第八章 稳定性和频率补偿

冯　鹏

fengpeng06@semi.ac.cn

中国科学院半导体研究所

本章内容

第1节 放大器的频率响应

放大器的频率响应

（1）什么是频率响应及计算方法

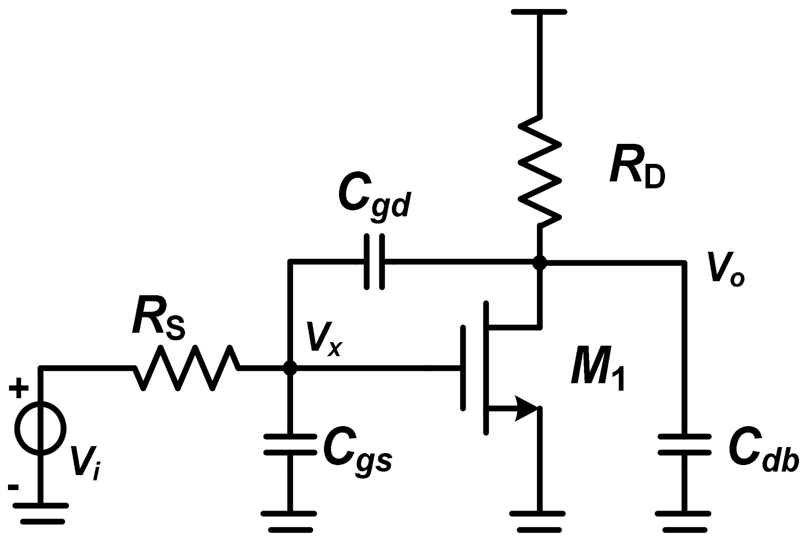
（2）典型电路模块的频率响应

（3）输入阻抗的频率响应

什么是频率响应

- 构成放大器的MOS晶体管、放大器的实际应用系统存在各种寄生电容和负载电容，导致放大器的各种特性如增益、噪声、共模抑制等都与频率有关，是频率的函数，这就是所谓的频率响应。
- 计算频率响应就是将电容元件代入小信号模型中重新对增益等进行计算。

频率响应举例



■ 对V_x、V_O列方程：

$$(V_x - V_i)/R_S + V_x sC_{GS} + (V_x - V_o)sC_{GD} = 0$$

$$(V_o - V_x)sC_{GD} + V_o/R_D + V_o sC_{DB} + g_m V_x = 0$$

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-(g_m - sC_{GD})R_D}{R_S R_D \xi s^2 + [(1+g_m R_D)C_{GD}R_S + C_{GS}R_S + (C_{GD}+C_{DB})R_D]s + 1}$$

$$\xi = (C_{GS}C_{GD} + C_{GS}C_{DB} + C_{GD}C_{DB})$$

$$A_{DC} = -g_m R_D |_{s=0}$$

传递函数和零极点

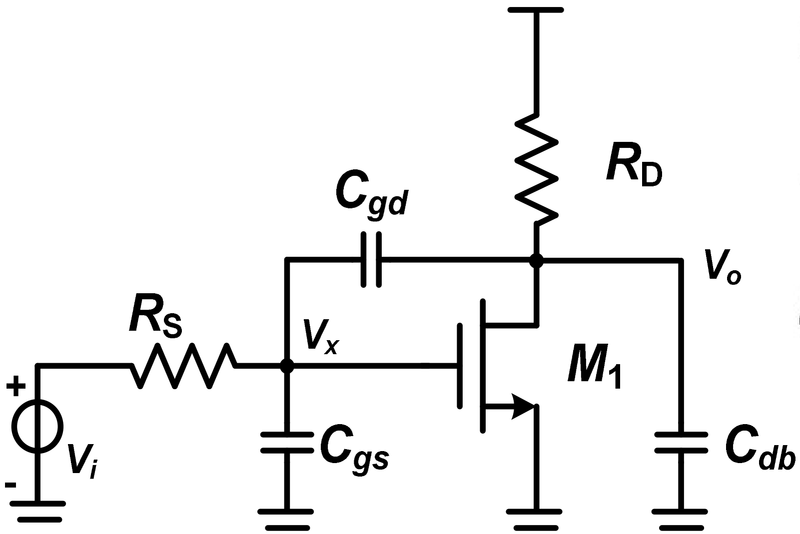
$$H(s)=\frac{V_o}{V_i}=\frac{-(g_m-sC_{GD})R_D}{R_SR_D\xi s^2+[(1+g_mR_D)C_{GD}R_S+C_{GS}R_S+(C_{GD}+C_{DB})R_D]s+1}$$

$$=\frac{-g_mR_D(1+s/z_1)}{(1+s/p_1)(1+s/p_2)}$$

简化分析的方法

- **分子中的z_1称为零点、分母中的p_1和p_2称为极点。如果我们可以确定低频增益和零极点也就可以确定传递函数了，一般低频增益和零极点的近似估算是较为容易的。**

频率响应举例



$$H(s)=\frac{V_o}{V_i}=\frac{-(g_m - sC_{GD})R_D}{R_S R_D \xi s^2 + [(1+g_m R_D)C_{GD}R_S + C_{GS}R_S + (C_{GD}+C_{DB})R_D]s+1}$$

$$=\frac{-g_m R_D(1+s/z_1)}{(1+s/p_1)(1+s/p_2)}$$ → 右半平面零点

$$\xi=(C_{GS}C_{GD}+C_{GS}C_{DB}+C_{GD}C_{DB})$$

- 假设C_{GS}起主要作用

- 考虑两个极点距离很远的情形:$\omega_{p1} << \omega_{p2}$

$$\omega_{p2}\approx -b/a = -\frac{(1+g_m R_D)C_{GD}R_S + C_{GS}R_S + (C_{GD}+C_{DB})R_D}{R_S R_D \xi}$$

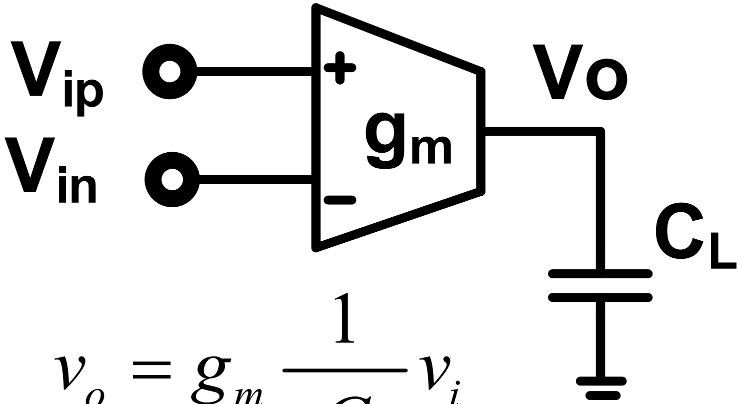
$$\omega_{p1}\approx -\frac{c}{b} = -\frac{1}{\underline{(1+g_m R_D)C_{GD}R_S + C_{GS}R_S} + (C_{GD}+C_{DB})R_D}$$

输入节点

$$\omega_{p2}\approx\frac{1}{\underline{R_D(C_{GD}+C_{DB})}}$$

输出节点

计算频率响应的用途



$$v_o = g_m \frac{1}{sC_L} v_i$$

- 如果用于反馈系数为β的反馈环路则闭环传递函数为：

$$H_{cl}(s) = \frac{g_m/(sC_L)}{1+\beta g_m/(sC_L)} = \frac{1}{\beta}\frac{1}{1+s/\omega_u}, \omega_u = \beta\frac{g_m}{C_L}$$

- ω_u决定了系统的小信号建立速度。

单极点系统

- 系统传递函数： $H(s)=\dfrac{A_0}{1+s/\omega_u},\omega_u=2\pi f_u$
- 单位阶跃响应： $h(t)=A_0(1-e^{-t/\tau_0}),\tau_0=1/\omega_u$
- 与理想值的误差： $Err(t)=\dfrac{h(t)-A_0}{A_0}=-e^{-t/\tau_0}$
- 建立时间与时间常数/带宽的关系：误差ε

$$\boxed{\varepsilon=e^{-T_s/\tau_0}\Rightarrow T_s\geq-\tau_0\ln\varepsilon}$$

二阶系统

- **系统传递函数：** $H(s)=\dfrac{\omega_r^2}{s^2+2\zeta\omega_r s+\omega_r^2}=\dfrac{\omega_r^2}{s^2+\omega_r/Qs+\omega_r^2}$

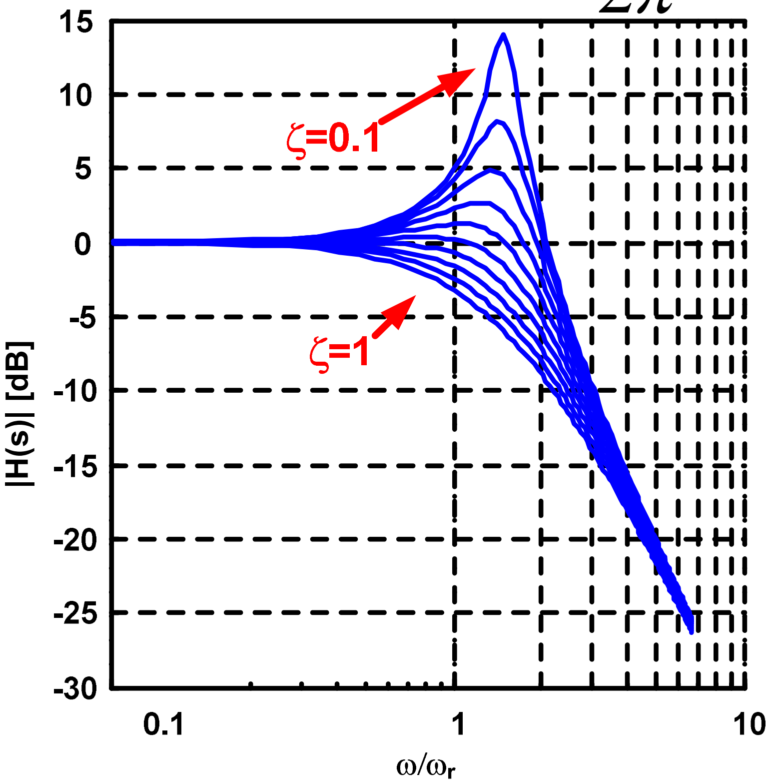
谐振频率： $f_r=\dfrac{\omega_r}{2\pi}$ **阻尼系数：** ζ **品质因数：** $Q=\dfrac{1}{2\zeta}$

阻尼系数	时域特性
ζ<0	右半平面极点，增幅振荡，系统不稳定
ζ=0	共轭纯虚复数极点，等幅振荡
0<ζ<1	左半平面共轭复数极点，欠阻尼系统
ζ=1	左半平面相等实极点，临界阻尼系统
ζ>1	左半平面不等实极点，过阻尼系统

二阶系统-频域特性

- **系统传递函数：** $H(s)=\dfrac{\omega_r^2}{s^2+2\zeta\omega_r s+\omega_r^2}=\dfrac{\omega_r^2}{s^2+\omega_r/Qs+\omega_r^2}$

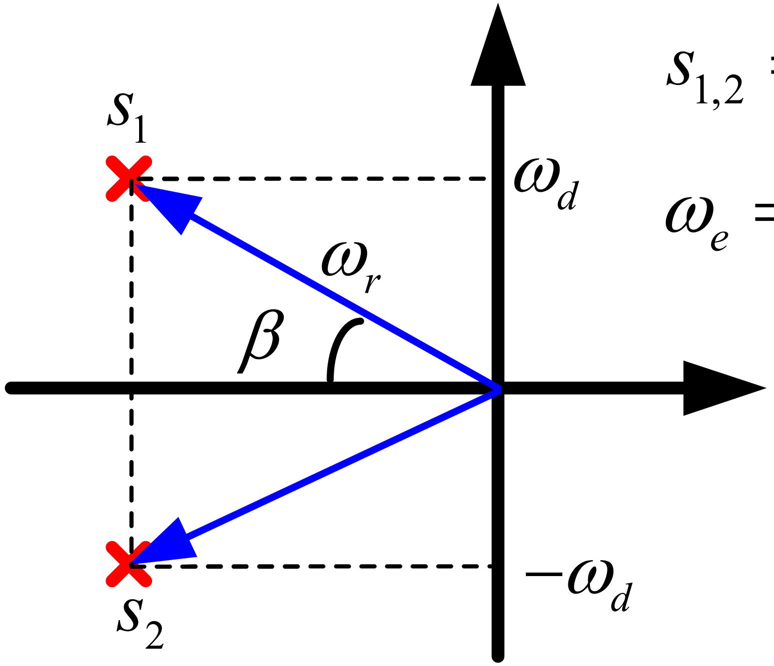
谐振频率： $f_r=\dfrac{\omega_r}{2\pi}$ **阻尼系数：** ζ **品质因数：** $Q=\dfrac{1}{2\zeta}$



ζ=0.1-1

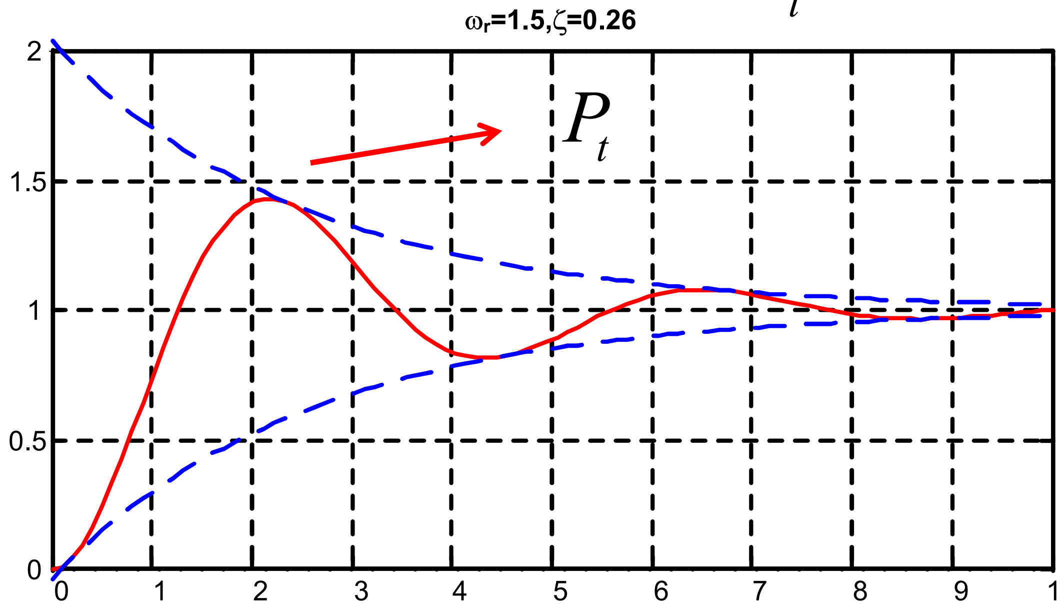
$$P_f=\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

二阶系统-时域特性



$$s_{1,2} = -\zeta\omega_r \pm j\omega_r\sqrt{1-\zeta^2} \qquad \cos\beta = \frac{\zeta\omega_r}{\omega_r} = \zeta$$

$$\omega_e = \omega_r\cos\beta, \omega_d = \omega_r\sin\beta \qquad P_t = 1 + e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$



■ **单位阶跃响应：**

$$h(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_e t}\sin(\omega_d t + \beta)$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{e^{-\omega_e T_s}}{\sin\beta} \Rightarrow T_s \geq -\frac{1}{\omega_e}\ln(\varepsilon\sin\beta)}$$

波特图

- 每个左半平面**极点**ω_p处，**增益**按照-20dB/dec下降；**相位**在0.1ω_p处开始下降，ω_p处降低45度，10ω_p处降低90度。
- 每个左半平面N阶极点ω_p处，增益按照-20×NdB/dec下降；相位在0.1ω_p处开始下降，ω_p处降低45×N度，10ω_p处降低90×N度。

$$\frac{1}{(1+s/p_1)},\frac{1}{(1+s/p_1)^N}$$

波特图

- 每个左（右）半平面零点ω_z处，增益按照+20dB/dec上升；相位在0.1 ω_p处开始上升（下降），ω_p处增加（减小）45度，10 ω_p处增加（减小）90度。$(1+s/z_1)$
- 每个左（右）半平面N阶零点ω_z处，增益按照+20×NdB/dec上升；相位在0.1ω_p处开始上升（下降），ω_p处增加（减小）45×N度，10ω_p处增加（减小）90×N度。

波特图

- 每个左半平面复极点ω_n处，增益按照-40dB/dec下降；相位在0.1ω_p处开始下降，ω_p处降低90度，10ω_p处降低180度。
- 每个左半平面复零点ω_m处，增益按照+40dB/dec上升；相位在0.1ω_p处开始上升，ω_p处增加90度，10ω_p处增加180度。

零极点对(Doublet)

靠得很近的零极点叫做零极点对(Pole-zero Doublet)

$$G(s)=\frac{A_0(1+s/z_1)}{(1+s/p_0)(1+s/p_1)},z_1\approx p_1,p_1\le A_0p_0$$

表面上看G(s)的频率特性和单极点系统相似，但是闭环建立特性有较大差别，假设反馈系数为f，则闭环传递函数为：

$$A_C(s)=\frac{G}{1+Gf}=\frac{A_0(1+s/z_1)}{(1+s/p_0)(1+s/p_1)+A_0f(1+s/z_1)}$$

含零极点对的时域响应

$$A_C(s)=\frac{G}{1+Gf}=\frac{A_0(1+s/z_1)}{(1+s/p_0)(1+s/p_1)+A_0f(1+s/z_1)}$$

$$V_{step}(t)=u(t)[1-k_1e^{-\omega_u t}+k_2e^{-t/\tau_1}],\omega_u=fA_0p_0=fGBW$$

$$k_2\approx\frac{\omega_z-\omega_p}{\omega_u},\tau_1\approx\frac{1}{\omega_z}$$

- **若零极点对位于GBW以内，则建立成分中含有的误差项与零极点对频率有关，这会减缓建立。因此零极点对必须位于GBW以外。**

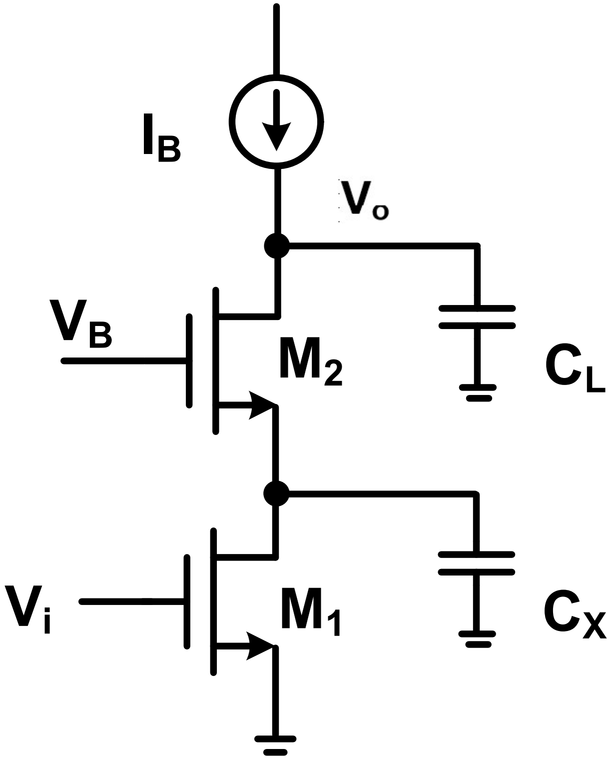
放大器的频率响应

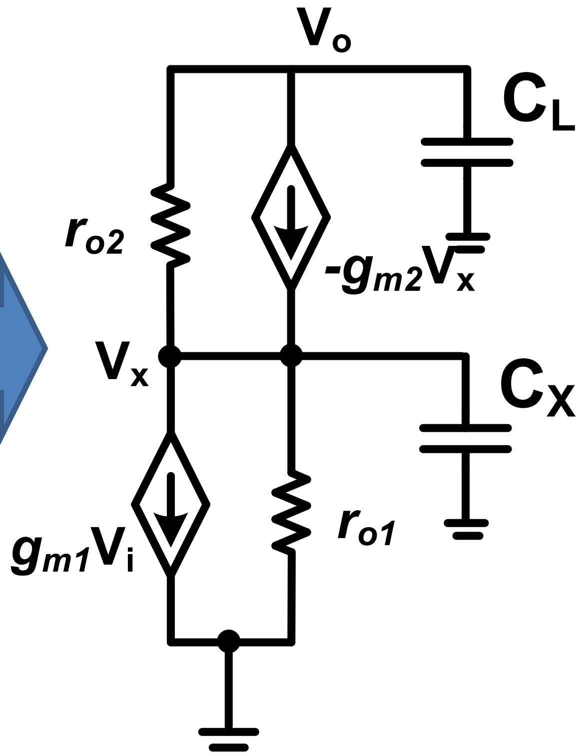
（1）什么是频率响应及计算方法

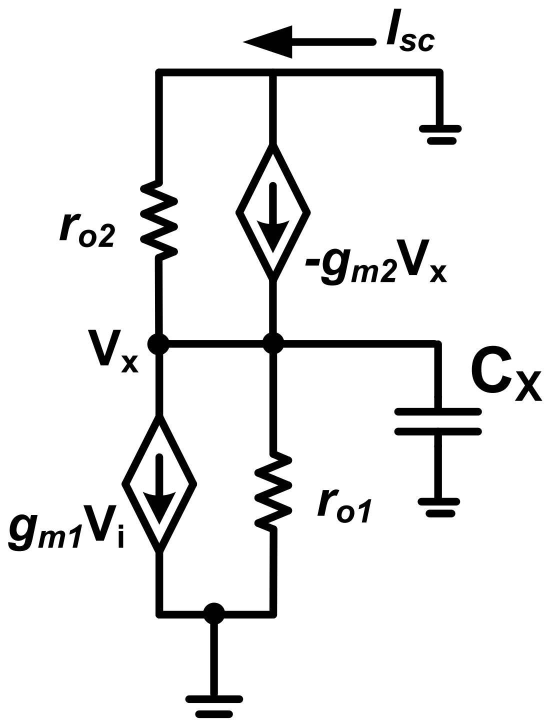
（2）典型电路模块的频率响应

（3）输入阻抗的频率响应

共源共栅(Cascode)

