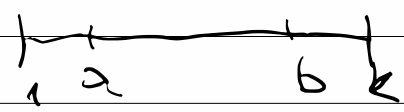


300(10)

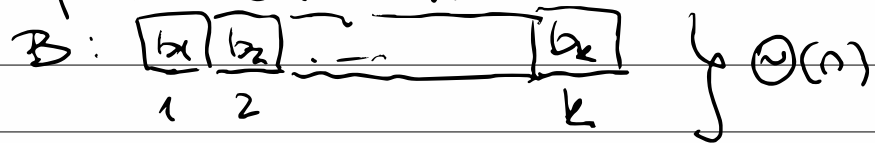
Имаме масив  $A[1 \dots n]$  от естествени числа в интервал:  
 $1 \leq a_i \leq k$  за  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

Дадено е число  $k$ .

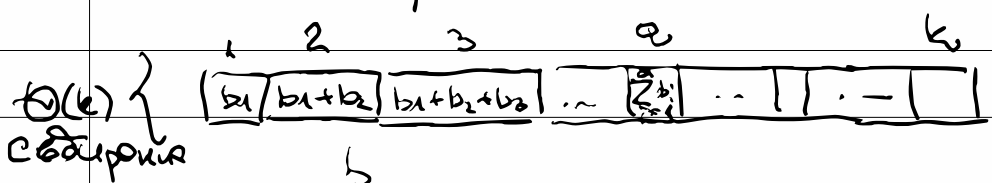
Колко числа има в интервала  $[a, b]$  за  $1 \leq a \leq b \leq k, a, b \in \mathbb{N}$ ?



В нов масив с размерност  $k$  държи честотата на всеки елемент



Сега последователно сумираме поредици суми отляво надясно по елементите, т.е.:



Тогава 
$$\sum_{i=a}^b b_i = B[b] - B[\max(1, a-1)]$$

Общият сложност е  $\mathcal{O}(n+k)$ .

Ако искаме сумата им е достъпна само да ги представим т.е. масив

$B: \boxed{b_1} \boxed{b_2} \dots \boxed{b_k} \quad \left. \vphantom{\sum_{i=1}^k} \right\} \sim(n)$

Искаме  $\sum_{i=a}^b i \cdot b_i = \sum_{i=1}^b i \cdot b_i - \sum_{i=1}^{a-1} i \cdot b_i$   
 или  $O(n+k)$

Задача 3

Даден е сортиран масив с елементи от  $0$  до  $n$  и едно от тях липсва. Ко е то?

• Може да ги сумираме и да ги извадим от  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ .  $O(n) \leq n$

• Може с Binary Search и да търсим кое е това число отговарящо на индекс си:

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	...
0	1	2	<u>4</u>	5	...

Задача 3

Искаме да сортираме масива  $A[1 \dots n]$  и  $B[1 \dots n]$  с единствен друг елементи. Искаме  $C = A \cup B$ .

↑  
union

Медианата на C?

Вер 1: Правим merge(A, B) и взимаме  $O(n)$  time  $O(n)$  space  $D[(n+1)/2]$  за n odd и  $D[n/2]$  за n even.

Вер 2: Медианите на A и B са  $A^{[n/2]}$  и  $B^{[n/2]}$  за  $O(1)$  време.

Това е медианата на C е м/у тях (използваме, че A и B са сортирани).

Чрез използване Binary Search това  $\text{medianC}(A[1..m], B[1..m])$ :

if  $m = 1$

return  $(A[1] + B[1]) / 2$

Трето

if m even

$m/2$

if m odd

$\frac{m+1}{2}$

if  $m = 2$  then

return  $(\max(A[1], B[1]) + \min(A[2], B[2])) / 2$

if  $A^{[m/2]} < B^{[m/2]}$  do

return

$\text{medianC}(A[m/2..m], B[1..m/2])$

else if  $A^{[m/2]} > B^{[m/2]}$  do

return

$\text{medianC}(A[1..m/2], B[m/2..m])$

else

return  $A^{[m/2]}$

нрм:  $A = [7, 9, 22, 54, 37]$ ,  $n = 5$

$B = [-2, 0, 5, 55, 100]$

$$A[\lceil n/2 \rceil] = 22 > B[\lceil n/2 \rceil] = 5$$

Знову  $A = [7, 9, 22]$ ,  $B = [5, 55, 100]$ ,  $m = 3$

$$A[\lceil m/2 \rceil] = 9 < B[\lceil m/2 \rceil] = 55$$

Знову  $A = [9, 22]$ ,  $B = [5, 55]$

$$(\max(9, 5) + \min(22, 55)) / 2 =$$

$$= (9 + 22) / 2 = 31/2 = 15,5$$

$$T(n) \approx O(\lg n), \quad \mu(n) \approx O(1)$$

HW Уложме  $2n$  играча,  $A[1...2n]$  е списък  
на имена, в който на позиция  $i$   
е силата на играча  $i$ .

До се разделят на два отбора по  
и играча, т.е. да се максимално  
неравносигурно.

Hint: Оптимален времеви алгоритъм е  
с високост  $O(n)$ .

Ведният отбор  $\rightarrow$  най-слабите,  
а другият  $\rightarrow$  най-силните.

Вопрос: Сортиране  $A[1...2n]$ .

В  $A[1...n]$  са слабите, а в

$A[n+1...2n]$  са силните  $\rightarrow O(n \log n)$

Вопрос: С Pick намиране медиана за  
 $O(2n)$  време и прави partition

на  $n$ -големия и  $n$ -големия за  $O(2n)$

Отговор  $2n + 2n = 4n \approx n$ .

---

За останалите задачи във  
файла ще получите линкове  
към решения.