02_04_Einsendesaufgabe01_FormaleSprache_EndlicheAutomaten_YanboZhu

1

1. $L_1 = \{0^i \mid i \in N_0\}$ und $L_2 = \{1^i \mid i \in N_0\}$ seien formale Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.

Berechnen Sie:

(a) $L_1 \cup L_2$

(b) $L_1 \cap L_2$

(c) $L_1 \setminus L_2$

(d) $L_1 \cap \Sigma^*$

(e) $(L_1 \cup L_2) \cap \Sigma^3$

(1+1+1+1+1 Punkt

L1 = {ϵ, 0, 00, 000, . . .}
L2 = {ϵ, 1, 11, 111, . . .}

(a) $L_1 \bigcup L_2$ = {ϵ, 0, 00, . . . , 1, 11, . . .} = $\{w|w = 0^i, w = 1^i \ mit \ i \in N_0\}$
(b) L1 $\bigcap$ L2 = {ϵ}
(c) L1 \ L2 = {0, 00, 000, . . .} = $\{0^i|i \in N\}$
(d) $L1 \bigcap \Sigma^*$ = L1
(e) (L1 $\bigcup$ L2) & Σ^3 = {000, 111}

2

2. Definieren Sie für die folgenden Sprachen DEA's, die diese Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$ akzeptieren. Stellen Sie dabei die DEA's durch den Zustandsgraph dar.

(a) L1 = {w |w enthält nur Nullen, wenigstens eine}

(b) L2 = {w |w ist das leere Wort oder enthält nur Nullen}

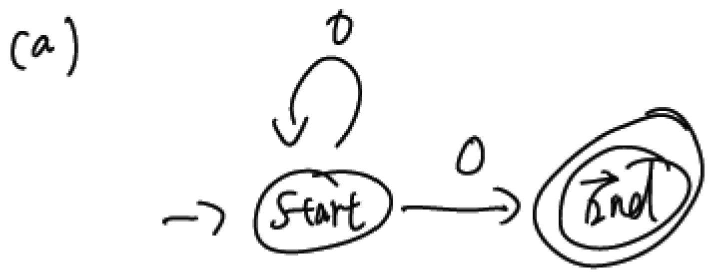
(c) L3 = {w |w enthält eine durch 3 teilbare Anzahl von Einsen}

(d) L4 = {w |w enthält irgendwo 000}

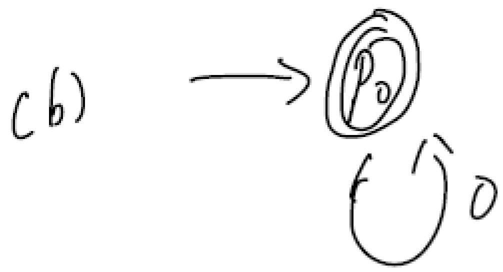
(e) L5 = {w |w enthält eine gerade Anzahl von Nullen und eine gerade Anzahl von Einsen}

DeUinieren Sie für die folgenden Sprachen DEA's, die diese Sprachen über dem Alphabet Σ = {0,1} akzeptieren. Stellen Sie dabei die DEA's durch den Zustandsgraph dar.