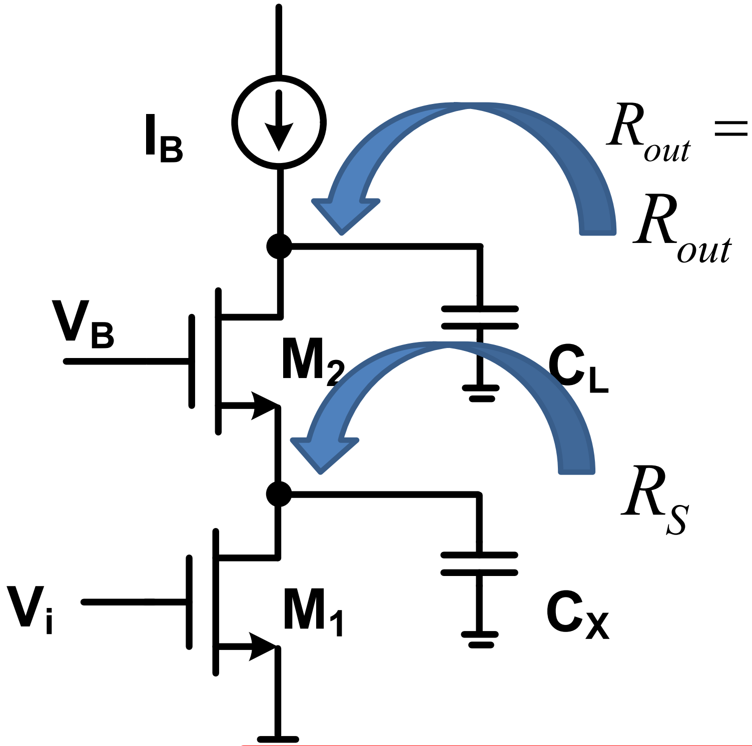




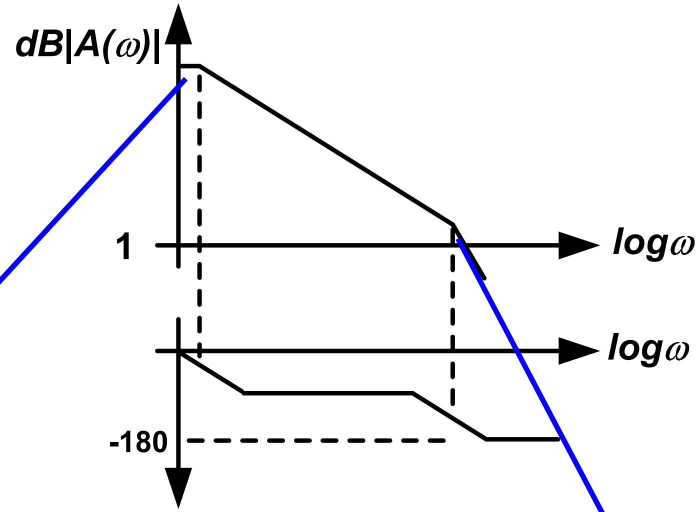


$$\begin{cases} -g_{m2}V_x - g_{mb2}V_x - g_{ds2}V_x = I_{sc} \\ g_{m1}V_i + (g_{ds1} + sC_x)V_x = I_{sc} \end{cases} \Rightarrow G_m = \frac{g_{m1}(g_{m2} + g_{mb2} + g_{ds2})}{g_{m2} + g_{mb2} + g_{ds1} + g_{ds2} + sC_x}$$

共源共栅(Cascode)



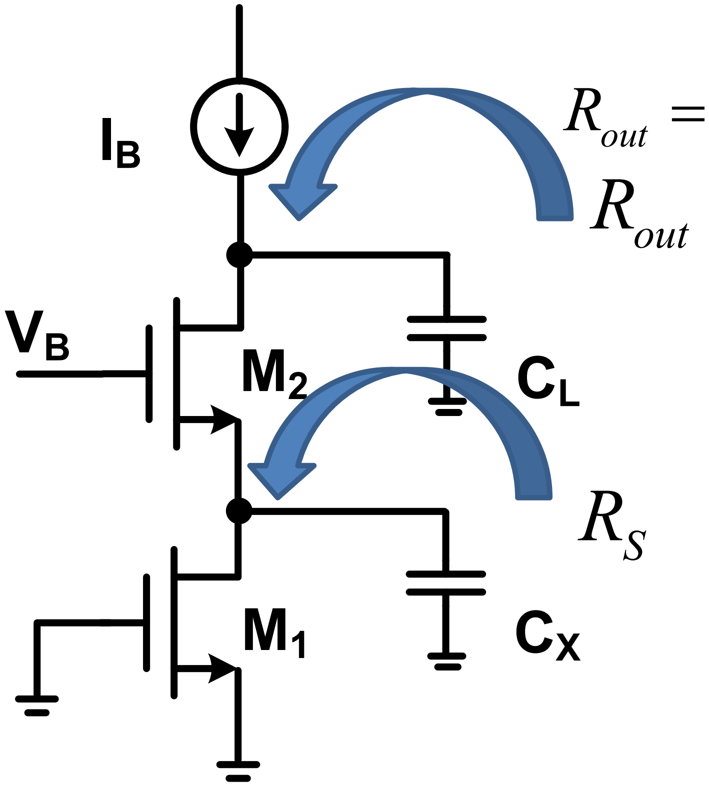
$$R_{out} = \frac{1}{sC_L} // [r_{o2} + R_S + (g_{m2} + g_{mb2}) r_{o2} R_S] \quad R_S = r_{o1} // \frac{1}{sC_x}$$



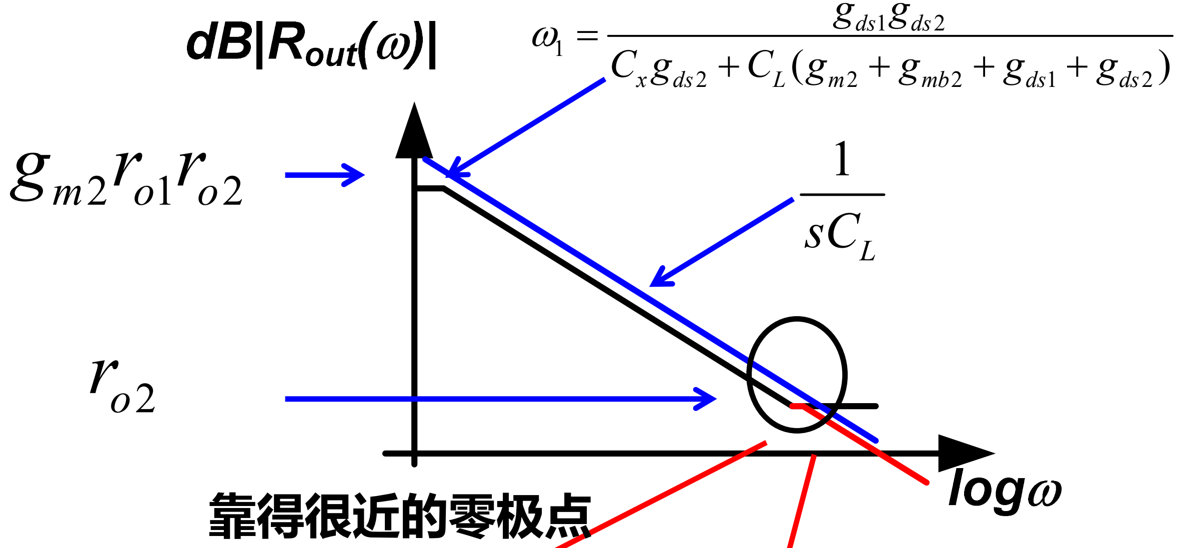
$$\boxed{\omega_1 \approx -\frac{c}{b} \approx -\frac{1}{[r_{o1} + r_{o2} + (g_{m2} + g_{mb2}) r_{o2} r_{o1}] C_L}, \omega_2 \approx -\frac{b}{a} \approx -\frac{g_{m2} + g_{mb2}}{C_x}}$$

$$A_v = -G_m R_{out} = \frac{g_{m1}(g_{m2} + g_{mb2} + g_{ds2})}{s^2 C_x C_L + s[C_x g_{ds2} + C_L (g_{m2} + g_{mb2} + g_{ds1} + g_{ds2})] + g_{ds1} g_{ds2}}$$

共源共栅的输出阻抗



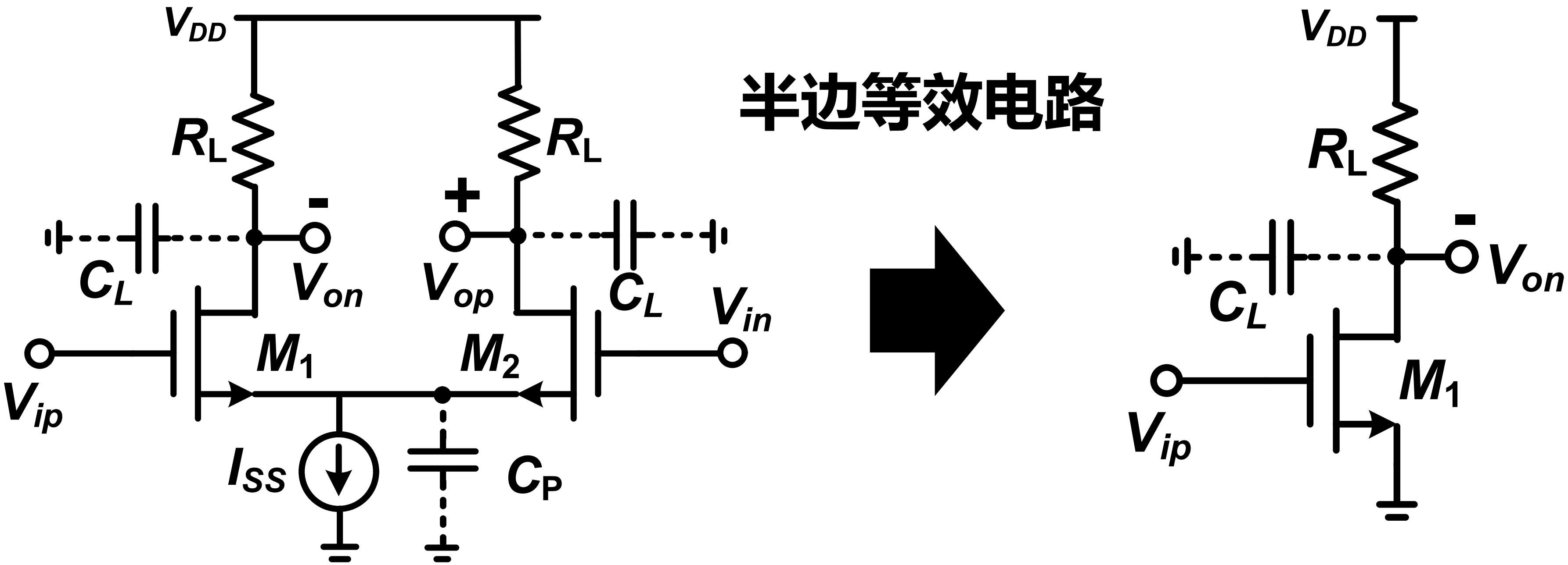
$$R_{out} = \frac{1}{sC_L} // [r_{o2} + R_S + (g_{m2} + g_{mb2}) r_{o2} R_S] \quad R_S = r_{o1} // \frac{1}{sC_x}$$



$$R_{out} = \frac{sC_x + (g_{m2} + g_{mb2} + g_{ds2} + g_{ds1})}{s^2 C_x C_L + s[C_x g_{ds2} + C_L (g_{m2} + g_{mb2} + g_{ds1} + g_{ds2})] + g_{ds1} g_{ds2}}$$

- **对于Cascode，可近似认为，其输出阻抗仅含单极点，C_x 可看作与C_L合并。**

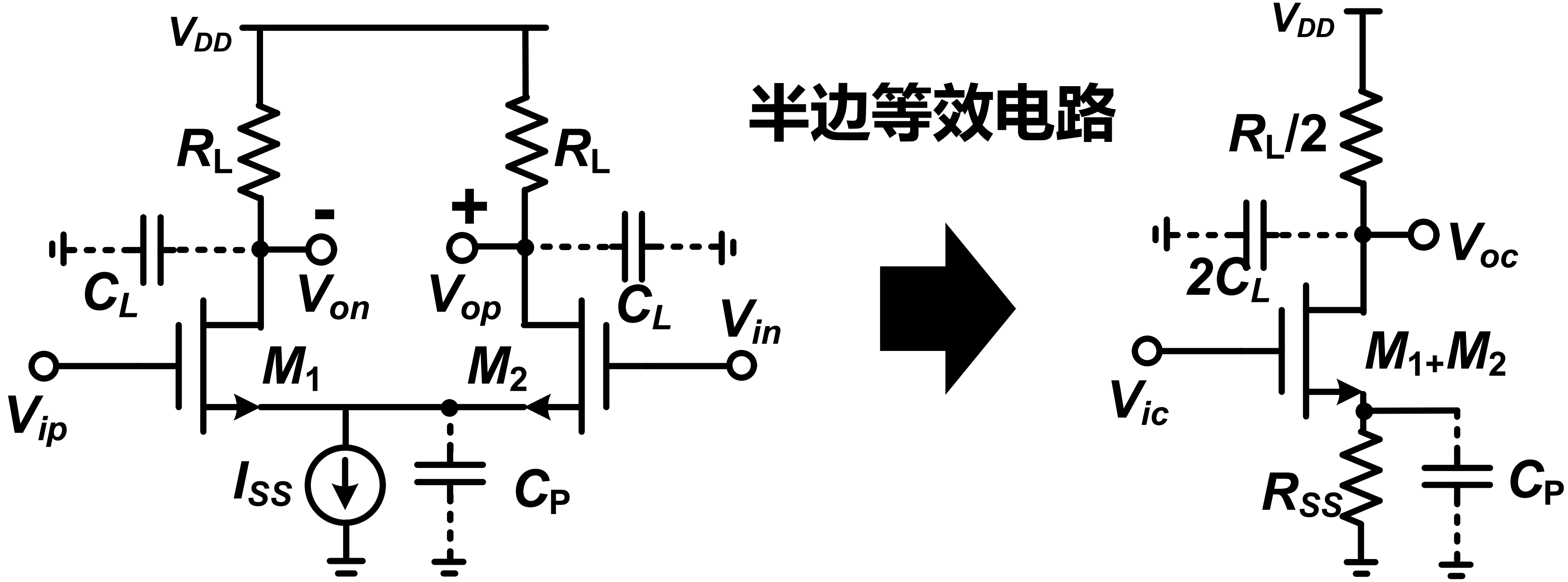
差动对的频率响应(差模)



$$\omega_p = (R_L // r_o)C_L^{'}, C_L^{'} = C_L + C_{GD} + C_{DB}$$

- **电路看上去有V_{op}、V_{on}两个节点贡献极点，但实际上，在传递函数中只体现为一个极点；**
- **若负载电容C_L跨接在V_{on}和V_{op}之间，在半边等效电路中，应等效为$2C_L$的对地电容。**

差动对的频率响应(共模)



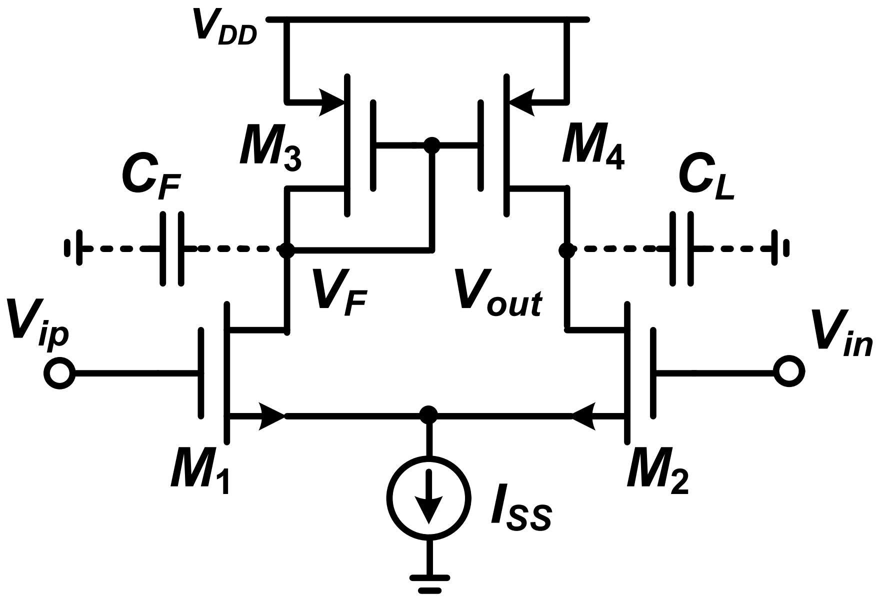
$$A_{vc} = V_{oc}/V_{ic} = \frac{-g_m r_o R_L}{R_L + 2R_{SS} + r_o + 2(g_m + g_{mb})R_{SS} r_o}$$

