вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.I.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
1 февруари 2021 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. *(6 т.)* Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство, имащ само един триместен предикатен символ p, и $\mathcal{A}$ е структурата за $\mathcal{L}$ с универсум множеството на естествените числа $\mathbb{N}$ и

$$\langle a, b, c\rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow a - b = c^2.$$

Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$:

(i) $\{a\}$, където a е произволно естествено число;

(ii) $\{\langle a, a\rangle \mid a \in \mathbb{N}\}$, $\{\langle a, b\rangle \mid a > b\}$;

(iii) $\{a^4 \mid a \in \mathbb{N}\}$.

Вярно ли е, че всяко множество от естествени числа е определимо в $\mathcal{A}$?

Зад. 2. *(6 т.)* Нека p и r са двуместни предикатни символи, а f и g са двуместни функционални символи. Да означим с Γ множеството от следните три формули:

$$\forall x \exists y(\neg p(x, x) \,\&\, p(x, y)),$$
$$\forall x \forall z(\exists y(p(x, y) \,\&\, p(y, z)) \Leftrightarrow p(x, z)),$$
$$\exists x \exists y \exists z(\neg p(x, y) \,\&\, \neg p(y, x) \,\&\, \neg(p(x, z) \Leftrightarrow p(y, z))).$$

Да означим с φ_1 формулата

$$\forall x \forall y(p(x, y) \Leftrightarrow p(x, f(x, y)) \,\&\, p(f(y, x), y))$$

и с φ_2 — формулата

$$\forall x \forall y(p(x, y) \Leftrightarrow p(x, f(x, y)) \vee p(f(y, x), y)).$$

Нека $\Gamma_1 = \Gamma \cup \{\varphi_1\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma \cup \{\varphi_2\}$.
Да се докаже кои от множествата Γ, Γ_1 и Γ_2 са изпълними.

Зад. 3. *(8 т.)* С метода на резолюцията да се докаже, че следващата формула е неизпълнима.

$$\exists x \forall y(q(x, y) \Leftrightarrow \forall z(q(y, z) \Rightarrow (q(z, y) \Rightarrow \forall x(q(x, y) \,\&\, \neg q(x, y)))))$$

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.I.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
1 февруари 2021 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. *(6 т.)* Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство, имащ само един триместен предикатен символ p, и $\mathcal{A}$ е структурата за $\mathcal{L}$ с универсум множеството на естествените числа $\mathbb{N}$ и

$$\langle m, n, k\rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow m - n = k^3.$$

Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$:

(i) $\{n\}$, където n е произволно естествено число;

(ii) $\{\langle m, m\rangle \mid m \in \mathbb{N}\}$, $\{\langle m, n\rangle \mid m > n\}$;

(iii) $\{n^9 \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Вярно ли е, че всяко множество от естествени числа е определимо в $\mathcal{A}$?

Зад. 2. *(6 т.)* Нека r и q са двуместни предикатни символи, а g и h са двуместни функционални символи. Да означим с Γ множеството от следните три формули:

$$\forall x \exists y(\neg r(x, x) \,\&\, r(x, y)),$$
$$\forall x \forall z(\exists y(r(x, y) \,\&\, r(y, z)) \Leftrightarrow r(x, z)),$$
$$\exists x \exists y \exists z(\neg r(x, y) \,\&\, \neg r(y, x) \,\&\, \neg(r(x, z) \Leftrightarrow r(y, z))).$$

Да означим с φ_1 формулата

$$\forall x \forall y(r(x, y) \Leftrightarrow r(x, g(x, y)) \vee r(g(y, x), y))$$

и с φ_2 — формулата

$$\forall x \forall y(r(x, y) \Leftrightarrow r(x, g(x, y)) \,\&\, r(g(y, x), y)).$$

Нека $\Gamma_1 = \Gamma \cup \{\varphi_1\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma \cup \{\varphi_2\}$.
Да се докаже кои от множествата Γ, Γ_1 и Γ_2 са изпълними.

