Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)

Кафедра
«Системный анализ и моделирование экономических процессов»

Кораблев Ю.А.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Методические указания по изучению дисциплины и выполнению контрольных работ 1 и 2.

Для студентов, обучающихся по направлению
010400.62 "Прикладная математика и информационные технологии"
080500.62 "Бизнес информатика"

Москва 2015

Контрольная работа №1
по имитационному моделированию
тема:
Подготовка и контроль статистической информации

Моделирование закона распределения с помощью метода обратного преобразования (обратной функции)

У любого закона распределения функция распределения $F(x)$ всегда принимает значения из интервала $[0,1]$. Рассмотрим интегральную функцию распределения $y = F(x)$ некоторого интересующего нас закона распределения и попробуем выразить обратную функцию:

$$x = F^{-1}(y). \tag{1}$$

Тогда если сгенерировать случайную величину Y, равномерно распределенную на отрезке $[0,1]$, то через обратную функцию можно получить значение X, принимающие все значения из области определения.

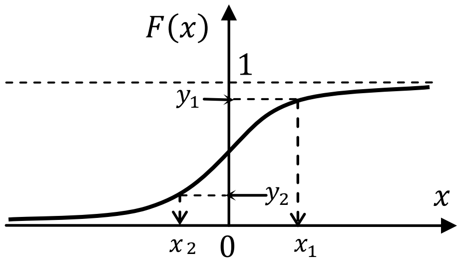

Рисунок 1. Метод обратной функции

Пример 1. Получение экспоненциального распределения.

Плотность распределения $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, функция распределения $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$. Выразим обратную функцию, для этого перекидываем 1 в другую сторону, а затем берем логарифм от обеих частей.

$$y = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$1 - y = e^{-\lambda x}$$

$$LN(1 - y) = -\lambda x$$

$$x = -\frac{LN(1 - y)}{\lambda}$$

Получение усеченного распределения

Если необходимо ограничить область получаемых случайных величин, то обратное преобразования позволяет сделать это очень просто, не меняя вида обратной функции. Например, если надо получить случайные числа x, ограниченные интервалом от a до b, то для этого надо сделать следующее:

1) Генерируем y как равномерное от 0 до 1.
2) Рассчитываем случайную величину $v = F(a) + [F(b) - F(a)] \cdot y$
3) Возвращаем случайную величину $x = F^{-1}(v)$.

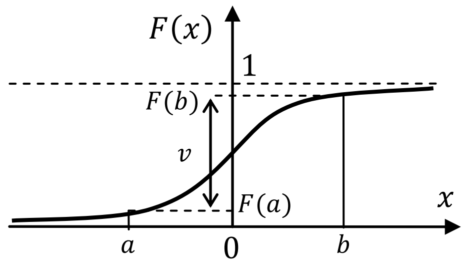

Рисунок 2. Получение усеченного распределения

Моделирование закона распределения с помощью метода композиции.

Название метода связано с тем, что он предназначен для моделирования таких сложных распределений, которые можно представить в виде выпуклой линейной комбинаций других более простых распределений, способы моделирования которых предполагаются нам известными.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i f_i(x) \tag{2}$$

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i F_i(x) \tag{3}$$

где p_i доли более простых распределений, причем $p_i \epsilon [0,1]$ и $\sum p_i = 1$.

Моделировать такие распределения можно с помощью следующего подхода.

1. Генерируем равномерную случайную величину $U \epsilon [0,1]$.

2. С помощью случайной величины U по вероятностям p_i выбирается номер распределения i (где p_i показывает вероятность того, что будет выбрано распределение i).

3. Возвращается случайная величина x в соответствии с законом распределения $F_i(x)$.

Пример 2. В этом примере функция плотности распределения представляется композицией двух не пересекающихся областями определения функциями. Двухсторонне экспоненциальное распределение (Лапласа)

$$f(x) = 0.5e^{-|x|} \tag{4}$$

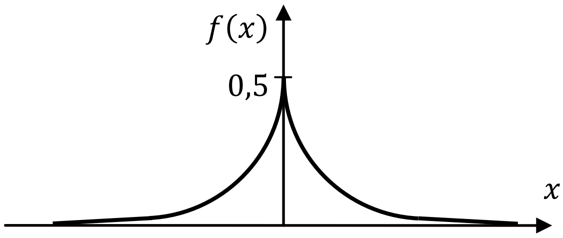

Рисунок 3. Плотность вероятности двухстороннего экспоненциального распределения

Площадь под кривой по-прежнему равна 1. Так как график функции симметричный, можно представить его в виде комбинации двух частей двух односторонних графиков, которые действуют только на одной половине пространства.

$$f(x) = 0.5e^{x}I_{(-\infty,0]}(x) + 0.5e^{-x}I_{(0,+\infty)}(x) \tag{5}$$

где функции $I_{(-\infty,0]}$ возвращает 0 или 1 в зависимости от того, на какой половине пространства находится аргумент x.

Можно представить $f(x) = 0.5f_1(x) + 0.5f_2(x)$, где $f_1(x)$ левостороннее экспоненциальное распределение, а $f_2(x)$ правостороннее распределение.

Тогда чтобы получить случайную величину x по двухстороннему распределению $f(x)$ надо выполнить следующее:

1) Генерируем равномерную случайную величину $U_1 \epsilon [0,1]$.

2) С вероятностью 0.5 выбираем левостороннюю экспоненту и с оставшейся вероятностью 0.5 правостороннюю экспоненту. Для этого проверяем если $U_1 \leq 0.5$ берем левостороннюю, иначе правостороннюю.

3) Получаем x как случайную величину с одним из экспоненциальных распределений. Для этого генерируем равномерную случайную величину $U_2 \epsilon [0,1]$, затем возвращаем $x = +\frac{LN(1-U_2)}{\lambda}$ для левостороннего распределения или $x = -\frac{LN(1-U_2)}{\lambda}$ для правостороннего (можно упростить алгоритм, сперва рассчитать x, а затем с вероятностью 0.5 выбрать знак).

Пример 3. В этом примере функция плотности распределения представляется композицией двух функций с пересекающимися областями определения. Функция плотности распределения имеет вид трапеции.

$$f(x) = a + 2(1-a)x \quad \text{для } x\epsilon[0,1] \tag{6}$$

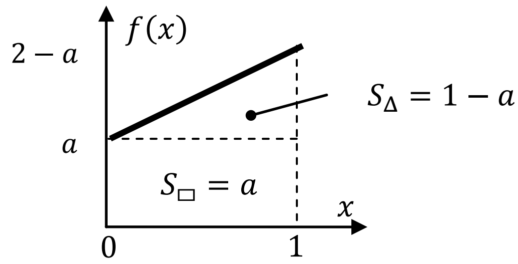

Рисунок 4. Плотность вероятности $f(x)$

Можно разграничить трапецию горизонтальной линией на прямоугольник и треугольник с площадями $S_\square = a$ и $S_\Delta = 1-a.$ Функцию плотности вероятности можно представить в виде комбинации равномерного распределения и левого треугольного распределения.

$$f(x) = S_\square \cdot 1 + S_\Delta \cdot 2x \quad \text{для } x\epsilon[0,1] \tag{7}$$

Тогда алгоритм получения случайной величины x следующий:

1) Генерируем равномерную случайную величину $U_1\epsilon[0,1]$.

2) Если $U_1 \leq a$ выбираем равномерное распределение, иначе треугольное распределение.

3) Получаем x как случайную величину с одним из распределений. Для этого генерируем равномерную случайную величину $U_2\epsilon[0,1]$. Для равномерного распределения возвращаем $x = U_2$. Для левого треугольного распределения возвращаем $x = \sqrt{U_2}$.

Преимущества метода композиции проявляются тогда, когда моделирование нескольких более простых распределений оказывается проще, чем одного сложного. Как уже говорилось не всегда можно применить метод обратного преобразования, и в этих случаях если предварительно представить исходное распределение как композицию более простых, то становится возможным использовать обратное преобразование для этих простых распределений.

Изменение параметров законов распределения.

Вспомним из теории вероятности свойства числовых характеристик случайных величин X и Y:

$$
\begin{gathered}
M(X+Y)=M(X)+M(Y)\\
M(X\cdot Y)=M(X)\cdot M(Y)\\
M(c\cdot X)=c\cdot M(X)\\
D(X+Y)=D(X)+D(Y)\\
D(c)=0\\
D(c\cdot X)=c^2\cdot D(X)\\
\sigma(X)=\sqrt{D(X)}\\
\sigma(c\cdot X)=c\cdot\sigma(X)
\end{gathered}
\tag{8}
$$

Если известен способ получения случайной величины $X\in[a,b]$, то простым сдвигом на d (с помощью добавления любого значения) можно получить случайную величину с тем же распределением, но от $a+d$ до $b+d$. Похожим образом можно из случайной величины $X\in[a,b]$ получить случайную величину от $a\cdot c$ до $b\cdot c$, для этого надо умножить случайную величину на c . Например, чтобы получить случайную величину равномерную на отрезке от a до b из равномерной величины $U\in[0,1]$, надо случайную величину U сперва умножить на $b-a$, а замет добавить a (на самом деле это можно вывести из метода обратной функции).