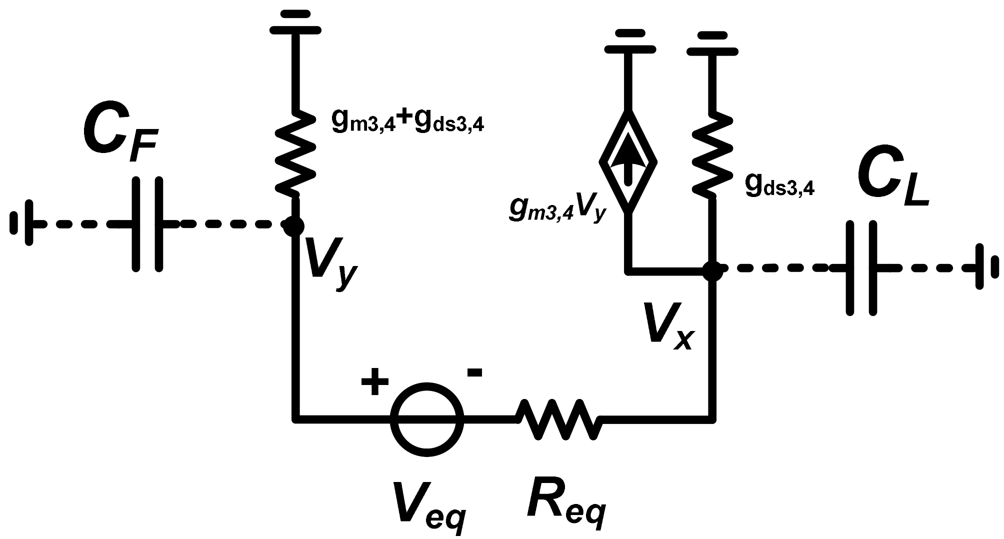
$$A_{vc-d} = \frac{g_m \Delta R_L + R_L \Delta g_m}{1 + R_{SS}(2g_m + \Delta g_m)}$$

$$R_{SS} \to R_{SS} // (\frac{1}{sC_P})$$

- 由于C_P，高频下电路的共模抑制能力会降低，当电路存在不对称情况下，还会造成共差转换，共模噪声会干扰差模信号。

差动对的频率响应





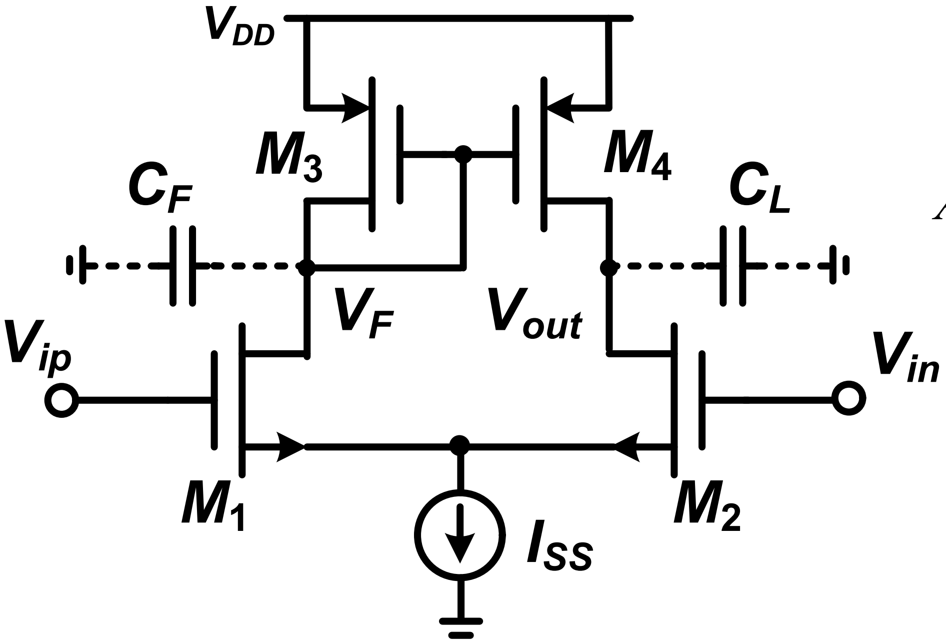
$$V_{eq} = -\left(g_{m1,2}/g_{ds1,2}\right)V_{id}, R_{eq} = 2r_{ds,1,2}$$

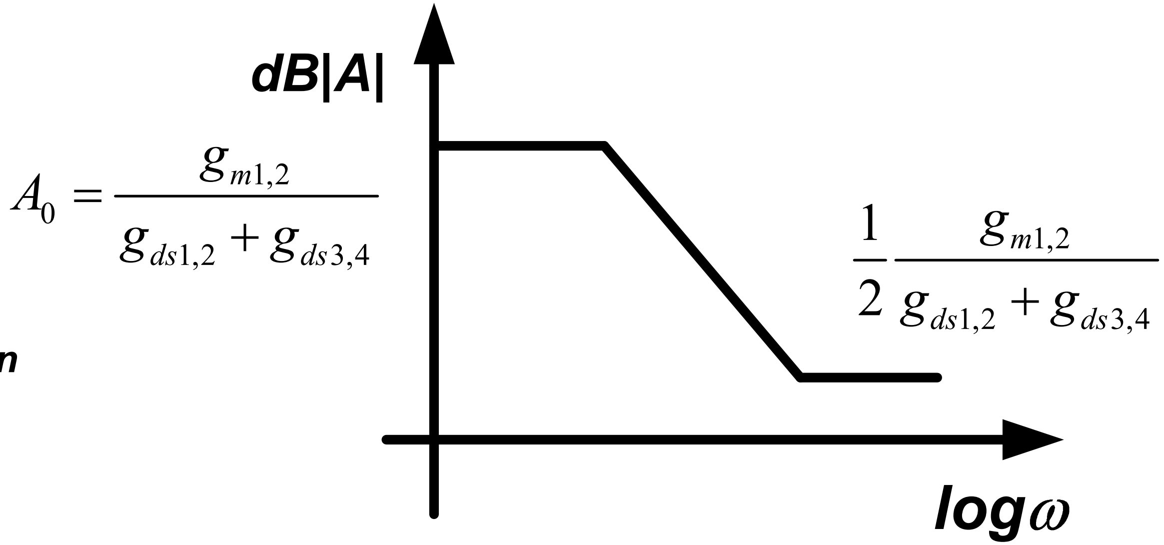
$$\begin{cases}(g_{m3,4}+sC_F)V_y = -g_{m3,4}V_y + (0-V_x)(g_{ds3,4}+sC_L) \\ (V_y - V_{eq} - V_x)/R_{eq} = -(g_{m3,4}+sC_F)V_y\end{cases}$$

$$V_x = -\frac{(2g_{m3,4}+sC_F)}{2C_LC_Fr_{o1,2}s^2+(C_F+C_L+2r_{o1,2}g_{ds3,4}C_F+2r_{o1,2}g_{m3,4}C_L)s+2g_{m3,4}+g_{ds3,4}+2g_{m3,4}g_{ds3,4}r_{o1,2}}\frac{g_{m1,2}}{g_{ds1,2}}V_{id}$$

$$\omega_1 \approx \frac{g_{ds1,2}+g_{ds3,4}}{C_L}, \omega_2 \approx \frac{g_{m3,4}}{C_F}, GBW \approx \frac{g_{m1,2}}{C_L}$$

零点的另一种解释

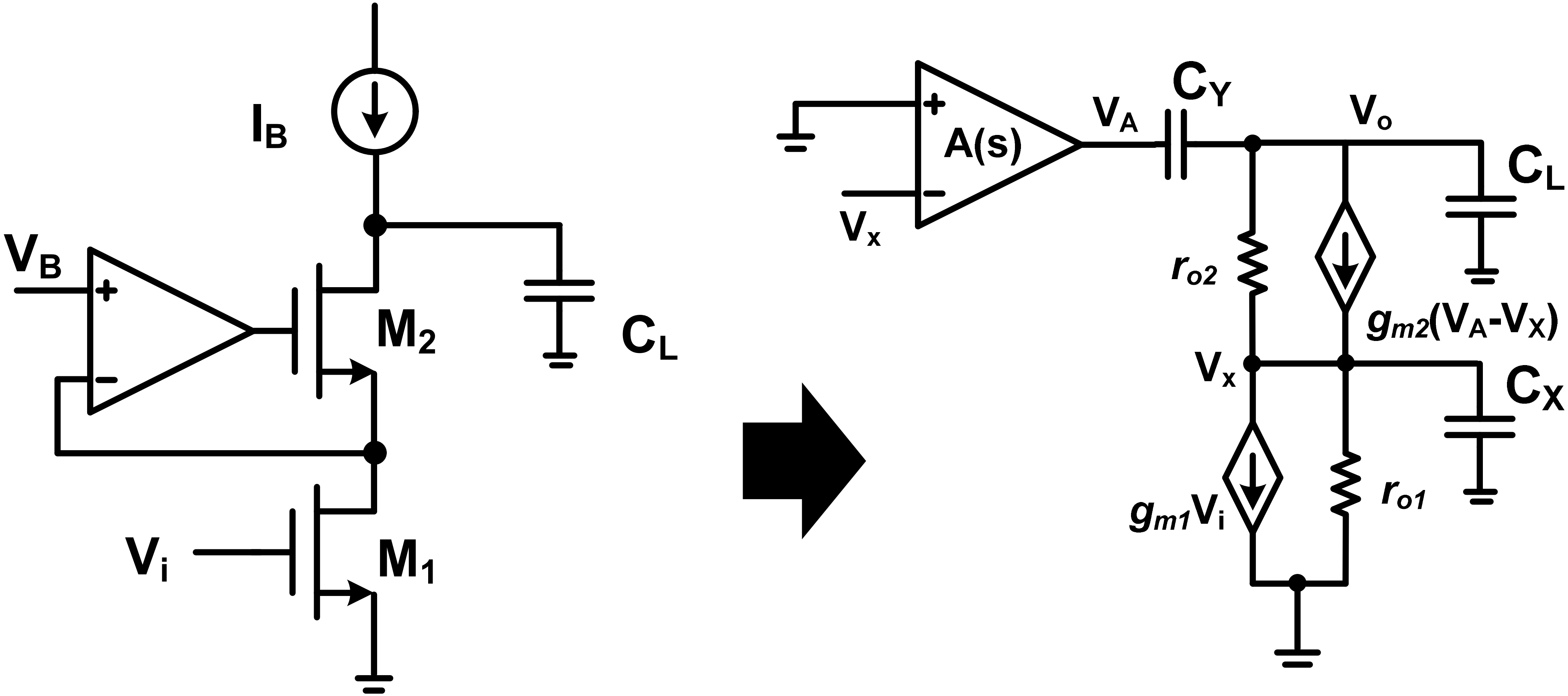




- 若考虑C_F：

$$A(s) = \frac{A_0(1 + s/\omega_z)}{(1 + s/\omega_p)}, \omega_z = 2\omega_p$$

增益自举(Gain-Boosted)



■ 放大器对M2的跨导起到了倍增的作用：$g_{m2} \rightarrow (1+A_0)g_{m2}$

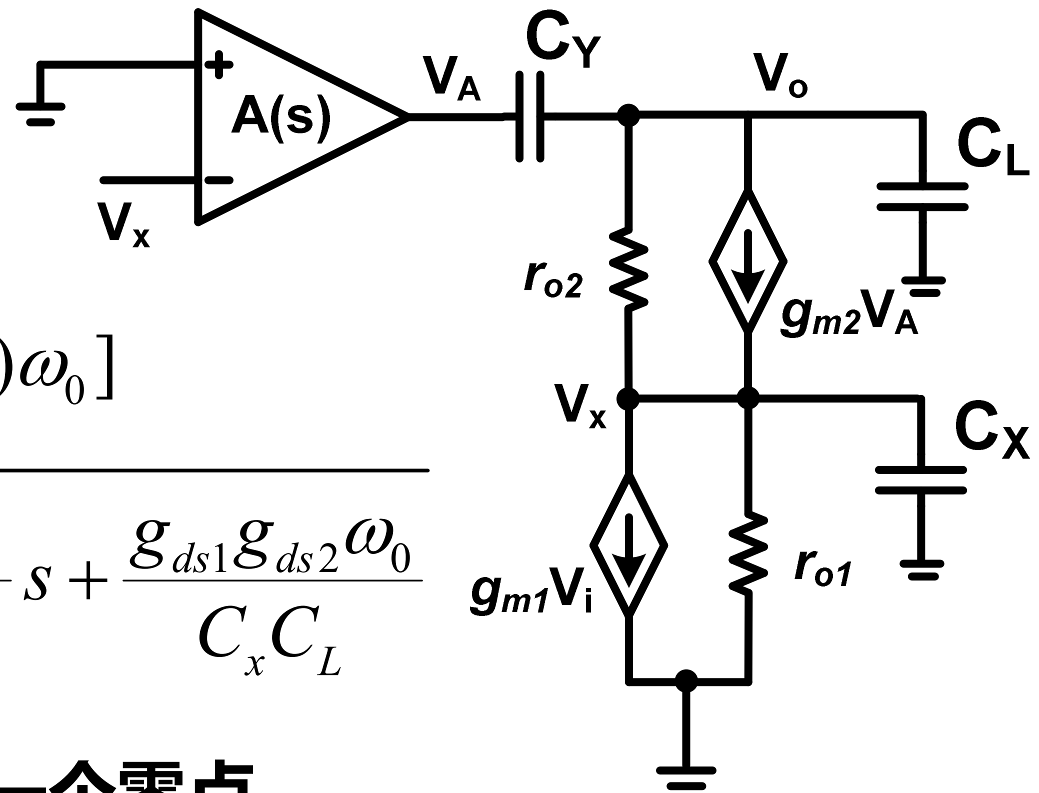
■ 电路的直流增益：$g_{m1}*r_{o1}*(1+A_0)g_{m2}*r_{o2}$

增益自举(Gain-Boosted)

$$\begin{cases} -g_{m2}(1+A(s))V_x + g_{ds2}(V_o - V_x) = g_{m1}V_i + g_{ds1}V_x + sC_xV_x \\ g_{ds2}(V_o - V_x) - g_{m2}(1+A(s))V_x + sC_LV_o = (-A(s)V_x - V_o)sC_y \end{cases}$$

$$A(\mathrm{s}) = \frac{A_0}{1+s/\omega_0}$$

$$A(\mathrm{s}) = \frac{\dfrac{g_{m1}g_{m2}}{C_xC_L}[s+(A_0+1)\omega_0]}{s^3 + \left(\dfrac{g_{m2}}{C_x}\right)s^2 + \dfrac{(A_0+1)\omega_0 g_{m2}}{C_x}s + \dfrac{g_{ds1}g_{ds2}\omega_0}{C_xC_L}}$$



■ **开环传递函数包含三极点和一个零点。**

增益自举(Gain-Boosted)

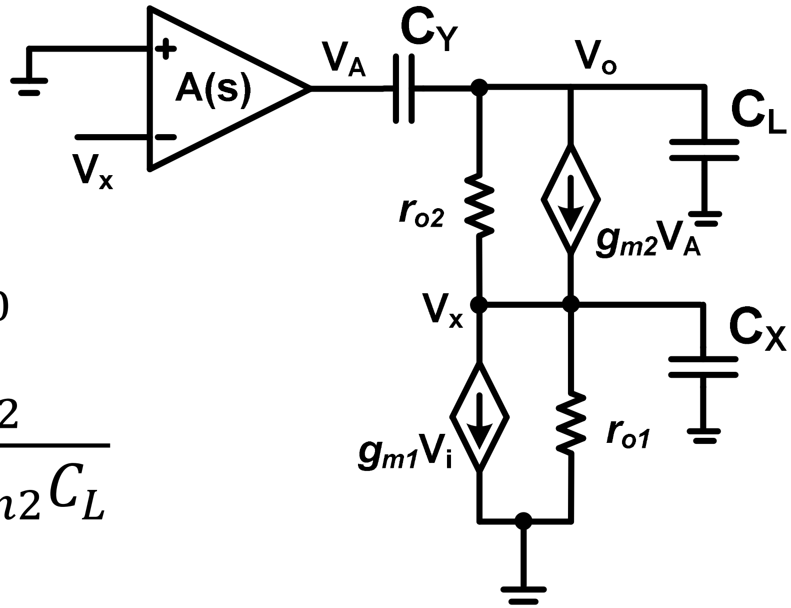
$$A(s)=\frac{\frac{g_{m1}g_{m2}}{C_xC_L}[s+(\mathrm{A}_0+1)\omega_0]}{s^3+\left(\frac{g_{m2}}{C_x}\right)s^2+\frac{(\mathrm{A}_0+1)\omega_0 g_{m2}}{C_x}s+\frac{g_{ds1}g_{ds2}\omega_0}{C_xC_L}}$$

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{c}{a} \\ x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a} \end{cases}$$

$$\omega_3=-p_3\approx\frac{g_{m2}}{C_x}$$

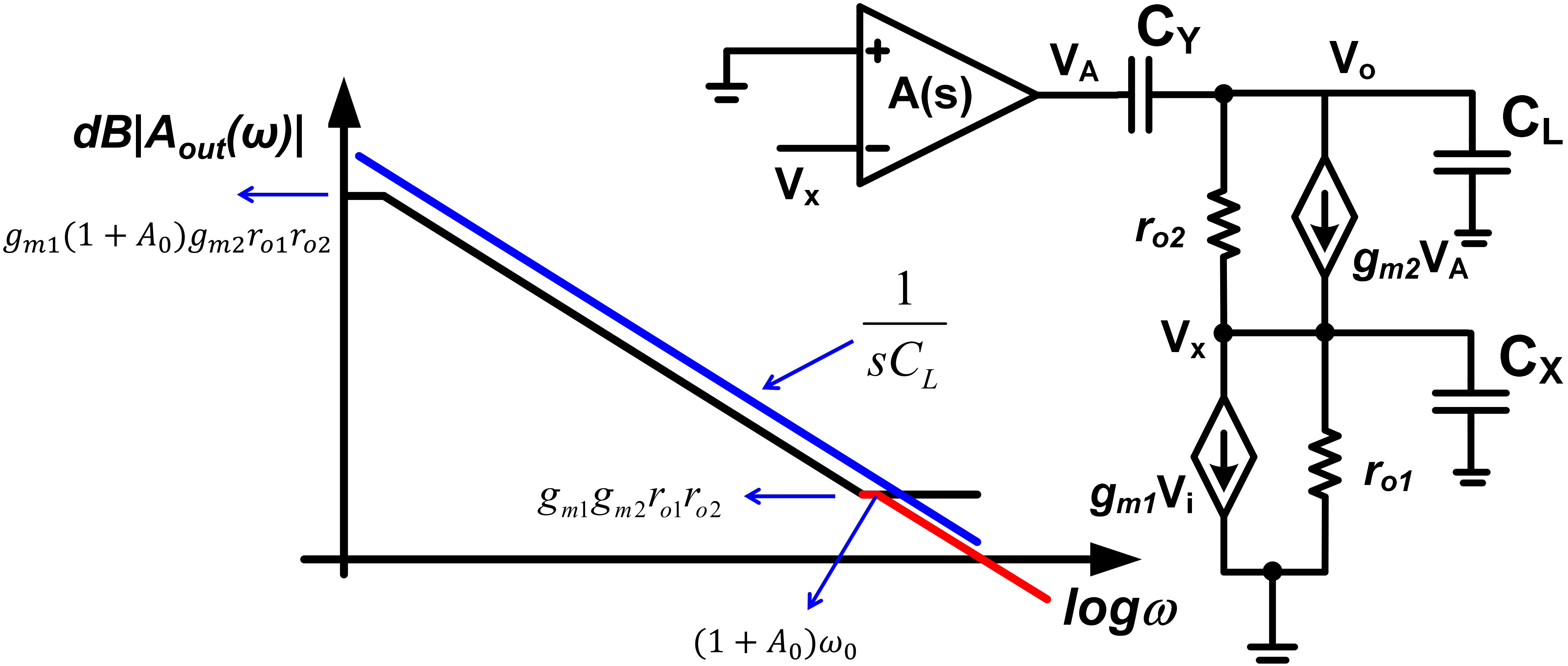
$$\omega_2=-p_2\approx(\mathrm{A}_0+1)\omega_0$$

$$\omega_1=-p_1\approx\frac{g_{ds1}g_{ds2}}{(\mathrm{A}_0+1)g_{m2}C_L}$$



- 如果考虑寄生电容C_Y，电路还存在正零点，但是一般C_Y都较小，该正零点可以忽略。

GB零极点对的直观解释



■ 电路存在零极点对，若位于GBW以内会对减慢闭环系统的建立速度，因此零极点对必须位于GBW以外，即主运放的GBW必须低于辅助运放的GBW。

GB的零极点配置(1)

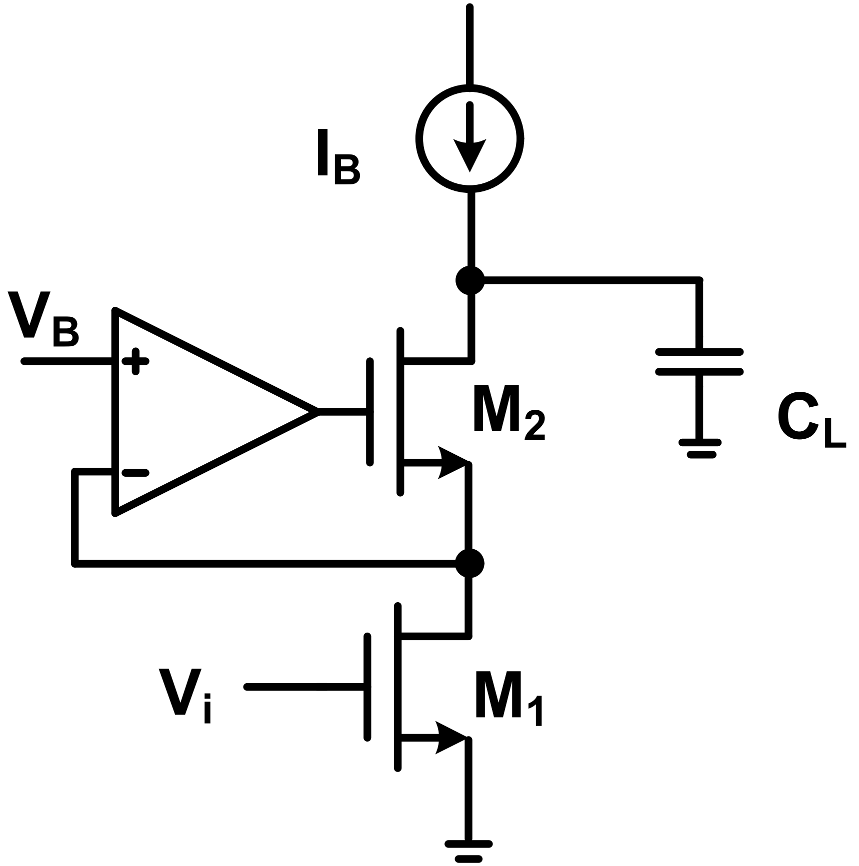
$$A(s) = \frac{\frac{g_{m1}g_{m2}}{C_x C_L}[s+(\mathrm{A}_0+1)\omega_0]}{s^3+\left(\frac{g_{m2}}{C_x}\right)s^2+\frac{(a_0+1)\omega_0 g_{m2}}{C_x}s+\frac{g_{ds1}g_{ds2}\omega_0}{C_x C_L}}$$

