4 理想条件下的完整井稳定流模型

[yanggy1010@126.com](mailto:yanggy1010@126.com)

[4.1 基本概念 2](#_Toc144915729)

[4.1.1 井的类型 2](#_Toc144915730)

[4.1.2 井附近的水位降深 2](#_Toc144915731)

[4.2 承压水完整井的稳定流模型 5](#_Toc144915732)

[4.3 潜水完整井的稳定流模型 8](#_Toc144915733)

[4.4 Dupuit 公式的应用与讨论 11](#_Toc144915734)

[4.4.1 Dupuit 公式的应用 11](#_Toc144915735)

[4.4.2 Dupuit公式的讨论 12](#_Toc144915736)

[4.5 流量和水位降深关系的经验公式 14](#_Toc144915737)

## 

## 4.1 基本概念

### 4.1.1 井的类型

**集水建筑物：** 分为水平集水建筑物（排水沟、集水管、集水廊道等）和垂直集水建筑物（钻孔、水井、竖井等）；水井是常见的集水建筑物。

**分类：**

* 井径大小和成井方法
  + 管井：直径通常小于 0.5 m，深度大，常用钻机开凿；
  + 筒井：直径大于 0.5 m，深度浅，通常用人工开挖。
* 揭露地下水类型
  + 潜水井
  + 承压水井
* 揭露含水层程度和进水条件
  + 完整井：贯穿整个含水层，在全部含水层厚度上都安装有过滤器，并能全断面进水；
  + 不完整井：未贯穿整个含水层，只有井底或部分含水层厚度上能进水。
* 工作方式
  + 抽水井
  + 注水井
* 工作时相互影响程度
  + 单井
  + 干扰井

### 4.1.2 井附近的水位降深

**降深：** 初始水头 与抽水 时间后的水头 之差值，即

**降落漏斗：** 抽水形成的漏斗状水头下降区.

**影响半径：** 从抽水井到实际观测不到水位降深处的径向距离.

**稳定井流的形成条件**

* 有侧向补给的有限含水层，降落漏斗扩展到补给边界后，若侧向补给量与抽水量平衡则形成稳定状态。
* 有垂向补给的无限含水层，随着降落漏斗扩大，垂向补给量增大。当垂向补给量与抽水量相等时， 将形成稳定状态。

**似稳定状态**

无补给的无限含水层，随着抽水时间的延长，水位降深速率越来越小，降落漏斗扩展极慢，漏斗范围内较短时间内几乎观测不到明显的水位降深，若延长观测时间仍可观测到水位在缓慢下降，漏斗区内的水流可作为稳定流处理,这种情况称为似稳定状态。

**潜水井流特征**

* 流线与等势线都是弯曲的曲线，井壁不是等水头面，抽水井附近存在三维流，井壁内外存在水头差值；
* 降落漏斗位于含水层内部，抽水量主要来自含水层的重力疏干，排水过程有迟后效应。

**承压水井流特征**

* 承压含水层中的完整井，流线近似水平，等水头线近似铅直线；对于不完整井，流线与等势线都是弯曲的。
* 降落漏斗在含水层外部，抽水量来自弹性释水，并且弹性释水是瞬时完成的。

**稳定井流与非稳定井流的区别**

* 稳定井流中，当无垂向补给时，以井轴为中心任意圆柱状过水断面的流量都相等，并等于抽水井流量，水位不随时间变化；
* 非稳定井流中，地下水流向井的过程中，沿途不断得到含水层弹性或重力释水补给，通过任一以井轴为中心任意圆柱状过水断面的流量都不相等，井壁处流量最大并等于抽水量，水位随时间而变化，初期变化大，后期变化减小。

根据抽水段是否安装过滤，水井有三种类型

* 未下过滤器：井的半径就是钻孔的半径，井壁和井中的水位降深一致；
* 下过滤器：井的半径为过滤器的半径，井内水位比井壁水位低；
* 过滤器周围填砾：井周围渗透性增大，水力坡度变小，降深变小。

**井损：** 水流流经过滤器的水头损失和在井内部水向上运动至水泵吸水口时的水头损失。

**有效井半径：** 在井轴到井管外壁某一点处，若按稳定流计算的理论降深正好等于过滤器外壁的实际降深，则该点到井轴的水平距离称为有效井半径。

本课程建立的公式都不考虑井损与井半径问题，"井损与有效井半径的确定方法"以后用专门章节讨论该问题。

**本章模型假设条件**

* 含水层产状水平、等厚、均质、各向同性，分布面积很大，可视为无限延伸；
* 抽水前地下水水头面是水平的，并视为稳定的；
* 水流服从 Darcy 定律，弹性释水是瞬时完成的，忽略弱透水层弹性释水量。

## 

## 4.2 承压水完整井的稳定流模型

**圆岛模型**

一半径为 的圆形岛状含水层，产状水平、等厚、均质、各向同性；岛中心有一口抽水量为 的抽水井，在 处为定水头 .

