

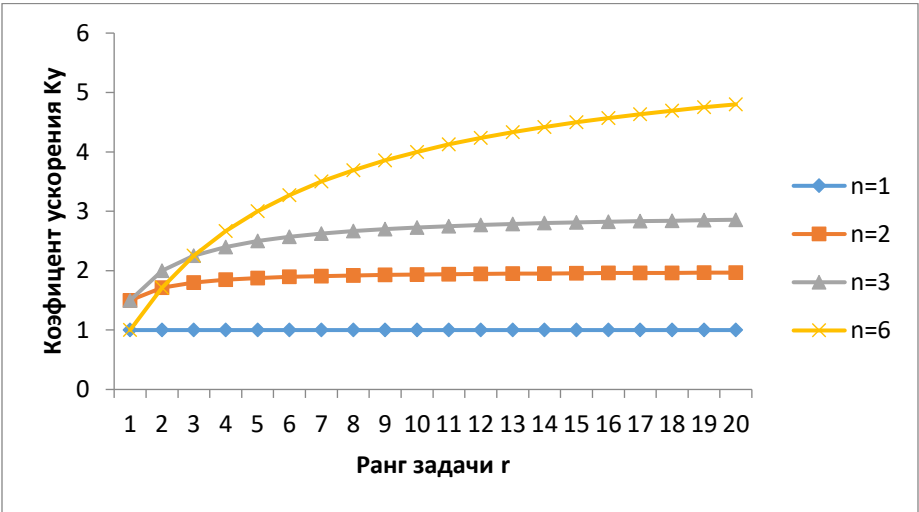


График 2. График зависимости коэффициента ускорения K_u от количества этапов n

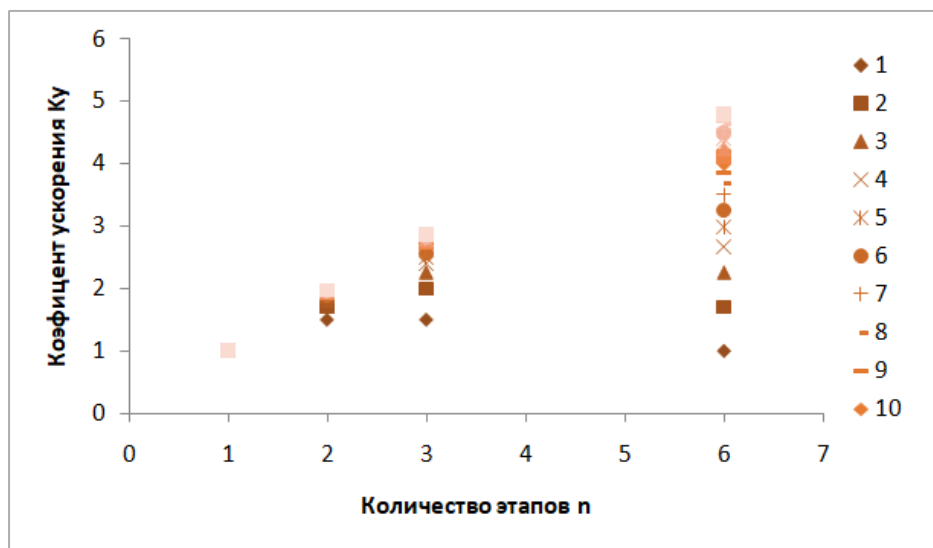


График 3. График зависимости эффективности e от ранга задачи r

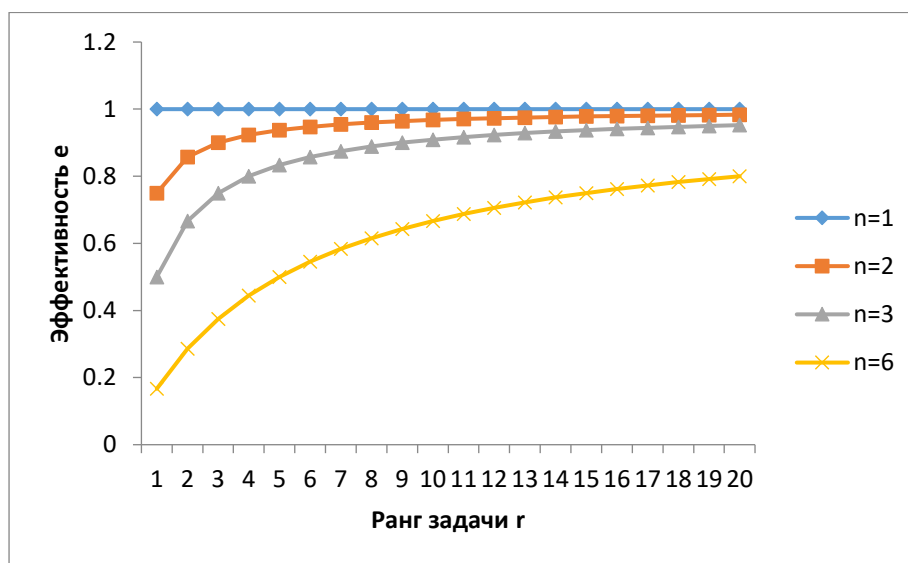
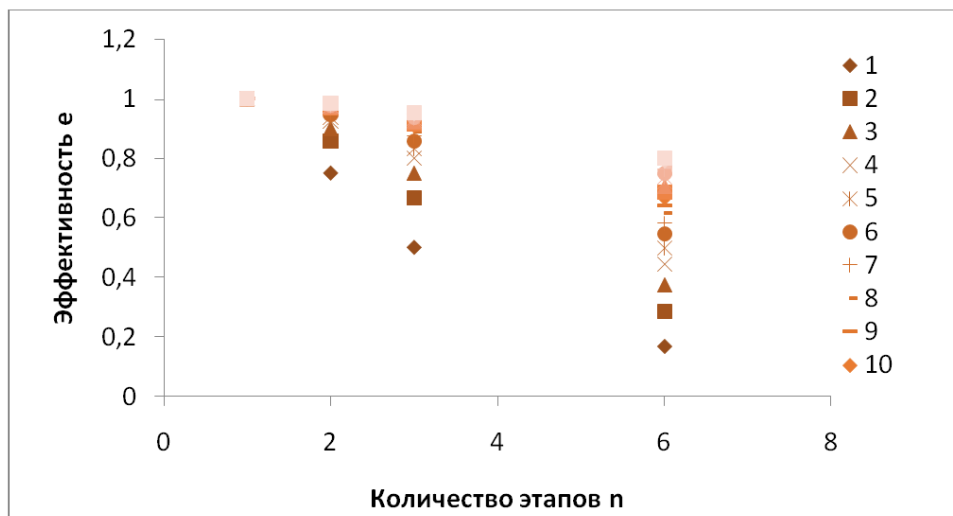


График 4. График зависимости эффективности e_{Ku} от количества введенных пар k



Вопросы и ответы на них:

1. проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера)

Имеются исходные векторы шестизрядных чисел:

$$A = \langle 15, 18, 27 \rangle$$

$$B = \langle 29, 4, 49 \rangle$$

Входные пары:

Первая умножаемая пара - $\langle 15, 29 \rangle$

Вторая умножаемая пара - $\langle 18, 4 \rangle$

Третья умножаемая пара - $\langle 27, 49 \rangle$

Проверка результатов:

- $15 * 29 = 435$

- $18 * 4 = 72$

- $27 * 49 = 1323$

Результаты верны. Скриншоты, подтверждающие корректную работу программы, приведены выше.

2. объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты

Для объяснения точек перегиба и асимптот обратимся к формулам:

$$Ky = \frac{T_1}{T_n}; Ky = \frac{r * n * t_i}{n * t_i + (r - 1) * t_i} = \frac{r * n}{n + r - 1}$$

Возьмём предел при $n \rightarrow \infty$ и $r \rightarrow \infty$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Ky = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = r; \lim_{r \rightarrow \infty} Ky = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = n$$

Значит асимптотой для Ky будет являться прямая $Ky = r$ при $n = const$, и прямая $Ky = n$ при $r = const$.