- **增益自举电路在信号通路上存在零极点对，为了避免零极点对减慢信号建立，需要满足$A_0(1+\omega_0)>GBW_{main}$，即Boost放大器的GBW必须要高于主运放的GBW；**
- **计算极点时，我们假定$\omega_1<<\omega_2<<\omega_3$，而$\omega_2$高于$\omega_3$时，A(s)包含复数极点，该极点会降低电路的相位裕度，所以为了保证电路有足够的相位裕度需要满足$\omega_2<\omega_3$。**

GB的零极点配置(2)

- 前面的分析我们设定A(s)为单极点系统，实际情况下A(s)的次主极点也会有影响，此时增益自举放大器的设计需要遵循以下原则：

  - 1 设计由M1、M2构成的简单Cascode放大器，PM大于70度；
  - 2 设计辅助放大器，使其GBW略高于主放大器，其负载电容可由CGS2+CGD2近似；
  - 3 辅助放大器的次主极点高于其GBW的5倍，即辅助放大器的PM>80度。



M. M. Ahmadi, et.al TCAS-II, 2006

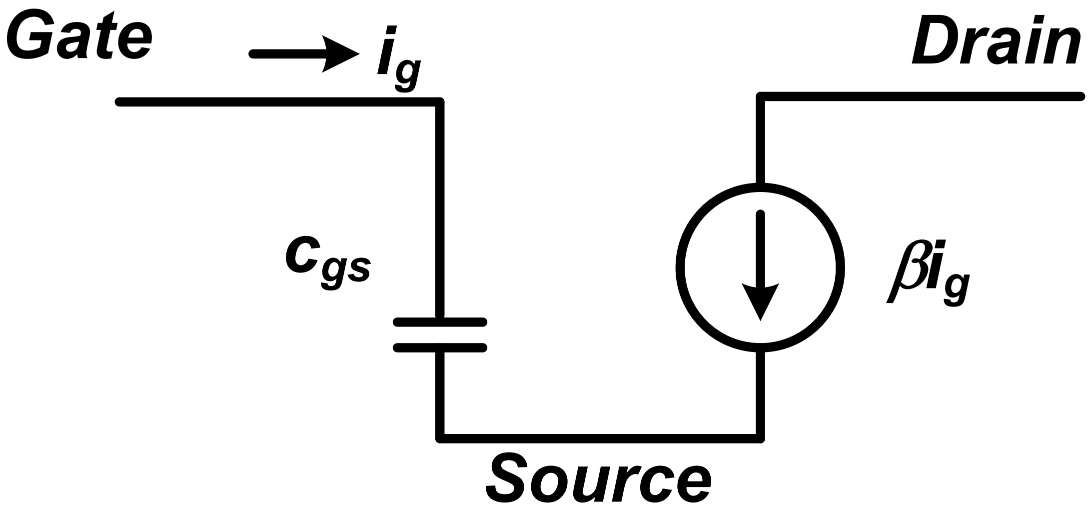
放大器的频率响应

（1）什么是频率响应及计算方法

（2）典型电路模块的频率响应

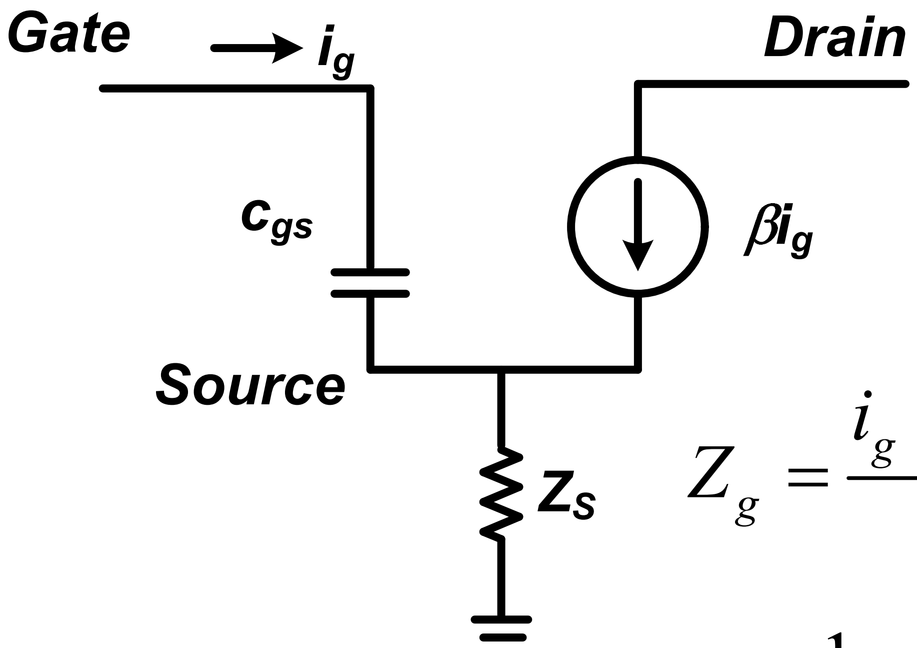
（3）输入阻抗的频率响应

晶体管的一阶模型



$$\beta = \frac{g_m v_{gs}}{i_g} = \frac{g_m i_g}{s c_{gs} i_g} = \frac{\omega_T}{j\omega} = -j\frac{\omega_T}{\omega}$$

源极有负载时栅极输入阻抗



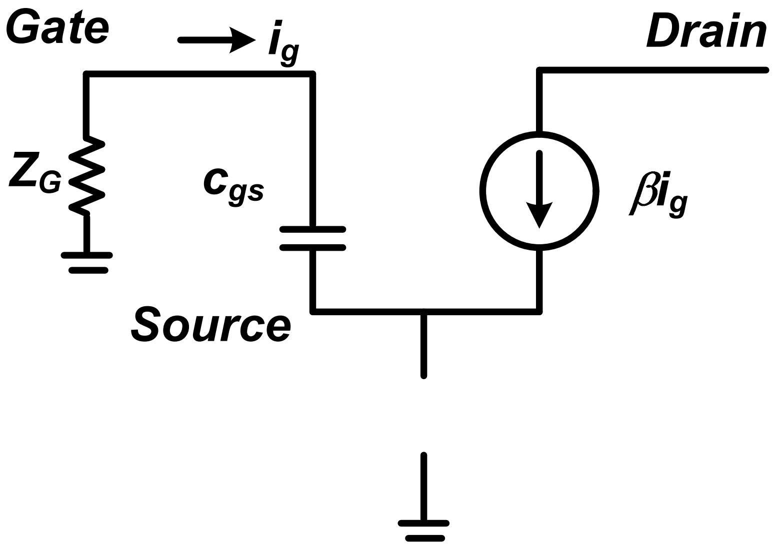
$$\beta = \frac{g_m v_{gs}}{i_g} = \frac{g_m i_g}{s c_{gs} i_g} = \frac{\omega_T}{j\omega} = -j\frac{\omega_T}{\omega}$$

$$Z_g = \frac{i_g/(sc_{gs}) + (1+\beta) i_g Z_S}{i_g} = \frac{1}{sc_{gs}} + (1+\beta) Z_S$$

$$\approx \frac{1}{j\omega c_{gs}} + (-\mathrm{j}\frac{\omega_T}{\omega} Z_S)$$

- **如果Z_S为电阻R：倍乘因子将其转化为电容；**
- **如果Z_S为电容C：倍乘因子将其转化为负电阻；**
- **如果Z_S为电感L：倍乘因子将其转化为电阻。**

栅极有负载时源极输入阻抗

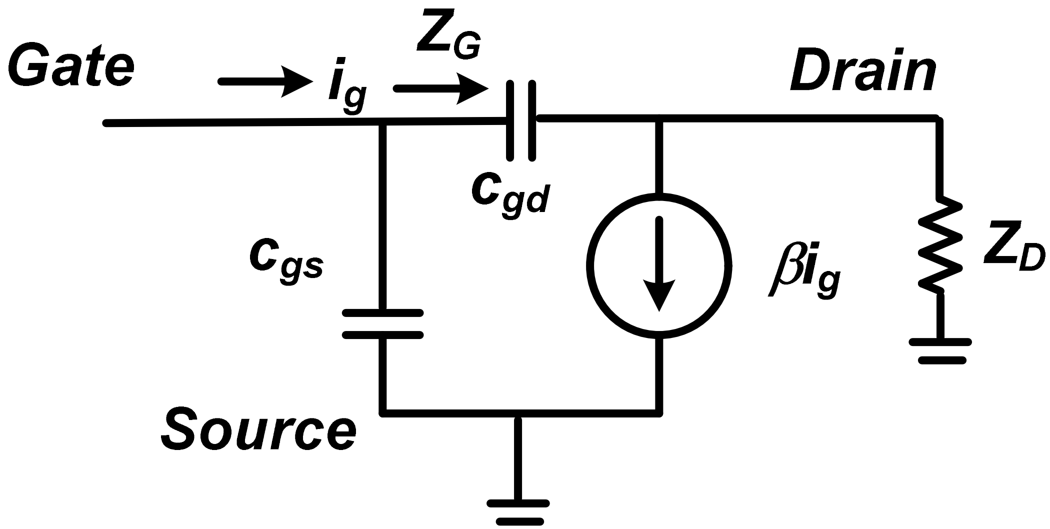


$$\beta = \frac{g_m v_{gs}}{i_g} = \frac{g_m i_g}{s c_{gs} i_g} = \frac{\omega_T}{j\omega} = -j\frac{\omega_T}{\omega}$$

$$Z_s = \frac{-i_g(1/sc_{gs} + Z_G)}{-(\beta+1)i_g} = \frac{1}{g_m} + \frac{j\omega}{\omega_T} Z_G$$

- 如果Z_G为电阻R：倍乘因子将其转化为电感；
- 如果Z_G为电容C：倍乘因子将其转化为电阻；
- 如果Z_G为电感L：倍乘因子将其转化为负电阻。

漏极有负载时栅极输入阻抗



$$Z_G \approx \frac{1}{sc_{gd}(1+g_m Z_D)} \approx \frac{1}{sc_{gd} g_m Z_D}$$

- 如果Z_D为电阻R：倍乘因子将其转化为电容；
- 如果Z_D为电容C：倍乘因子将其转化为电阻；
- 如果Z_D为电感L：倍乘因子将其转化为负电阻。

第2节 放大器的频率补偿

放大器的频率补偿

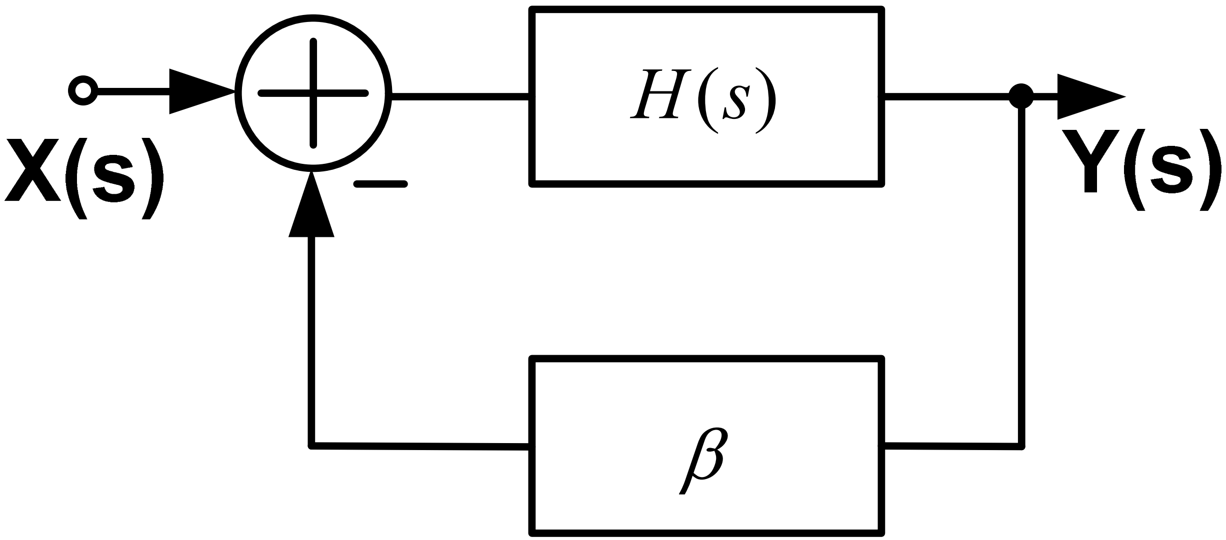
（1）反馈系统的稳定性

（2）稳定性判据

（3）相位裕度

（4）频率补偿方法

反馈系统的稳定性



$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{H(s)}{1+\beta H(s)}$$

$$\beta H(s=j\omega_0)=-1$$

电路不稳定

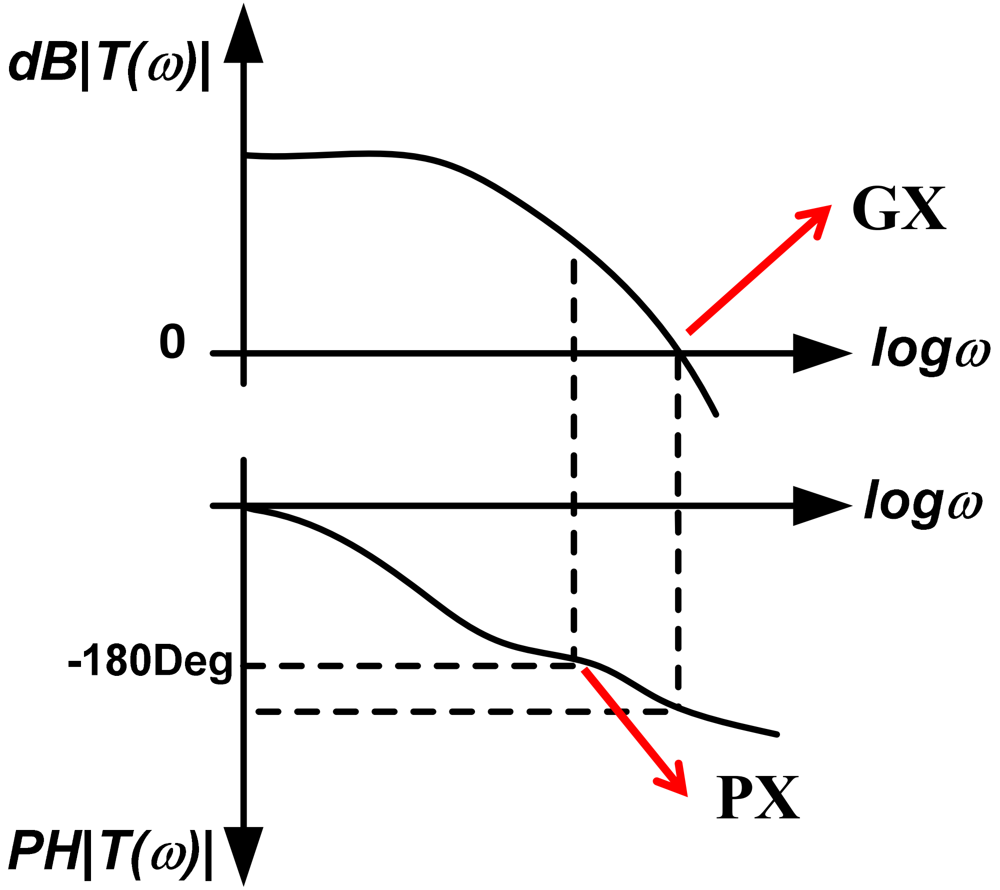
$$\beta H(s=j\omega_0)=-1$$

$$\left|\beta H(s=j\omega_0)\right|=1,\angle\ \beta H(s=j\omega_0)=-180^\circ$$

反馈系统的稳定性

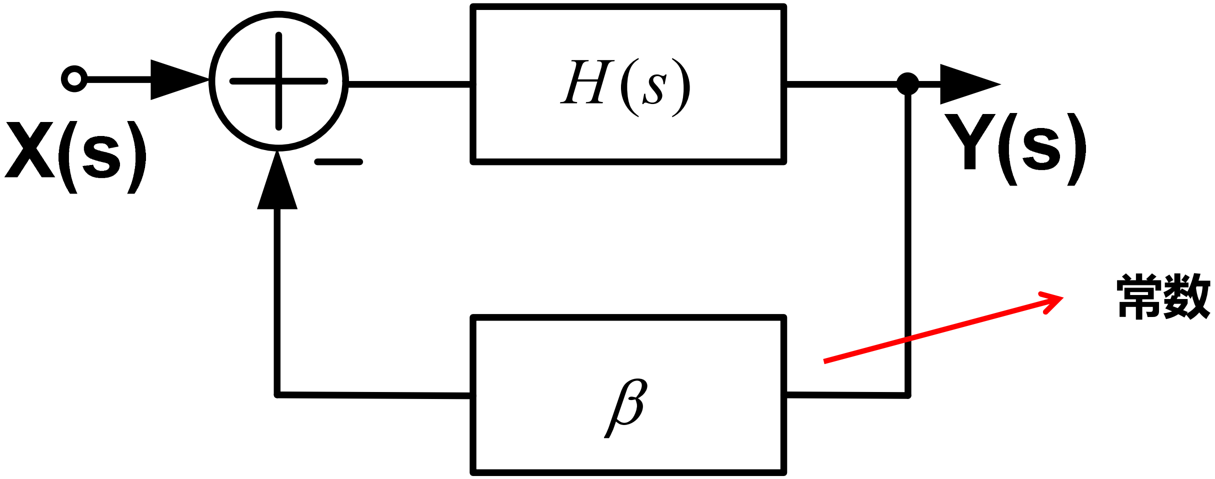
$$|\beta H(s=j\omega_0)|=1, \measuredangle\beta H(s=j\omega_0)=-180°$$

- 在频率ω_0下，**环路**的总相移使得负反馈变为正反馈；
- 在频率ω_0下，**环路**的增益仍然较大足以使得系统振荡。



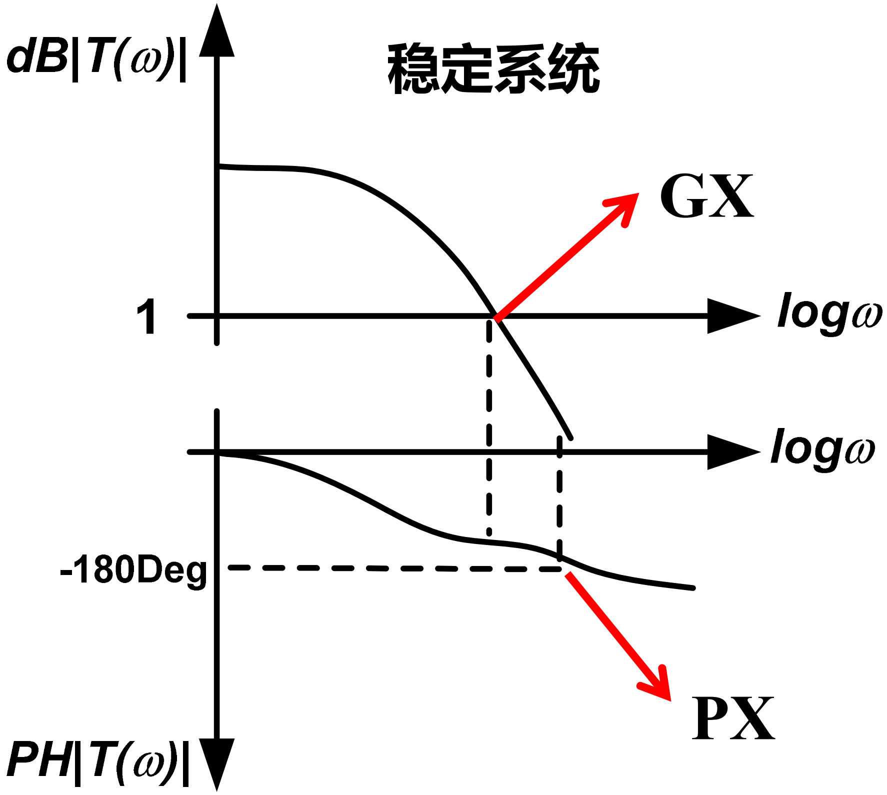
不稳定系统

反馈系统的稳定性



- 如果H(s)为单极点系统，其最大相移为-90度，因此反馈系统总是稳定的；
- 如果H(s)为两极点系统，其最大相移为-180度，理论上讲，反馈系统也是稳定的；
- 如果H(s)为三极点系统，其最大相移为-270度，反馈系统可能是不稳定的。

