

## 附录 A

### 节点法

在节点法<sup>[20]</sup>中, 以供水管道出口温度为例, 分以下两步计算时间延迟与热损耗。

步骤 1: 不考虑管道热损耗时, 计算由入口历史温度的线性加权构成的管道出口虚拟温度:

$$\tau_{b,t}^{PS,out} = \sum_{k=t-\phi_{b,t}}^{t-\gamma_{b,t}} K_{b,t,k} \tau_{b,k}^{PS,in} \quad (A1)$$

式中:  $\tau_{b,t}^{PS,in}$  为  $t$  时刻管道  $b$  入口温度;  $\tau_{b,t}^{PS,out}$  为  $t$  时刻未考虑热损耗时管道  $b$  的出口温度;  $K_{b,t,k}$  为各个历史时间段入口温度的权重, 整数变量  $\gamma_{b,t}$ 、 $\phi_{b,t}$  分别为时刻  $t$ 、 $t-1$  结束前历史水流流出管道  $b$  的时间间隔, 其由如下公式定义:

$$K_{b,t,k} = \begin{cases} (m_{b,t}^P \Delta t - S_{b,t} + \rho A_b L_b) / (m_{b,t}^P \Delta t), k = t - \phi_{b,t} \\ (m_{b,t}^P \Delta t) / (m_{b,t}^P \Delta t), k = t - \phi_{b,t} + 1, \dots, t - \gamma_{b,t} - 1 \\ (R_{b,t} - \rho A_b L_b) / (m_{b,t}^P \Delta t), k = t - \gamma_{b,t} \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (A2)$$

$$\gamma_{b,t} = \min_{n \in \mathbb{Z}} \left\{ n : s.t. \sum_{k=0}^n (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t) \geq \rho A_b L_b, n \geq 0 \right\} \quad (A3)$$

$$\phi_{b,t} = \min_{m \in \mathbb{Z}} \left\{ m : s.t. \sum_{k=1}^m (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t) \geq \rho A_b L_b, m \geq 0 \right\} \quad (A4)$$

$$R_{b,t} = \sum_{k=0}^{\gamma_{b,t}} (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t) \quad (A5)$$

$$S_{b,t} = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\phi_{b,t}-1} (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t), & \text{if } \phi_{b,t} \geq \gamma_{b,t} + 1 \\ R_{b,t}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (A6)$$

式中:  $R_{b,t}$  为从时刻  $t - \gamma_{b,t}$  到  $t$  时刻注入管道的水质量,  $S_{b,t}$  为从时刻  $t - \phi_{b,t} + 1$  到时刻  $t$  注入管道  $b$  的水质量;  $L_b$  为管道  $b$  的长度。

步骤 2: 计及热水在传输过程中由于与管壁进行热交换而发生的温度损失, 则管道出口温度应修正为:

$$\tau_{b,t}^{PS,out} = \tau_t^{am} + \left( \tau_{b,t}^{PS,out} - \tau_t^{am} \right) \times \exp \left[ -\frac{\lambda_b \Delta t}{A_b \rho c} \left( \gamma_{b,t} + \frac{1}{2} + \frac{S_{b,t} - R_{b,t}}{m_{b,t-\gamma_{b,t}}^P \Delta t} \right) \right] \quad (A7)$$

式中:  $\tau_{b,t}^{PS,out}$  为考虑热损耗时时刻  $t$  管道  $b$  的出口温度。

在可变量质量流量调节模式下, 式(A3)与(A4)的内部优化问题中含有变量  $m_{b,t}^P$ 、 $\gamma_{b,t}$  与  $\phi_{b,t}$ , 同时, 在外层优化问题式(A2)、(A5)、(A6)与(A7)中同样含有变量  $m_{b,t}^P$ 、 $\gamma_{b,t}$  与  $\phi_{b,t}$ , 因此, 式(A1)-(A7)为一个双层嵌套规划模型。此外, 由于  $\gamma_{b,t}$  与  $\phi_{b,t}$  为整数变量, 式(A2)与(A7)中含有非线性约束, 因此式(A1)-(A7)为混合整数非线性规划模型。

