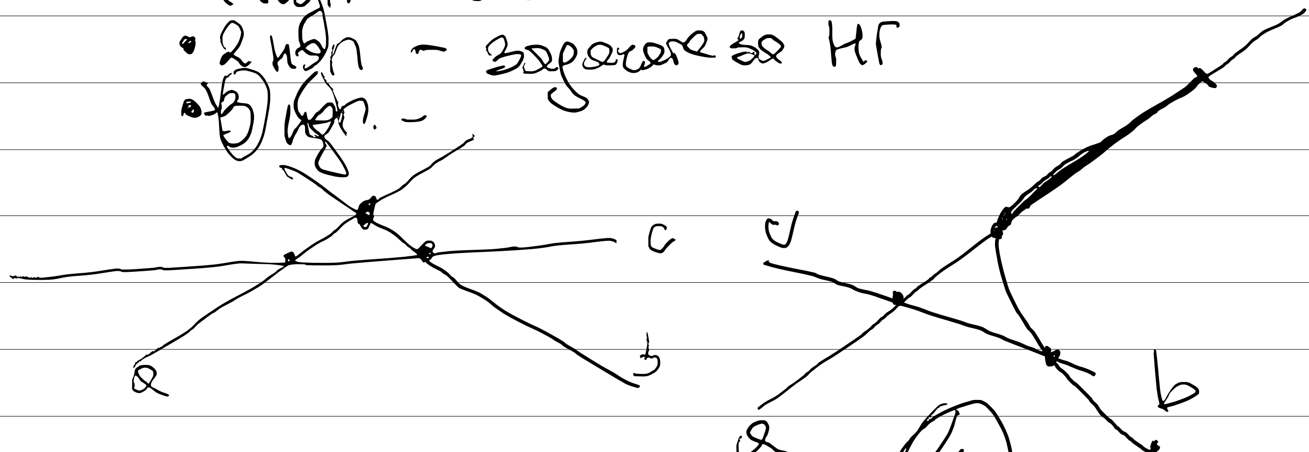
свързан
ацикличен

зад. Нека G е дърво. Покажете, че има един връх общ за всички най-дълги пътища в G

Анализ:

- 1 път – ясно
- 2 път – задачата за НГ
- 3 път. –



Тогава имаме цикъл

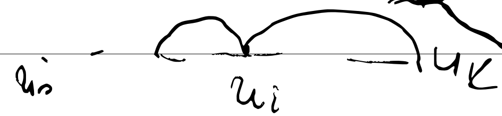
(323) Док. че ако в ориентиран теглови граф има контур с отрицателно тегло, то има и прост контур с отрицателно тегло.

Док. че няма прост контур с отриц. тегло.

Нека си вземем един P (конечния) с най-малко ребра

$P: u_0 \, u_1 \, u_2 \dots u_k \, u_i \, u_j \dots u_k \, u_t \dots u_0$

разлика от началн се повтаря



$p_1: u_0 \dots u_k \dots u_t \dots u_0$

$p_2: u_k \, u_i \, u_j \dots u_k$

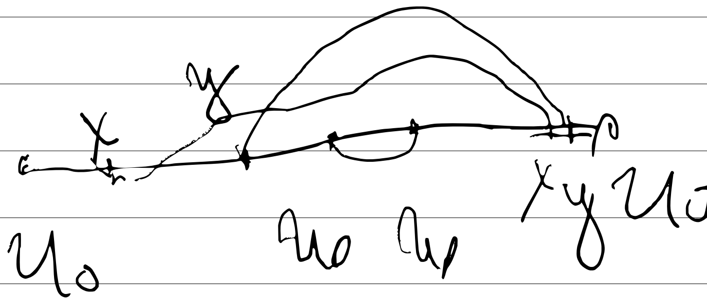
$\boxed{тегло(p) < 0}$

$тегло(p_1) \geq 0$

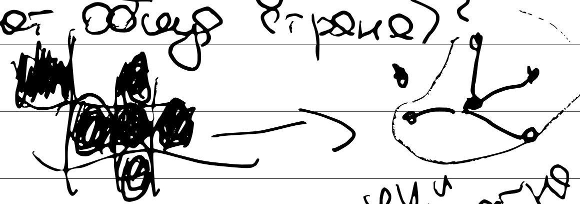
$тегло(p_2) \geq 0$

$тегло(p) = тегло(p_1) + тегло(p_2)$

Ia.



302) Квадрат със страна 1 метър е разделен на $100 \times 100 = 10000$ квадратчета всяко със страна 1 см. Възможно ли е да се оцветят 517 от малките квадратчета, т.ч. всяко от оцветените квадратчета да има едно или три оцветени съседа (имат обща страна)?



