

Algoritmo de Prim

Yaneth Mejía Rendón
TAD 1 - 2022
SEM 2

Árbol de expansión mínimo

Un árbol de expansión es un subgrafo del grafo conectado no dirigido donde incluye todos los nodos del grafo con el mínimo número posible de aristas.

Recuerde, el subgrafo debe contener todos y cada uno de los nodos del grafo original. Si se pierde algún nodo, entonces no es un árbol de expansión y, además, el árbol de expansión no contiene ciclos.

Si el grafo tiene un número n de nodos, entonces el número total de árboles de expansión creados a partir de un grafo completo es $n^{(n-2)}$.

En un árbol de expansión, los bordes pueden o no tener pesos asociados con ellos.

Un grafo puede tener varios árboles de expansión, pero solo puede tener un único árbol de expansión mínimo.

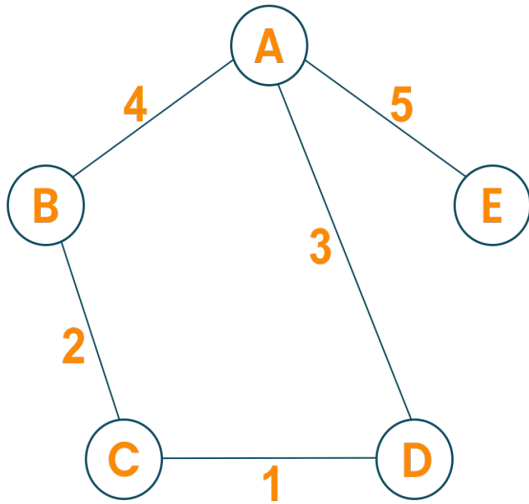
Árbol de expansión mínimo

Ayuda a encontrar los bordes del grafo para formar el árbol que incluye cada nodo con la suma mínima de pesos para formar el árbol de expansión mínimo.

El algoritmo de Prim comienza con el nodo de origen único y luego explora todos los nodos adyacentes del nodo de origen con todos los bordes de conexión.

Mientras exploramos el grafo, elegiremos las aristas con el mínimo peso y las que no pueden provocar los ciclos en la gráfica.

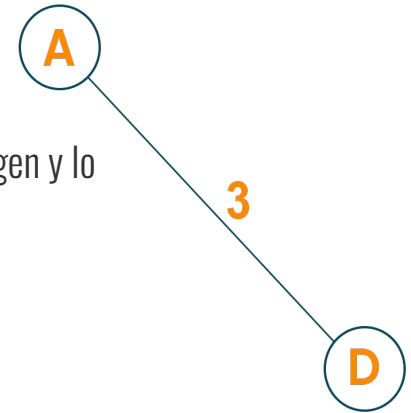
Ejemplo



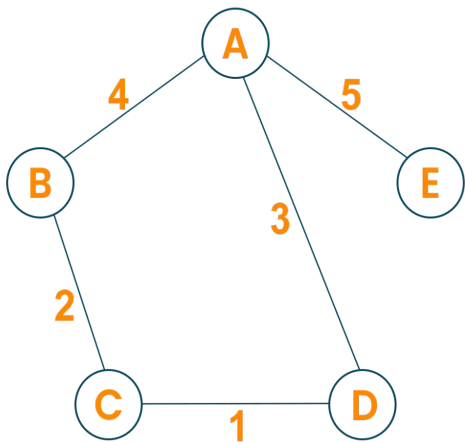
Vértice origen:



Elige el borde de peso más corto del vértice de origen y lo agregas para encontrar el árbol de expansión.