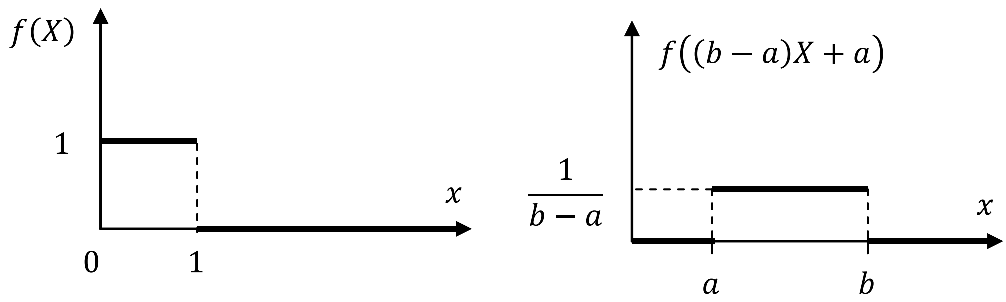

Рисунок 5. Изменение равномерного распределения

Однако умножение экспоненциальной случайной величины X не приведет к изменению области определения, а лишь приведет к уменьшению степени затухания в соответствующее число раз (т.к. $X=-Ln(U)/\lambda$ и с$X=-Ln(U)/(\frac{1}{c}\lambda)$).

Есть прием, позволяющий развернуть распределение. Например, если X соответствует левому треугольному распределению на интервале от 0 до 1, то $1-X$ будет соответствовать правому треугольному распределению, и наоборот, можно из правого, получить левое треугольное распределение.

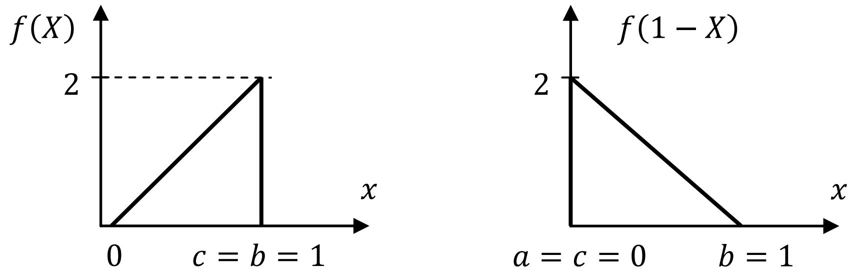

Рисунок 6. Изменение треугольного распределения

У нормального распределения $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ мы можем с легкостью изменить математическое ожидание m (положение центра, максимума) и среднее квадратичное отклонение σ (мера разброса). Для изменения математического ожидания мы прибавляем константу, для изменения σ в k раз мы делим или умножаем случайную величину пропорционально k.

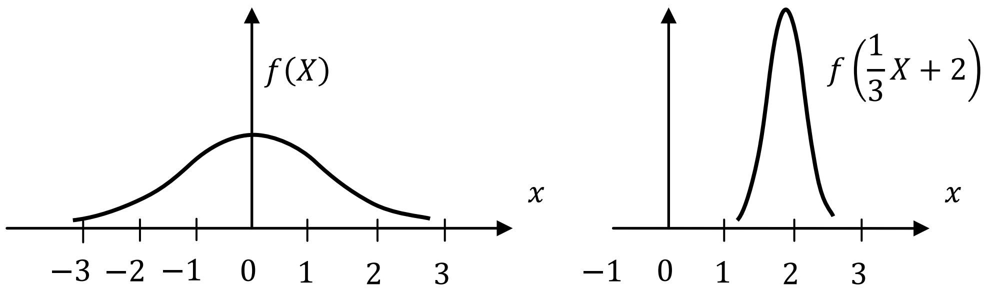

Рисунок 7. Изменение нормального распределения

В итоге получаем следующее простое правило: *прибавление числа к случайной величине приводит к сдвигу закона распределения, причем если у закона распределения ограниченная область определения, то она также сдвигается. Умножение случайной величины приводит к растяжению графика, а деление приводит к сжатию графика функции.*

Задание:

1. Построить график функции плотности вероятности

2. Использую метод обратной функции и композиции, предложить алгоритм получения случайных величин в соответствии с заданным законом распределения.

3. Получить выборку размером 10000 случайных чисел в соответствии с заданным законом распределения.

4. Проверить соответствие полученных данных теоретическому закону распределения по критерию Пирсона или Колмогорова (см. курс по теории вероятности)

Примечание. Можно использовать встроенный генератор случайных чисел для получения базовых случайных чисел.

Вариант 1. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\lambda_1 e^{-\lambda_1(b-x)}, & x \in [a,b] \\ 0.15, & x \in [b,c] \\ \frac{1}{3}\lambda_2 e^{-\lambda_2(x-c)}, & x \in [c,d] \\ 0, & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 9.945,\ b = 13,\ c = 16,\ d = 19.083,\ \lambda_1 = 0.3,\ \lambda_2 = 0.45$

Вариант 2. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.1(c-x)}{(c-a)} I(x,a,c) + \frac{0.1(x-b)}{(d-b)} I(x,b,d), & x \in [a,d] \\ 0, & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 3,\ b = 7,\ c = 13,\ d = 17$, а $I(x, x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & x \in [x_1, x_2] \\ 0, & x \notin [x_1, x_2] \end{cases}$

Вариант 3.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{0.1275(b-x)}{(b-a)} I(x,a,b) + \frac{0.1275(x-c)}{(d-c)} I(x,c,d) + \frac{0.5}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, & x \in [a,d] \\ 0, & x \notin [a,d] \end{cases}$$

где $a = 4,\ b = 8,\ c = 14,\ d = 18, m = 11, \sigma = 3$,

а $I(x, x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & x \in [x_1, x_2] \\ 0, & x \notin [x_1, x_2] \end{cases}$

Вариант 4. $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{7}\lambda_1 e^{-\lambda_1(x-a)} + \frac{5}{8}\lambda_2 e^{-\lambda_2(b-x)}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 10,\ b = 20,\ \lambda_1 = 0.12,\ \lambda_2 = 0.1617$

Вариант 5. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.2}{(b-a)}, & x \in [a,b] \\ \frac{0.3}{(c-b)}, & x \in [b,c] \\ \frac{0.5}{(d-c)}, & x \in [c,d] \\ 0 & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 7,\ b = 10,\ c = 13,\ d = 16$

Вариант 6. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.6}{(b-a)}, & x \in [a,b] \\ \frac{0.25}{(c-b)}, & x \in [b,c] \\ \frac{0.15}{(d-c)}, & x \in [c,d] \\ 0 & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 1,\ b = 6,\ c = 11,\ d = 16$

Вариант 7. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.2}{(b-a)}, & x \in [a,b] \\ \frac{0.3}{(c-b)}, & x \in [b,c] \\ \lambda e^{-\lambda(x-c)}, & x \in [c,d] \\ 0, & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 6,\ b = 9,\ c = 12,\ d = 18{,}9315,\ \lambda = 0.1$

Вариант 8. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\lambda e^{-\lambda(b-x)}, & x \in [a,b] \\ \frac{0.45}{(c-b)}, & x \in [b,c] \\ \frac{0.25}{(d-c)}, & x \in [c,d] \\ 0, & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = -1.0905,\ b = 4,\ c = 9,\ d = 14,\ \lambda = 0.18$

Вариант 9. $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-m)^2}{8} + \frac{1}{12}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 3,\ b = 7,\ m = 5$

Вариант 10. $f(x) = \begin{cases} (x-m)^2 + \frac{1}{6}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 1,\ b = 3,\ m = 2$

Вариант 11. $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)(c-a)} + \frac{1}{2(b-a)} & x \in [a,c] \\ \frac{(b-x)}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{2(b-a)} & x \in [c,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 3,\ c = 8, b = 13$

Вариант 12. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.3(x-a)}{(c-a)} + \frac{0.10657}{(b-a)} & x \in [a,c] \\ \lambda e^{-\lambda(x-c)} + \frac{0.10657}{(b-a)} & x \in [c,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = -2,\ c = 0, b = 3, \lambda = 0.3$

Вариант 13. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.15(x-a)}{(c-a)} + \frac{0.55}{(b-a)} & x \in [a,c] \\ \frac{0.30}{(b-c)} + \frac{0.55}{(b-a)} & x \in [c,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 4,\ c = 6,\ b = 8$

Вариант 14. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} + \frac{0.3173}{(b-a)} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 2, b = 6, m = 4, \sigma = 2$

Вариант 15. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.40}{(c-a)} + \frac{0.4}{(b-a)} & x \in [a,c] \\ \frac{0.2(b-x)}{(b-c)} + \frac{0.4}{(b-a)} & x \in [c,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = -1,\ c = 1,\ b = 3$

Вариант 16. $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(c-x)} + \frac{0.25}{(b-a)} & x \in [a,c] \\ \frac{0.2(b-x)}{(b-c)} + \frac{0.25}{(b-a)} & x \in [c,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 4,\ c = 8,\ b = 10,\ \lambda = 0.2$

Вариант 17. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\lambda e^{-\lambda(|x-c|)} + \frac{0.3}{(b-a)} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 3,\ c = 7,\ b = 11,\ \lambda = 0.3$

