绪论

yanggy1010@126.com

Table of Contents

1. 研究对象

地下水动力学 (groundwater dynamics) 是研究地下水在岩石中运动的科学，研究对象为重力水。渗流力学是研究地下水运动的理论基础。

目的：从数量和质量（水化学成分）两方面对地下水进行定量分析，合理开发利用地下水，兴利除害。

方法：以质量守恒、能量转化的物理定律为基础，分析含水层中地下水在静态、动态条件下的自然属性与力学性质、地下水在含水层中运动的影响因素，特别是它们的量化表示。数学、物理、流体力学等。

因此研究分析地下水的运动规律需要同时从流体（水）、介质（含水层） 两方面开展工作。

2. 课程内容

(1) 地下水运动的基本概念与基本定律；

(2) 地下水运动方程及定解条件；

(3) 一维地下水运动问题；

(4) 理想条件下的完整井稳定流模型；

(5) 理想条件下的完整井非稳定流模型；

(6) 根据抽水试验确定含水层参数；

(7) 复杂水文地质条件下的解析法；

3. 学习建议

鼓励团队协作

- 自由组成学习小组；
- 组内民主测评，贡献大的成员获得较高的平时成绩（5 分制）；
- 考评内容包括考勤、作业、实验报告、其它项目；

- 小组设组长，负责汇总学习问题，及时向老师反馈同学们的意见。

学习建议

- 找出专业课程之间的内在联系；
- 同时学习一本英文教材；
- 看一些课外阅读材料；
- 有问题及时求助老师、同学；
- 学会运用网络资源；
- 尝试编程解决问题；
- 积极思考，理论联系实践；
- 了解本学科的学术研究现状。

4. 发展历程

按研究者对地下水运动规律的认识过程以研究手段，划分如下

- 稳定流建立和发展阶段（1856－1935）

  > 1856 年,法国水力学家 H. Darcy (1803－1858) 提出了多孔介质线性渗透定律—达西定律（Darcy's Law），成为地下水运动的理论基础；
  >
  > 1863 年，J. Dupuit 研究了一维稳定运动和向水井的二维稳定运动，提出了著名的Dupuit假设及Dupuit公式；
  >
  > 1901 年，P. Forchheimer 等研究了更复杂的渗流问题，奠定了地下水稳定流的理论基础；
  >
  > 1906 年，提出了Thiem公式；
  >
  > 1928 年，O.E. Meinzer (1876－1948) 研究了地下水运动的不稳定性和承压含水层的贮水性质。

- 非稳定流建立和发展阶段（1935－1969）

  > 1935 年，美国C.V. Theis (1900－1987) 提出了地下水流向承压水井的非稳定流公式 — Theis 公式，开创了现代地下水运动理论的新纪元；
  >
  > 1954 年 M.S Hantush，1955 年 C.E.Jacob (1914－1970) 提出了越流理论；
  >
  > 1954 年、1963 年 N.S. Boulton，197 2年 S.P.Neuman 研究了潜水含水层中水井的非稳定流理论。

- 实验—电网络模拟技术阶段（1950–1980）

  > 1950－1965 年，研究了大范围含水层系统的电网络模拟技术，到 20 世纪 80 年代在我国还被较广泛应用.

- 计算机数值模拟技术阶段（1965－至今）

  > 1965 年以来，计算机数值模拟技术得到广泛应用，并形成为商业化软件。

知名科学家

Henry Darcy (1803-1858)

Karl Terzaghi (1883-1963)

Oscar Edward Meinzer (1876-1948)

Charles Edward Jacob (1914-1970)

Charles Vernon Theis (1900-1987)

M. King Hubbert (1903-1989)

5. 研究方向

- 地下水在裂隙介质、岩溶介质中运动机制与基本运动规律；
- 非饱和带水、盐分的运动理论；
- 水中溶质运动机制和运移理论；
- 热量在地下水中的传导；
- 地下水最优管理问题；
- 介质非均质性；
- 各种实际渗流问题的数值模拟方法；
- 随机理论在水流和溶质运移研究中的应用；
- 含多组分溶质水流的Darcy定律形式.

6. 应用领域

- 城市、工矿企业和农业供水： 确定水文地质参数，论证开采方案和预计开采量，预报开采动态，正确评价地下水资源，科学管理和保护地下水资源.

- 矿山开采、建筑基坑和沼泽化、盐渍化区的疏干： 设计疏干量、疏干水平，预测疏干范围、疏干过程，合理选择疏干设备.

- 水工建筑： 解决库周、坝（堤）基及坝（堤）体的渗漏量、回水浸没范围等，为正确选择坝址、坝体结构提供依据.

- 农业工程： 农田灌溉中确定灌排沟渠的合理间距、排灌水量、时间及地下水动态预报.

- 环境地质： 水质污染及净化趋势的预报、地面沉降、岩溶塌陷、边坡稳定、海水入侵、地下水储能以及人工补给.

7. 教材及参考书

绪 论

教材

- 薛禹群.地下水动力学[M].北京：地质出版社.