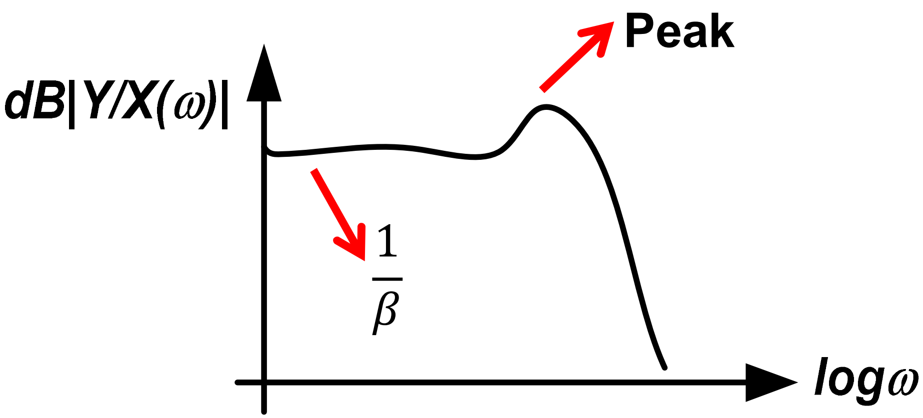
相位裕度

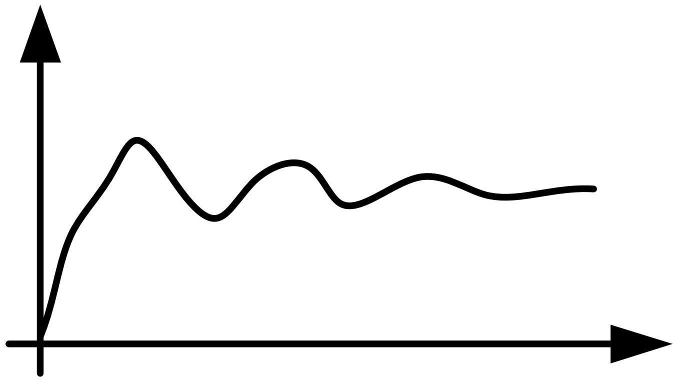


$$|\beta H(\omega_0)| = 1, \measuredangle \beta H(\omega_0) = -180^\circ + \alpha, \alpha \geq 0$$

$$\left|\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right|_{\omega=\omega_0} = \left|\frac{H(j\omega_0)}{1+\beta H(j\omega_0)}\right| = \frac{1}{\beta}\frac{1}{2\sin(\alpha/2)}$$

相位裕度





$$|\beta H(\omega_0)| = 1, \measuredangle\beta H(\omega_0) = -180° + \alpha, \alpha \geq 0$$

■ 定义相位裕度：$PM = 180° + \measuredangle\beta H(\omega_0) = \alpha$

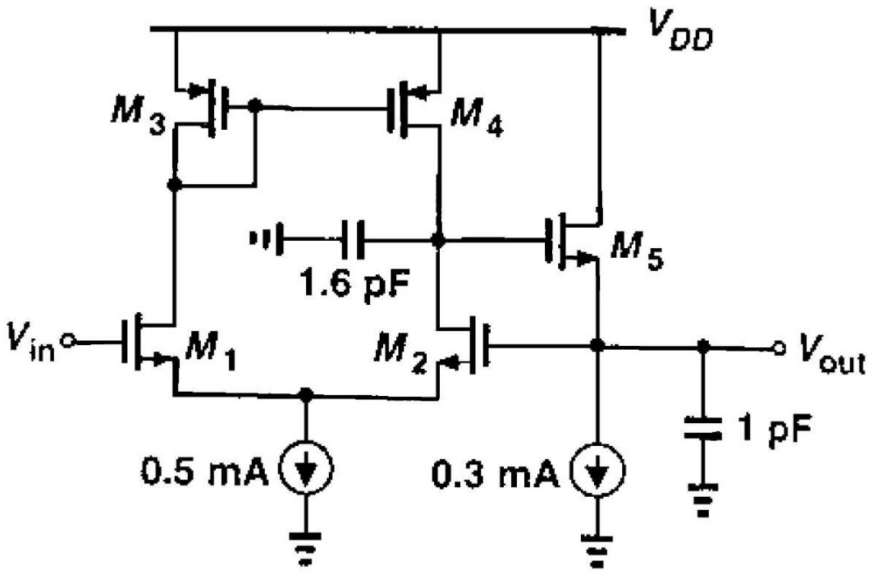
相位裕度(Deg)	频域尖峰
5	**11.5/β**
45	**1.3/β**
60	**1/β**

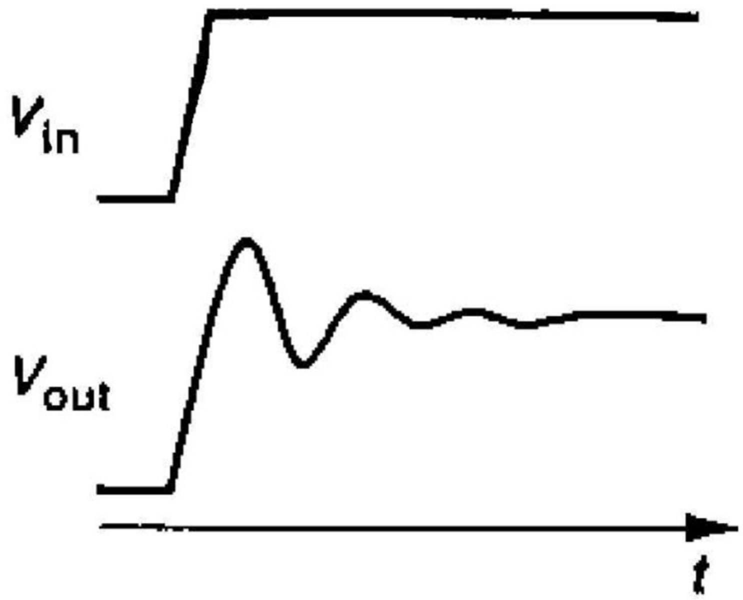
$$\boxed{PM \approx 60°}$$

- **PM不足：时域振荡时间较长；**
- **PM过大：时域建立变慢。**

$$\left|\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right|_{\omega=\omega_0} = \left|\frac{H(j\omega_0)}{1+\beta H(j\omega_0)}\right| = \frac{1}{\beta}\frac{1}{2\sin(\alpha/2)}$$

相位裕度的局限





- 由于相位裕度的概念是在线性化小信号模型中引入的，因此当反馈放大器处理大信号时，由于非线性等原因，放大器的行为和小信号预测会有差别；
- 设计放大器时，务必要进行时域（瞬态）仿真以确认电路的稳定性。

放大器的频率补偿

（1）反馈系统的稳定性

（2）稳定性判据

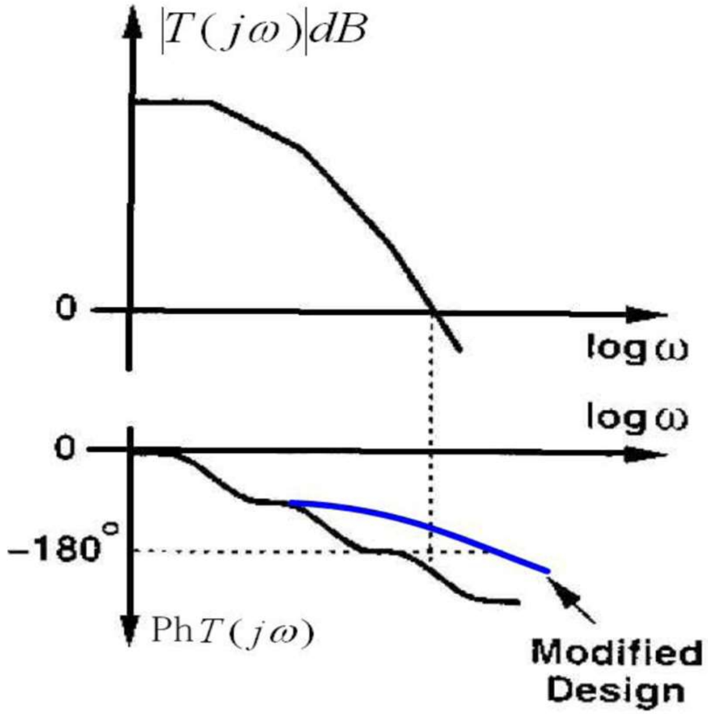
（3）相位裕度

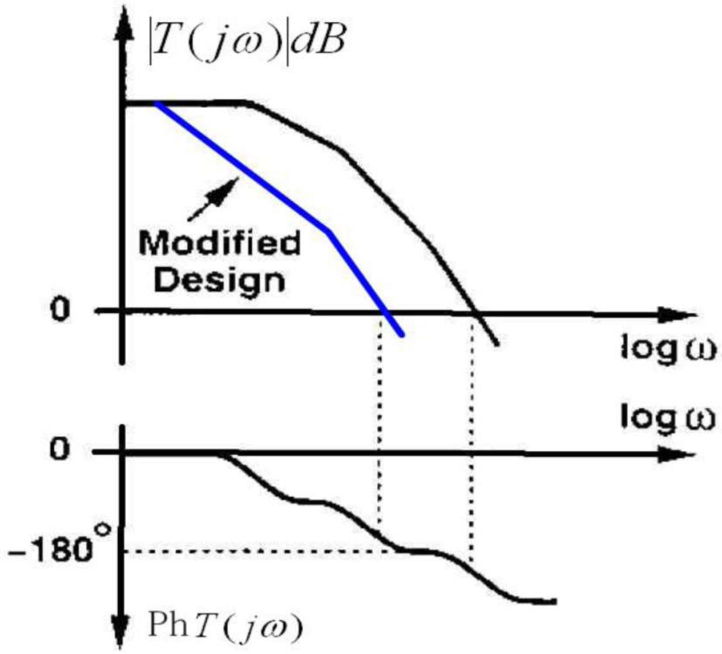
（4）频率补偿方法

频率补偿方法

- 频率补偿的原理
- 单级放大器的频率补偿
- 两级放大器的密勒补偿

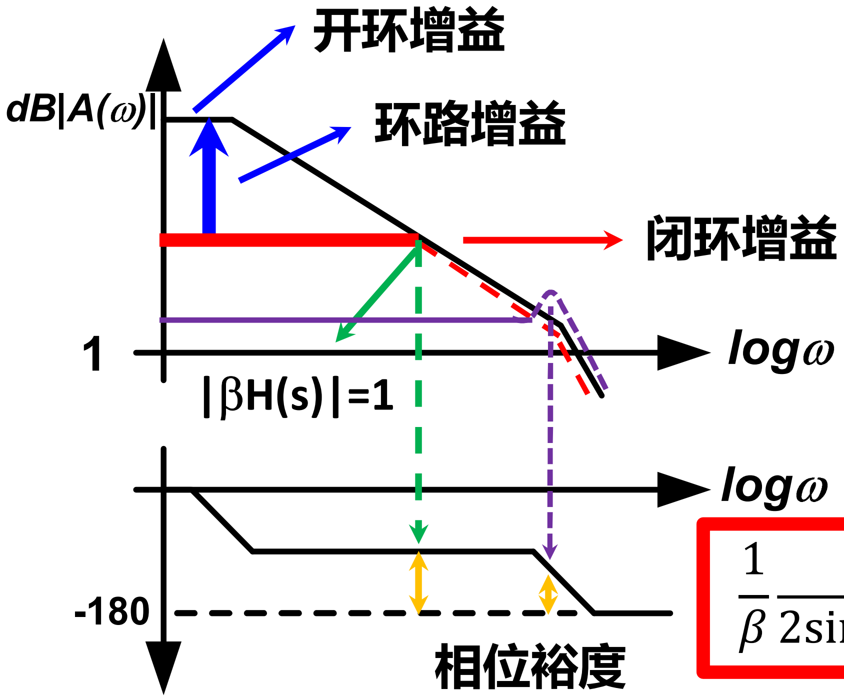
频率补偿的原理



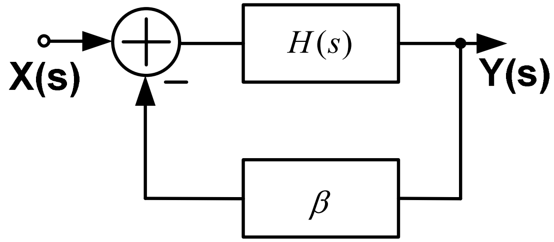


- 方法1：减小环路相移，使得环路的PX外推；通过适当设计，将环路的非主极点外推到较高频率；
- 方法2：使得环路的GX内推；在保持低频增益不变的条件下，使得主极点内推，令增益在更低的频率即开始下降。

稳定性和环路增益的关系



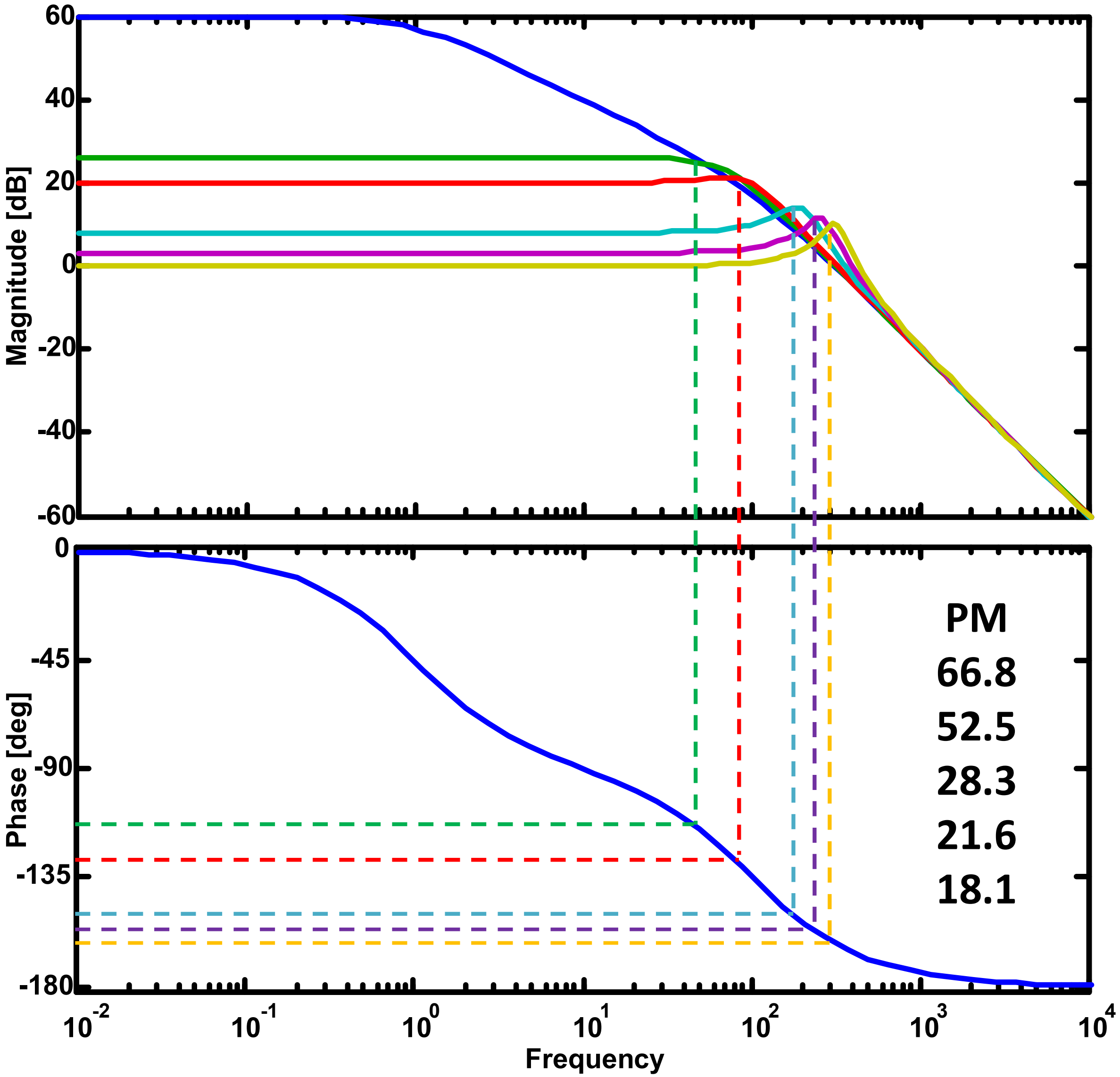
$$\boxed{\frac{1}{\beta}\frac{1}{2\sin(\alpha/2)}}$$

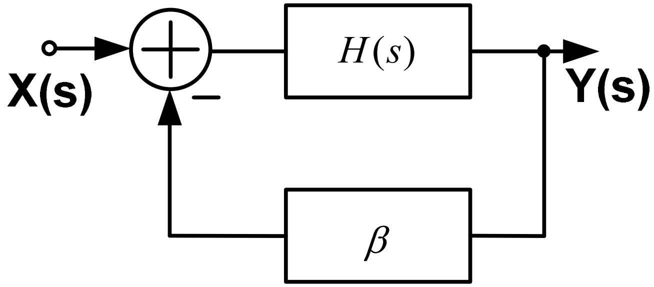


开环增益	|H(s)|
闭环增益	|H(s)|/|1+βH(s)|
环路增益	|βH(s)|

- 要使得反馈对带宽、线性度有较大的改善，有必要采用较深的反馈（反馈系数β较大），增大环路增益；
- 而环路增益过大导致环路不稳定，因此需要在带宽、线性度和稳定性之间进行折衷考虑，最坏情形一般为β=1（单位增益反馈）。

