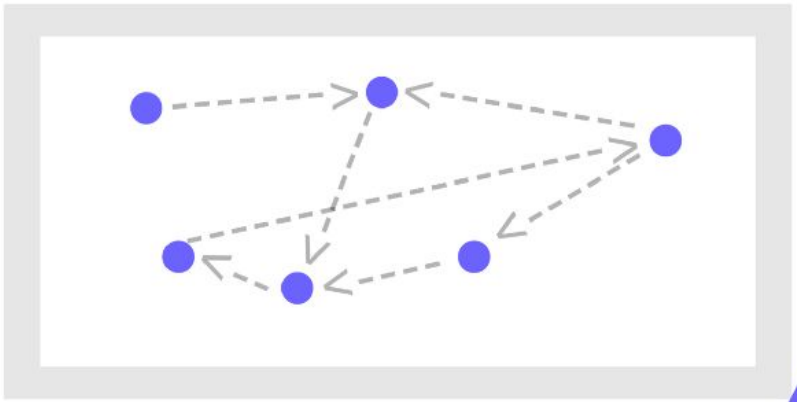
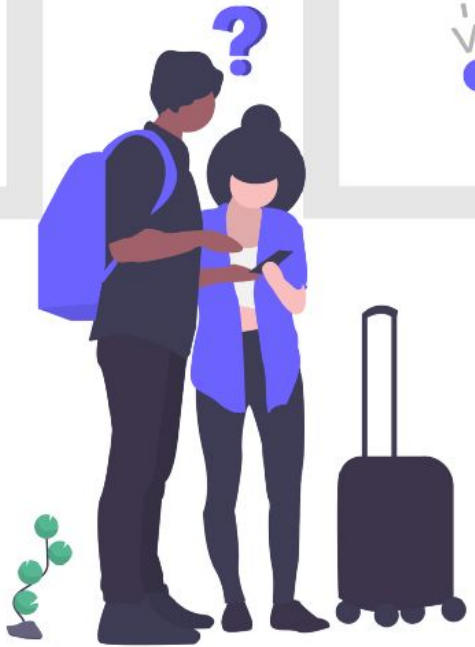
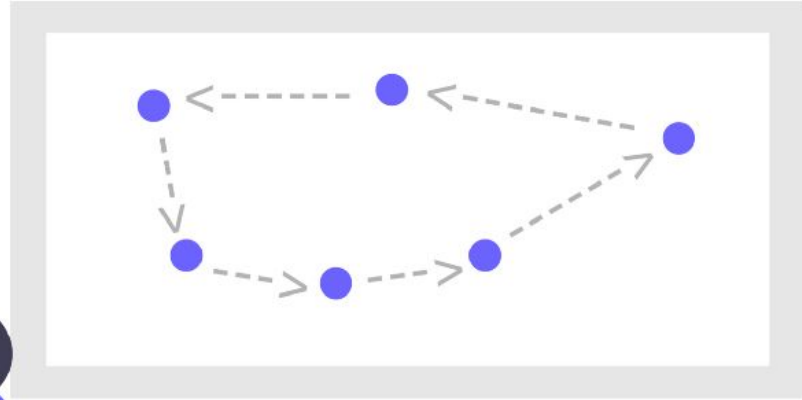
Floyd Warshall Algorithm



FROM THIS





TO THIS

Yaneth Mejía Rendón
TAD 1 - 2022
SEM 2

Algoritmo Floyd Marshall

Al igual que el algoritmo de Dijkstra , el algoritmo de Floyd Warshall se usa para encontrar el camino más corto entre todos los vértices en el gráfico ponderado.

Este algoritmo funciona tanto con gráficos dirigidos como no dirigidos, pero no funciona junto con el gráfico con ciclos negativos.

Este algoritmo sigue el enfoque de programación dinámica como patrón de trabajo.

Aquí, el algoritmo no construye la ruta en sí, pero puede reconstruir la ruta con una simple modificación. El algoritmo Floyd Warshall también se conoce como algoritmo Roy Warshall o algoritmo Roy-Floyd.

Algoritmo Floyd Marshall

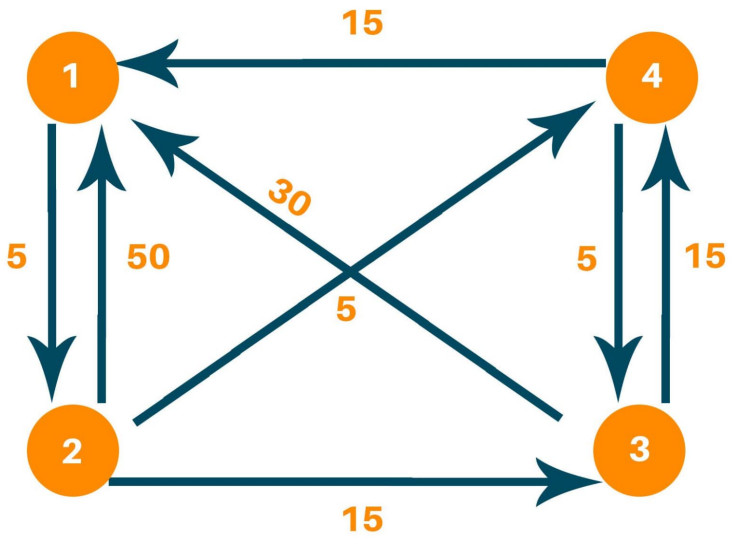
Construimos una matriz Diagonal que da la longitud del camino más corto entre cada par de nodos.