参考书

- 陈祟希.地下水动力学 [M]. 北京：地质出版社；
- 李义昌.地下水动力学 [M]. 徐州：中国矿业大学出版社；
- 周志芳，王锦国.地下水动力学 [M]. 北京：科学出版社；
- 迟宝明.地下水动力学习题集 [M]. 北京：科学出版社；
- Bear，J.，Hydraulics of Groundwater，McGraw Hill，1979.

8. 轻松一下

数学要点（高数第七版）

1）微分在近似计算中的应用：（上册 P116）；

2）Taylor公式：一元（上册 P138）、二元（下册 P 122）；

3）多元复合函数求导：（下册 P78）；

4）方向导数与梯度：（下册 P101）；

5）最小二乘法：（下册 P127）。

1) 微分与近似计算

微分：设函数 $y=f(x)$ 在某区间内有定义，区间内的点 x_0 及 $x_0+\Delta x$，如果函数值增量

$$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$$

可表示为

$$\Delta y=A\Delta x+o(\Delta x)$$

其中 A 为不依赖于 Δx 的常数，称 $y=f(x)$ 在 x_0 点可微，$A\Delta x$ 为函数在 x_0 点的微分， 记为

$$\mathrm{d}y=A\Delta x$$

式中，$A=f'(x_0)$.

近似计算：

$$f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\Delta x$$

问题：如何估算误差？

2）Taylor公式

- 一元

设函数 $f(x)$ 在含有 x_0 的某开区间 (a,b) 内存在 $(n+1)$ 阶导数，则对任一 $x\in(a,b)$ 有

$$
\begin{aligned}
f(x) = & f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \cdots \\
& + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + R_n(x)
\end{aligned}
$$

式中，

$$
R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}
$$

ξ 为 x_0 与 x 间的某个值。$n=1$ 时，

$$
f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0)
$$

误差 $\frac{f''(\xi)}{2!}(x-x_0)^2$.

- 二元

设函数 $z=f(x,y)$ 在含有 (x_0,y_0) 的某邻域内连续且有直到 $(n+1)$ 阶连续偏导数，(x_0+h,y_0+k) 为邻域内任一点，则

$$
\begin{aligned}
f(x_0+h,y_0+k) = \quad & f(x_0,y_0) + \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right) f(x_0,y_0) \\
& + \frac{1}{2!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 f(x_0,y_0) + \cdots \\
& + \frac{1}{n!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^n f(x_0,y_0) \\
& + \frac{1}{(n+1)!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^{n+1} f(x_0+\theta h, y_0+\theta k)
\end{aligned}
$$

式中，$0<\theta<1$.

如果 h 或 k 有一个为 0，则公式与一元公式相似。

3）多元复合函数求导

设 $u=\varphi(x,y)$ 及 $v=\psi(x,y)$ 在点 (x,y) 有对 x 及对 y 的偏导数，函数 $z=f(u,v)$ 在对应点 (u,v) 有连续偏导数，则复合函数 $z=f(\varphi,\psi)$ 在点 (x,y) 的两个偏导数都存在，且

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} \\
\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}
\end{aligned}
$$

例：将 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ 转换成极坐标系中的形式。

极坐标

$$
\rho = \sqrt{x^2+y^2}, \theta = \arctan\frac{y}{x}
$$

有

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial x} \\
\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial y}
\end{aligned}
$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial \rho}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial \theta}{\partial x}$$
$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial \rho}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\frac{\partial \theta}{\partial y}$$

计算后整理得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\rho^2}\left[\rho\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial \rho}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}\right]$$

4）方向导数与梯度

方向导数：

设 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处可微，则沿 $\vec{\mathbf{L}}$ 的方向导数存在，且

$$\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(x_0,y_0)} = f_x(x_0,y_0)\cos\alpha + f_y(x_0,y_0)\cos\beta$$

式中，$\cos\alpha$ 与 $\cos\beta$ 为 $\vec{\mathbf{L}}$ 的方向余弦。

梯度：

$$\mathbf{grad} f(x_0,y_0) = \nabla f(x_0,y_0) = f_x(x_0,y_0)\vec{\mathbf{i}} + f_y(x_0,y_0)\vec{\mathbf{j}}$$

梯度与方向导数的关系：

设 $\vec{\mathbf{n}}$ 为等值线 $f(x,y)=c$ 上 $P_0(x_0,y_0)$ 点的单位法向量，则

$$\nabla f(x_0,y_0) = \frac{\partial f}{\partial n}\vec{\mathbf{n}}$$

5）最小二乘法

假设一组试验数据 (x_i,y_i) 符合经验公式 $y=ax+b$，$\hat{y}_i$ 为对应于 x_i 的经验值，则误差为 $\hat{y}_i - y_i$。

求误差平方和最小时的系数 a 和 b：

$$\min_i M(a,b) = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_i \left[y_i - (ax_i + b)\right]^2$$

也可以看作优化问题的求解。

若通过数据转换，经验公式可以写成 $y=ax+b$ 的形式，可直接套用公式计算，如 $y=a\mathrm{e}^{bx}$。

多个变量，如 $(x_{1i},x_{2i},\cdots,x_{ki},y_i)$ 有经验公式 $y=a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_kx_k$，也可使用最小二乘法，所得公式与多元线性回归方法相同。