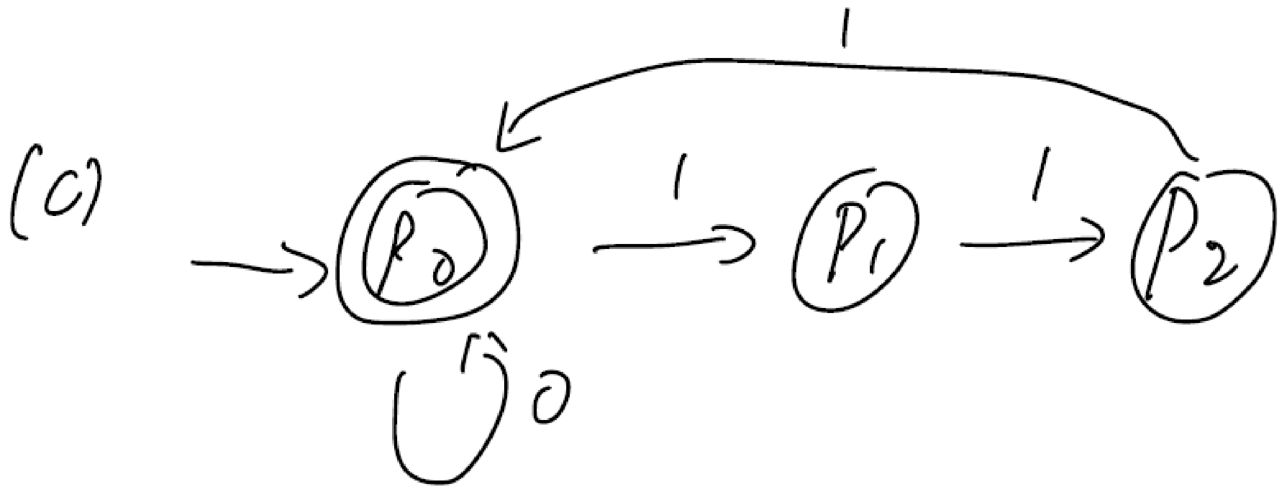
(a) L1 = {w |w enthält nur Nullen, wenigstens eine}



(b) L2 = {w |w ist das leere Wort oder enthält nur Nullen}



(c) L3 = {w |w enthält eine durch 3 teilbare Anzahl von Einsen}



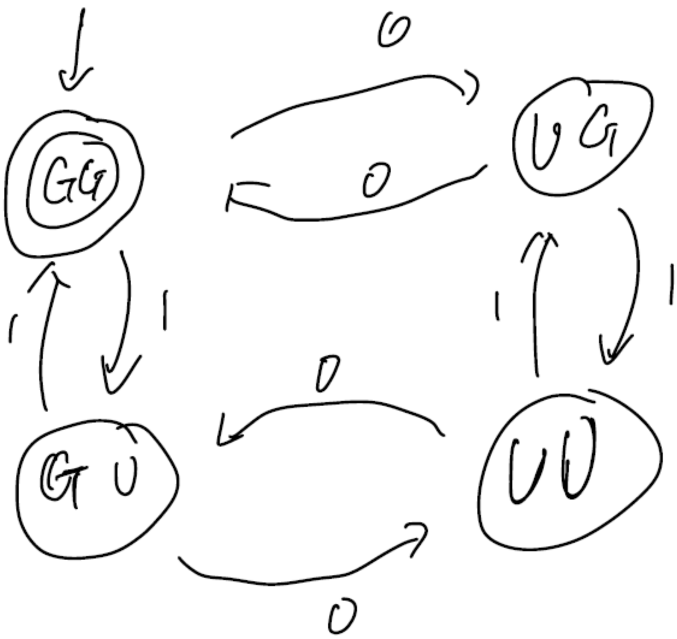
(d) L4 = {w |w enthä lt irgendwo 000}

(e) L5 = {w |w enthält eine gerade Anzahl von Nullen und eine gerade Anzahl von Einsen}

(e) GG: Erste G: Anzahl von 0 ist gerade

Zweite G: Anzahl von 1 ist gerade.

UU: ungerade



3

Ein NEA kann **nichtdeterministisch raten**, welche Ziffer im Wort die „erste Vorkommensstelle“ der späteren letzten Ziffer ist.

- Beim Einlesen des Wortes bleibt der Automat zunächst im Startzustand `q0`.
- Wenn ein Zeichen `a ∈ {0,1,2,3}` gelesen wird, **kann** der Automat (nichtdeterministisch) in einen speziellen Zustand `s_a` übergehen, der bedeutet: *„Wir haben ein früheres `a` gesehen und merken uns dieses Symbol.“*
- In `s_a` liest der Automat alle weiteren Zeichen und **wartet auf ein weiteres** `a`.
  Sobald erneut `a` gelesen wird, kann der Automat in den akzeptierenden Zustand `q_acc` übergehen.
  Wenn dieses `a` zugleich das letzte Zeichen des Wortes ist, wird das Wort akzeptiert.
- Gibt es kein solches `a`, das doppelt vorkommt (also die letzte Ziffer ist neu), gibt es keine akzeptierende Pfadführung.