Вариант 18. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.1(x-a)}{(b-a)}, & x \in [a,b] \\ 0.1, & x \in [b,c] \\ \frac{0.1(d-x)}{(d-c)}, & x \in [c,d] \\ 0 & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 3,\ b = 7,\ c = 13,\ d = 17$

Вариант 19. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\lambda e^{-\lambda(b-x)}, & x \in [a,b] \\ 0.2, & x \in [b,c] \\ \frac{0.2(d-x)}{(d-c)}, & x \in [c,d] \\ 0 & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 7,\ b = 11,\ c = 13,\ d = 15,\ \lambda = 0.4$

Вариант 20. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.1(x-a)}{(b-a)}, & x \in [a,b] \\ 0.1, & x \in [b,c] \\ \lambda e^{-\lambda(x-c)}, & x \in [c,d] \\ 0 & x \notin [a,d] \end{cases}$

где $a = 1,\ b = 3,\ c = 7,\ d = 13{,}93147, \lambda = 0.1$

Вариант 21.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(b-x)}{6(b-a)} I(x,a,b) + \frac{(x-c)}{6(d-c)} I(x,c,d) + \frac{1}{3\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, & x \in [a,d] \\ 0, & x \notin [a,d] \end{cases}$$

где $a = 3,\ b = 7,\ c = 15,\ d = 19, m = 11, \sigma = 2$,

а $I(x, x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & x \in [x_1, x_2] \\ 0, & x \notin [x_1, x_2] \end{cases}$

Вариант 22. $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 I(x,a,c) + (x-b)^2 I(x,c,b) + \frac{1}{6}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 1,\ b = 3,\ m = 2,\ I(x, x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & x \in [x_1, x_2] \\ 0, & x \notin [x_1, x_2] \end{cases}$

Вариант 23. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x-a)^2 I(x,a,c) + \frac{5}{9} I(x,c,b) + \frac{3}{18}\ , & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = -1,\ b = 1,\ c = 0,\ I(x, x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & x \in [x_1, x_2) \\ 0, & x \notin [x_1, x_2) \end{cases}$

Вариант 24. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} I(x,c,b) + \frac{1}{4}(x-a)^2 I(x,c,b) + \frac{1}{3}\ , & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = -1,\ b = 1,\ c = 0,\ I(x, x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & x \in [x_1, x_2] \\ 0, & x \notin [x_1, x_2] \end{cases}$

Вариант 25. $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)(c-a)} + \frac{1}{2(b-a)} & x \in [a,c] \\ \frac{(b-x)}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{2(b-a)} & x \in [c,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 5,\ c = 10, b = 15$

Вариант 26. $f(x) = \begin{cases} \frac{0.3(x-a)}{(c-a)} + \frac{0.10657}{(b-a)} & x \in [a,c] \\ \lambda e^{-\lambda(x-c)} + \frac{0.10657}{(b-a)} & x \in [c,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 3,\ c = 5, b = 8, \lambda = 0.3$

Вариант 27. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\lambda e^{-\lambda(|x-c|)} + \frac{0.3}{(b-a)} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$

где $a = 13,\ c = 17,\ b = 21,\ \lambda = 0.3$

Контрольная работа №2
по имитационному моделированию
тема:
Создание имитационных моделей на GPSS

Одним из самых надежных, простых и широко распространенных средств для создания имитационных моделей является язык GPSS. Система моделирования общего назначения GPSS (General Purpose Simulation System), имеет более 50 летний опыт эксплуатации, имеет все необходимые интерактивные средства для разработки моделей, их отладки, анализа результатов и проведение экспериментов. Существует много версий GPSS, так как эта система постоянно развивается, но самой популярной является версия для персональных компьютеров GPSS World, разработанная компанией Minuteman Software.

На официальном сайте по адресу **http://minutemansoftware.com** можно найти бесплатную студенческую версию, доступную для скачивания. Студенческая версия имеет ограничение на максимальный размер модели 180 блоков. Этого количества вполне достаточно для получения сложных интересных моделей.

В GPSS модель представляется в виде последовательности блоков, каждый из которых имеет свое назначение и набор параметров. Алгоритм работы модели выражается с помощью записи блоков в нужной последовательности. Заявки или требования на обслуживание формируются в начале модели в виде транзактов, которые проходят через блоки программы и выводятся из программы в конце нее. Функционирование модели происходит с течением модельного времени.

Основной блок, без которого невозможно моделирование, это блок, который генерирует транзакты GENERATE. Транзакты выходят из данного блока и идут в следующий по порядку блок. Данный блок как правило располагается в начале модели. У блока GENERATE имеется пять параметров, которые записываются через запятую:

GENERATE A,B,C,D,E

Параметр A означает среднее значение интервалов времени между появление транзактов. Этот параметр может быть задан числом или в виде функции, генерирующей случайные числа по заданному закону распределения. Параметр В задает разброс вокруг среднего значения по равномерному закону распределения. Например, блок GENERATE 20,5 означает что транзакты будут выходить из этого блока каждые 20±5 единиц модельного времени (от 15 до 25). Когда надо, чтобы момент появления самого первого транзакта был задержан относительно начала, задают параметр С, например блок GENERATE 20,,300 генерирует транзакты каждые 20 единиц времени начиная с момента времени 300. Если между двумя запятыми параметр не указывается, то он берется по умолчанию (пробелы ставить нежелательно), параметр В по умолчанию равен 0, для всех блоком и их параметров значение по умолчанию можно посмотреть в справке. Параметр D задает максимальное количество сгенерированных транзактов, например блок GENERATE 20,5,,30 сгенерирует только 30 транзактов. Также в некоторых случаях требуется задать, что в начальный момент времени присутствуют (одновременно поступают) 20 транзактов GENERATE ,,,20 . Параметр E задает приоритет транзактам, который влияет на прохождение очереди, транзакты с большим приоритетом обслуживаются вне очереди. По умолчанию приоритет транзактов равняется нулю.

Удаление транзактов осуществляется с помощью блока TERMINATE, который имеет всего один единственный параметр:

TERMINATE A

Параметр A задает декремент счетчика завершения, число которое вычитается из счетчика завершения каждый раз когда уничтожается очередной транзакт. Счетчик завершения задается командой START (не блоком), когда счетчик завершения обращается в 0, то моделирование завершается. По умолчанию параметр A равен 0, т.е. счетчик завершения не изменяется при уничтожении транзактов.

Блок ADVANCE задерживает каждый вошедший в него транзакт на время заданное в параметрах A,B.

ADVANCE A,B

Параметры A,B как и в блоке GENERATE обозначают среднее время задержки и разброс относительно этого среднего значения. Вместо параметра A можно задать одну из функций, генерирующую случайные числа по заданному закону распределения. Задержка транзактов моделирует время обработки требований на устройстве обслуживания. В качестве функций в параметр A можно задавать функцию (exponential(№,Δ,m)) для экспоненциального закона, где № - номер генератора случайных чисел (желательно задавать разным для каждого блока, использующего случайные числа), Δ - сдвиг случайной величины на данное приращение, m - среднее значение случайных величин ($\frac{1}{\lambda}$) ; функция (normal(№,m,σ)) для задания случайных величин по нормальному закону распределения, m и σ - мат. ожидание и среднее квадратичное отклонение нормального распределения; синтаксис остальных функций можно посмотреть в справке (Referenc Manual, раздел 8.3.7. Probability Distributions)

Устройство обслуживания можно моделировать с помощью блоков:

SEIZE A

RELEASE A

Параметр A обозначает имя устройства. Транзакт вошедший в блок SEIZE занимает устройство A, все последующие транзакты не могут войти в блок SEIZE и скапливаются перед ним в очереди пока занявший его транзакт не освободит данное устройство, пройдя через блок RELEASE. Попытка удалить транзакт, который на момент удаления захватил устройство приведет к сообщению об ошибке. Как правило между блоками SEIZE и RELEASE располагают блоки, моделирующие работу устройства, например, блок ADVANCE.

Для сбора статистической информации об очередях используются следующие блоки QUEUE и DEPART:

QUEUE A,B

DEPART A,B

Блок QUEUE фиксирует вход транзакта в очередь с именем A, блок DEPART его выход. Параметр B обозначает число, на которое увеличивается и уменьшается очередь при прохождении транзактов через данные блоки.

Рассмотрим простейшую модель одноканальной системы массового обслуживания.

Пример 4, магазин с одним продавцом.

В маленьком магазине работает один продавец. Покупатели приходят в магазин с интенсивностью в среднем 10 человек в час. Процесс поступления покупателей считается простейшим (Пуассоновским, т.е. интервалы между приходами заданы по экспоненциальному закону). Время обслуживания покупателей продавцом составляет в среднем 4 минуты с разбросом ±2 минуты. Обслужившись покупатели выходят из магазина. Промоделировать работу магазина пока не обслужатся 100 покупателей.