El algoritmo inicializa D a L, es decir, a las distancias directas entre nodos. Luego hace n iteraciones, después de la iteración k, D da la longitud de los caminos más cortos que solo usan nodos intermedios.

$re_k[i, j] = \min(re_{k-1}[i, j], re_{k-1}[i, k] + re_{k-1}[k, j])$

Usamos el principio de optimización para calcular la longitud de i a j pasando por k.

Ejemplo



Crear la matriz D $_0$ contiene la distancia entre cada nodo con '0' como nodo intermedio.

$$D_0 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejemplo

Actualización de la matriz D 1 que contiene la distancia entre cada nodo con '1' como nodo intermedio. Actualice la distancia si se encuentra un valor de distancia mínimo menor que el valor de distancia existente.

re k [i , j] = min (re k-1 [i , j], re k-1 [i, k] + re k-1 [k , j])

$D_0 =$

0	5	∞	∞
50	0	15	5
30	∞	0	15
15	∞	5	0

50 + 5 = 55 < 0 ? no

50 + ∞ = ∞ < 15 ? no

50 + ∞ = ∞ < 5 ? no

$D_0 =$

0	5	∞	∞
50	0	15	5
30	∞	0	15
15	∞	5	0

35 < ∞ = si

∞ < 0 = no

∞ < 15 = no

$D_0 =$

0	5	∞	∞
50	0	15	5
30	∞	0	15
15	∞	5	0

20 < ∞ = si

∞ < 5 = no

∞ < 0 = no∞

$D_1 =$

0	5	∞	∞
50	0	15	5
30	35	0	15
15	20	5	0

Ejemplo

Actualización de la matriz D 1 que contiene la distancia entre cada nodo con '1' como nodo intermedio. Actualice la distancia si se encuentra un valor de distancia mínimo menor que el valor de distancia existente.

re k [i , j] = min (re k-1 [i , j], re k-1 [i, k] + re k-1 [k , j])

$D_1 =$

0	5	∞	∞
50	●	15	5
30	35	0	15
15	20	5	0

5 + 50 = 55 < 0 ? no

5 + 15 = 20 < ∞ ? si

5 + 5 = 10 < ∞ ? si

$D_2 =$

0	5	20	10
50	●	15	5
30	35	0	15
15	20	5	0

85 < 30 = no

50 < 0= no

40 < 15 = no

$D_2 =$

0	5	20	10
50	●	15	5
30	35	0	15
15	20	5	0

70 < 15 = no

35 < 5 = no

25< 0 = no

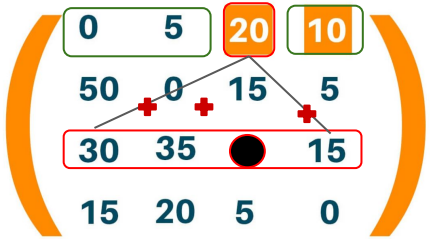
$D_2 =$

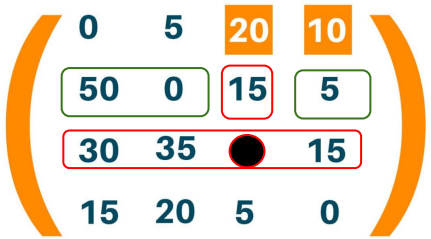
0	5	20	10
50	0	15	5
30	35	0	15
15	20	5	0

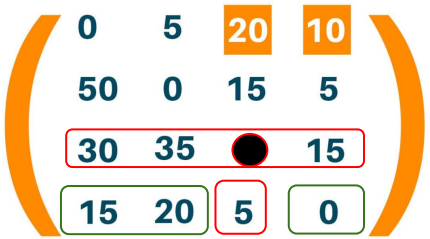
Ejercicio 2: ¿Cuál sería el resultado para D3 y D4?

$$D_4 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Resultado para D3 y D4







20 + 30 = 50 < 0 ? no
20 + 35 = 55 < 5 ? no
20 + 15 = 35 < 10? no

15 + 30 = 45< 50 ? si
15 + 35 = 50< 0 ? no
15 + 15 = 30< 5? no

5 + 30 = 35 < 15 ? no
5 + 35 = 40 < 20 ? no
5 + 15 = 20 < 0? no

Ver código en repositorio Github

Complejidad del tiempo

Hay tres bucles para calcular el camino más corto en el gráfico y cada uno de estos bucles tiene complejidades constantes.

Por lo tanto, debido a esto, la complejidad temporal del algoritmo de Floyd Warshall es $O(n^3)$.

Además, la complejidad espacial del algoritmo de Floyd Warshall es $O(n^2)$.

Aplicación del algoritmo

- Ayuda a encontrar la inversión de matrices reales
- Ayuda a probar si el gráfico no dirigido es bipartito.
- Ayuda a encontrar el camino más corto en un gráfico dirigido
- Diferentes versiones del algoritmo de Floyd Warshall ayudan a encontrar el cierre transitivo de un gráfico dirigido
- Encontrar la expresión regular que aceptan los autómatas finitos.
- Ayuda a encontrar la similitud entre los gráficos.
- El algoritmo de Floyd Warshall ayuda a encontrar el enrutamiento óptimo, es decir, el flujo máximo entre dos vértices