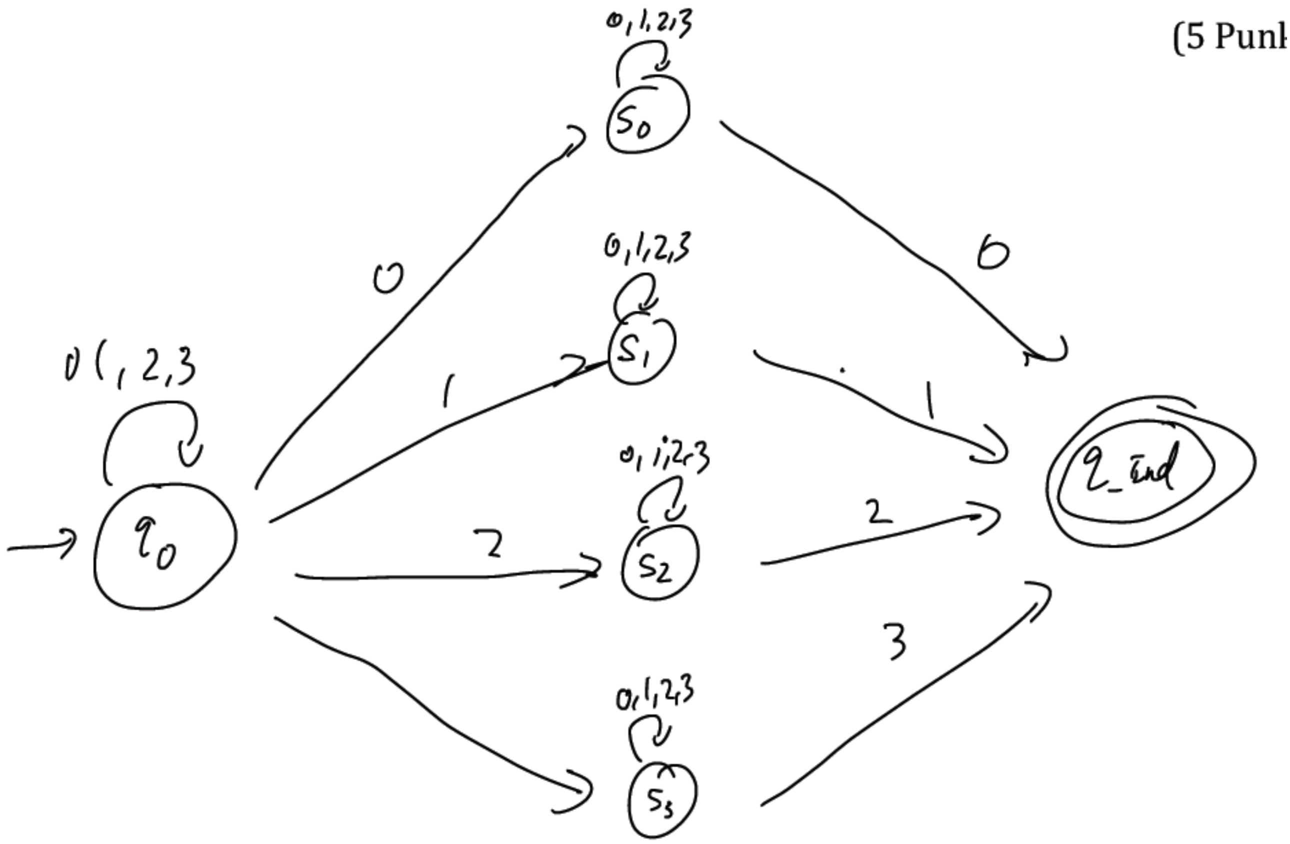
3.1 Formale Beschreibung

- **Alphabet:** Σ={0,1,2,3}
- **Zustandsmenge:**
  Q={q0,s0,s1,s2,s3,q_end}

- **Startzustand:** q0
- **Akzeptierende Zustände:** {q_end}
- **Übergänge:**
    1. `q0` → `q0` mit `0,1,2,3` (normales Weiterlesen)
    2. `q0` → `s0` mit `0`; `q0` → `s1` mit `1`; `q0` → `s2` mit `2`; `q0` → `s3` mit `3` (nichtdeterministisch kann der Automat „merken“, welches Symbol er gesehen hat)
    3. Für jedes `s_a`:
        - `s_a` → `s_a` mit `0,1,2,3` (beliebige Zeichen weiterlesen)
        - `s_a` → `q_end` mit `a` (zweites Vorkommen des gemerkten Zeichens)

Der akzeptierende Zustand `q_end` hat keine ausgehenden Kanten – Akzeptanz gilt nur, wenn das Wort an dieser Stelle endet.