综上所述, 在可变量质量流量调节模式下, 节点法描述管道动态特性的式(A1)-(A7)为一个双层嵌套混合整数变量的非线性规划, 在数学上具有挑战性。

### DHS 约束

#### 1. 区域供热系统约束

##### 1) 燃气锅炉约束。

$$h_{h,t}^{HB} = \eta_h^{HB} f_{h,t}^{HB}, 0 \leq h_{h,t}^{HB} \leq \bar{h}_{h,t}^{HB} \quad (A8)$$

式中:  $f_{h,t}^{HB}$ 、 $\eta_h^{HB}$  为燃气锅炉  $h$  的热功率、燃料转换系数;

$\bar{h}_{h,t}^{HB}$  为燃气锅炉  $h$  的热功率上限。

#### 2) 温度安全约束。

$$\underline{\tau}_b^{NS} \leq \tau_{b,t,s}^{NS} \leq \bar{\tau}_b^{NS}, \underline{\tau}_b^{NR} \leq \tau_{b,t,x}^{NR} \leq \bar{\tau}_b^{NR} \quad (A9)$$

$$\underline{\tau}_n^{NS} \leq \tau_{n,t}^{NS} \leq \bar{\tau}_n^{NS}, \underline{\tau}_n^{NR} \leq \tau_{n,t}^{NR} \leq \bar{\tau}_n^{NR} \quad (A10)$$

式中:  $\underline{\tau}_b^{NS}$ 、 $\bar{\tau}_b^{NS}$ 、 $\underline{\tau}_b^{NR}$ 、 $\bar{\tau}_b^{NR}$  分别为供、回水管道  $b$  的温度上限与下限;  $\underline{\tau}_n^{NS}$ 、 $\bar{\tau}_n^{NS}$  分别为节点  $n$  温度的上限与下限。

#### 3) 流量安全约束。

$$\bar{m}_{b,t}^P \leq m_{b,t}^P \leq \underline{m}_{b,t}^P \quad (A11)$$

式中:  $\bar{m}_{b,t}^P$ 、 $\underline{m}_{b,t}^P$  分别表示  $t$  时刻管道  $b$  质量流量的上限与下限。其中, 流量下限应满足 Courant-Friedrichs-Levy 条件<sup>[22]</sup>:

$$\underline{m}_{b,t}^P \geq \frac{\Delta s A_b \rho}{\Delta t} \quad (A12)$$

### 耦合约束

IEHS 调度模型中的耦合设备约束:

#### 1) CHP 机组出力约束。

常见的 CHP 机组包括背压式与抽汽式 2 种, 其出力约束都可以通过极值点线性组合表示:

$$p_{g,t}^{CHP} = \sum_{m=1}^{M_g} \alpha_{g,t}^m P_g^m \quad (A13)$$

$$h_{g,t}^{CHP} = \sum_{m=1}^{M_g} \alpha_{g,t}^m H_g^m \quad (A14)$$

$$\sum_{m=1}^{M_g} \alpha_{g,t}^m = 1, 0 \leq \alpha_{g,t}^m \leq 1 \quad (A15)$$

$$\underline{p}_g^{CHP} \leq p_{g,t}^{CHP} \leq \bar{p}_g^{CHP} \quad (A16)$$

式中:  $P_g^m$ 、 $H_g^m$  为 CHP 机组  $g$  的电功率与热功率的第  $m$  个极值点;  $h_{g,t}^{CHP}$  为  $t$  时刻 CHP 机组的  $g$  热功率;  $\alpha_{g,t}^m$  为  $t$  时刻 CHP 机组  $g$  第  $m$  个极值点的系数;  $M_g$  为 CHP 机组  $g$  的极值点个数;  $\underline{p}_g^{CHP}$ 、 $\bar{p}_g^{CHP}$  分别为 CHP 机组  $g$  电功率的下限与上限。

#### 2) CHP 机组爬坡约束。

$$-D_g^{CHP} \leq p_{g,t}^{CHP} - p_{g,t-1}^{CHP} \leq U_g^{CHP} \quad (A17)$$

式中:  $D_g^{CHP}$ 、 $U_g^{CHP}$  分别为 CHP 机组  $g$  爬坡的上限与下限。

### EPS 目标函数

$$f_t^{TU}(x, \xi) = \sum_{i \in T^{TU}} \left[ c_{i1}^{TU} (p_{i,t}^{TU})^2 + c_{i2}^{TU} p_{i,t}^{TU} + c_{i3}^{TU} \right] \\ = \sum_{i \in T^{TU}} \left[ c_{i1}^{TU} (\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD})^2 + c_{i2}^{TU} (\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD}) + c_{i3}^{TU} \right] \quad (A18)$$