Для эффективности проделаем аналогичную работу:

$$e = \frac{Ky}{n} = \frac{r}{n + r - 1}; \lim_{n \rightarrow \infty} e = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 0; \lim_{r \rightarrow \infty} Ky = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 1$$

Значит асимптотой для e будет являться прямая $e = 1$ при $n = const$, и прямая $e = 0$ при $r = const$.

3. спрогнозировать как измениться вид графиков при изменении параметров модели

- параметр r
 - график Ky :
при увеличении растет значение коэффициента ускорения остается неизменным
 - график e :
при увеличении растет значение ускорения остается неизменным
- параметр k
 - график Ky :
при увеличении уменьшается значение коэффициента ускорения
 - график e :
при увеличении падает значение ускорения

4. каково соотношение между параметрами n, r, m, p модели сбалансированного конвейера

m – задается пользователем

$$r = m$$

$$p = 6$$

$$n = 3$$

5. допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение K_y) и для нее выполняется:

$$\circ h(n_1, r_1) = h(n_2, r_2)$$

$$\circ n_1 > n_2$$

$$e(n_1, r_1) = e(n_2, r_2);$$

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{r}{n + r - 1};$$

$$\frac{r_1}{n_1 + r_1 - 1} = \frac{r_2}{n_2 + r_2 - 1};$$

$$r_1 * n_2 + r_1 * r_2 - r_1 = r_2 * n_1 + r_2 * r_1 - r_2;$$

$$r_1 * (n_2 - 1) = r_2 * (n_1 - 1);$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1};$$

Т.к. $n_1 > n_2 > 1$, то $r_1 > r_2$

6. дано:

- несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: $n, \{t_i\}$ – времена выполнения обработки на этапах конвейера);
- e_0 – некоторое фиксированное значение эффективности.

Определить значение r_0 , при котором выполняется $e(n, r_0) > e_0$? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{T_1}{T_n * n}; \quad n \in N$$

$$T_n = \sum_{i=1}^n t_i + (r - 1)t_{\max}$$

$$T_1 = r \sum_{i=1}^n t_i$$

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} \Rightarrow \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0 - 1)t_{\max} \right)$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i + e_0 n r_0 t_{\max} - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n r_0 t_{\max} > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \left(\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} \right) > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \right)$$

Необходимо определить знаки выражений:

$$\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \geq 0$$

$$\text{Если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} > 0, \text{ то } \boxed{r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}}$$

$$\text{если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} < 0, \text{ то } \boxed{r_0 < \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}}$$

7. для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: $\lim(e(n,r))$ при $r \rightarrow \infty$.

$$\text{Так как } e(n,r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})}, \text{ то}$$

предел находим по правилу Лопиталья

$$\lim_{r \rightarrow \infty} e(n,r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i / r + (r-1)t_{\max} / r)} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n t_{\max}}.$$

8. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса).

каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r_0 выполнялось $e(n,r_0) > e_0$?

Т.к. e функция от двух переменных, и r_0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

$$e(n,r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0;$$

$$n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0 (\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})}.$$

Необходимо объединять этапы конвейера таким образом, чтобы выполнялось неравенство $1 \leq n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0 (\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})}$

Таким образом, конвейер необходимо перестроить с целью уменьшения n если оно выходит за указанный выше предел. Это можно сделать объединив некоторые этапы конвейера.

9. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t_0 (условной временной единицы).

каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы $K_y(n,r)$, $e(n,r)$?

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, нужно перестроить так, чтобы он стал сбалансированным, и каждый этап выполнялся за минимальное время t_0 . Необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно t_0 .

Следовательно: $t_0 = t_i = t_{\max}$

$$K_y(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0} = \frac{rn}{n+(r-1)}.$$

Аналогично с эффективностью:

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{n(\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0)} = \frac{r}{n+(r-1)}.$$

То есть необходимо разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0 , на более мелкие этапы.

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого влево.

Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.