V - всички оцветени

E - когато са съседни

$(\forall v \in V)[d(v)=1 \vee d(v)=3]$ -> всички са с нечетна степен

$|V| = 517 \% 2 = 1$

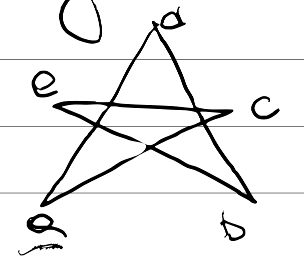
$$2k+1 = \sum_{v \in V} d(v) = 2 \cdot |E|$$

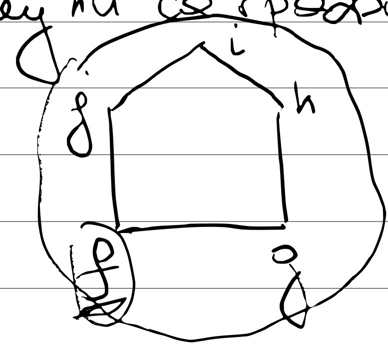
Изоморфизъм м/у графи

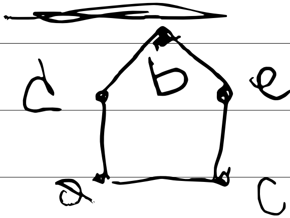
def| Нека $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$ и $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$ са два КНГ. $G_1 \cong G_2$, ако съществува функция $f : V_1 \to V_2$, такава че:

- f е биекция на V_1 в/у V_2;
- За всеки два върха $a, b \in V_1$, то $\{a, b\} \in E_1 \Leftrightarrow \{f(a), f(b)\} \in E_2$

? Едни и същи ли са графите?







$f(a) = f$,
$f(d) = j$
$f(c) = g$
$f(e) = h$
$f(b) = i$

Да, нека $f : \{a, b, c, d, e\} \to \{i, j, h, f, g\}$

т.е. $f(c) = j$, $f(e) = h$, $f(d) = i$,

$f(a) = f$, $f(b) = g$.

f е биекция тривиално и запазва релацията „ребро" м/у върховете.

Значи те са изоморфни.

Не може винаги толкова конкретно да го правим това доказателство за графи с много върхове.

Друго характеризиране $\cong$ м/у графи са и следните условия:

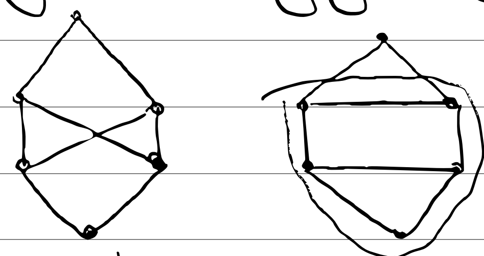
(i) Да имат равен брой върхове;

(ii) Да имат равен брой ребра;

(iii) Ако се наредят в две редици по големина степените на върховете на двата графа, то двете редици трябва да съвпадат.

(iv) Да имат един и същ брой на цикли от дадена дължина.

прим:



Изоморфни ли са?

Не - различават се в това, че един оттях съдържа цикъл C_5.

30a) Пътната мрежа е м-во градове и шосета, като всяко шосе свързва два града. Пътната мрежа на някаква държава е такава, че от всеки град може да се стигне до всеки, но по единствен начин, и освен това броят шосетата е четно число. Докажете, че има поне един град, от който излизат четен брой шосета.

$V \leftrightharpoons$ градове

$E \leftrightharpoons$ мн-во шосе м/у двата града.

Значи е дърво. $|E| = 2.k$, $k \in \mathbb{N}$.

свързан ацикличен

$|V| = |E| + 1$

$|V| = 2k + 1$

$(\exists v \in V)[d(v) = 2.t,\ t \in \mathbb{N}]$

$2r+1 = \sum_{v \in V} d(v) = 2.2.k$

Нека $n \geq 2$.

30з) Може ли плочките от домино с числа до $n-1$ (вкл) да се наредят (всичките) в кръгова наредба (първата и последната плочка са съседни).

Док, че такава наредба съществува т.с.т.к. n е нечетно.

М-во от плочици $\boxed{* \mid \#}$ където

- на мястото на $*$ и $\#$ седи точно едно число;
- за всяко $A \subseteq M$ и $|A| = 2$ съществува точно една плочка с тези числа $\boxed{2 \mid 1}$ ~~$\boxed{1 \mid 2}$~~
- за всяко $A \subseteq M$ и $|A| = 1$ съществува точно една плочка с това число. $\boxed{1 \mid 1}$

$V \leftrightarrows$ площадите $\longleftrightarrow$ м-вото от числото на площадите

$v \, \mathcal{E} u \leftrightarrows v \cap u \neq \emptyset$

$|V| = \binom{n}{2} + \binom{n}{1} = \frac{n(n-1)}{2} + n$

$= \frac{n^2+n}{2}$

$\{A \mid A \subseteq \mathcal{Y}, |A| \leq 2, A \neq \emptyset\}$.

Хамилтонов цикъл?

$|V| = n$

$v \in V \rightsquigarrow d(v) = n-1$

$|v| = 1$

$|v| = 2$

$= 2n-2$

$\{0,1\}$

$V \leftrightarrows \{\{i\} \mid i \in \mathcal{Y}_n\}$

Свързан

$\mathcal{E} \leftrightarrows \{\{\{i\},\{j\}\} \mid i \neq j \in \mathcal{Y}_n\} \cup \{\{i\},\mathcal{Y}\} \mid i \in \mathcal{Y}_n\}$

Затворена верига: $v \in V$: $d(v) = n-1+2 = n+1$