稳定性和环路增益的关系





$$H(s)=\frac{100A_0}{(s+1)(s+100)}, A_0=1000$$

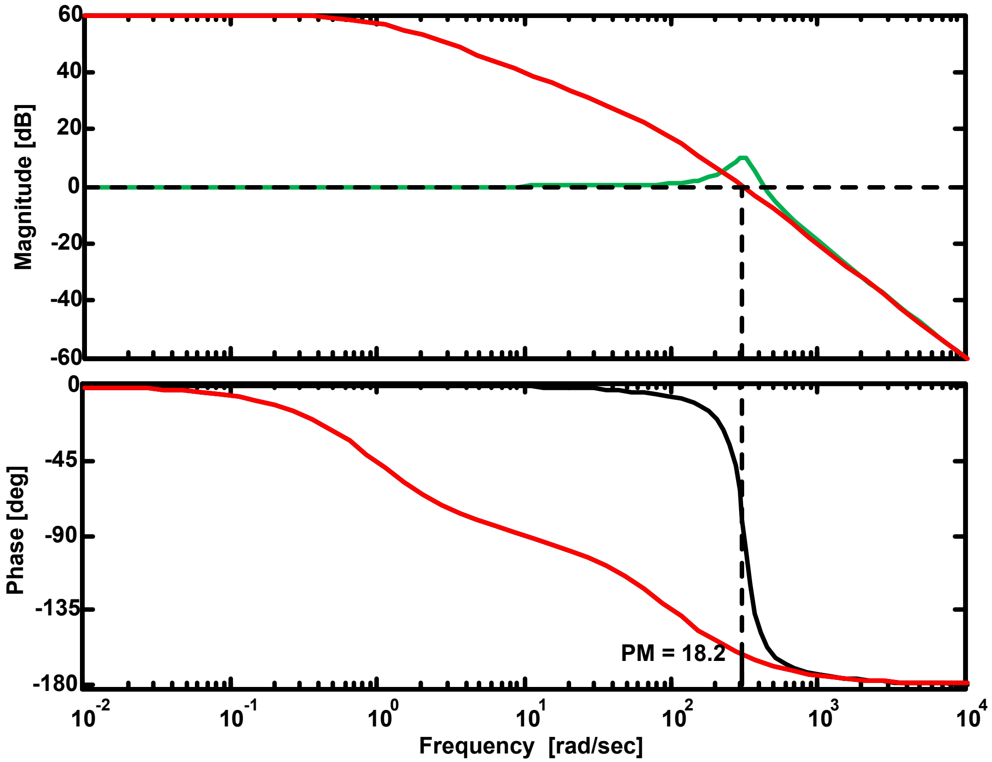
$$GBW=1000$$

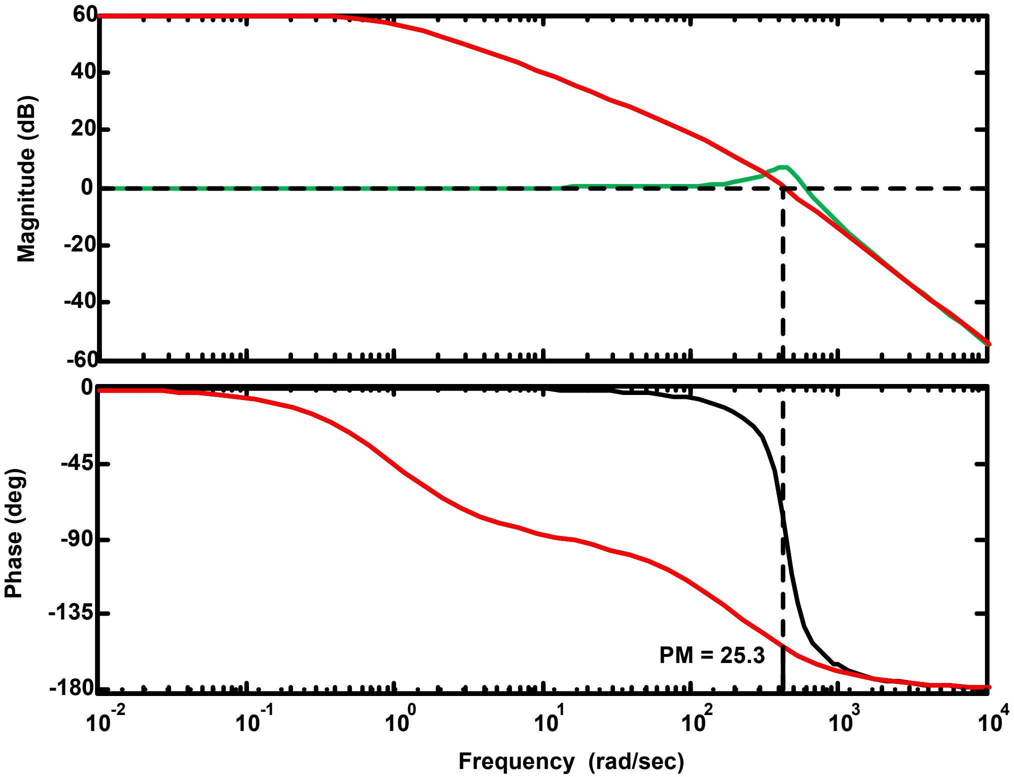
$$\beta=0.05, 0.1, 0.4, 0.7, 1.0$$

- 反馈系数逐步增加，环路增益逐步增大，相位裕度逐步降低，闭环传递函数的频域响应的峰值越来越大。

两极点系统的频率补偿

增加次主极点频率



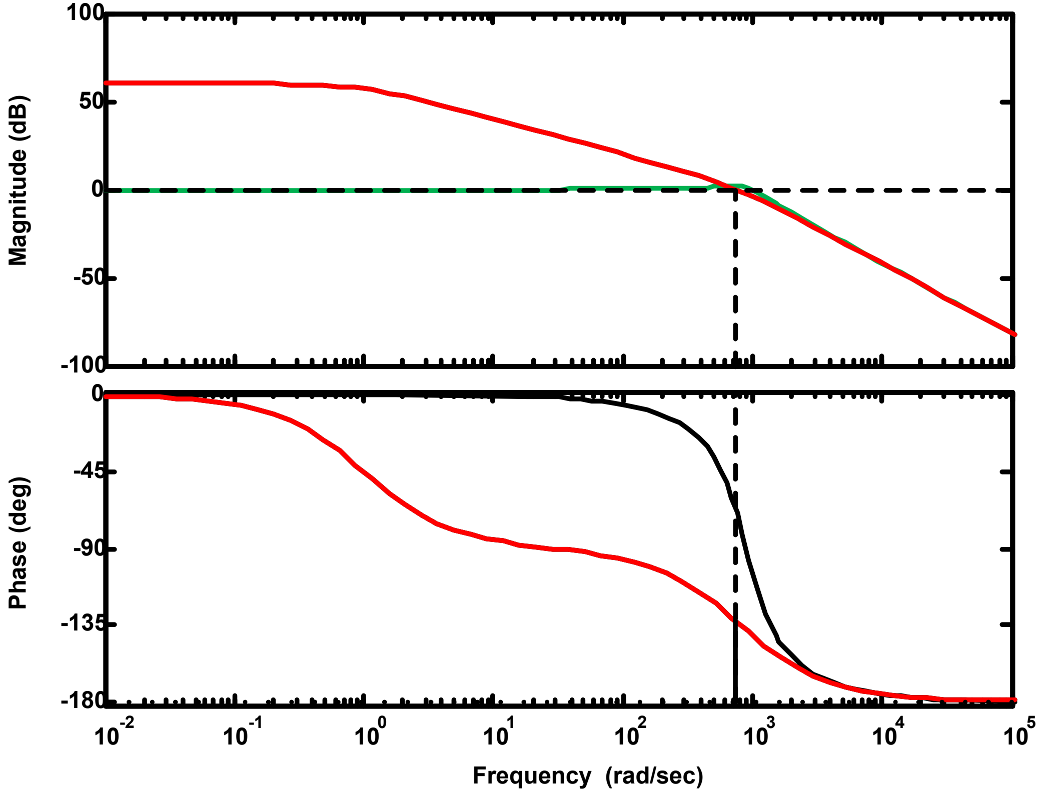


$$\omega_2 = 100$$
$$PM = 18.2°$$

$$\omega_2 = 200$$
$$PM = 25.3°$$

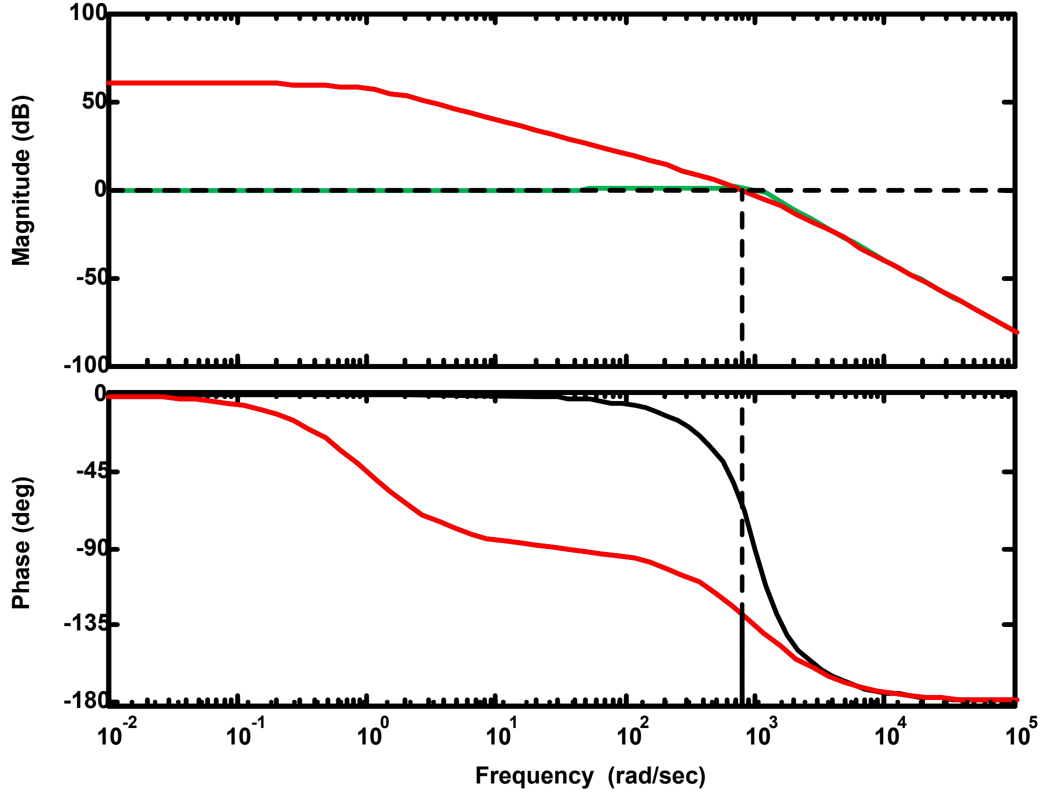
两极点系统的频率补偿

增加次主极点频率



$$\omega_2 = 800$$

$$PM = 47.5°$$

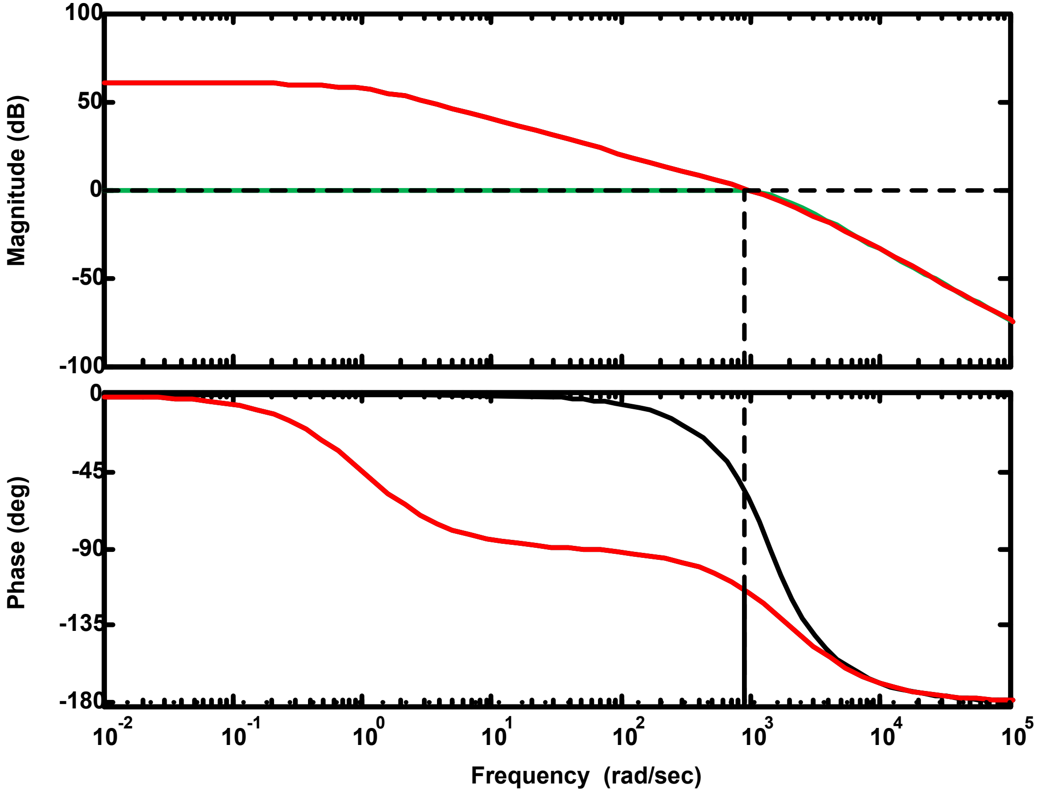


$$\omega_2 = 1000$$

$$PM = 51.9°$$

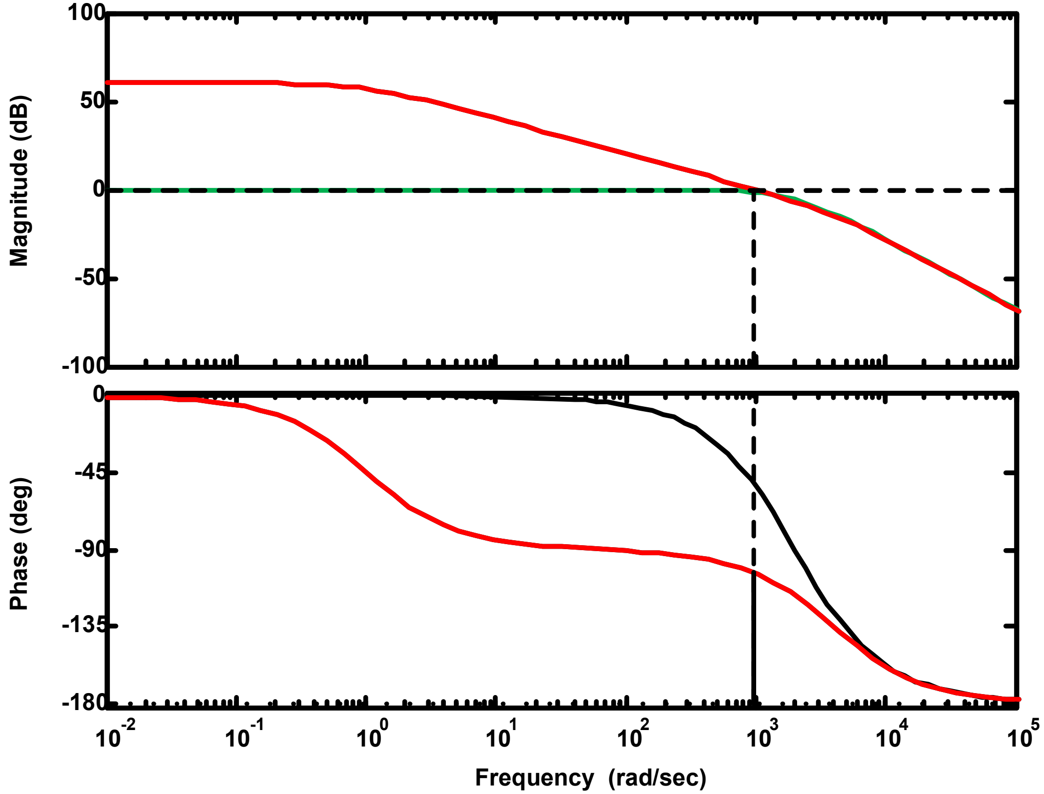
两极点系统的频率补偿

增加次主极点频率



$$\omega_2 = 2000$$

$$PM = 65.6°$$



$$\omega_2 = 3000$$

$$PM = 72.4°$$

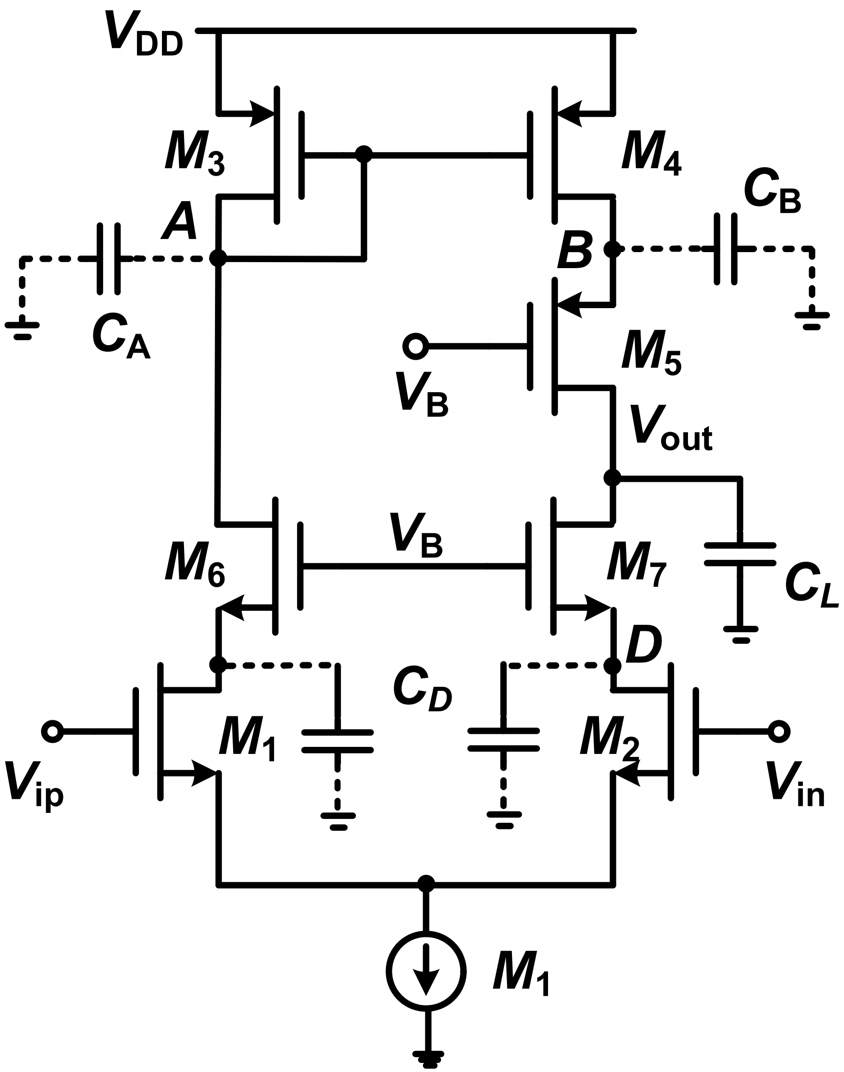
两极点系统的频率补偿

ω_2/ω_k	PM[deg]	ζ	P_f[dB]	P_t[dB]
0.5	27	0.35	3.6	2.3
1	45	0.5	1.25	1.3
1.5	56	0.61	0.28	0.73
2	63	0.71	0	0.37
3	72	0.87	0	0.04

频率补偿方法

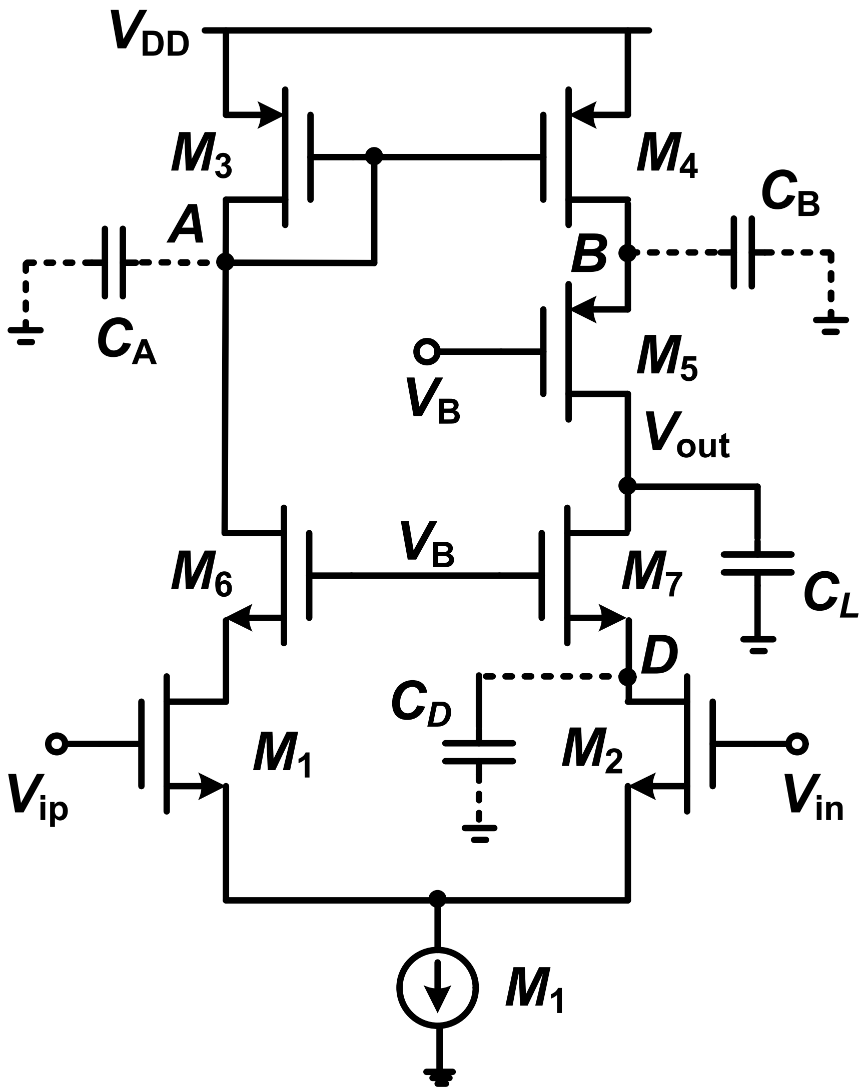
- 频率补偿的原理
- 单级放大器的频率补偿
- 两级放大器的密勒补偿

单级放大器的频率补偿



- 电路的增益$A=g_{m1,2}R_{out}$；
- M_1、M_2漏极寄生电容引起的极点合并为一个极点；
- A点存在极点：极点频率为g_{m3}/C_A，但是A点同时伴生零点；
- B点存在极点：极点频率为g_{m5}/C_B，但是B点同时伴生很近的零点。