GENERATE (exponential(1,0,6))   ;приход покупателей каждые 6 мин

```
QUEUE      o4ered          ;покупатели встают в очередь
SEIZE      prodavec        ;покупатель подходит к продавцу
DEPART     o4ered          ;покупатель выходит из очереди
ADVANCE    4,2             ;обслуживание у продавца 4±2 мин
RELEASE    prodavec        ;окончание обслуживания
TERMINATE 1                ;выход покупателя из магазина

START 100
```

В этом примере время моделирование ограничено временем прохождения 100 посетителей через магазин, а так как интервалы прихода и время обслуживания являются случайными числами, то и время завершения моделирования будет случайным. Иногда может требоваться ограничить время моделирования строго определенным временем. Для этих целей можно изменить выше приведенный пример таким образом:

```
GENERATE (exponential(1,0,6))   ; приход покупателей каждые 6 мин
QUEUE      o4ered          ; покупатели встают в очередь
SEIZE      prodavec        ; покупатель подходит к продавцу
DEPART     o4ered          ; покупатель выходит из очереди
ADVANCE    4,2             ; обслуживание у продавца 4±2 мин
RELEASE    prodavec        ; окончание обслуживания
TERMINATE                  ; выход покупателя из магазина

GENERATE 600               ; генерирование транзакта через 10 часов
TERMINATE 1
START 1
```

Здесь использован прием, когда в первом блоке TERMINATE параметр отсутствует, и для завершения моделирования используется дополнительный блок GENERATE, который генерирует транзакт через определенное время, затем этот транзакт тут же уничтожается блоком TERMINATE 1 и моделирование прекращается, так как счетчик завершения был задан равным одному.

Для того чтобы посмотреть, как работает этот пример, запустите GPSS World и создайте новую модель.

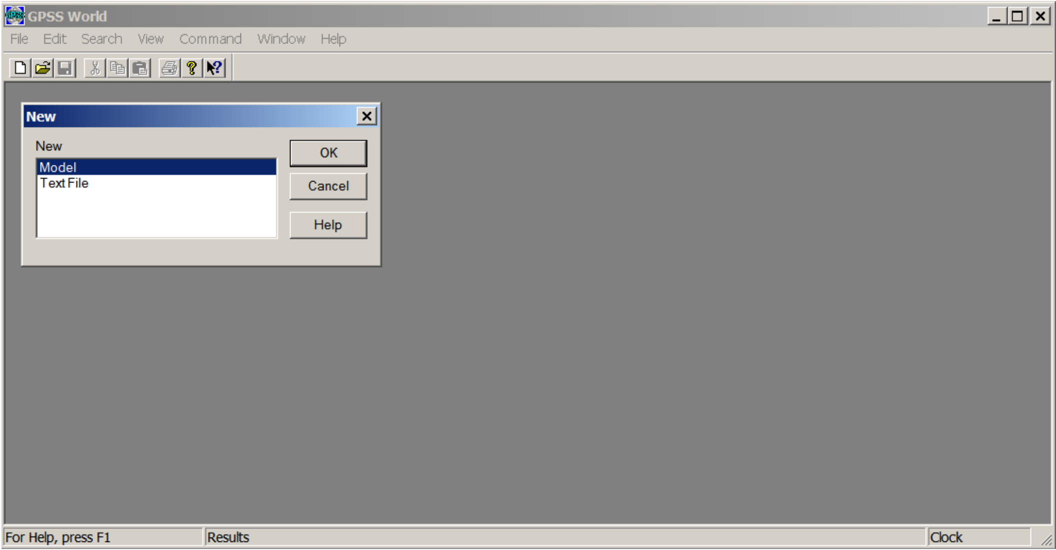

Рисунок 8. Создание новой модели в GPSS World.

В появившемся окне наберите текст модели и затем в меню выберите "Command" команду "Create Simulation". В появившемся окне "JOURNAL" должен быть текст о том, что модель готова к использованию, а также сообщение о том, что моделирование началось и закончилось. Также выведется окно с отчетом REPORT с результатами моделирования:

```
GPSS World Simulation Report - Untitled Model 1.2.1


                   Monday, April 06, 2015 13:31:55

           START TIME           END TIME  BLOCKS  FACILITIES  STORAGES
                0.000            492.054     7         1          0


              NAME                        VALUE
          O4ERED                      10000.000
          PRODAVEC                    10001.000


 LABEL                  LOC  BLOCK TYPE     ENTRY COUNT CURRENT COUNT RETRY
                        1    GENERATE           101             0       0
                        2    QUEUE              101             0       0
                        3    SEIZE              101             1       0
                        4    DEPART             100             0       0
                        5    ADVANCE            100             0       0
                        6    RELEASE            100             0       0
                        7    TERMINATE          100             0       0


FACILITY         ENTRIES  UTIL.   AVE. TIME AVAIL. OWNER PEND INTER RETRY DELAY
 PRODAVEC           101    0.773      3.764  1       101    0    0     0      0


QUEUE              MAX CONT. ENTRY ENTRY(0) AVE.CONT. AVE.TIME   AVE.(-0) RETRY
 O4ERED             7    1    101     19     1.755      8.550     10.531   0
```

```
CEC XN   PRI          M1      ASSEM  CURRENT  NEXT  PARAMETER    VALUE
   101    0        490.185    101       3      4

FEC XN   PRI         BDT      ASSEM  CURRENT  NEXT  PARAMETER    VALUE
   102    0        498.218    102       0      1
```

В отчете выводится название модели, дата и время проведения моделирования, время начала моделирования START TIME и время окончание моделирования END TIME, количество блоков BLOCKS, устройств FACILITIES и многоканальных устройств STORAGES. Далее идет список имен NAME и присвоенных этим именам значений VALUE. Затем идет таблица блоков с указанием количества прошедших через них транзактов ENTRY COUNT и количества транзактов, оставшихся в блоке на момент завершения моделирования CURRENT COUNT.

Наиболее интересная для систем массового обслуживания статистическая информация выводится в следующих строках FACILITY и QUEUE. Для устройств можно посмотреть количество прошедших транзактов, коэффициент загрузки и среднее время обслуживания. Для очередей можно узнать каков был максимальный размер очереди, сколько транзактов осталось в очереди на момент завершения, средний размер в очереди и среднее время пребывания в очереди. Свойства ENTRY(0) и AVE.(-0) показывают сколько транзактов прошли через очередь с нулевым временем пребывания в ней (когда устройство было свободным) и какое среднее время транзакты находились в очереди без учета этих транзактов.

Как правило все системы массового обслуживания имеют несколько каналов обслуживания. Помимо того, что каналов обслуживания несколько, каждый канал обслуживания может иметь разную интенсивность обслуживания или какие-нибудь другие индивидуальные особенности.

Для того чтобы задавать одинаковые многоканальные устройства рассмотрим блоки ENTER и LEAVE.

ENTER A,B

LEAVE A,B

Блок ENTER как и блок SEIZE фиксирует захват транзактом устройства с именем, указанным в параметре A. Параметр B указывает количество захватываемых устройств, по умолчанию 1. Аналогичный смысл имеют параметры A, B у блока LEAVE, который фиксирует освобождение многоканальных устройства. Количество каналов обслуживания для многоканальных устройств задается командой STORAGE таким образом.

<имя устройства> STORAGE <емкость устройства>

Количество каналов (емкость устройства) задается положительным числом. Стоит заметить, что команда STORAGE не является блоком, она всего лишь используется как объявление в момент трансляции модели. Команда STORAGE не влияет на прохождение транзактов, транзакты проходят мимо, не замечая ее. Если при входе в блок ENTER у устройства недостаточно свободной емкости для обслуживания транзакта, то транзакт ждет пока освободится требуемое количество емкости.

Пример 5. Простейшим примером многоканального устройства может являться магазин с несколькими продавцами. Если сравнивать с примером из предыдущего занятия, то мы всего лишь заменили блоки SEIZE и RELEASE на блоки ENTER и LEAVE, а также добавили команду STORAGE, чтобы объявить сколько в нашей системе продавцов.

```
prodavec STORAGE 2                ; два продавца

GENERATE (exponential(1,0,6))     ; приход покупателей каждые 6 мин
QUEUE      o4ered           ; покупатели встают в очередь
ENTER      prodavec         ; покупатель подходит к продавцу
DEPART     o4ered           ; покупатель выходит из очереди
ADVANCE    4,2              ; обслуживание у продавца 4±2 мин
LEAVE      prodavec         ; окончание обслуживания
TERMINATE                   ; выход покупателя из магазина

GENERATE 600                ; генерирование транзакта через 10 часов
TERMINATE 1
START 1
```

В отчете вместо устройств FASILITY мы увидим характеристики работы многоканальных устройств STORAGE.

```
STORAGE            CAP. REM. MIN. MAX.  ENTRIES AVL.  AVE.C. UTIL. RETRY DELAY
 PRODAVEC            2    1    0    2       95    1    0.625  0.312    0    0
```

Здесь CAP. - это емкость устройства (CAPASITY) , REM. - оставшаяся емкость на момент окончания моделирования. MIN и MAX максимальное количество занятой емкости во время моделирования. AVE.C. - среднее значение используемых устройств. UTIL - коэффициент загрузки каждого устройства. Остальные характеристики пока нам не интересны.

В этом примере предполагается что все устройства работают с одинаковой интенсивностью и при одинаковых условиях. Зачастую это не так, и тогда необходимо задавать каждой устройство индивидуально. Для реализации этого нам понадобится блок TRANSFER. Рассмотрим его подробно.

