附录 A

在节点法[20]中，以供水管道出口温度为例，分以下两步计算时间延迟与热损耗。

步骤 1：不考虑管道热损耗时，计算由入口历史温度的线性加权构成的管道出口虚拟温度：

$$\tilde{\tau}_{b,t}^{PS,\,out} = \sum_{k=t-\phi_{b,t}}^{t-\gamma_{b,t}} K_{b,t,k}\tau_{b,k}^{PS,in} \tag{A1}$$

式中：$\tau_{b,t}^{PS,in}$ 为 t 时刻管道 b 入口温度；$\tilde{\tau}_{b,t}^{PS,\,out}$ 为 t 时刻未考虑热损耗时管道 b 的出口温度；$K_{b,t,k}$ 为各个历史时间段入口温度的权重，整数变量 $\gamma_{b,t}$ 、$\phi_{b,t}$ 分别为时刻 t、$t\text{-}1$ 结束前历史水流流出管道 b 的时间间隔，其由如下公式定义：

$$K_{b,t,k} = \begin{cases} \left(m_{b,t}^{P}\Delta t - S_{b,t} + \rho A_b L_b\right) / \left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right), k = t-\phi_{b,t} \\ \left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right) / \left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right), k = t-\phi_{b,t}+1,\ldots,t-\gamma_{b,t}-1 \\ \left(R_{b,t} - \rho A_b L_b\right) / \left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right), k = t-\gamma_{b,t} \\ 0,\ otherwise \end{cases} \tag{A2}$$

$$\gamma_{b,t} = \min_{n\in\mathbb{Z}}\left\{n:\ s.t.\ \sum_{k=0}^{n}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right) \ge \rho A_b L_b, n \ge 0,\right\} \tag{A3}$$

$$\phi_{b,t} = \min_{m\in\mathbb{Z}}\left\{m: s.t.\sum_{k=1}^{m}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right) \ge \rho A_b L_b, m \ge 0\right\} \tag{A4}$$

$$R_{b,t} = \sum_{k=0}^{\gamma_{b,t}}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right) \tag{A5}$$

$$S_{b,t} = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\phi_{b,t}-1}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right), \quad if\ \ \phi_{b,t} \ge \gamma_{b,t}+1 \\ R_{b,t}, otherwise \end{cases} \tag{A6}$$

式中：$R_{b,t}$ 为从时刻 $t-\gamma_{b,t}$ 到 t 时刻注入管道的热水质量，$S_{b,t}$ 为从时刻 $t-\phi_{b,t}+1$ 到时刻 t 注入管道 b 的热水质量；L_b 为管道 b 的长度。

步骤 2：计及热水在传输过程中由于与管壁进行热交换而发生的温度损失，则管道出口温度应修正为：

$$\begin{aligned} \tau_{b,t}^{PS,\,out} &= \tau_t^{am} + \left(\tilde{\tau}_{b,t}^{PS,\,out} - \tau_t^{am}\right)\times \\ &\exp\left[-\frac{\lambda_b\Delta t}{A_b\rho c}\left(\gamma_{b,t} + \frac{1}{2} + \frac{S_{b,t}-R_{b,t}}{m_{b,t-\gamma_{b,t}}^{P}\Delta t}\right)\right] \end{aligned} \tag{A7}$$

式中：$\tau_{b,t}^{PS,\,out}$ 为考虑热损耗时时刻 t 管道 b 的出口温度。

在可变质量流量调节模式下，式(A3)与(A4)的内部优化问题中含有变量 $m_{b,t}^{P}$ 、$\gamma_{b,t}$ 与 $\phi_{b,t}$ ，同时，在外层优化问题式(A2)、(A5)、(A6)与(A7)中同样含有变量 $m_{b,t}^{P}$ 、 $\gamma_{b,t}$ 与 $\phi_{b,t}$ ，因此，式(A1)-(A7)为一个双层嵌套规划模型。此外，由于 $\gamma_{b,t}$ 与 $\phi_{b,t}$ 为整数变量，式(A2)与(A7)中含有非线性约束，因此式(A1)-(A7)为混合整数非线性规划模型。