$$f_t^{RD}(x) = \sum_{i \in T^{TU}} c_i^{RD} (u_{i,t}^{TU} + d_{i,t}^{TU}) \quad (A19)$$

$$f_t^{WD}(x) = \sum_{j \in T^{WD}} r_j^{WD} v_{j,t}^{WD} \quad (A20)$$

$$f_t^{CHP}(x) = \sum_{g \in T^{CHP}} \sum_{m=1}^{M_g} (c_h^{CHP} \alpha_{g,t}^m) \quad (A21)$$

$$f_t^{HB}(x) = \sum_{h \in T^{HB}} r_h^{HB} f_{h,t}^{HB} \quad (A22)$$

式中:  $c_{i1}^{TU}$ 、 $c_{i2}^{TU}$ 、 $c_{i3}^{TU}$  火电机组  $i$  的煤耗系数;  $c_i^{RD}$  为火电机组  $i$  的旋转备用容量成本;  $r_j^{WD}$  为风电机组  $j$  的弃风惩罚成本系数;  $f_{h,t}^{HB}$ 、 $r_h^{HB}$  分别为  $t$  时刻燃气锅炉  $h$  的热功率与

成本系数;  $\alpha_{g,t}^m$  为  $t$  时刻 CHP 机组  $g$  第  $m$  个极值点的系数;  
 $M_g$  为 CHP 机组  $g$  的极值点个数;  $\mathcal{I}^{HB}$  为燃气锅炉集合。

#### 目标函数转化

通过假设(A23), 目标函数(32)通过强对偶性可转化为目标函数(A24)与约束(A25)-(A26)<sup>[24]</sup>:

$$\left\| \left( \tilde{\mathbf{P}}_t^{WD}, \Omega_t \right) - \left( \hat{\mathbf{P}}_{n,t}^{WD}, \hat{\Omega}_{n,t} \right) \right\|_1 = \left\| \tilde{\mathbf{P}}_t^{WD} - \hat{\mathbf{P}}_{n,t}^{WD} \right\|_1 + \left\| \Omega_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right\|_1 \quad (A23)$$

$$\min \lambda^o \rho^o + \theta^o + \frac{1}{N\alpha} \sum_{n=1}^N \mu_n^o \quad (A24)$$

$$s.t. \mu_n^o + \theta^o + \lambda^o \left\| \tilde{\mathbf{P}}_t^{WD} - \hat{\mathbf{P}}_{n,t}^{WD} \right\|_1 \geq \sup_{\Omega_t \in [\underline{\Omega}_t, \bar{\Omega}_t]} \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \left\{ \max_{u \leq U} \left\{ d_{iu}^{TU} p_{i,t}^{TU} + e_{iu}^{TU} \right\} \right\} - \lambda^o \left\| \Omega_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right\|_1 \right\}, \forall n \leq N \quad (A25)$$

$$\mu_n^o \geq 0, \lambda \geq 0, \forall n \leq N \quad (A26)$$

式中:  $\lambda^o$ 、 $\theta^o$ 、 $\mu_n^o$ 、 $\varphi_n$  均为  $t$  时刻目标函数中的辅助变量;  
 $\bar{\Omega}_t$ 、 $\underline{\Omega}_t$  分别为  $t$  时刻在预测出力已知时风电机组预测误差总和的上限与下限,  $\hat{\Omega}_{n,t}$  为  $t$  时刻样本  $n$  的预测误差总和, 具体公式为(A27):

$$\bar{\Omega}_t = \left\| \Delta \mathbf{P}_t^{WD} \right\|_1, \Omega_t = -\left\| \Delta \mathbf{P}_t^{WD} \right\|_1, \quad (A27)$$

$$\hat{\Omega}_{n,t} = \sum_{j \in \mathcal{I}^{WD}} \hat{\omega}_{j,n,t}$$

约束(A25)可以等效转化为(A28)-(A29):

$$\mu_n^o + \theta^o + \lambda^o \left\| \tilde{\mathbf{P}}_t^{WD} - \hat{\mathbf{P}}_{n,t}^{WD} \right\|_1 \geq \varphi_n \quad (A28)$$

$$\varphi_n \geq \sup_{\Omega_t \in [\underline{\Omega}_t, \bar{\Omega}_t]} \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \left\{ \max_{u \leq U} \left\{ d_{iu}^{TU} p_{i,t}^{TU} + e_{iu}^{TU} \right\} \right\} - \lambda^o \left\| \Omega_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right\|_1 \right\} \quad (A29)$$