TRANSFER A,B,C,D

У блока TRANSFER несколько режимов работы, принципиально отличающиеся друг от друга. Первый режим - это режим безусловной передачи. В этом режиме все поступившие транзакты перенаправляются на метку, указанную в параметре B, параметр A не указывается.

TRANSFER ,Label_Name ; перенаправление всех транзактов по метке

Второй режим работы - это вероятностный режим, когда транзакты с вероятность указанной в параметре A, перенаправляются на метку, указанную в параметре C, а с оставшейся вероятность перенаправляются на метку указанную в параметре B (или в следующий блок, если параметр B не указан). Например:

TRANSFER 0.75,Lb_1,Lb_2 ;с вероятность 75% транзакты идут на метку LB_2, и с оставшейся вероятность 25% на метку LB_1

TRANSFER 0.5, ,Lb_1 ;50% транзактов идут на метку LB_1 и 50% в следующий блок

Третий режим работы — это логический режим BOTH или ALL. Если в параметре A записать слово BOTH, то все транзакты будут пытаться сначала войти в блок по метке, указанной в параметре B, если этот блок занят, то транзакты пытаются войти в блок по метке C, когда оба блока заняты, то транзакты ждут освобождения одного из блоков. Если параметр B пропущен, то транзакты будут пытаться войти в следующий по порядку за блоком TRANSFER блок.

TRANSFER BOTH,LB_1,LB_2 ; транзакты пытаются войти в блоки с метками LB_1 и LB_2

TRANSFER BOTH,,LB_2 ; транзакты пытаются войти в следующий блок и в блок с меткой LB_2

Если в параметре A записано слово ALL, то все транзакты перенаправляются сначала на блок указанной в параметре B, если этот блок занят, то транзакты пытаются войти в блок, расположенный на D блоков ниже, если тот тоже занят, то опять отсчитывает D блоков вниз, и так далее пока не дойдем до блока с меткой C. Если все такие блоки заняты, то транзакты ждут пока один из блоков не освободится.

TRANSFER ALL,LB_1,LB_2,5 ; транзакт перенаправляется на блок по метке LB_1, если войти не получается, то отсчитывается 5 блоков и опять производится попытка входа, и так далее до блока с меткой LB_2.

С помощью рассмотренных блоков можно моделировать достаточно сложные многоканальные устройства.

Использование системных числовых атрибутов (System Numeric Atributes - SNA) возможности по созданию моделей становятся чуть ли не безграничные. Если рамки использования некоторых блоков кажутся слишком жесткими, то можно организовать работу соответствующего блока как нам хочется с помощью операций с числовыми атрибутами. Использование числовых атрибутов обладает практически такими же возможностями как и обычное программирование на любом из языков. Мы можем работать с переменными, сохранять и изменять их значения, проверять и изменять хот работы модели как нам захочется.

Для того чтобы было проще разобраться, будем давать интерпретацию по сравнению с обычными языками программирования.

Аналогом констант можно считать объявление с помощью команды EQU. При использовании этой команды символьному обозначению присваивается свой числовой номер.

Days EQU 7
MaxSklad EQU 1000

Обращение к этим константам происходит все лишь подстановкой этого символьного обозначения куда угодно.

В качестве аналога глобальным переменным используются сохраняемые величины SAVEVALUE, которые могут изменять свои значения во время моделирования. Инициализация начальных значений сохраняемых величин осуществляется с помощью команды INITIAL.

INITIAL X$StartCount,500

Здесь переменной StartCount задается начальное значение 500. Символ X является групповым именем всех сохраняемых величин и с помощью этого группового имени происходит обращение в сохраняемым величинам во время самого моделирования. Изменение значений сохраняемых величин происходит с помощью блока SAVEVALUE (без использования группового имени X).

```
SAVEVALUE Name,100
SAVEVALUE Name+,1
SAVEVALUE Name-,5
```

Здесь переменной Name присваивается значение 100, прибавляется 1, отнимается 5. Изменение сохраняемых величин происходит каждый раз как транзакт проходит через блок SAVEVALUE.

Из-за особенностей синтаксиса в некоторых параметрах блоков нельзя использовать арифметические выражения. Вместо этого сложные арифметические выражения надо задавать с помощью команды VARIABLE.

```
Zarplata VARIABLE 5#100
Pribil VARIABLE X$Dohod-V$Zarplata
```

Здесь задается правило расчета переменной Zarplata (не совсем правильно говорить переменной, так как сохранять значения в такие переменные нельзя, они всего лишь задают арифметические правила расчета) как произведение 5*100. Также здесь задается расчет прибыли Pribil как разница сохраняемое величины Dohod и вычисляемого выражения Zarplata. Обращение к таким выражениям осуществляется с помощью группового имени V.

Если сохраняемые величины играют роль глобальных переменных (сохраняемая величина работает на всю модель), то в качестве локальных переменных можно говорить о параметрах транзактов. В модели может быть огромное число транзактов и у каждого транзакта может быть произвольное число параметров. Например, если транзакт обозначает некоторый автомобиль, то его параметрами могут быть вес, скорость, свет, марка и так далее. Так и в GPSS у каждого транзакта может быть много параметров, которые принимают разное значение. Задавать значение какомуто параметру текущего (активного) транзакта можно с помощью блока ASSIGN.

```
ASSIGN 1,10
ASSIGN Name,30
ASSIGN Name+,1
ASSIGN Name-,1
```

Блок ASSIGN изменяет значение параметра у транзакта, который вошел в этот блок. В первом случае параметр с номером (или именем) 1 принимает значение 10. Во втором случае параметр Name у текущего транзакта становится равен 30, затем идет приращение на 1 и уменьшение на 1. Блок ASSIGN работает только с параметрами транзактов, поэтому груповое имя не задается. Обращение к параметрам транзактов в других блоках осуществляется с помощью группового имени P.

Доступ к системным атрибутам осуществляется по имени группы и далее по номеру или имени атрибута. Если используется имя атрибута, то оно обтедяется он имени группы с помощью символа $.

<Имя группы><Номер>
<Имя группы><$Имя>
<Имя группы>*<Номер>
<Имя группы>*<$Имя>

Символ * означает косвенную адресацию, когда происходит обращение к номеру атрибута, чей номер указан в параметре текущего транзакта. Например, X*$Name означает обращение к сохраняемой величине номер которой находится в параметре Name текущего транзакта. В качестве аналогии с языками программирования можно привести следующее:

X1 ; означает x[1], прямая адересация
X*1; означает x[p[1]], косвенная адересация

Список всех системных атрибутов можно посмотреть в справке Reference Manual в разделе 3.4.

Самыми часто используемыми являются следующие:

C1 - время, прошедшее с начала моделирования (атомарная величина);

P$*Имя* - параметр текущего транзакта;
Q$*Имя* - текущее значение очереди;
S$*Имя* - количество занятой емкости в устройстве STORAGE;
V$*Имя* - результат арифметической операции;
X$*Имя* - сохраняемая величина;
RN*Номер* - случайное число от 0 до 999 полученная по равномерному закону распределения с использованием генератора случайных чисел с номером *Номер*.

Необходимо просмотреть все числовые атрибуты из списка в разделе 3.4 хотя бы раз, чтобы представлять себе все возможности числовых атрибутов.

Сравнение различных числовых атрибутов происходит в блоке TEST.

TEST E A,B,C

В этом блоке сперва идет одна из операция сравнения E,NE,L,G,GE,LE , затем идут две сравниваемые величины, параметр A и параметр B, затем идет метка, куда перенаправляется транзакт, если условие не срабатывает (иначе).

Если условие выполняется, то транзакт проходит в следующий блок. Параметр С не задан, то блок ЕУЫЕ работает в режиме отказа, то есть в случае если условие не выполняется, то транзакты не могут пройти через блок и скапливаются перед ним.

```
TEST LE X$Name,100,Lb_1
```

Здесь выполняется сравнение сохраняемой величины Name со значение 100, если сохраняемая величина меньше либа равна 100, то транзакт идет дальше, если сохраняемая величина оказалась больше 100, то транзакт перенаправится на метку Lb_1.

Пример 6. Рассмотрим использование стандартных числовых атрибутов на задаче управления запасами.

Пусть в маленьком магазине продают некоторый товар, ежедневный спрос на который составляет от 40 до 60. Изначально на складе находится 1000 единиц данного товара. Каждый пятый день менеджер магазина проверяет оставшиеся запасы продукции и если он замечает, что запасы опустились ниже критического уровня в 300 единиц, то менеджер делает заказ у завода производителя, чтобы пополнить запасы до максимума в 1000 единиц. Заказу требуется 3 дня чтобы придти от производителя до магазина. Требуется промоделировать работу магазина в течение 365 дней и посмотреть, как изменяется запас со временем.