综上所述，在可变质量流量调节模式下，节点法描述管道动态特性的式(A1)-(A7)为一个双层嵌套混合整数变量的非线性规划，在数学上具有挑战性。

附录 B

1.区域供热系统约束

1）燃气锅炉约束。

$$h_{h,t}^{HB} = \eta_h^{HB} f_{h,t}^{HB}, 0 \le h_{h,t}^{HB} \le \bar{h}_{h,t}^{HB} \tag{B1}$$

式中：$f_{h,t}^{HB}$ 、 η_h^{HB} 为燃气锅炉 h 的热功率、燃料转换系数；$\bar{h}_{h,t}^{HB}$ 为燃气锅炉 h 的热功率上限。

2）温度安全约束。

$$\underline{\tau}_b^{NS} \le \tau_{b,t,s}^{NS} \le \bar{\tau}_b^{NS}, \underline{\tau}_b^{NR} \le \tau_{b,t,x}^{NR} \le \bar{\tau}_b^{NR} \tag{B2}$$

$$\underline{\tau}_n^{NS} \le \tau_{n,t}^{NS} \le \bar{\tau}_n^{NS}, \underline{\tau}_n^{NR} \le \tau_{n,t}^{NR} \le \bar{\tau}_n^{NR} \tag{B3}$$

式中：$\underline{\tau}_b^{NS}$ 、$\bar{\tau}_b^{NS}$ 、$\underline{\tau}_b^{NR}$ 、$\bar{\tau}_b^{NR}$ 分别为供、回水管道 b 的温度上限与下限；$\underline{\tau}_n^{NS}$ 、$\bar{\tau}_n^{NS}$ 分别为节点 n 温度的上限与下限。

3）流量安全约束。

$$\bar{m}_{b,t}^{P} \le m_{b,t}^{P} \le \underline{m}_{b,t}^{P} \tag{B4}$$

式中：$\bar{m}_{b,t}^{P}$ ，$\underline{m}_{b,t}^{P}$ 分别表示 t 时刻管道 b 质量流量的上限与下限。其中，流量下限应满足 Courant-Friedrichs-Levy 条件[22]：

$$\underline{m}_{b,t}^{P} \ge \frac{\Delta s A_b \rho}{\Delta t} \tag{B5}$$

附录 C

IEHS 调度模型中的耦合设备约束：

1）CHP 机组出力约束。

常见的 CHP 机组包括背压式与抽汽式 2 种，其出力约束都可以通过极值点线性组合表示：

$$p_{g,t}^{CHP} = \sum_{m=1}^{M_g}\alpha_{g,t}^{m}P_g^{m} \tag{C1}$$

$$h_{g,t}^{CHP} = \sum_{m=1}^{M_g}\alpha_{g,t}^{m}H_g^{m} \tag{C2}$$

$$\sum_{m=1}^{M_g}\alpha_{g,t}^{m} = 1, 0 \le \alpha_{m,t}^{m} \le 1 \tag{C3}$$

$$\underline{p}_g^{CHP} \le p_{g,t}^{CHP} \le \bar{p}_g^{CHP} \tag{C4}$$

式中：. P_g^m 、 H_g^m 为 CHP 机组 g 的电功率与热功率的第 m $h_{g,t}^{CHP}$ 个极值点；为 t 时刻 CHP 机组的 g 热功率；$\alpha_{g,t}^{m}$ 为 t 时刻 CHP 机组 g 第 m 个极值点的系数；M_g 为 CHP 机组 g 的极值点个数；$\underline{p}_i^{CHP}$ 、$\bar{p}_i^{CHP}$ 分别为 CHP 机组 g 电功率的下限与上限。

2）CHP 机组爬坡约束。

$$-D_g^{CHP} \le p_{g,t}^{CHP} - p_{g,t-1}^{CHP} \le U_g^{CHP} \tag{C5}$$

式中：D_g^{CHP} 、U_g^{CHP} 分别为 CHP 机组 g 爬坡的上限与下限。

附录 D

$$\begin{aligned} f_t^{TU}(x,\xi) &= \sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left[c_{i1}^{TU}(p_{i,t}^{TU})^2 + c_{i2}^{TU}p_{i,t}^{TU} + c_{i3}^{TU}\right] \\ &= \sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left[c_{i1}^{TU}(\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t}\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\omega_{j,t}^{WD})^2 + \right. \\ &\left. c_{i2}^{TU}(\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t}\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\omega_{j,t}^{WD}) + c_{i3}^{TU}\right] \end{aligned} \tag{D1}$$