3.2 Zustandsgraph



4

4. Konstruieren Sie zum folgenden NEA mit Hilfe des Verfahrens der Teilmengenkonstruktion äquivalenten DEA. Bestimmen Sie zuerst zu jeder Zustandsmenge R ihre E(R) – „Menge aller über ε-Übergänge erreichbaren Zustände".

NEA

	ϵ	a	b	c
$\rightarrow *q_a$	$\{q_b\}$	$\{q_a\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*q_b$	$\{q_c\}$	$\emptyset$	$\{q_b\}$	$\emptyset$
$*q_c$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_c\}$

4.1 Zustandmenge R

1 Zustandmenge R

$\{\phi, \{q_a\}, \{q_b\}, \{q_c\}, \{q_a, q_b\}, \{q_a, q_c\}, \{q_b, q_c\}, \{q_a, q_b, q_c\}\}$

4.2 Ohne Berücksichtigung von ϵ-Überführungen：Übergangstabelle

R	a	b	c
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_a\}$	$\{q_a\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_b\}$	$\{q_c\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_c\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_c\}$
$\{q_a, q_b\}$	$\{q_a\}$	$\{q_b\}$	$\emptyset$
$\{q_a, q_c\}$	$\{q_a\}$	$\emptyset$	$\{q_c\}$
$\{q_b, q_c\}$	$\emptyset$	$\{q_a\}$	$\{q_c\}$
$\{q_a, q_b, q_c\}$	$\{q_a\}$	$\{q_b\}$	$\{q_c\}$

4.3 Unter Berücksichtigung von ϵ-Überführungen

Die Zustandsmengen E(R) und die Überführungsfunktion $\delta(R, x)$ sind für jedes $R \in Q'$ und $x \in \{a, b, c\}$ zu construieren