В простейшем виде модель такого магазина можно записать следующим образом.

```
          INITIAL X$Sklad,1000  ; начальный запас
 Demand   VARIABLE RN1@21+40  ; спрос от 40 до 60

          GENERATE 5
          TEST L X$Sklad,300,Lb_Skip ; проверка остатка на складе
          ASSIGN 1,1000
          ASSIGN 1-,X$Sklad  ; Сколько не хватает до 1000
          ADVANCE 3  ;заказ идет 3 дня
          SAVEVALUE Sklad+,P1   ; заказ пришел
Lb_skip   TERMINATE

          GENERATE 1            ; ежедневный спрос
          SAVEVALUE Sklad-,V$Demand
          TERMINATE 1


          START 365
```

Закомментируйте последний START, выберите Create Simulation, затем выберите Window -> Simulation Window -> Plot Window. Введите заголовок Skald и величину за которой мы наблюдаем X$Sklad, нажмите кнопку Plot, чтобы данная переменная показалась в списке снизу. Выберите Time Rage 30 дней, максимальное значение 1000. И запустите моделирование выбрав Command -> Start и введя 365. Посмотрите все ли правильно с запасами на складе, не кажется вам что-то странным, подумайте и предложите способы устранения ошибок.

Задание :

1. В небольшом магазине покупатели могут приобрести штучный и весовой товар, который оплачивается на любой из двух касс при выходе из магазина. Товар покупатель выбирает самостоятельно, но если среди выбранных есть товар, который должен быть взвешен, то покупатель идет в отдел, где его взвесят. В отделе весового товара покупателей обслуживает один продавец. Обработкой статистических данных установлено, что поступление покупателей в магазин носит характер простейшего потока со средней интенсивностью 20 человек в час. Среднее время выбора покупателем товара составляет 15 минут, обслуживание покупателей в весовом отделе и на кассах составляет, соответственно, 7 и 6 минут, и подчиняется экспоненциальному закону распределения. Причем, только, в среднем 30% покупателей приобретают весовой товар. Составить имитационную модель работы магазина за двенадцатичасовый рабочий день. Определить коэффициент загрузки продавца весового товара и кассиров, среднею длину и среднее время ожидания (в минутах) в очереди к продавцу весового товара и кассиру. Предложить рекомендации по улучшению качества обслуживания покупателей.

2. В парикмахерской работают три мастера женских стрижек и один мастер мужских стрижек. Время мужской стрижки подчиняется нормальному закону распределения и составляет в среднем 25 минут со стандартным отклонением 7 минут. Среднее время женской стрижки составляет 45 минут со стандартным отклонением 13 минут и имеет так же нормальный закон распределения. К мастеру мужских стрижек и к мастерам женских стрижек организована отдельная очередь. Интенсивность прихода клиентов составляет 6 человек в час и распределено по экспоненциальному

закону, причем вероятность прихода женщин равна 0,8. Составить имитационную модель системы в GPSS World. Определить коэффициент загрузки мастеров, среднее время в ожидания очереди и среднею длину очереди к мастеру мужских и женских стрижек соответственно. За единицу времени принять одну минуту. Результаты моделирования получить за восьмичасовой рабочий день. Определить минимальное необходимое количество мастеров женских стрижек, чтобы среднее время ожидания в очереди не превышало 15 минут, при прочих неизменных условиях.

3. В большом магазине женской одежды имеется восемь примерочных комнат, к которым организованна общая очередь. Интенсивность подхода покупателей к примерочным комнатам в первый раз составляет 30 человек в час. Среднее время нахождения в примерочной комнате составляет 10 минут. После выхода из примерочной 40% покупателей, через равномерный интервал времени от 8 до 16 минут, возвращаются к примерочным комнатам с новым товаром и встают в очередь (если таковая есть). Есть основания считать поток первоначального подхода покупателей к примерочным комнатам и нахождение в них, простейшим. Составить имитационную модель в GPSS World и определить коэффициент загрузки примерочных комнат, среднее время ожидания в очереди и среднею длину очереди. За единицу времени принять одну минуту. Результаты моделирования получить за десятичасовой рабочий день. Определить минимальное необходимое количество примерочных комнат, чтобы средняя длина очереди не превышала пяти человек.

4. В CALL-центре по обслуживанию клиентов работает пять операторов. Запросы операторам поступают с интенсивностью 45 звонков в час. Время ответа оператора составляет в среднем 6 минут. Если все операторы заняты, то клиент ожидает в общей очереди первого освободившегося оператора. Статистически установлено, что из всех запросов в среднем с вероятностью 7% поступает запрос, выходящий за рамки компетенции оператора, при этом оператор переключает абонента на специалиста, отвечающего на подобные запросы. Так как в данном CALL-центре работает один такой специалист, то при необходимости клиенты ожидают своей очереди. Время ответа специалиста составляет в среднем 13 минут. Поток поступления заявок, ответа операторов и специалиста простейший. Составить имитационную модель работы CALL-центра за один двенадцатичасовой рабочий день. Временем переключения клиента на специалиста пренебречь. Определить

коэффициент загруженности операторов и специалиста, среднее время в очереди и среднею длину очереди к оператору. За единицу времени принять одну минуту. Достаточно ли одного специалиста в данном CALL-центре. Определить минимальное количество операторов, чтобы среднее время ожидания в очереди не превышало 5 минут.

5. В операционном зале банка обслуживаются физические и юридические лица. В банке организованна электронная система регистрации клиентов, так что сразу формируются две отдельные очереди для физических и юридических лиц. Для обслуживания физических лиц в операционном зале предусмотрено три окна, для обслуживания юридических лиц – одно окно. Статистически установлено, что поступление клиентов происходит с интенсивностью 16 человек в час, обслуживание физических лиц составляет в среднем 10 минут, юридических лиц – 22 минуты, так же установлено, что в среднем число юридических лиц составляет 20% от всех входящих клиентов. Есть основания предполагать, что входящий поток и время обслуживания всех клиентов подчиняется экспоненциальному закону распределения. Составить имитационную модель работы операционного зала за десятичасовой рабочий день. Определить коэффициент загруженности работников банка, среднее время и среднею длину очередей. За единицу времени принять одну минуту. Можно ли сократить количество окон по обслуживанию физических лиц без особого ущерба качества обслуживания, ответ обосновать.

6. В ресторане быстрого питания имеется шесть, оборудованных кассой, мест для обслуживания посетителей и зал на 20 посадочных мест. 10% посетителей не пользуются залом ресторана и после обслуживания у кассира-продавца покидают ресторан. Наблюдением выявлено, что интенсивность поступления посетителей составляет 60 человек в час, среднее время обслуживания у кассира-продавца и нахождение в зале ресторана составляет 5 минут и 25 минут соответственно, и имеет экспоненциальный характер распределения вероятностей.

Есть возможность на не большое расширение зала ресторана (не более 8 посадочных мест), и увеличение количества кассиров-продавцов. Экономически целесообразно, чтобы в ресторане к кассирам-продавцам постоянно была очередь 3 - 5 человек, так же целесообразно, чтобы зал ресторана был загружен на минимум 80%, но без существенной постоянной очереди. С помощью имитационной модели рассчитать оптимальное количество посадочных мест и мест для обслуживания посетителей, с выполнением выше перечисленных условий, или показать отсутствии такой возможности. Моделирование провести за десятичасовой рабочий день.

7. В мастерской по ремонту обуви работают два мастера. Один мастер занимается заменой набоек и ремонтом не значительных дефектов, второй мастер специализируется на более трудоемком ремонте. Для удобства, обувь для ремонта сразу разделяется на две группы по уровню сложности. Наблюдением установлено, что поступление клиентов имеет все признаки простейшего потока с интенсивностью 5 человек в час. Время замены набоек и не значительного ремонта составляет в среднем 20 минут и подчиняется нормальному закону распределения с стандартным отклонением 4 минуты. Время более сложного ремонта занимает от 1,5 часов до 2,5 часов и распределено по равномерному закону. Замечено, что клиенты со сложным ремонтом составляют 22% всех клиентов. Построить имитационную модель данной системы за десятичасовой рабочий день, определить среднею длину очереди для каждой группы, определить среднее время нахождения в ремонте обуви каждой группы. Требуется ли помощник для какого-либо мастера?

8. В операционном зале банка установлено три банкомата, причем два банкомата работают только на выдачу наличных денежных средств, а один на прием и выдачу. Наблюдением установлено, что из всех посетителей только 20% требуется банкомат с приемом денежных средств. Интенсивность поступления клиентов 20 человек в час. Среднее время обслуживания в банкомате с выдачей денежных средств составляет 3 минуты, в банкомате с приемом и выдачей – 7 минут. Закон распределения поступления клиентов и обслуживания в банкомате экспоненциальный. К разным типам банкоматов организована разная очередь. Составить имитационную модель работы банкоматов за один восьмичасовой рабочий день. Определить среднее время и среднюю длину очередей. За единицу времени принять одну минуту. Целесообразно ли установка еще одного банкомата с приемом денежных средств или демонтаж одного банкомата с выдачей денежных средств, ответ обосновать.

9. В магазине для обслуживания покупателей есть четыре кассы, выявлено, что среднее время обслуживания покупателей на разных кассах разное. На первой кассе составляет 5 минут, на второй кассе 6 минут, на третьей кассе 8 минут и на четвертой кассе 12 минут. К кассам организована общая очередь. Интенсивность поступления покупателей к кассам составляет 30 человек в час. Закон распределения поступления покупателей и обслуживания на кассе принимается экспоненциальный. Составить имитационную модель работы касс за один восьмичасовой рабочий день. Определить коэффициент загруженности кассиров, среднее время в очереди и среднею длину очереди к кассам. За единицу времени принять одну минуту. Определить среднюю длину очереди при не работающей первой кассе.

