

2000

Укажите максимум  $k \in \{1, \dots, n\}$  от  
 естественных чисел  $\leq n$  в интервале:

$$1 \leq a_i \leq k \text{ } \forall i \in \{1, \dots, n\}.$$

Рассмотрим только:

а) какое число  $n$  находится в интервале

$$[a, b] \text{ } \forall 1 \leq a \leq b \leq k, \text{ } \underline{0 \leq b \leq n}?$$



б) какое число  $n$  находится в интервале

$$[a, b]? \quad \text{}$$

Решение а):

$$c \in \mathbb{N}: B: \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \dots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & | & | & \dots & | & | & | & | & \end{bmatrix}$$

$$a = [2, 4, 6] \quad k = 6$$

$$B: \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} : \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$a = 1$$

$$b = 4$$

$$B[b] - B[a] = B[4] - B[1] = 2 - 0 = 2$$

$$A = [1, 2, 3, 4, 5]$$

$$k = 3$$

$$B = [1, 1, 1, 0, 0]$$

$$a = 2$$

$$b = 4$$

$$B = [1, 2, 3, 4, 5]$$

$$B[a] \neq B[b]$$

$$B[a] \neq 0$$

$$\rightarrow +1$$

$$B[b] - B[a] + B[a]$$

$[a; b]$

if  $a-1 \geq 1$

return  $B[b] - B[a-1]$

else

return  $B[b]$

$A = [1, 2, 3, 4, 5]$

$b = 5$

$B = [0, 1, 2, 3, 4, 5]$

$(\rightarrow B = [0, 1, 2, 3, 4, 5])$

$B[b+1] - B[a]$

$b = 4$   
 $a = 1$

b) CS: ~~no base~~  $B[1 \dots k]$

return  $\sum_{i=0}^b B[i].i$

$$B[i] = i \cdot B[i] + B[i-1] \quad i > 1$$

$$\underline{B[1] = 1 \cdot B[1] = B[1]}$$

$$\Theta(n+k)$$

заг(5)

Аргумент сортировки нечисел  
от 0 до n и равно от 1 до n  
не е ето?

заг(5)

- 11 - и то е равно от 1 до n  
нормално. не е ето?  
 $1+2+3+4=10$   
 $1, 2, 4 = 7$

1) for i = 2 to n

if  $A[i] \neq A[i-1] + 1$

return  $A[i-1] + 1$

$O(n)$

2) Binary Search

1 2 3 4 5  
0 1 2 3 5

$O(\log n)$

3)  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

$Sum = \sum_{i=1}^n A[i]$

$O(n)$

1 2 3 4 5 6  
0 1 2 3 4

$$\underbrace{3-1=2}$$

300 ③

Укажите ~~на~~ алгоритм нахождения

$A[1..n]$  и  $B[1..n]$  с элементами

для элементов. Укажите  $C = A \cup B$

↑  
Множества  $A$  и  $B$ ? субъекты  
исследования

300 ③  
(hw)

В каждом элементе  $B$  находится се  
решение. Вывести о  
каждом ③.

Binary Search

$A[\frac{n}{2}] < B[\frac{n}{2}]$

$A = [7, 3, 22, 23, 50]$   $n=5$

$B = [-5, -2, 0, 5, 100]$

$A[\frac{n}{2}] = 22 > B[\frac{n}{2}] = 0$

$\text{median}(A[1..m], B[1..n]):$   
 $\xrightarrow{\text{even } \frac{m}{2}}$   $\text{if } m=1$   
 $\quad \text{return } (A[1] + B[1]) / 2$   
 $\xrightarrow{\text{odd } \frac{m+1}{2}}$   $\text{if } m=2$   
 $\quad \text{return } (\max(A[1], B[1]) + \min(A[2], B[2])) / 2$   
 $\quad \text{if } A[\frac{m}{2}] < B[\frac{n}{2}]$   
 $\quad \quad \text{return}$   
 $\quad \quad \text{median}(A[\frac{m}{2}..m], B[1..n])$   
 $\quad \text{else if } A[\frac{m}{2}] > B[\frac{n}{2}]$   
 $\quad \quad \text{return}$   
 $\quad \quad \text{median}(A[1..m], B[\frac{n}{2}..n])$   
 $\quad \text{else return } A[\frac{m}{2}]$



[HW] Укаже  $Z_n$  уред,  $A[1 \dots 2n]$  тежино  
исходи,  $B$  кајоно возвуче и  
е сина ис уред  $i$ .

До се разреш ка за одбор  
и уред, т.е. за за разрешено  
непростојно.

Hint: Оптимален разреш разреш  
е сина сина  $\Theta(n)$ .

Брз: сина  $A[1 \dots 2n]$   $\Theta(n \log n)$

Брз:  $PICK$   $\Rightarrow$  не разреш  $A[1 \dots 2n]$   
 $\Theta(n)$

Разреш partition сина тежино  
от quick sort

Това  $B$   $A[1 \dots n]$   
сина сина

и  $A[n+1 \dots 2n]$   
е сина сина

Зад 1 Компјутерска релација  
 на два множества  $a[1, \dots, n]$  и  $b[1, \dots, m]$ .

A, B - multisets

$$A \Delta B = \underline{A \setminus B \cup B \setminus A} = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

Брп 1:

$$\text{sort}(A) \\ \text{sort}(B)$$

$$O(n \log n + m \log m)$$

Брп 2:

$$\text{sort}(A) \\ \text{sort}(B) \\ \text{while}(i \leq n \ \& \ j \leq m) \\ \underline{a[i] < b[j]} \\ c[k] = a[i] \\ i++, k++$$

извршава  
 нум. рел. и/у  
 одређује

Брп 3:

Ex 3.3:

```
void symDiff(int* a, int* b, int n, int m) {  
    unordered_set<int> s;  
    for (int i = 0; i < n; i++)
```

s.insert(a[i])

```
    for (int j = 0; j < m; j++) {
```

```
        if (s.find(b[j]) != s.end())
```

```
            s.erase(b[j]);
```

```
        else
```

```
            s.insert(b[j])
```

$O(n+m)$   $O((n+m)^2)$



Задача Алгоритм, который размещает  
элементы в  $a[1, \dots, n]$ , т.е.  
всех отпустит к началу и  
всех отбросит в конец.

Partition с pivot = 0

Зачем? Доген е измислен с естествено.

Все е най-малкото естествено,

когато не се събуди в мисълта?

300(8) Идентификация с и естественен, ,  
всичко и/и вжато е. До се  
конкретизацията и възстановяване.  
(всичко за икономическа енергия и изход).

3.2.2.2. Да се копира ресурс  $a[l_1, \dots, l_n]$   
чрез операция:  $\text{flip}(a, k)$ , което  
обръща първата елем. на ресурса  $a$   
за  $2 \leq k \leq n$ .

309.10) Для се конверт най-весто спанди  
елменту на ресурса  $\alpha [1, \dots, n]$ .



300 (11) Арден е работя от работниците  
и еден ЕУАС. Уволи е през 19х 22е, ЕУАС  
работе се ден 12 н?

Задача 2 Докажи, че всички елементи  
в  $a[1..n]$  имат един и същи остатък при  
делението на  $b$  с  $a[1..n]$ , където  
$$b[i] = \prod_{j=1, j \neq i}^n a[j] \pmod{p}$$

⑦ Умножение элементов  $a[1, \dots, n]$ .  
Докажите, что в алгоритме умножения элементов  $a[1, \dots, n]$  выполняется  $n^2$  операций.