E(R) := {q | q ist von R über keine oder mehrere ϵ -Überführungen erreichbar }

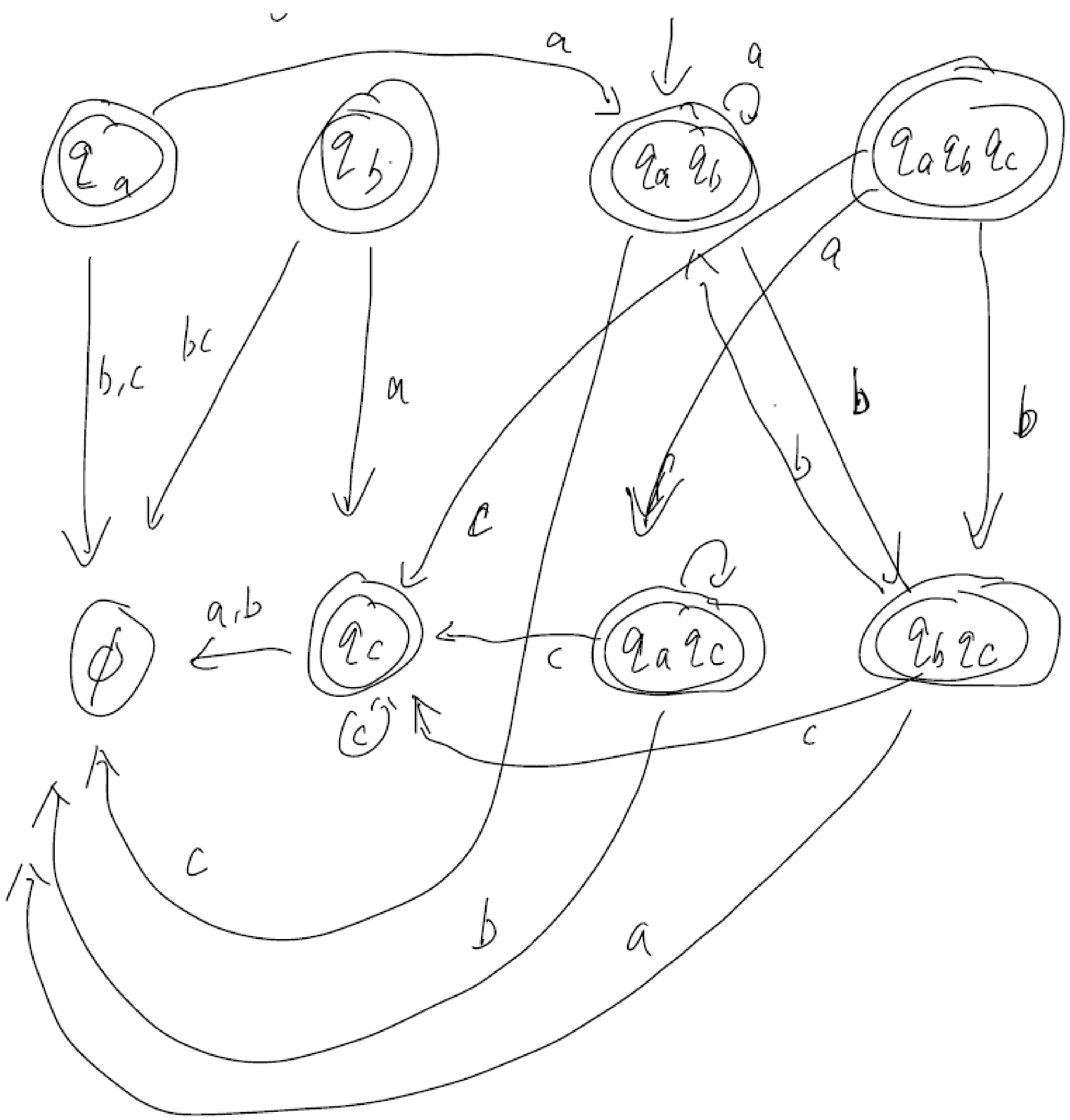
R	$E(R)$
$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_a\}$	$\{q_a, q_b\}$
$\{q_b\}$	$\{q_b, q_c\}$
$\{q_c\}$	$\{q_c\}$
$\{q_a, q_b\}$	$\{q_a, q_b, q_c\}$
$\{q_a, q_c\}$	$\{q_a, q_b, q_c\}$
$\{q_b, q_c\}$	$\{q_a, q_b, q_c\}$
$\{q_a, q_b, q_c\}$	$\{q_a, q_b, q_c\}$

4.4 $\delta'(R, x)$

R	a	E()	b	E()	c	E()
$\emptyset$	$\emptyset$		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_a\}$	$\{q_a\}$	$\{q_a, q_b\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_b\}$	$\{q_c\}$	$\{q_c\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_c\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_c\}$	$\{q_c\}$
$\{q_a, q_b\}$	$\{q_a\}$	$\{q_a, q_b\}$	$\{q_b\}$	$\{q_b, q_c\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_a, q_c\}$	$\{q_a\}$	$\{q_a, q_b\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_c\}$	$\{q_c\}$
$\{q_b, q_c\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_a\}$	$\{q_a, q_b\}$	$\{q_c\}$	$\{q_c\}$
$\{q_a, q_b, q_c\}$	$\{q_a\}$	$\{q_a, q_b\}$	$\{q_b\}$	$\{q_b, q_c\}$	$\{q_c\}$	$\{q_c\}$

4.5 Zustandsgraph

Startzustand von NEA: {qa} => Startzustand von Äquivalenten DEA : {qa,qb}
Endzustand von NEA: {qa}, {qb}, {qc} => Startzustand von Äquivalenten DEA : {qa}, {qb}, {qc} , {qa, qb}, {qb, qc}, {qa, qc}, {qa, qb, qc}



q_a
q_b
$q_a q_b$
$q_a q_b q_c$
ϕ
q_c
$q_a q_c$
$q_b q_c$
a
a
b,c
bc
a
a
b
b
b
c
a,b
c
c
c
c
b
a