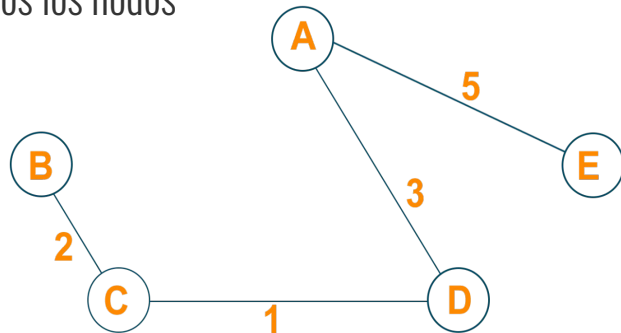
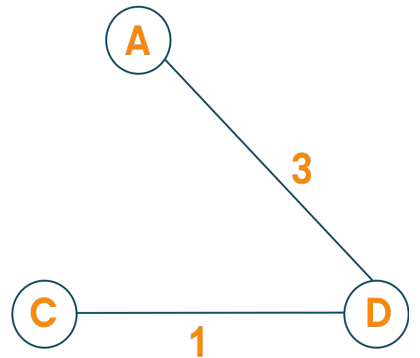
Ejemplo



Elija el siguiente nodo más cercano conectado con el borde mínimo y agrégalo a la solución.

Continúe con los pasos hasta que se incluyan todos los nodos y encontremos el árbol de expansión mínimo.

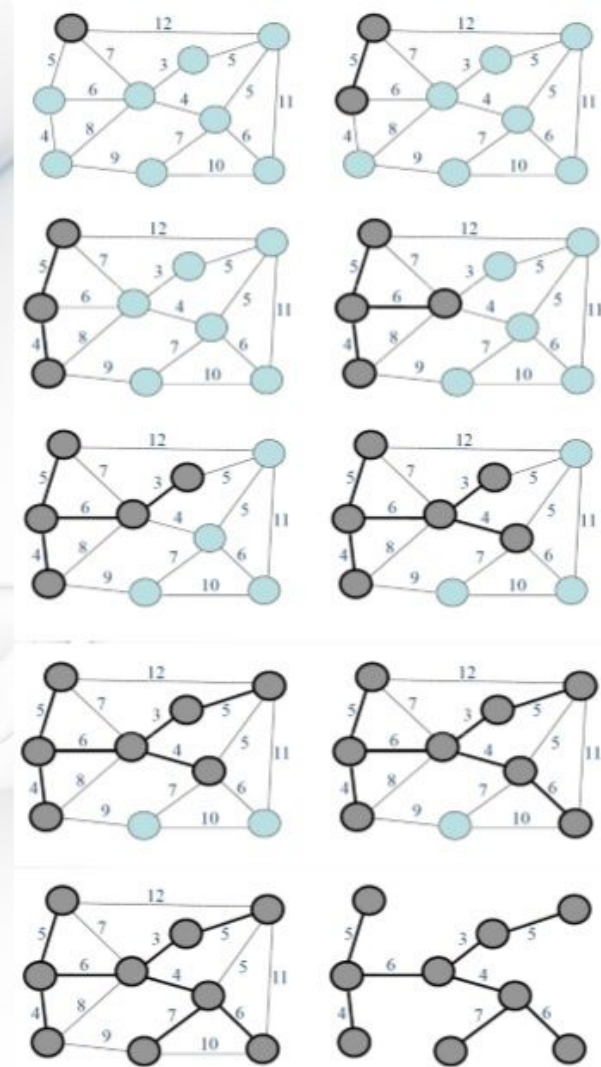
Ver código en repositorio Github



Complejidad del tiempo

El tiempo de ejecución del algoritmo de prim es $O(n \log n + E \log n)$ que es igual a $O(E \log n)$ porque cada inserción de un nodo en la solución toma un tiempo logarítmico.

Aquí, E es el número de aristas y n es el número de vértices/nodos. Sin embargo, podemos mejorar la complejidad del tiempo de ejecución a $O(E + \log n)$ del algoritmo de prim usando Fibonacci Heaps.



Aplicación del algoritmo

- Se utiliza en el diseño de redes.
- En ciclos de red y vías férreas que conectan todas las ciudades.
- Para tender cables de cableado eléctrico.
- En canales de riego y colocación de torres de microondas.
- Se utiliza en el análisis de conglomerados.
- En el desarrollo de juegos y la ciencia cognitiva.
- Los algoritmos de búsqueda de rutas en inteligencia artificial y los problemas del viajante de comercio hacen uso del algoritmo de prim.

Ejercicio 3:

Hallar el árbol de expansión mínima