$$f_t^{RD}(x) = \sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}c_i^{RD}\left(u_{i,t}^{TU} + d_{i,t}^{TU}\right) \tag{D2}$$

$$f_t^{WD}(x) = \sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}r_j^{WD}v_{j,t}^{WD} \tag{D3}$$

$$f_t^{CHP}(x) = \sum_{g\in\mathcal{I}^{CHP}}\sum_{m=1}^{M_g}\left(c_h^{CHP}\alpha_{g,t}^{m}\right) \tag{D4}$$

$$f_t^{HB}(x) = \sum_{h\in\mathcal{I}^{HB}}r_h^{HB}f_{h,t}^{HB} \tag{D5}$$

式中：c_{i1}^{TU} 、c_{i2}^{TU} 、c_{i3}^{TU} 火电机组 i 的煤耗系数；c_i^{RD} 为火电机组 i 的旋转备用容量成本；r_j^{WD} 为风电机组 j 的弃风惩罚成本系数；$f_{h,t}^{HB}$ 、r_h^{HB} 分别为 t 时刻燃气锅炉 h 的热功率与

成本系数；$\alpha_{g,t}^{m}$ 为 t 时刻 CHP 机组 g 第 m 个极值点的系数；M_g 为 CHP 机组 g 的极值点个数；$\mathcal{I}^{HB}$ 为燃气锅炉集合。

附录 E

通过假设(E1)，目标函数(32)通过强对偶性可转化为目标函数(E2)与约束(E3)-(E4)[24]：

$$\left\|\left(\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD},\Omega_t\right)-\left(\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD},\widehat{\Omega}_{n,t}\right)\right\|_1= \left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1+\left\|\Omega_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right\|_1 \tag{E1}$$

$$\min \lambda^o\rho^o+\theta^o+\frac{1}{N\alpha}\sum_{n=1}^{N}\mu_n^o \tag{E2}$$

$$s.t.\ \mu_n^o+\theta^o+\lambda^o\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant \sup_{\Omega_t\in[\underline{\Omega}_t,\overline{\Omega}_t]}\left\{\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left\{\max_{u\le U}\left\{d_{iu}^{TU}p_{i,t}^{TU}+e_{iu}^{TU}\right\}\right\}-\lambda^o\left\|\Omega_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right\|_1\right\},\forall n\le N \tag{E3}$$

$$\mu_n^o\ge 0,\lambda\ge 0,\forall n\le N \tag{E4}$$

式中：λ^o、θ^o、$\overline{\mu}_n^o$、φ_n 均为 t 时刻目标函数中的辅助变量；$\overline{\Omega}_t$、$\underline{\Omega}_t$ 分别为 t 时刻在预测出力已知时风电机组预测误差总和的上限与下限，$\widehat{\Omega}_{n,t}$ 为 t 时刻样本 n 的预测误差总和，具体公式为(E5)：

$$\overline{\Omega}_t=\left\|\Delta\overline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\right\|_1,\underline{\Omega}_t=-\left\|\Delta\underline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\right\|_1,\quad \widehat{\Omega}_{n,t}=\sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}\widehat{\omega}_{j,n,t} \tag{E5}$$

约束(E3)可以等效转化为(E6)-(E7)：

$$\mu_n^o+\theta^o+\lambda^o\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\varphi_n \tag{E6}$$

$$\varphi_n\geqslant\sup_{\Omega_t\in[\underline{\Omega}_t,\overline{\Omega}_t]}\left\{\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left\{\max_{u\le U}\left\{d_{iu}^{TU}p_{i,t}^{TU}+e_{iu}^{TU}\right\}\right\}-\lambda^o\left\|\Omega_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right\|_1\right\} \tag{E7}$$