单级放大器的频率补偿



- **主极点：** $\omega_1 = \dfrac{1}{R_{out} C_L}$
- **次主极点：** $\omega_2 = \dfrac{g_{m6,7}}{C_D}$
- **GBW：** $\dfrac{g_{m1}}{2\pi C_L}$
- **反馈系数为f，环路的单位增益频率ω_k为：** $\dfrac{f g_{m1}}{C_L}$

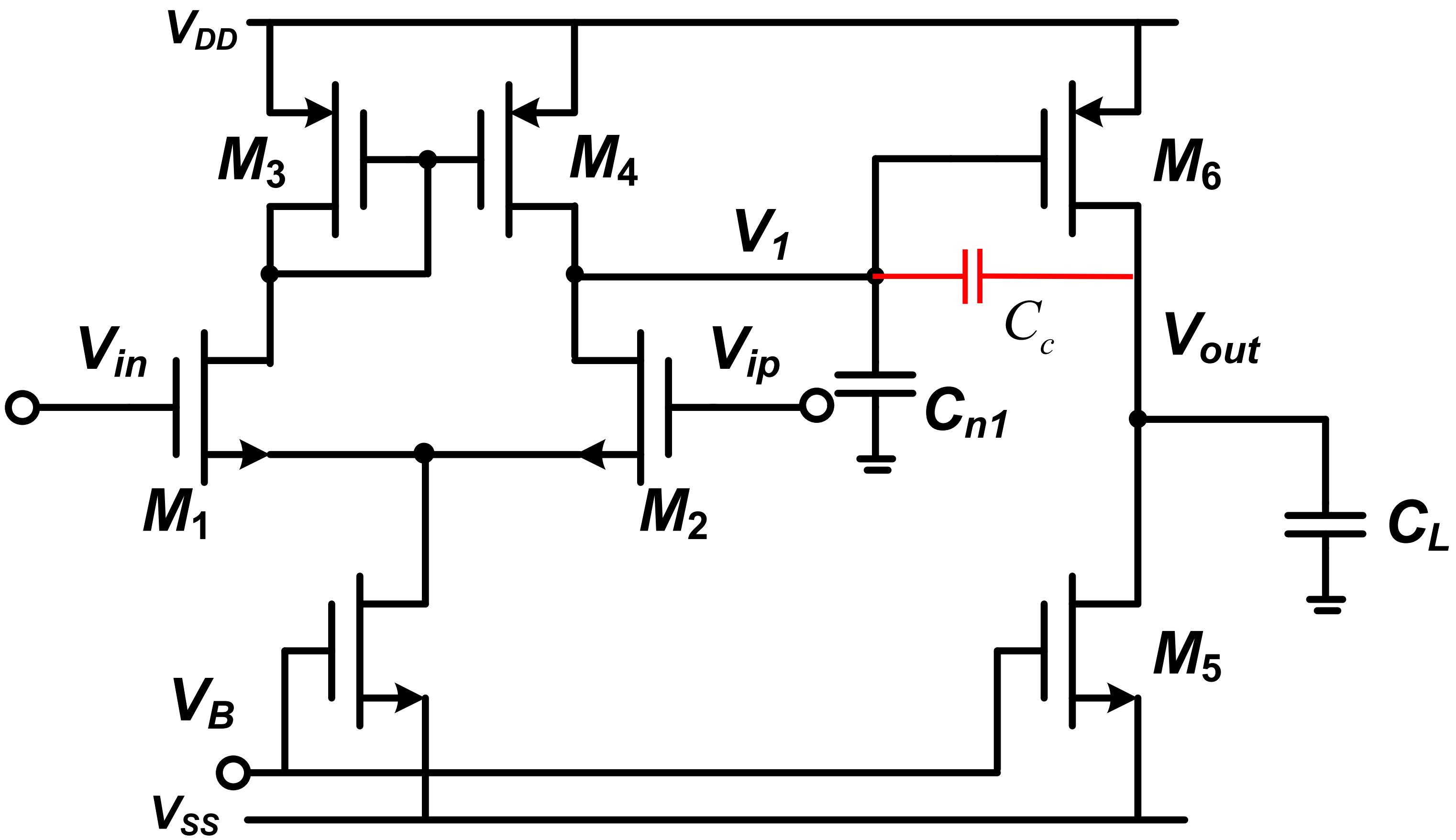
$$\omega_2 = \frac{g_{m6,7}}{C_D} > 2\omega_k = \frac{2 f g_{m1}}{C_L}, PM > 60^\circ$$

$$\omega_2 = \frac{g_{m6,7}}{C_D} > 3\omega_k = \frac{3 f g_{m1}}{C_L}, PM > 70^\circ$$

频率补偿方法

- 频率补偿的原理
- 单级放大器的频率补偿
- 两级放大器的密勒补偿

两级放大器的频率补偿



- 两级运算放大器，第一级和第二级的阻抗接近，通过调整电容进行补偿非常困难，一般需要采用密勒补偿。

两级放大器的补偿

- **两级放大器开环特性：** $H(s)=\dfrac{A_0}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)}$

反馈系数： f

$$\cos\beta=\frac{\zeta\omega_r}{\omega_r}=\zeta$$

$$H_c(s)=\frac{H(s)}{1+fH(s)}=\frac{A_{c0}\omega_r^2}{s^2+2\zeta\omega_r s+\omega_r^2}$$

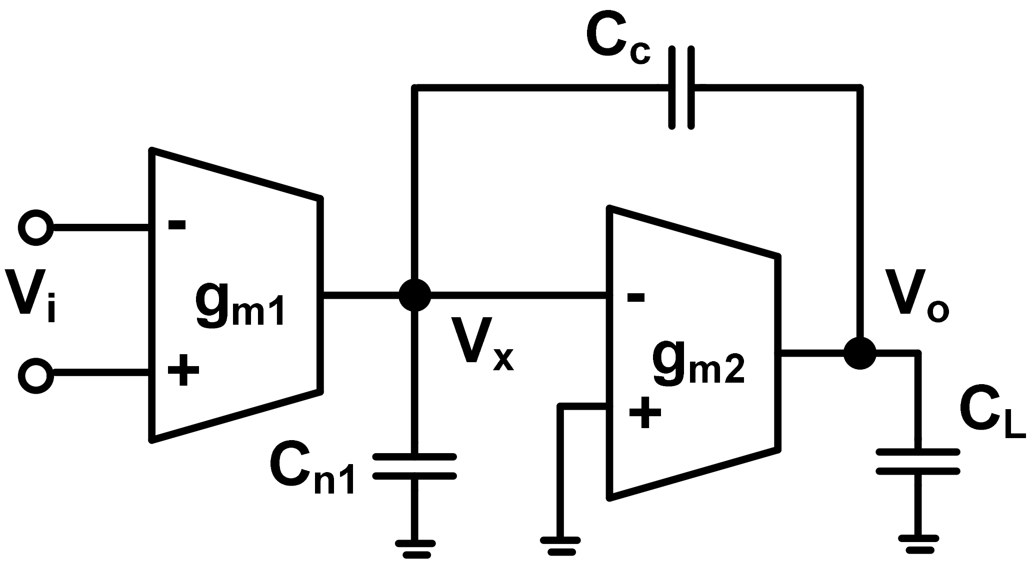
$$\omega_e=\omega_r\cos\beta,\omega_d=\omega_r\sin\beta$$

$$=\frac{A_0\omega_1\omega_2}{s^2+s(\omega_1+\omega_2)+(1+fA_0)\omega_1\omega_2}\approx\frac{1}{f}\frac{fA_0\omega_1\omega_2}{s^2+s\omega_2+fA_0\omega_1\omega_2}$$

低频闭环增益： $A_{c0}=\dfrac{1}{f}$ **环路单位增益频率：** $\omega_k=fA_0\omega_1$

$$\omega_r=\sqrt{\omega_k\omega_2}\qquad \zeta=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_k}}\qquad T_s\geq-\frac{1}{\omega_e}\ln(\varepsilon\sin\beta)\qquad PM\approx\arctan\frac{\omega_2}{\omega_k}$$

极点分裂密勒补偿



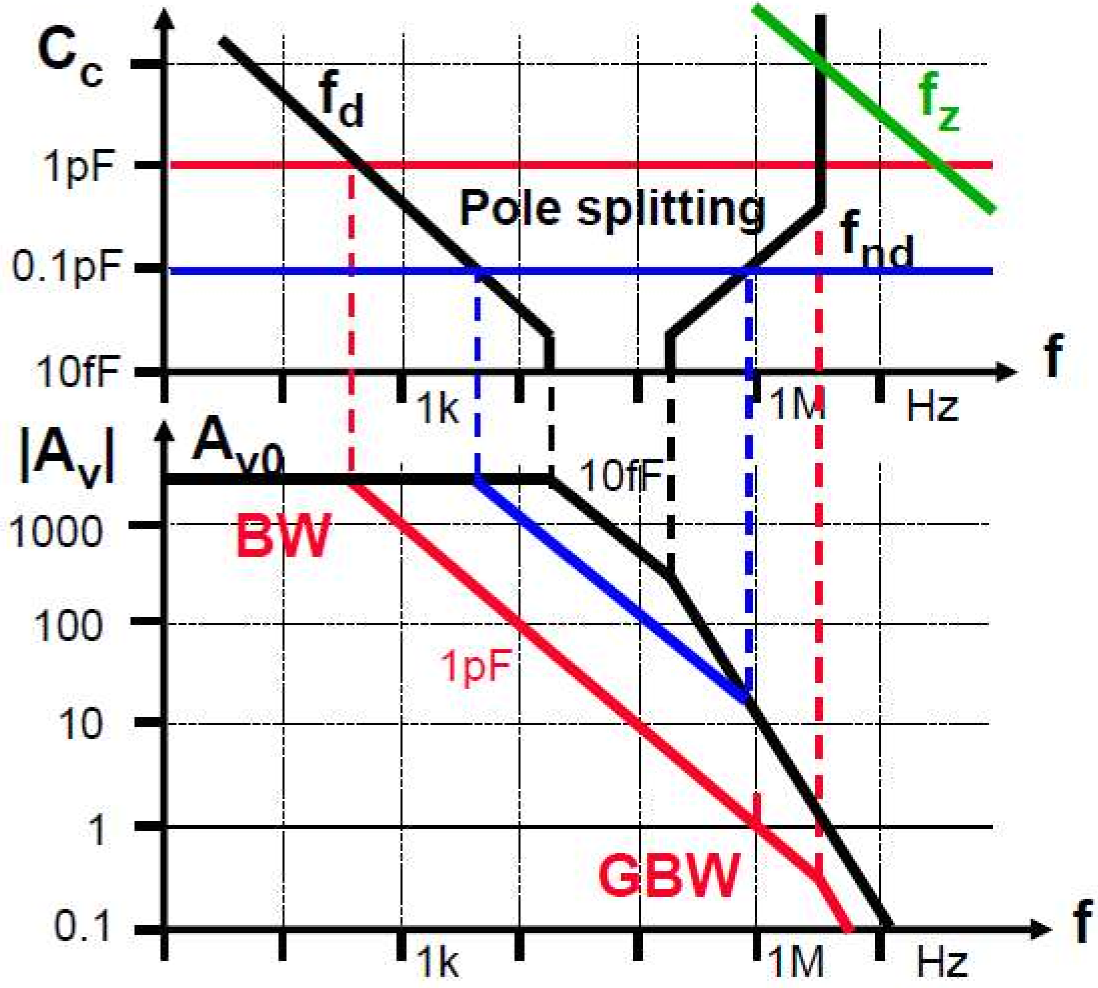
$$\begin{cases} g_{m1}V_i = sC_{n1}V_x + sC_c(V_x - V_o) \\ -g_{m2}V_x = sC_LV_o + sC_c(V_o - V_x) \end{cases}$$

$$f_d = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{A_{v2}C_cR_{n1}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_{m1}(sC_c - g_{m2})}{(C_LC_{n1} + C_LC_c)s^2 + g_{m2}C_cs} \Rightarrow GBW = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c}, f_{nd} = \frac{1}{2\pi}\frac{g_{m2}}{C_L}\frac{1}{1 + C_{n1}/C_c}$$

$$-g_{m2}V_x = (V_o - V_x)sC_c, V_o = 0 \Rightarrow f_z = \frac{g_{m2}}{2\pi C_c}$$

增加Cc补偿

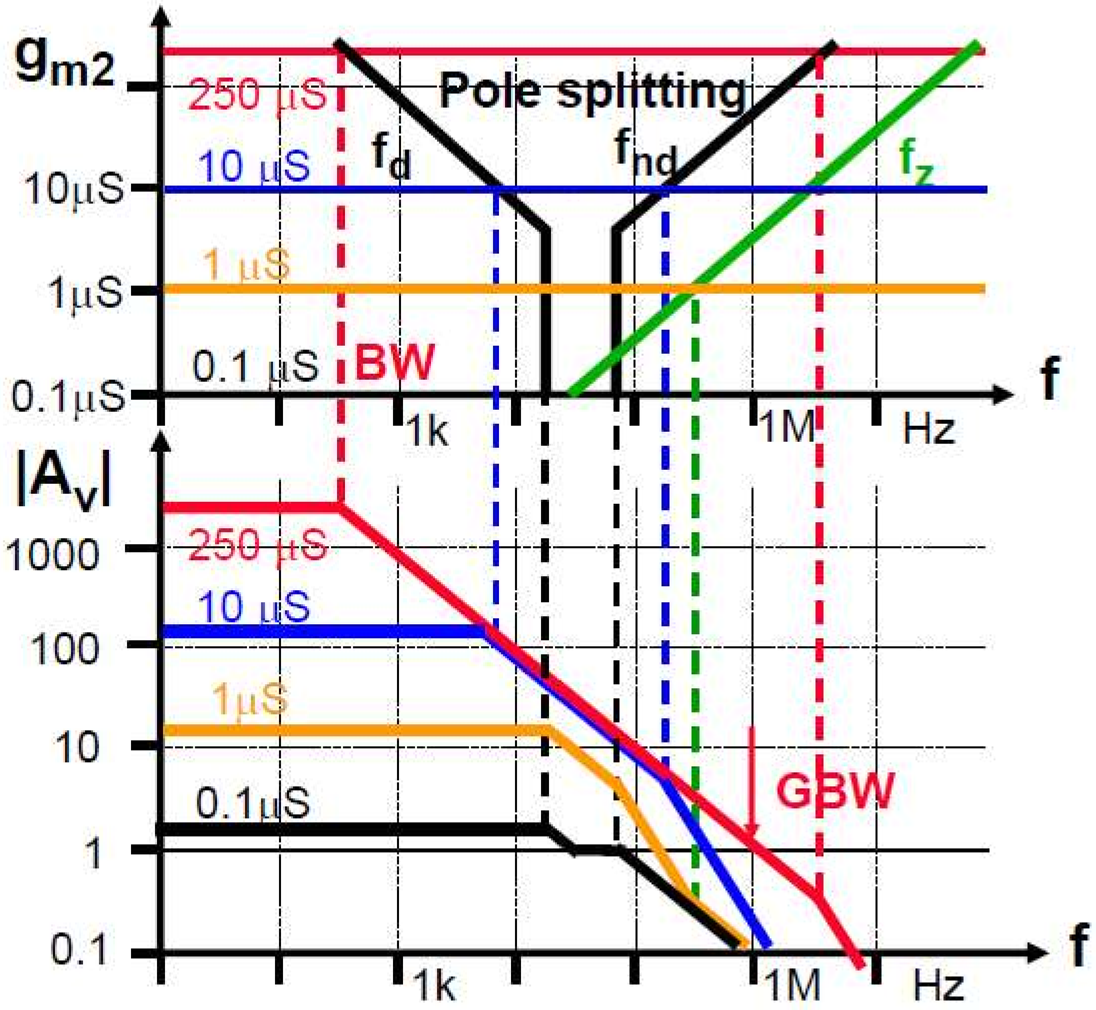


$$f_d = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{A_{v2}C_cR_{n1}} \quad f_z = \frac{g_{m2}}{2\pi C_c}$$

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi}\frac{g_{m2}}{C_L}\frac{1}{1+C_{n1}/C_c}$$

- **Cc增加，极点开始分裂，相位裕度改善；**
- **正零点频率降低，恶化相位裕度；**
- **为了消除正零点需要较大的gm2，增加功耗！**

增加gm2补偿

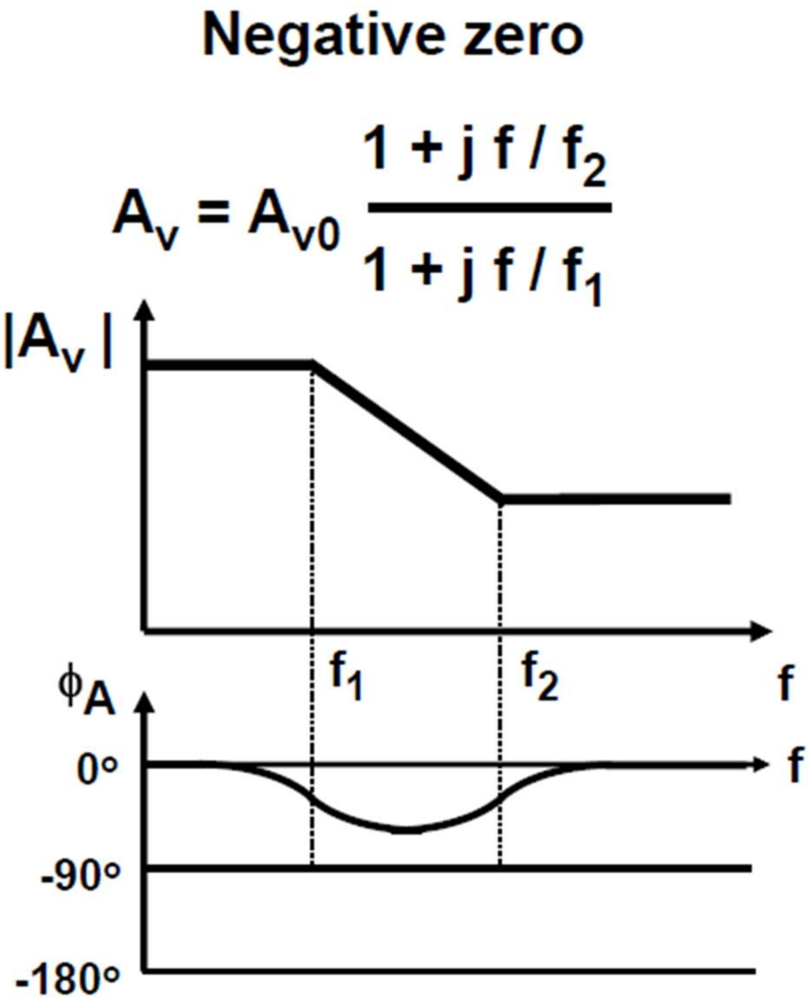


$$f_d = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{A_{v2}C_cR_{n1}} \quad f_z = \frac{g_{m2}}{2\pi C_c}$$