为求解约束(A29), 根据  $\hat{\Omega}_{n,t}$  将历史样本数据拆分为三个集合  $\underline{\mathcal{N}}$ ,  $\bar{\mathcal{N}}$ ,  $\mathcal{N}$ :

$$\underline{\mathcal{N}} \triangleq \left\{ n \leq N : \hat{\Omega}_{n,t} \leq \underline{\Omega}_t \right\},$$

$$\bar{\mathcal{N}} \triangleq \left\{ n \leq N : \hat{\Omega}_{n,t} \geq \bar{\Omega}_t \right\}, \quad (A30)$$

$$\mathcal{N} \triangleq \left\{ n \leq N : \underline{\Omega}_t \leq \hat{\Omega}_{n,t} \leq \bar{\Omega}_t \right\}$$

将(A30)代入(A29), 并引入辅助变量  $\hat{t}_{ni}$ 、 $\underline{t}_{ni}$ 、 $\bar{t}_{ni}$ , 因此, 目标函数(32)中含随机变量的期望项可以转换为线性目标函数(A31)与线性约束(A32)-(A43)<sup>[24]</sup>:

$$\min \lambda^o \rho^o + \theta^o + \frac{1}{N\alpha} \sum_{n=1}^N \mu_n^o \quad (A31)$$

$$s.t. \mu_n^o + \theta^o + \lambda^o \left\| \tilde{\mathbf{P}}_t^{WD} - \hat{\mathbf{P}}_{n,t}^{WD} \right\|_1 \geq \varphi_n, \quad (A32)$$

$$\varphi_n \geq \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \underline{t}_{ni} - \lambda \left( \underline{\Omega}_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right), n \in \underline{\mathcal{N}} \quad (A33)$$

$$\varphi_n \geq \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \bar{t}_{ni} - \lambda^o \left( \bar{\Omega}_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right), n \in \bar{\mathcal{N}} \quad (A34)$$

$$\varphi_n \geq \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \underline{t}_{ni} + \lambda^o \left( \underline{\Omega}_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right), n \in \mathcal{N} \quad (A35)$$

$$\varphi_n \geq \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \bar{t}_{ni} + \lambda^o \left( \bar{\Omega}_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right), n \in \bar{\mathcal{N}} \quad (A36)$$

$$\varphi_n \geq \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \bar{t}_{ni} - \lambda^o \left( \bar{\Omega}_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right), n \in \bar{\mathcal{N}} \quad (A37)$$

$$\varphi_n \geq \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \underline{t}_{ni} + \lambda^o \left( \underline{\Omega}_t - \hat{\Omega}_{n,t} \right), n \in \mathcal{N} \quad (A38)$$

$$\varphi_n \geq \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \hat{t}_{ni}, n \in \mathcal{N} \quad (A39)$$

$$\hat{t}_{ni} \geq d_{iu}^{TU} \left( \tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \hat{\Omega}_{n,t} \right) + e_{iu}^{TU}, \quad n \leq N, u \leq U, i \in \mathcal{I}^{TU} \quad (A40)$$

$$\underline{t}_{ni} \geq d_{iu}^{TU} \left( \tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \underline{\Omega}_t \right) + e_{iu}^{TU}, \quad n \leq N, u \leq U, i \in \mathcal{I}^{TU} \quad (A41)$$

$$\bar{t}_{ni} \geq d_{iu}^{TU} \left( \tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \bar{\Omega}_t \right) + e_{iu}^{TU}, \quad n \leq N, u \leq U, i \in \mathcal{I}^{TU} \quad (A42)$$

$$\mu_n^o \geq 0, \lambda \geq 0, \forall n \leq N \quad (A43)$$

#### 联合机会约束转化

由文献[26]可知, 联合机会约束(34)可表示为:

$$\begin{cases} \tau + \frac{1}{\epsilon} \left[ \lambda \rho + \theta + \frac{1}{N\alpha} \sum_{n=1}^N \mu_n \right] \leq 0, \\ \lambda \geq 0, \mathbf{a}_{R+1} = \mathbf{b}_{R+1} = 0, \\ \forall n \leq N, r \leq R+1: \\ \left\{ \begin{aligned} \mu_n + \theta + \lambda \left\| \tilde{\mathbf{P}}_t^{WD} - \hat{\mathbf{P}}_{n,t}^{WD} \right\|_1 &\geq \mathbf{b}_r - \tau \\ &+ S_{\Xi^t}(\mathbf{v}_{n,r}) - \gamma_{n,r} \hat{\omega}_i, \\ \gamma_{n,r} - \mathbf{v}_{n,r} &= -\mathbf{a}_r, \\ \left\| \gamma_{n,r} \right\|_{\infty} &\leq \lambda \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (A44)$$

式中:  $\mu_n$ 、 $\theta$ 、 $\lambda$ 、 $\tau$ 、 $\gamma_{n,r}$ 、 $\mathbf{v}_{n,r}$  为  $t$  时刻的联合机会约束的辅助变量;  $S_{\Xi^t}(\mathbf{v}_{i,k})$  为  $\mathbf{v}_{n,r}$  在  $\Xi^t$  上的支撑函数, 定义为:

$$S_{\Xi^t}(\mathbf{v}_{n,r}) \triangleq \sup_{x \in \Xi_{\omega}} x^T \mathbf{v}_{n,r} \quad (A45)$$

在本文中, 条件支撑集为由风电出力上下限构成的多面体集合, 因此  $S_{\Xi_{\omega}}(\mathbf{v}_{i,k})$  可以表达为:

$$S_{\Xi^t}(\mathbf{v}_{n,r}) = \begin{cases} \sup_{\Xi^t} \left\{ \Delta \mathbf{P}_t^{WD} \mathbf{v}_{n,r} - \Delta \mathbf{P}_t^{WD} \mathbf{v}_{n,r} \right\} \\ s.t. \mathbf{v}_{n,r} = \bar{\mathbf{v}}_{n,r} - \underline{\mathbf{v}}_{n,r}, \bar{\mathbf{v}}_{n,r} \geq 0, \underline{\mathbf{v}}_{n,r} \geq 0, \end{cases} \quad (A46)$$

式中:  $\bar{\mathbf{v}}_{n,r}$ 、 $\underline{\mathbf{v}}_{n,r}$  均为引入的辅助变量。

将(A46)代入(A45)中, 即可得:

$$\begin{cases} \tau + \frac{1}{\epsilon} \left[ \lambda \rho + \theta + \frac{1}{N\alpha} \sum_{n=1}^N \mu_n \right] \leq 0 \\ \lambda \geq 0, \mathbf{a}_{R+1} = \mathbf{b}_{R+1} = 0, \\ \forall n \leq N, r \leq R+1: \\ \left\{ \begin{aligned} \mu_n + \theta + \lambda \left\| \tilde{\mathbf{P}}_t^{WD} - \hat{\mathbf{P}}_{n,t}^{WD} \right\|_1 &\geq \mathbf{b}_r - \tau \\ &+ \gamma_{n,r} \hat{\omega}_i + \Delta \mathbf{P}_t^{WD} \mathbf{v}_{n,r} - \Delta \mathbf{P}_t^{WD} \mathbf{v}_{n,r}, \\ \mathbf{v}_{n,r} = \bar{\mathbf{v}}_{n,r} - \underline{\mathbf{v}}_{n,r}, \gamma_{n,r} - \mathbf{v}_{n,r} &= -\mathbf{a}_r, \\ \left\| \gamma_{n,r} \right\|_{\infty} \leq \lambda, \mu_n \geq 0, \bar{\mathbf{v}}_{n,r} \geq 0, \underline{\mathbf{v}}_{n,r} \geq 0 \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (A47)$$