为求解约束(E7)，根据 $\widehat{\Omega}_{n,t}$ 将历史样本数据拆分为三个集合 $\underline{\mathcal{N}}$，$\overline{\mathcal{N}}$，$\mathcal{N}$：

$$\begin{aligned}&\underline{\mathcal{N}}\triangleq\left\{n\le N:\widehat{\Omega}_{n,t}\le\underline{\Omega}_t\right\},\\&\overline{\mathcal{N}}\triangleq\left\{n\le N:\widehat{\Omega}_{n,t}\ge\overline{\Omega}_t\right\},\\&\mathcal{N}\triangleq\left\{n\le N:\underline{\Omega}_t\le\widehat{\Omega}_{n,t}\le\overline{\Omega}_t\right\}\end{aligned} \tag{E8}$$

将(E8)代入(E7)，并引入辅助变量 $\hat{t}_{ni}$、$\underline{t}_{ni}$、$\bar{t}_{ni}$，因此，目标函数(32)中含随机变量的期望项可以转换为线性目标函数(E9)与线性约束(E10)-(E21)[24]：

$$\min\lambda^o\rho^t+\theta^o+\frac{1}{N\alpha}\sum_{n=1}^{N}\mu_n^o \tag{E9}$$

$$s.t.\quad \mu_n^o+\theta^o+\lambda^o\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\varphi_n, \tag{E10}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\underline{t}_{ni}-\lambda\left(\underline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\underline{\mathcal{N}} \tag{E11}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\bar{t}_{ni}-\lambda^o\left(\overline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\underline{\mathcal{N}} \tag{E12}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\underline{t}_{ni}+\lambda^o\left(\underline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\overline{\mathcal{N}} \tag{E13}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\bar{t}_{ni}+\lambda^o\left(\overline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\overline{\mathcal{N}} \tag{E14}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\bar{t}_{ni}-\lambda^o\left(\overline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\mathcal{N} \tag{E15}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\underline{t}_{ni}+\lambda^o\left(\underline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n}\right),n\in\mathcal{N} \tag{E16}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\hat{t}_{ni},n\in\mathcal{N} \tag{E17}$$

$$\hat{t}_{ni}\ge d_{iu}^{TU}\left(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\widehat{\Omega}_{n,t}\right)+e_{iu}^{TU},\quad n\le N,u\le U,i\in\mathcal{I}^{TU} \tag{E18}$$

$$\underline{t}_{ni}\ge d_{iu}^{TU}\left(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\underline{\Omega}_t\right)+e_{iu}^{TU},\quad n\le N,u\le U,i\in\mathcal{I}^{TU} \tag{E19}$$

$$\bar{t}_{ni}\ge d_{iu}^{TU}\left(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\overline{\Omega}_t\right)+e_{iu}^{TU},\quad n\le N,u\le U,i\in\mathcal{I}^{TU} \tag{E20}$$

$$\mu_n^o\ge 0,\lambda\ge 0,\forall n\le N \tag{E21}$$

附录 F

由文献[26]可知，联合机会约束(34)可表示为：

$$\begin{cases}\tau+\dfrac{1}{\epsilon}\left[\lambda\rho+\theta+\dfrac{1}{N\alpha}\displaystyle\sum_{n=1}^{N}\mu_n\right]\leqslant 0,\\ \lambda\geqslant 0,\boldsymbol{a}_{R+1}=\boldsymbol{b}_{R+1}=0,\\ \forall n\le N,r\le R+1:\\ \begin{cases}\mu_n+\theta+\lambda\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\boldsymbol{b}_r-\tau+S_{\Xi^t}\left(\mathbf{v}_{n,r}\right)-\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\widehat{\boldsymbol{\omega}}_i,\\ \boldsymbol{\gamma}_{n,r}-\mathbf{v}_{n,r}=-\boldsymbol{a}_r,\\ \left\|\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\right\|_\infty\leqslant\lambda\end{cases}\end{cases} \tag{F1}$$

式中：μ_n、θ、λ、τ、$\boldsymbol{\gamma}_{n,r}$、$\mathbf{v}_{n,r}$ 为 t 时刻的联合机会约束的辅助变量；$S_{\Xi^t}\left(\mathbf{v}_{i,k}\right)$ 为 $\mathbf{v}_{n,r}$ 在 Ξ^t 上的支撑函数，定义为：

$$S_{\Xi^t}\left(\mathbf{v}_{n,r}\right)\triangleq\sup_{x\in\Xi_\omega}x^\top\mathbf{v}_{n,r} \tag{F2}$$