**水流特征**

* 水流为水平径向流，等水头面为以井为共轴的圆柱面；
* 通过各以井轴为中心圆柱状过水断面的流量相等，并等于井的流量 .

**数学模型**

**模型求解：**

按稳定流特征，任意以井轴为中心圆柱状过水断面的流量都相等，并且等于水井抽水量

分离变量

按边界条件积分

**常用形式：**

记 , 有

自然对数：

常用对数：

上述两公式称为承压井 **Dupuit** 公式。

**公式变形：**

由 ，改变积分界限

**两口观测井:**

或

上式称为承压水的 Thiem 公式。

**承压水水头分布方程(降落曲线)：**

由

得

稳定流时水头分布方程与流量和渗透系数无关。

**广义的圆岛模型：**

无限含水层均质、等厚、各向同性，产状水平；长时间抽水后会出现似稳定状态，取 为影响半径，可以应用 Dupuit 公式.

## 

## 4.3 潜水完整井的稳定流模型

**模型假定条件**

1. 含水层均质、等厚、各向同性，产状水平；距抽水井 处为定水头 ；
2. 流向井的潜水流近似水平 ( Dupuit 假定 ), 不同以井轴为中心圆柱状过水断面流量相等，并等于井流量.

**数学模型**

**模型求解**

按稳定流特征，任意以井轴为中心圆柱状过水断面的流量都相等，并且等于水井抽水量

分离变量

按边界条件积分

**常用形式**

记 , 有

**自然对数形式**

**常用对数形式**

上述两组公式称为潜水井 Dupuit 公式。

**公式变形**

由 ，改变积分界限

**两口观测井**

从 到 、 到 积分

得

上式称为潜水的 Thiem 公式。

**潜水位分布方程 (浸润曲线)**

由

得

稳定流时浸润曲线与流量和渗透系数无关。计算的浸润曲线在 与实际一致，在 总是低于实际值。

**巨厚含水层中的潜水井**

当 时有

提示：当含水层很厚而降深相对较小时，潜水含水层可近似地按承压含水层处理。

**修正降深**

设与潜水井距离 和 处的降深分别为 、 ，则

记

上式变为

称为修正降深，该降深出现在等效承压含水层中，此时潜水公式转化为承压水的形式, 潜水井流可以采取此种方法线性化。

## 

## 4.4 Dupuit 公式的应用与讨论

### 4.4.1 Dupuit 公式的应用

**（1）预报流量或降深**

在已知含水层厚度和水文地质参数的情况下，可按设计降深预报井的开采量；也可按设计流量，预报开采后的可能降深。

含水层必须有补给源，且能和抽水量平衡，达到稳定流条件时才可以利用 Dupuit 公式计算；在不可能出现稳定流的情况下，利用 Dupuit 公式会得到错误的结果！

**（2）根据抽水试验资料求取含水层参数：** 参见 “ 根据抽水试验确定含水层参数”。

**（3）承压—无压井**

承压水井大降深抽水时近井处可能产生无压区，常见于疏干抽水。承压区与无压区的分界线处水位等于含水层厚度。

* 无压区：
* 承压区：

消去 ，得

上式为承压—潜水井流量公式。

水头预报: 无压区用潜水公式，承压区用承压水公式。

**（4）注水井和补给井**

**注水井和补给井的差异性：**

* 抽水时水流是收敛的，注水时水流是发散的；
* 抽水时流速渐增，在井附近常常形成一个渗透性增高的地带；注水时流速渐减，在井附近，常常形成一个渗透性降低的地带；
* 注水井 取负值，用 Dupuit 公式近似计算。

### 4.4.2 Dupuit公式的讨论

**（1）井半径和流量的关系**

Dupuit 公式中，井半径 以对数形式出现，对流量的影响不大。井半径和流量的关系不完全符合实际情况. 按照公式，井半径增大一倍,流量约增加 10%；井半径增大 10 倍,流量仅增加 40% 左右。

实际上，井径对流量的影响要比 Dupuit 公式反映的关系大得多。

冶金工业部勘察总公司在北京南苑试验场进行的井径和流量关系对比试验成果:

1. 相同时， 增加同样幅度，强透水岩层中井的流量增加比弱透水岩层中的井多；
2. 同一岩层， 增加同样幅度，大降深抽水流量增加的多，小降深流量增加的少；
3. 同样岩层和降深，小井径时， 增加 ( 如 100 mm 增至 150 mm, 或 150 mm 增到 200 mm) 所引起的流量增长率大；中等井径 (如 300 mm 至 500 mm 时) 增长率减小；大井径时，流量增加不明显。