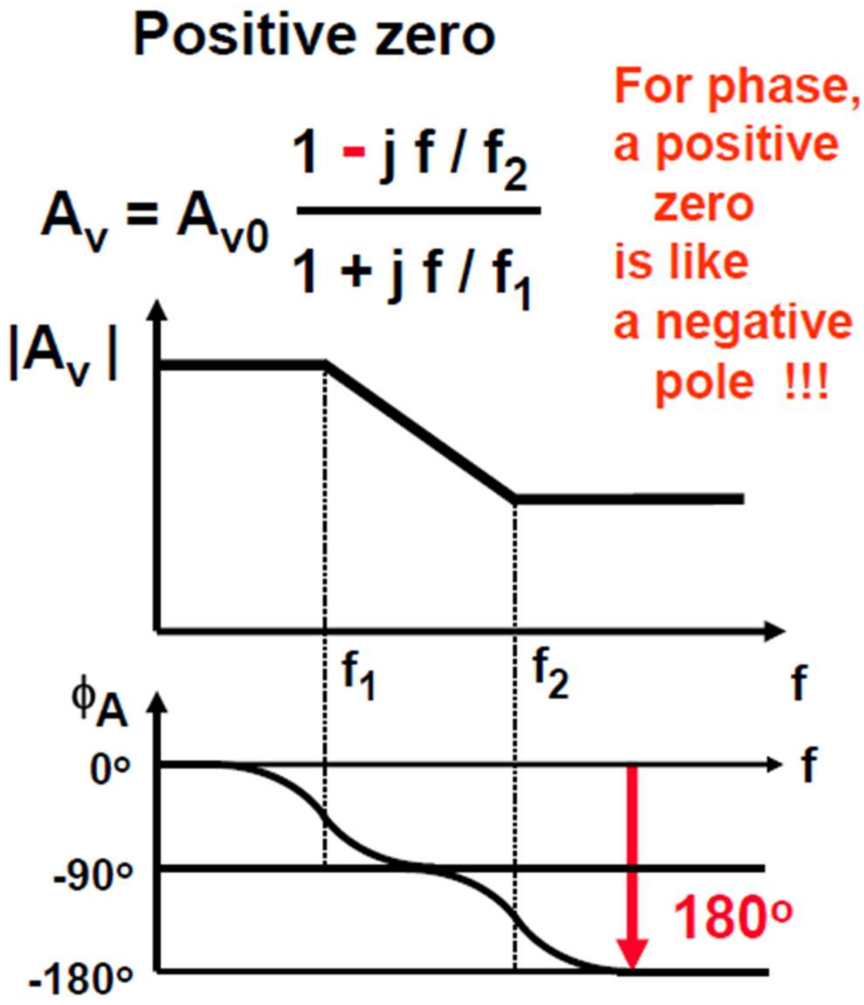
$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi}\frac{g_{m2}}{C_L}\frac{1}{1+C_{n1}/C_c}$$

- g_{m2}增加，极点开始分裂，相位裕度改善；
- 正零点频率提高，相位裕度改善。

右半平面零点

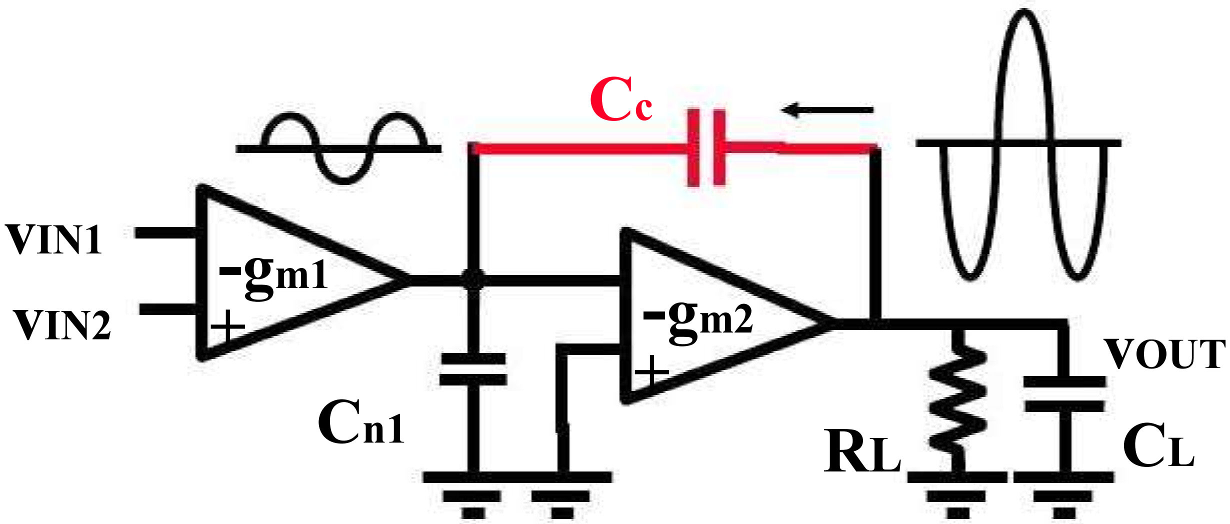


Negative zero
$A_v = A_{v0} \dfrac{1 + j f / f_2}{1 + j f / f_1}$
$|A_v|$
f_1
f_2
f
ϕ_A
0°
f
-90°
-180°

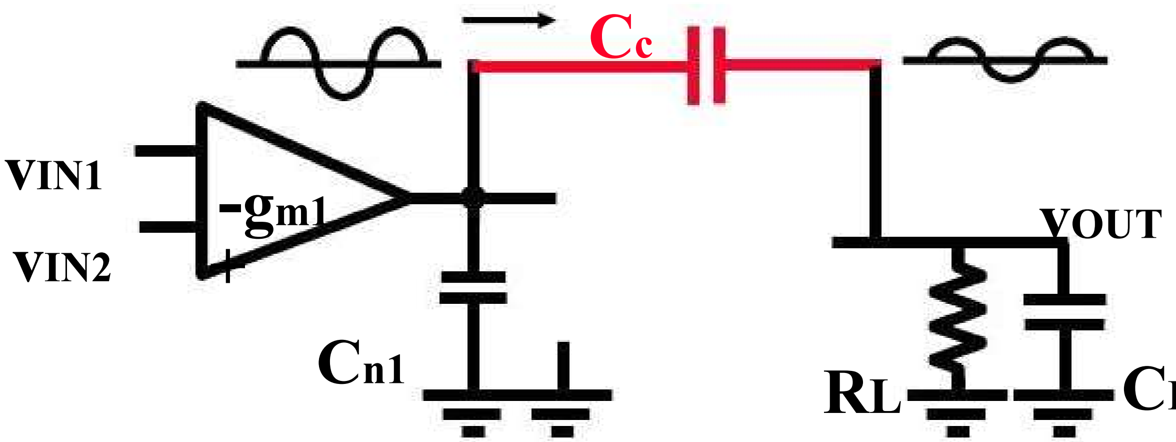


Positive zero
$A_v = A_{v0} \dfrac{1 - j f / f_2}{1 + j f / f_1}$
For phase,
a positive
zero
is like
a negative
pole !!!
$|A_v|$
f_1
f_2
f
ϕ_A
0°
f
-90°
180°
-180°

右半平面零点产生原因



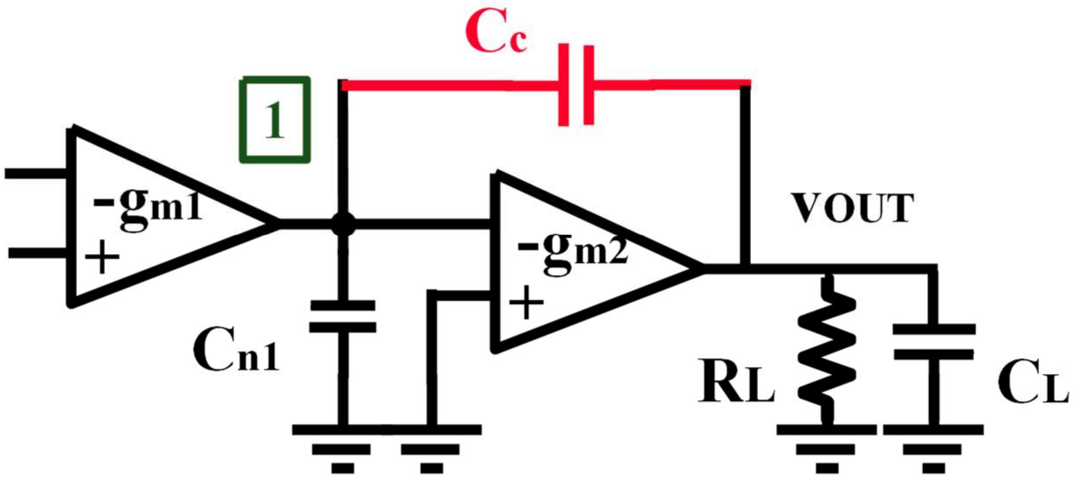
Miller effect
Is feedback

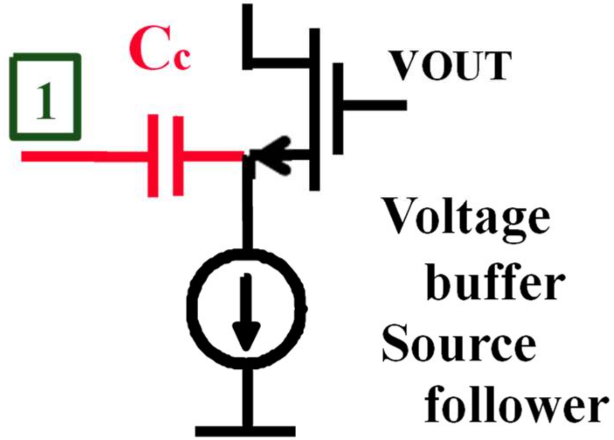


Feedforward

Cut !

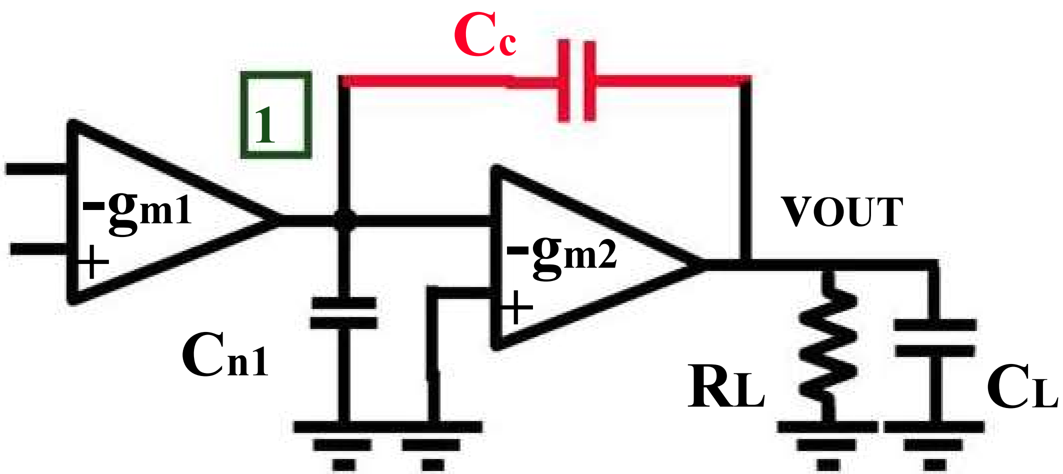
源极跟随器消除零点

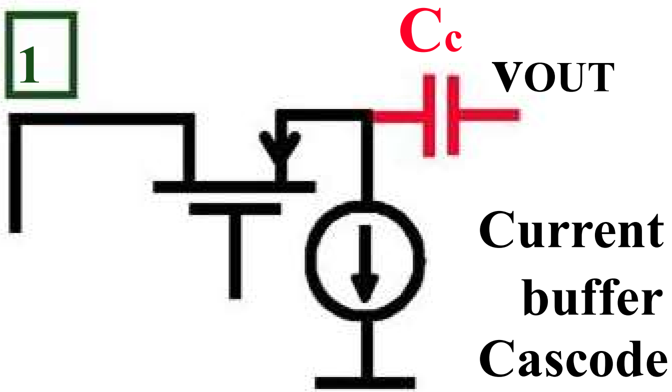


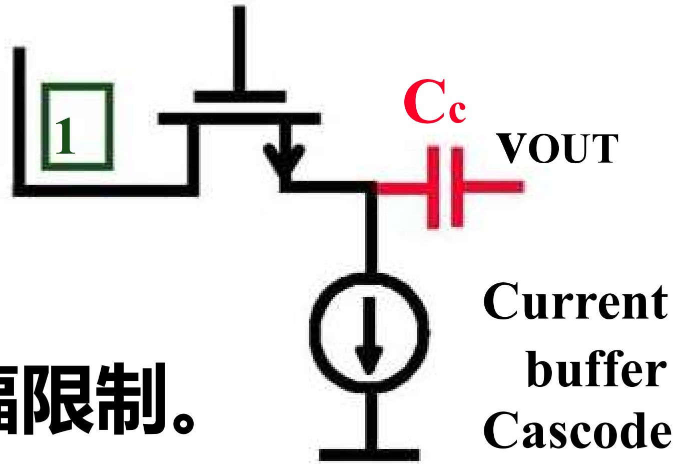


- 利用源极跟随器切断前馈通路；
- 对输出级的摆幅有限制，如图所示，若采用NMOS源极跟随器，输出级的电压不能太低。

利用Cascode消除零点

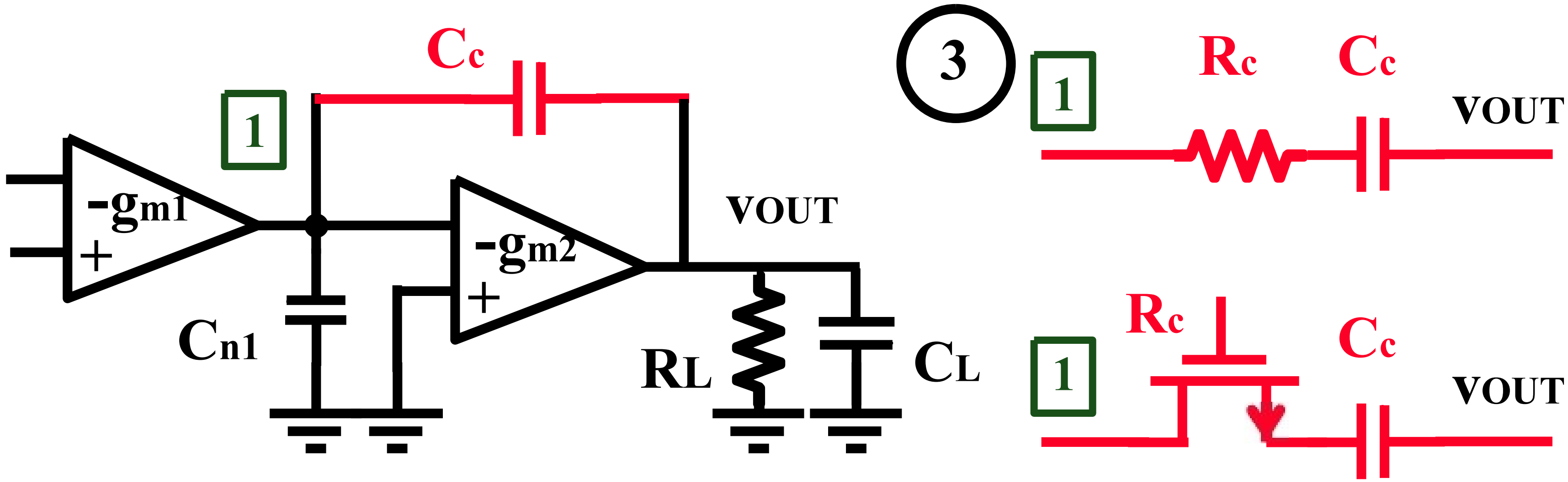






- 利用Cascode切断前馈通路；
- Cc起到了隔直作用，不存在摆幅限制。

利用串联电阻消除零点



$$f_z = \frac{1}{2\pi C_c(1/g_{m2} - R_c)}$$

- **零点抵消条件：** $R_c = 1/g_{m2}$
- **左半平面零点：** $R_c > 1/g_{m2}$

利用串联电阻消除零点

■ 消零电阻不能太小：

$$R_c > 1/g_{m2}$$

■ 消零电阻不能太大：

$$\frac{1}{2\pi R_c C_c} \approx 3GBW = \frac{3g_{m1}}{2\pi C_c}$$

■ 消零电阻选择：

$$1/g_{m2} < R_c < \frac{1}{3g_{m1}}$$

作业

6.10 计算图 6.62 中每一个电路在非常低和非常高的频率下的增益。忽略所有其它电容并假定的 $\lambda=\gamma=0$。

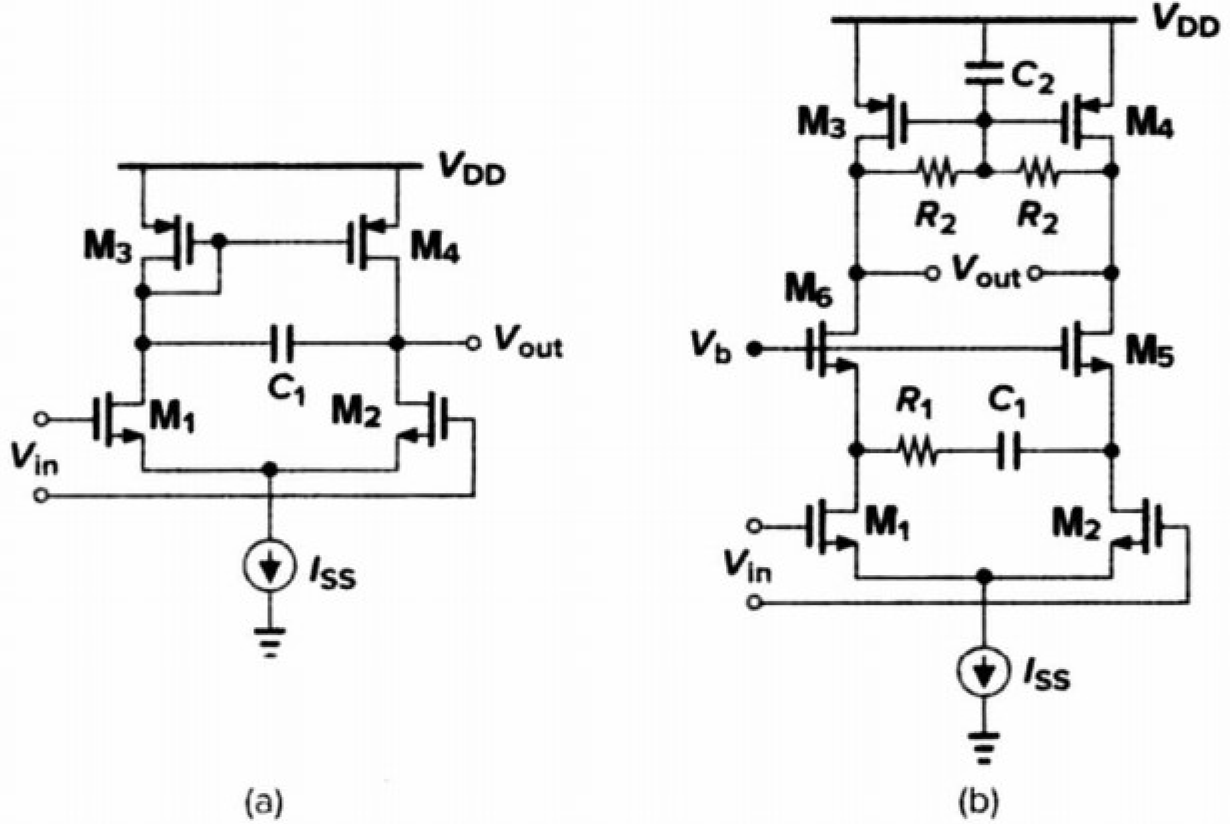


图 6.62

Razavi book 6.10

作业

10.14 图 10.76 描述了一个电压-电流反馈的跨导放大器。请注意：由于 M_3 的存在，反馈系数可以大于 1，假定 $I_1 \sim I_3$ 为理想电流源，$I_1 = I_2 = 1\ \text{mA}$，$I_3 = 10\ \mu\text{A}$，$(W/L)_{1,2} = 50/0.5$，$(W/L)_3 = 5/0.5$。

(a)在 M_3 的栅极处断开环路，估算开环传输函数的极点。

(b)如果在 M_1 的栅极和漏极间加一补偿电容 C_C，相位裕度为 60°时 C_C 的值为多少？确定补偿后的极点。

(c)为了使输出级零点处在第一个非主极点上，与 C_C 串联的电阻需多大？

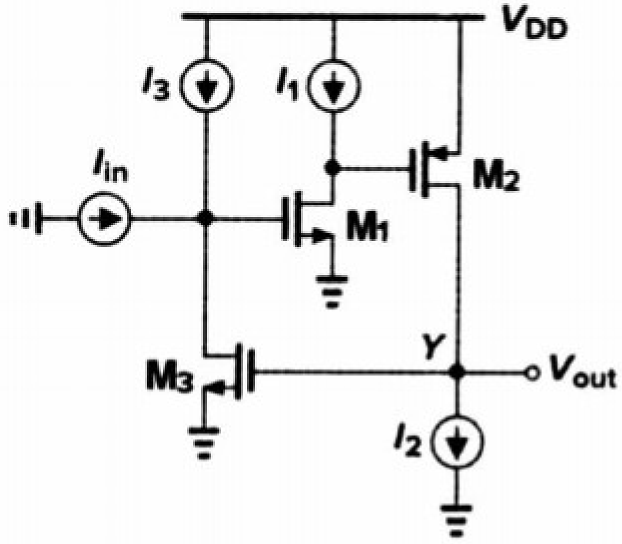


图 10.76

Razavi book 10.14