在本文中，条件支撑集为由风电出力上下限构成的多面体集合，因此 $S_{\Xi_\omega}\left(\mathbf{v}_{i,k}\right)$ 可以表达为：

$$S_{\Xi^t}\left(\mathbf{v}_{n,r}\right)=\begin{cases}\sup\limits_{\Xi^t}\left\{\Delta\overline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\Delta\underline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\underline{\mathbf{v}}_{n,r}\right\}\\ s.t.\mathbf{v}_{n,r}=\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\underline{\mathbf{v}}_{n,r},\overline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0,\underline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0,\end{cases} \tag{F3}$$

式中：$\overline{\mathbf{v}}_{n,r}$、$\underline{\mathbf{v}}_{n,r}$ 均为引入的辅助变量。

将(F3)带入(F2)中，即可得：

$$\begin{cases}\tau+\dfrac{1}{\varepsilon}\left[\lambda\rho+\theta+\dfrac{1}{N\alpha}\displaystyle\sum_{n=1}^{N}\mu_n\right]\leqslant 0\\ \lambda\geqslant 0,\boldsymbol{a}_{R+1}=\boldsymbol{b}_{R+1}=0,\\ \forall n\le N,r\le R+1:\\ \begin{cases}\mu_n+\theta+\lambda\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\boldsymbol{b}_r-\tau-\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\widehat{\boldsymbol{\omega}}_i+\Delta\overline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\Delta\underline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\underline{\mathbf{v}}_{n,r},\\ \mathbf{v}_{n,r}=\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\underline{\mathbf{v}}_{n,r},\boldsymbol{\gamma}_{n,r}-\mathbf{v}_{n,r}=-\boldsymbol{a}_r,\\ \left\|\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\right\|_\infty\leqslant\lambda,\mu_n\geqslant 0,\overline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0,\underline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0\end{cases}\end{cases} \tag{F4}$$

附录 G

在鲁棒约束中，存在相邻 2 个调度周期的耦合约束，其一般形式可总结为：

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{c}_t^{\top}\boldsymbol{z}_t + \boldsymbol{c}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} \le \boldsymbol{d}_t + \boldsymbol{d}_{t-1}, \\ & \left[\boldsymbol{c}_t;\boldsymbol{d}_t\right] = \left[\boldsymbol{c}_t^0;\boldsymbol{d}_t^0\right] + \sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD}\left[\boldsymbol{c}_t^j;\boldsymbol{d}_t^j\right], \\ & \left[\boldsymbol{c}_{t-1};\boldsymbol{d}_{t-1}\right] = \left[\boldsymbol{c}_{t-1}^0;\boldsymbol{d}_{t-1}^0\right] + \sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t-1}^{WD}\left[\boldsymbol{c}_{t-1}^j;\boldsymbol{d}_{t-1}^j\right] \end{aligned} \tag{G1}$$

式中：$\boldsymbol{z}_t$ 为 t 时刻 $(\tilde{p}_{i,t}^{TU},\gamma_{i,t})$ 构成的向量；$\boldsymbol{c}_t$ 、$\boldsymbol{d}_t$ 为 t 时刻的系数矩阵；$\boldsymbol{c}_t^0$ 、$\boldsymbol{d}_t^0$ 为 t 时刻与随机变量无关的系数矩阵；$\boldsymbol{c}_t^j$ 、$\boldsymbol{d}_t^j$ 为 t 时刻随机变量 j 的系数矩阵。

由于式(G1)需要对条件支撑集 $\tilde{\Xi}^t$ 中所有的随机变量成立，因此：

$$\begin{aligned} & \max_{\tilde{\boldsymbol{H}}_t\boldsymbol{\omega}_t \le \tilde{\boldsymbol{h}}_t} \left\{ \sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}} \xi_{j,t}^{WD}\left[(\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t - \boldsymbol{d}_t^j\right] \right\} + \\ & \max_{\tilde{\boldsymbol{H}}_{t-1}\boldsymbol{\omega}_t \le \tilde{\boldsymbol{h}}_{t-1}} \left\{ \sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}} \xi_{j,t-1}^{WD}\left[(\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} - \boldsymbol{d}_{t-1}^j\right] \right\} \le \\ & \boldsymbol{d}_t^0 + \boldsymbol{d}_{t-1}^0 - (\boldsymbol{c}_t^0)^{\top}\boldsymbol{z}_t - (\boldsymbol{c}_{t-1}^0)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} \end{aligned} \tag{G2}$$