Зад. 3. *(8 т.)* С метода на резолюцията да се докаже, че

$$\models \forall x(\forall y(r(x, y) \Leftrightarrow \forall z(r(y, z) \Rightarrow \neg r(z, y))) \Rightarrow \exists x \forall y(r(y, x) \,\&\, \neg r(y, x))).$$

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.I.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
1 февруари 2021 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. *(6 т.)* Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство, имащ само един триместен предикатен символ p, и $\mathcal{A}$ е структурата за $\mathcal{L}$ с универсум множеството на естествените числа $\mathbb{N}$ и

$$\langle a, b, c\rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow a - b = c^2.$$

Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$:

(i) $\{a\}$, където a е произволно естествено число;

(ii) $\{\langle a, a\rangle \mid a \in \mathbb{N}\}$, $\{\langle a, b\rangle \mid a > b\}$;

(iii) $\{a^4 \mid a \in \mathbb{N}\}$.

Вярно ли е, че всяко множество от естествени числа е определимо в $\mathcal{A}$?

Зад. 2. *(6 т.)* Нека p и r са двуместни предикатни символи, а f и g са двуместни функционални символи. Да означим с Γ множеството от следните три формули:

$$\forall x \exists y(\neg p(x, x) \,\&\, p(x, y)),$$
$$\forall x \forall z(\exists y(p(x, y) \,\&\, p(y, z)) \Leftrightarrow p(x, z)),$$
$$\exists x \exists y \exists z(\neg p(x, y) \,\&\, \neg p(y, x) \,\&\, \neg(p(x, z) \Leftrightarrow p(y, z))).$$

Да означим с φ_1 формулата

$$\forall x \forall y(p(x, y) \Leftrightarrow p(x, f(x, y)) \,\&\, p(f(y, x), y))$$

и с φ_2 — формулата

$$\forall x \forall y(p(x, y) \Leftrightarrow p(x, f(x, y)) \vee p(f(y, x), y)).$$

Нека $\Gamma_1 = \Gamma \cup \{\varphi_1\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma \cup \{\varphi_2\}$.
Да се докаже кои от множествата Γ, Γ_1 и Γ_2 са изпълними.

Зад. 3. *(8 т.)* С метода на резолюцията да се докаже, че следващата формула е неизпълнима.

$$\exists x \forall y(q(x, y) \Leftrightarrow \forall z(q(y, z) \Rightarrow (q(z, y) \Rightarrow \forall x(q(x, y) \,\&\, \neg q(x, y)))))$$

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.I.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
1 февруари 2021 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. *(6 т.)* Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство, имащ само един триместен предикатен символ p, и $\mathcal{A}$ е структурата за $\mathcal{L}$ с универсум множеството на естествените числа $\mathbb{N}$ и

$$\langle m, n, k\rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow m - n = k^3.$$

Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$:

(i) $\{n\}$, където n е произволно естествено число;

(ii) $\{\langle m, m\rangle \mid m \in \mathbb{N}\}$, $\{\langle m, n\rangle \mid m > n\}$;

(iii) $\{n^9 \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Вярно ли е, че всяко множество от естествени числа е определимо в $\mathcal{A}$?

Зад. 2. *(6 т.)* Нека r и q са двуместни предикатни символи, а g и h са двуместни функционални символи. Да означим с Γ множеството от следните три формули:

$$\forall x \exists y(\neg r(x, x) \,\&\, r(x, y)),$$
$$\forall x \forall z(\exists y(r(x, y) \,\&\, r(y, z)) \Leftrightarrow r(x, z)),$$
$$\exists x \exists y \exists z(\neg r(x, y) \,\&\, \neg r(y, x) \,\&\, \neg(r(x, z) \Leftrightarrow r(y, z))).$$

Да означим с φ_1 формулата

$$\forall x \forall y(r(x, y) \Leftrightarrow r(x, g(x, y)) \vee r(g(y, x), y))$$

и с φ_2 — формулата

$$\forall x \forall y(r(x, y) \Leftrightarrow r(x, g(x, y)) \,\&\, r(g(y, x), y)).$$

Нека $\Gamma_1 = \Gamma \cup \{\varphi_1\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma \cup \{\varphi_2\}$.
Да се докаже кои от множествата Γ, Γ_1 и Γ_2 са изпълними.

Зад. 3. *(8 т.)* С метода на резолюцията да се докаже, че

$$\models \forall x(\forall y(r(x, y) \Leftrightarrow \forall z(r(y, z) \Rightarrow \neg r(z, y))) \Rightarrow \exists x \forall y(r(y, x) \,\&\, \neg r(y, x))).$$

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!