**不同观点**

* 有人认为是井周围紊流和三维流影响所致；
* 有人认为，研究 和 的关系，应考虑含水层内流动和井管内流动两个方面，前者取决于含水层透水能力，后者取决于井管过水能力。仅考虑含水层中水的流动，则 Dupuit 公式中井径和流量关系是正确的。
* 当含水层透水性较好或水位降深较大时，含水层有可能提供较大的流量；但受井管过水能力所限， 增加时，流量明显增大。这对小口径井特别明显。当 已经足够大或含水层透水性较差时，井管过水能力对流量的影响已居次要地位，井径和流量的关系就比较符合 Dupuit 公式。

**（2）渗出面（水跃）及其对 Dupuit 公式计算结果的影响**

* 渗出面：在潜水的出口处，潜水位高于地表水位，高出的面为渗出面；
* 水跃：潜水流入井中时的渗出面。

**渗出面的作用**

* 井附近的流线是曲线，等水头面是曲面，只有当井壁和井中存在水头差时，图中阴影部分的水才能进入井内；
* 渗出面的存在，保持了适当高度的过水断面。否则，当井中水位降到隔水底板时，井壁处的过水断面将等于零，就无法通过流量了;
* 早期,某些学者认为，潜水井只能降到含水层厚度的一半，并认为此时井流量最大。这种看法没有考虑渗出面的存在。

**渗出面对浸润曲线的影响**

* 按 Dupuit 公式计算的浸润曲线 (简称 Dupuit 曲线) 在井附近低于实际的浸润曲线。杨式德 ( 1949 ) 曾对一潜水井的例子用张弛法求得精确解。结果表明，当 时，Dupuit 曲线与用精确解算出的曲线完全一致；当 时，二者开始偏离，到井壁处，实际的浸润面高悬于井内动水位之上;
* 时，Dupuit 公式计算的浸润曲线是不准确的； (1～1.5) 时，Dupuit 公式计算的浸润曲线正确;
* Dupuit 公式用井中水位 计算流量是精确的，恰尔内 ( 1951 ) 曾做过严格的数学证明。

之所以出现上述问题或争论，我认为主要是用稳态理论去解释非稳态现象所致。

## 

## 4.5 流量和水位降深关系的经验公式

理论上，流量和水位降深关系有

* 承压水井：

为单位流量;

* 潜水井：
* 实际上，因水文地质条件的差异性、水流状态和井损影响，抽水量和降深关系表现为多种曲线类型；
* 为使预报的流量符合实际情况，常根据多次降深抽水试验的 ( ) 数据建立经验公式。

常见的 曲线类型

* **直线型：**
* **抛物线型：**
* **幂函数型：**
* **对数型：**

根据抽水试验数据可用最小二乘法求出方程，类似还有线性回归方法。

**最小二乘法**：一种优化技术，以 “误差平方和最小” 为准则求最佳拟合函数。

1801 年，意大利天文学家朱赛普·皮亚齐发现了第一颗小行星谷神星，经过 40 天的跟踪观测后发现谷神星不见了（实际上是运行到太阳背后了）。随后，科学家们开始依据皮亚齐的观测数据寻找谷神星，但是根据大多数人的计算结果都没找到。

时年24岁的高斯也计算了谷神星轨道，并且，奥地利天文学家海因里希·奥尔伯斯根据高斯的计算重新找到了谷神星。高斯使用的方法就是 “最小二乘法”，该方法1809年发表于其著作《天体运动论》中。

法国科学家勒让德于 1806 年独立发现 “最小二乘法”，但不为时人所知而默默无闻 （两人曾为谁最早创立最小二乘法原理发生过争执）。



根据观测数据 ，求拟合直线 。令 , 取最小值。

得

解得

将常用的 类型变换形式：

* 直线型： (不变)  
  要求通过原点,

取 , 按公式 (2) 计算;

* 抛物线型：   
  取 , 按公式 (1) 计算;
* 幂函数型： ，   
  取 , 按公式 (1) 计算;
* 对数型： (不变)  
  取 , 按公式 (1) 计算;

**计算步骤：**

**直线型**

* 判断是否为直线：将 绘在坐标纸上；如近似为直线并通过原点，则为直线型。
* 确定系数 :

**抛物线型**

* 判断是否为直线：将 点绘在坐标纸上；如近似为直线则为抛物线型。
* 确定系数 :

**幂函数型**

* 判断是否为直线：将 点绘在双对数纸上；如近似为直线则为幂函数型。
* 确定系数 :

**对数型**

* 判断是否为直线：将 点绘在单对数纸上；如近似为直线则为对数型。
* 确定系数 :

**总结**

* 实际抽水试验中，还可能遇到其他类型；
* 经验公式是根据实测数据找出变量之间函数近似表达式的，只说明在观测数据范围以内的自变量之间的关系；
* 对直线型经验公式，外推降深的最大范围不能超过抽水试验时最大降深的 倍;
* 对抛物线型、幂函数型和对数型方程,不能超过 倍。