式(G2)中，最大值可以表示为：

$$\begin{aligned} & \sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}} h_{j,t}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t - \boldsymbol{d}_t^j\right| + \\ & \sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}} h_{j,t-1}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} - \boldsymbol{d}_{t-1}^j\right|, \\ & h_{j,t}^{RO} = \max\left\{\Delta\overline{p}_{j,t}^{WD}, -\Delta\underline{p}_{j,t}^{WD}\right\}, \\ & h_{j,t-1}^{RO} = \max\left\{\Delta\overline{p}_{j,t-1}^{WD}, -\Delta\underline{p}_{j,t-1}^{WD}\right\} \end{aligned} \tag{G3}$$

将(G3)带入(G2)中可得：

$$\begin{aligned} & (\boldsymbol{c}_t^0)^{\top}\boldsymbol{z}_t + (\boldsymbol{c}_{t-1}^0)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} + \sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}} h_{j,t}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t - \boldsymbol{d}_t^j\right| \\ & + \sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}} h_{j,t-1}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} - \boldsymbol{d}_{t-1}^j\right| \le \boldsymbol{d}_t^0 + \boldsymbol{d}_{t-1}^0 \end{aligned} \tag{G4}$$

因此，引入辅助变量 $\boldsymbol{u}_t^j$ 以消除(G4)中的绝对值函数，即：

$$\begin{cases} -\boldsymbol{u}_t^j \le (\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t - \boldsymbol{d}_t^j \le \boldsymbol{u}_t^j, \\ -\boldsymbol{u}_{t-1}^j \le (\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} - \boldsymbol{d}_{t-1}^j \le \boldsymbol{u}_{t-1}^j, \\ (\boldsymbol{c}_t^0)^{\top}\boldsymbol{z}_t + (\boldsymbol{c}_{t-1}^0)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1} + \sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}} h_{j,t}^{RO}\boldsymbol{u}_t^j \\ + \sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}} h_{j,t-1}^{RO}\boldsymbol{u}_{t-1}^j \le \boldsymbol{d}_t^0 + \boldsymbol{d}_{t-1}^0 \end{cases} \tag{G5}$$

式中：$\boldsymbol{u}_t$ 、$\boldsymbol{u}_{t-1}$ 为 t 时刻鲁棒约束中的辅助变量；$h_{j,t}^{RO}$ 定义为 $h_{j,t}^{RO} = \max\left\{\Delta\overline{p}_{j,t}^{WD}, -\Delta\underline{p}_{j,t}^{WD}\right\}$ 。

附录 H

表 H1　二分搜索算法伪代码

Tab.H1　The pseudo code of the binary search algorithm

输入：一组质量流量可行解 $\tilde{m}_{NP}$，当前质量流量的非可行解 m_{NP}^*，收敛残差 ε_1, $\eta_{\max}=1$， $\eta_{\min}=0$
while $\eta_{\max}-\eta_{\min} \le \varepsilon_1$ **do**
$\eta_k \leftarrow 0.5(\eta_{\min}+\eta_{\max})$
固定 $m_{NP}=m_{NP}^*+\eta_k(\tilde{m}_{NP}-m_{NP}^*)$，求解模型(35)
if 模型(35)可行
$\eta_{\min} \leftarrow \eta_k$
else.
$\eta_{\max} \leftarrow \eta_k$
end
end
令 $m_{NP}=m_{NP}^*+\eta_{\max}(\tilde{m}_{NP}-m_{NP}^*)$，求解模型(35)，获得 x_N^*，obj^*
输出：x_N^*，obj^*

附录 I

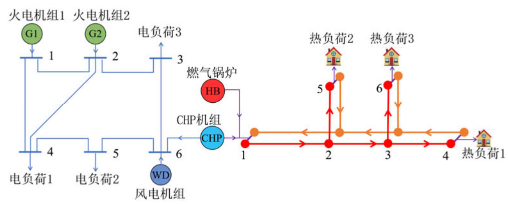

图 I1　算例系统结构图

Fig. I1　Example system structure diagram