10. На автомобильной мойке работают два бокса для мойки автомашин. Время мойки составляет в среднем 15 минут с отклонением 4 минуты и подчиняется нормальному закону распределения. Приезд автомашин для мойки является простейшим потоком со среднЬм значением 20 автомобилей за два часа. Вне мойки есть только одно место для парковки автомобиля. Если все боксы и парковка заняты, то подъехавший автомобиль вынужден будет уехать. Построить имитационную модель и провести моделирование ограниченную участием 30 автомобилей. Определить количество не обслуженных клиентов и среднее время ожидания на парковке (в минутах). Определить необходимое среднее время оказания услуги, чтобы количество не обслуженных клиентов не превышало 5 при тех же начальных данных. (Вместо моделирования парковки можно проверять размер очереди к боксам с помощью блока TEST G Q$o4ered,1).

11. На автозаправочной станции стоят четыре заправочные колонки. Три из них для заправки автомобилей бензином, а одна для дизельного топлива. Время заправки зависит от количества заливаемого топлива и подчиняется равномерному закону распределения со среднЬм значением 10 минут ±3 минуты. Для заправки бензином и дизельными топливом организованы разные очереди. Интенсивность поступления автомобилей для заправки составляет 20 машин в час причем из них 15% заправляются дизельным топливом. Закон поступления автомобилей экспоненциальный. Составить модель работы автозаправочной станции за двенадцатичасовый рабочий день. Определить среднее время и среднюю длину очередей. За единицу времени принять одну минуту. Определить минимальное количество

заправочных колонок, чтобы средняя длина любой очереди не превышала 3 автомобиля.

12. При въезде автомобилей на платное шоссе стоят два автомата оплаты. Время оплаты в автомате составляет в среднем 1.5 минуты со стандартным отклонением 0.35 минуты, закон распределения нормальный. Интенсивность поступления автомобилей 35 автомобилей в час, закон распределения экспоненциальный. Составить модель работы парковки за один час. Определить среднее время и среднюю длину очереди. За единицу времени принять одну минуту. Определить сколько необходимо автоматов при интенсивности 80 автомобилей, чтобы среднее время в очереди не превышало 3 минут.

13. Организация производит шиномонтаж автомобилей. Прибытие клиентов носит случайный характер, система предварительной записи отсутствует. В результате наблюдений за временными интервалами между последовательными поступлениями клиентов было получено, что поступление носит простейший характер со средним значением 15 минут.

Время, необходимое для оказания услуги изменяется в пределах промежутка от 21 до 40 мин., причем появление любого значения из этого промежутка равновероятно.

Внутри мастерской имеется одна, оборудованная всем необходимым монтажная площадка. Вне мастерской есть место для парковки только одного автомобиля. Стоянка на близлежащей дороге запрещена, поэтому любой водитель, который подъехал в тот момент, когда заняты как монтажная площадка, так и отведенное для парковки место, вынужден будет уехать (проверять размер очереди можно с помощью блока TEST G Q$o4ered,1).

Построить имитационную модель для ситуации с прохождением через систему 25 клиентов. Определить количество не обслуженных клиентов и среднее время ожидания на парковке. Определить необходимое время оказания услуги, чтобы количество не обслуженных клиентов не превышало 5 при тех же начальных данных.

14. В крупном магазине покупатели могут приобрести штучный и весовой товар, который оплачивается на любой из трех касс при выходе из магазина. Товар покупатель выбирает самостоятельно, но если среди выбранных есть товар, который должен быть взвешен, то покупатель идет в отдел, где его взвесят. В отделе весового товара покупателей обслуживает

один продавец. Обработкой статистических данных установлено, что поступление покупателей в магазин носит характер простейшего потока со средней интенсивностью 60 человек в час. Среднее время выбора покупателем товара составляет 5 минут, обслуживание покупателей в весовом отделе и на кассах составляет, соответственно, 4 и 3 минут, и подчиняется экспоненциальному закону распределения. Причем, только, в среднем 30% покупателей приобретают весовой товар. Составить имитационную модель работы магазина за двенадцатичасовый рабочий день. Определить коэффициент загрузки продавца весового товара и кассиров, среднею длину и среднее время ожидания (в минутах) в очереди к продавцу весового товара и кассиру. Предложить рекомендации по улучшению качества обслуживания покупателей.

15. В большом магазине женской одежды имеется 6 примерочных комнат, к которым организованна общая очередь. Интенсивность подхода покупателей к примерочным комнатам в первый раз составляет 40 человек в час. Среднее время нахождения в примерочной комнате составляет 5 минут. После выхода из примерочной 50% модниц, через равномерный интервал времени от 10 до 15 минут, вновь возвращаются к примерочным комнатам с новым товаром и встают в очередь (если таковая есть). Есть основания считать поток первоначального подхода покупателей к примерочным комнатам и нахождение в них, простейшим. Составить имитационную модель в GPSS World и определить коэффициент загрузки примерочных комнат, среднее время ожидания в очереди и среднею длину очереди. За единицу времени принять одну минуту. Результаты моделирования получить за 12 рабочий день. Определить минимальное необходимое количество примерочных комнат, чтобы средняя длина очереди не превышала пяти человек. Сколько надо примерочных, чтобы время ожидания в очереди было меньше 6 минут.

16. В ресторане быстрого питания имеется четыре, оборудованных кассой, мест для обслуживания посетителей и зал на 30 посадочных мест. 15% посетителей не пользуются залом ресторана и после обслуживания у кассира-продавца покидают ресторан. Наблюдением выявлено, что интенсивность поступления посетителей составляет 70 человек в час, среднее время обслуживания у кассира-продавца и нахождение в зале ресторана составляет 4 минут и 25 минут соответственно, и имеет экспоненциальный характер распределения вероятностей.

За счет освобождения 15 кв.м. площади от более не использующегося инвентаря, появилась возможность на не большое расширение зала ресторана или увеличение количества кассиров-продавцов. Для одного посадочного места требуется 3 кв. м., а для кассы 4. Экономически целесообразно, чтобы в ресторане к кассирам-продавцам постоянно была очередь 2 - 3 человек, так же целесообразно, чтобы зал ресторана был загружен на минимум 80%, но без существенной постоянной очереди. С помощью имитационной модели рассчитать оптимальное количество посадочных мест и мест для обслуживания посетителей, с выполнением выше перечисленных условий, или показать отсутствии такой возможности. Моделирование провести за десятичасовой рабочий день

17. Морские судна двух типов прибывают в порт, где происходит их разгрузка. В порту есть два буксира, обеспечивающих ввод и вывод кораблей из порта. К первому типу судов относятся корабли малого тоннажа, которые требуют использования одного буксира. Корабли второго типа имеют большие размеры, и для их ввода и вывода из порта требуется два буксира. Из-за различия размеров двух типов кораблей необходимы и причалы различного размера. Кроме того, корабли имеют различное время погрузки-разгрузки. Исходные данные приведены в таблице.

Значение	Тип корабля	
	1	2
Интервал прибытия, мин	130 ± 30	390 ± 60
Время входа в порт, мин	30 ± 7	45 ± 12
Количество доступных причалов	6	3
Время погрузки-разгрузки, час	12 ± 2	18 ± 4
Время выхода из порта, мин	20 ± 5	35 ± 10

Построить модель системы, в которой можно оценить время ожидания кораблями каждого типа входа в порт. (Время ожидания входа в порт включает время ожидания освобождения причала и буксира). Корабль, ожидающий освобождения причала, не обслуживается буксиром до тех пор, пока не будет предоставлен нужный причал. Корабль второго типа не займет буксир до тех пор, пока ему не будут доступны оба буксира.

18. На автозаправочной станции имеются три автомата для заправки автомобилей, если все места заняты, то перед заправкой есть небольшая площадка для ожидания. Не далеко имеется магазин, перед которым так же есть место для парковки нескольких автомобилей. Наблюдением

установлено, что 10% всех въезжающих паркуют свои автомобили у магазина (заехали только в магазин), минуя заправочные автоматы. Из тех, кто приехал заправляться, 20% после заправки автомобиля останавливаются возле магазина. Среднее время заправки автомобиля (с учетом оплаты) составляет от 4 до 16 минут и распределено по равномерному закону. Среднее время обслуживания клиента в магазине составляет 14 минут и подчиняется экспоненциальному закону. Интенсивность поступления клиентов на автозаправочную станцию составляет 15 автомашин в час и имеет вид простейшего потока. Построить имитационную модель автозаправочной станции за двенадцатичасовый рабочий день. Считая, что все парковочные площадки резиновые, определить максимальную и среднею длину очереди в магазине и к заправочным автоматам, среднее время ожидания в очередях.

