姓名________________ 学号________________ 成绩________________

1、（15分）设$\{N(t);t\geq 0\}$是零初值、参数为$\lambda\ (\lambda>0)$的齐次泊松过程，令$X(t)=N(t)-\lambda t$，$t\geq 0$，求：

（1） 计算随机过程$\{X(t);t\geq 0\}$的均值函数和相关函数；

（2） 令：$Y(t)=\int_0^t X(s)ds$，$t\geq 0$，问随机过程$\{Y(t);t\geq 0\}$在均方意义下是否存在，并计算其

函数。

2、（20分）设$\{X_n;n=1,2,3,\cdots\}$是伯努利过程，定义另一随机过程$\{Y_n;n=1,2,3,\cdots\}$如下：如果X

则$Y_n=0$；如果$X_n=X_{n-1}=\cdots=X_{n-k+1}=1$，而$X_{n-k}=0$，则$Y_n=k$，$k=1,2,\cdots,n$，试求：

（1） 证明$\{Y_n;n=1,2,3,\cdots\}$是一马氏链，确定其状态空间，并求其一步转移概率；

（2） 求首达概率$f_{00}^{(n)}$和n步转移概率$p_{00}^{(n)}$；

（3） 问该链是否常返；

（4） 设T表示连续两个$Y_n=0$间的时间，试求T的均值和方差。

3、（15分）设$\{X_n;n\geq 0\}$是一齐次马氏链，其一步转移概率矩阵为：

$$P=\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & p_{03} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{30} & p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

试求：

（1） 确定状态分类，哪些属于常返的，哪些属于非常返的；

（2） 确定各状态的周期性；

（3） 该链是否存在极限分布，存在的话请求出其极限分布。

4、（15分）已知两个相互独立的零均值过程$X(t)$和$Y(t)$，各有自相关函数为

$$R_X(s,t)=2e^{-|s-t|}\cos[\omega_0(s-t)]，\ R_Y(s,t)=\alpha+e^{-\beta(s-t)^2}$$

记：$Z(t)=\xi X(t)Y(t)$，其中$E\{\xi\}=2$，$D\{\xi\}=9$，且随机变量ξ与$X(t)$、$Y(t)$独立，

值、方差和自相关函数。

5、（15分）设$\{X(t),t\geq 0\}$是一实的零初值正交增量过程，且$X(t)\sim N(\mu,\sigma^2 t)$。令$Y(t)=$

试求过程$\{Y(t),t\geq 0\}$的相关函数$R_Y(s,t)$。

6、（20分）设有随机过程$\xi(t)=Xt^2+2Yt-2,0<t<\infty$，其中$X$与$Y$是相互独立的正

为 0，方差分别是 σ_X^2 和 σ_Y^2。试求：

（1） 试问过程 $\{\xi(t)\}$ 是否是正态过程，为什么？

（2） 试求过程 $\{\xi(t)\}$ 的相关函数，并判定过程 $\{\xi(t)\}$ 是否是平稳过

（3） 试问过程 $\{\xi(t)\}$ 是否均方可导。