19. В порту четыре причала, предназначенные для разгрузки и погрузки судов. Время разгрузки является равномерным со средним значением 6 рабочих часов ± 2 рабочих часа. Время погрузки является нормальным распределением со средним значением 12 рабочих часов и стандартным отклонением 3 рабочих часа. Из прибывающих судов 25% не требуют разгрузки (порожние), и после разгрузки 40% судов не требуют погрузки. Интенсивность поступления судов в порт определяется экспоненциальным распределением со средним значением 4 корабля в сутки. Для кораблей организована общая очередь. Составить модель системы за 30 рабочих дней. **За единицу измерения принять сутки** (в сутках 8 рабочих часов). Определить коэффициент загрузки причалов, среднее время и среднюю длину очереди судов к причалам.

20. В операционном зале банка установлено три банкомата, причем два банкомата работают только на выдачу наличных денежных средств, а один на прием и выдачу. Наблюдением установлено, что из всех посетителей только 20% требуется банкомат с приемом денежных средств. Интенсивность поступления клиентов 20 человек в час. Среднее время выдачи денежных средств в каждом банкомате составляет 3 минуты, а время приема средств – 7 минут. Закон распределения поступления клиентов и обслуживания в банкомате экспоненциальный. Организована следующая очередь. Если банкомат на прием и выдачу свободен, когда заняты все банкоматы только на выдачу, то клиент подходит к нему. Если все банкоматы заняты, то все ждут в общей очереди. Те, кому нужен банкомат с

приемом денежных (те 20%) средств стоят в очереди только к этому банкомату.

Составить имитационную модель работы банкоматов за один восьмичасовой рабочий день. Определить среднее время и среднюю длину очередей. За единицу времени принять одну минуту. Целесообразно ли установка еще одного банкомата с приемом денежных средств или демонтаж одного банкомата с выдачей денежных средств, ответ обосновать.

21. На входе в метро установлены три автомата по продаже билетов и касса с двумя кассирами. Наблюдением установлено, что в среднем 60% входящих пассажиров пользуются автоматами, среднее время продажи билета в автомате равно 2 минутам и подчиняется нормальному закону распределения с стандартным отклонением 0,5 минуты. Среднее время обслуживания пассажира в кассе составляет 3 минуты и так же подчиняется нормальному закону распределения с стандартным отклонением 0,5 минуты. Интенсивность поступлении пассажиров составляет 600 человек в час и имеет экспоненциальный закон распределения, причем, примерно 50% входящих пассажиров уже имеют проездные билеты. Для прохода на станцию установлено шесть турникетов, среднее время прохождения одного турникета одним пассажиром составляет 10 секунд с стандартным отклонением 2 секунды и имеет нормальный закон распределения. Составить имитационную модель работы данной системы за один час. Определить среднею длину очереди в кассу и к аппаратам по продаже билетов. Найти оптимальное количество аппаратов, чтобы время ожидания в очереди к ним не превышало 2 минут.

22. В отделении Федеральной Налоговой Службы работает 2 сотрудника: менеджер по работе с физическими лицами и менеджер по работе с юридическими лицами.

Интенсивность прихода посетителей 15 человек в час по экспоненциальному закону распределения.

Время обслуживания у менеджера по работе с физическими лицами составляет 8±5 минут;

Время обслуживания у менеджера по работе с юридическими лицами составляет 12±5 минут.

Причем 60% клиентов – юридические лица, а 40% - физические лица.

Заработная плата менеджера по работе с физическими лицами составляет 320 руб. в час, заработная плата менеджера по работе с юридическими лицами составляет 350 руб. в час. Надбавка за каждого клиента 50 руб. Руководство данного отделения получает прибыль 200 рублей за каждого обслуженного клиента, из которой платится заработная плата всем менеджерам. Составить модель отделения. Определить оптимально количество менеджеров (с точки зрения максимизации прибыли руководства).

23. В отделении банка работают 2 менеджера по работе с физическими лицами и 1 менеджер по работе с юридическими лицами, а также менеджер по работе с клиентами (который выдает клиенту талон с его номером в очереди к нужному менеджеру) и 1 кассир.

Для начала каждому клиенту необходимо подойти к менеджеру по работе с клиентами, чтобы получить свой номер в очереди, время обслуживания этого клиента составляет 1±0.5 минуты. Но не все клиенты соглашаются, заплатив деньги, еще и ждать свою очередь и 20% клиентов уходят. Далее получив номерок, клиент идет в кассу и оплачивает услуги банка. Обслуживание в кассе составляет от 2±1 минуты. Далее клиенты получают консультацию у соответствующего менеджера. Время обслуживания у менеджера по работе с физическими лицами составляет 6±3 минут, с юридическими лицами 12±5 минут.

Интенсивность прихода посетителей 30 человек в час по экспоненциальному закону распределения. Причем из всех клиентов 70% - физические лица, 30% - юридические лица.

Составить модель отделения банка и получить результаты за 12 часов работы. Определить сколько надо сотрудников, чтобы максимальные очереди не превышали 3х человек.

24. Страховщиком предоставляются 3 вида страхования: Автострахование, Страхование жизни и Страхование имущества. Работа осуществляется в арендованном офисе, куда и приходят физические лица со средним промежутком 10 минут ±5 мин. Предусмотрен специальный терминал, выдающий талончики по интересующему клиента виду страхования. Время получения талончика не затратит больше 5 минут у потенциального страхователя. После, клиент перенаправляется к соответствующему страховому агенту.

При этом, к каждому агенту существует своя очередь. Время обслуживания, у каждого агента составляет 20мин, 25 мин и 30мин соответственно.

Как показывает практика, 60% клиентов идет на автострахование, остальные в равной степени делятся на 2 других вида страхования. По окончанию обслуживания, только 80% клиентов решают совершить страхование и переходит в одну из двух касс, время обслуживание 10±5 минут.

Составить модель деятельности страховой компании за 8 часовой рабочий день. Куда следует назначить 1 дополнительного сотрудника для уменьшения очередей?

25. В магазине для обслуживания покупателей есть четыре кассы, выявлено, что среднее время обслуживания покупателей на разных кассах разное. На первой кассе составляет 5 минут, на второй кассе 6 минут, на третьей кассе 8 минут и на четвертой кассе 12 минут. К кассам организована общая очередь. Интенсивность поступления покупателей к кассам составляет 30 человек в час. Закон распределения поступления покупателей и обслуживания на кассе принимается экспоненциальный. Составить имитационную модель работы касс за один восьмичасовой рабочий день. Определить коэффициент загруженности кассиров, среднее время в очереди и среднею длину очереди к кассам. За единицу времени принять одну минуту. Определить, способствует ли уменьшению времени ожидания в очереди добавление пятого кассира-стажера, среднее время обслуживания которого 14 минут, и за счет, помощи которому среднее время обслуживания первого и второго кассиров увеличивается на 1 минуту.

26. Гардероб состоит из трех окон. Студенты приходят за 5 минут до начала занятий. Интенсивность поступления студентов — 15 человек в минуту. Интенсивность обслуживания в первом окне задана средним временем обслуживания — 20 секунд на человека, во втором — 15 секунд на человека, в третьем — 10 секунд на человека. Интенсивности заданы по экспоненциальному закону.

Смоделировать работу гардероба в течении 6 часов и проверить все ли студенты успевают на занятия. Если не все, предложить способы исправления ситуации.

27. В офис интернет-магазина электротехники приходят клиенты в среднем по 10 человек в час по экспоненциальному закону. Покупатель вначале оплачивает свой заказ на кассе в течение 2.5±0,8 минут, затем направляется к пункту выдачи товара и проводит там 15±2,1 минуту проверяя, распаковывая, упаковывая и получая товар. В 10% случаях при получении товара возможно выявление неисправностей, в этом случае покупатель возвращается на кассу и получает обратно его деньги в течении того же времени 2.5±0,8 минут.

Смоделировать прохождение 200 покупателей через магазин. Определить необходимое количество сотрудников, чтобы максимальный размер очередей в кассу или на выдачу не превышал 10 человек.

28. Клиенты приходят в игровое заведение и становятся в очередь в пункт обмена за игровыми фишками. Интенсивность поступления клиентов в среднем равна 40 чел./час. Всего в пункте обмена работает 2 окна. Длительность обслуживания каждым окном в среднем 4 минуты.

Установлено что 60% посетителей пойдут к столу с рулеткой. Остальные 40% разойдутся по другим азартным играм. Четверть пойдет к столу с игрой в кости, а остальные поделятся поровну между игровыми автоматами и карточными играми. Время, проведенное в каждой игре:

- у стола с рулеткой 15+-5мин.;
- у стола с игрой в кости 20+-5мин.;
- у игрового автомата 14+-3мин.;
- у стола с карточными играми 14+-3мин.;

Построить модель игрового заведения. Определить насколько человек минимально должен быть рассчитан каждый вид игр, чтобы средний размер очереди к каждому был меньше 1 человека.

Литература

1) Кельтон В., Лоу А. «Имитационное моделирование. Классика CS», 3-е изд. – СПб: Питер, Киев, 2004. М.: Финансовый университет, 2014 год, 122 с.
2) Кораблев Ю.А., Имитационное моделирование. Тексты лекций.
3) Кудрявцев Е.М. "GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем" - М.: ДМК Пресс, 2004.
4) Руководство пользователя по GPSS World. / Перевод с английского/. - Казань: Изд-во "Мастер Лайн", 2002. - 384 с.