#### 鲁棒约束转化

在鲁棒约束中, 存在相邻 2 个调度周期的耦合约束, 其一般形式可总结为:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{c}_t^\top \mathbf{z}_t + \mathbf{c}_{t-1}^\top \mathbf{z}_{t-1} \leq \mathbf{d}_t + \mathbf{d}_{t-1}, \\
& [\mathbf{c}_t; \mathbf{d}_t] = [\mathbf{c}_t^0; \mathbf{d}_t^0] + \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} [\mathbf{c}_t^j; \mathbf{d}_t^j], \\
& [\mathbf{c}_{t-1}; \mathbf{d}_{t-1}] = [\mathbf{c}_{t-1}^0; \mathbf{d}_{t-1}^0] + \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t-1}^{WD} [\mathbf{c}_{t-1}^j; \mathbf{d}_{t-1}^j]
\end{aligned} \tag{A48}$$

式中:  $\mathbf{z}_t$  为  $t$  时刻  $(\tilde{p}_{i,t}^{TU}, \gamma_{i,t})$  构成的向量;  $\mathbf{c}_t$ 、 $\mathbf{d}_t$  为  $t$  时刻的系数矩阵;  $\mathbf{c}_t^0$ 、 $\mathbf{d}_t^0$  为  $t$  时刻与随机变量无关的系数矩阵;  $\mathbf{c}_t^j$ 、 $\mathbf{d}_t^j$  为  $t$  时刻随机变量  $j$  的系数矩阵。

由于式(A48)需要对条件支撑集  $\tilde{\Xi}^t$  中所有的随机变量成立, 因此:

$$\begin{aligned}
& \max_{\tilde{\mathbf{H}}_t, \boldsymbol{\omega}_t \leq \tilde{\mathbf{h}}_t} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \xi_{j,t}^{WD} [(\mathbf{c}_t^j)^\top \mathbf{z}_t - \mathbf{d}_t^j] \right\} + \\
& \max_{\tilde{\mathbf{H}}_{t-1}, \boldsymbol{\omega}_{t-1} \leq \tilde{\mathbf{h}}_{t-1}} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \xi_{j,t-1}^{WD} [(\mathbf{c}_{t-1}^j)^\top \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{d}_{t-1}^j] \right\} \leq \\
& \mathbf{d}_t^0 + \mathbf{d}_{t-1}^0 - (\mathbf{c}_t^0)^\top \mathbf{z}_t - (\mathbf{c}_{t-1}^0)^\top \mathbf{z}_{t-1}
\end{aligned} \tag{A49}$$

式(A49)中, 最大值可以表示为:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} h_{j,t}^{RO} |(\mathbf{c}_t^j)^\top \mathbf{z}_t - \mathbf{d}_t^j| + \\
& \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} h_{j,t-1}^{RO} |(\mathbf{c}_{t-1}^j)^\top \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{d}_{t-1}^j|, \\
& h_{j,t}^{RO} = \max \left\{ \Delta p_{j,t}^{-WD}, -\Delta p_{j,t}^{WD} \right\}, \\
& h_{j,t-1}^{RO} = \max \left\{ \Delta p_{j,t-1}^{-WD}, -\Delta p_{j,t-1}^{WD} \right\}
\end{aligned} \tag{A50}$$

将(A50)带入(A49)中可得:

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{c}_t^0)^\top \mathbf{z}_t + (\mathbf{c}_{t-1}^0)^\top \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} h_{j,t}^{RO} |(\mathbf{c}_t^j)^\top \mathbf{z}_t - \mathbf{d}_t^j| \\
& + \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} h_{j,t-1}^{RO} |(\mathbf{c}_{t-1}^j)^\top \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{d}_{t-1}^j| \leq \mathbf{d}_t^0 + \mathbf{d}_{t-1}^0
\end{aligned} \tag{A51}$$

因此, 引入辅助变量  $\mathbf{u}_t^j$  以消除(A51)中的绝对值函数, 即:

$$\begin{cases} -\mathbf{u}_t^j \leq (\mathbf{c}_t^j)^\top \mathbf{z}_t - \mathbf{d}_t^j \leq \mathbf{u}_t^j, \\ -\mathbf{u}_{t-1}^j \leq (\mathbf{c}_{t-1}^j)^\top \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{d}_{t-1}^j \leq \mathbf{u}_{t-1}^j, \\ (\mathbf{c}_t^0)^\top \mathbf{z}_t + (\mathbf{c}_{t-1}^0)^\top \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} h_{j,t}^{RO} \mathbf{u}_t^j \\ + \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} h_{j,t-1}^{RO} \mathbf{u}_{t-1}^j \leq \mathbf{d}_t^0 + \mathbf{d}_{t-1}^0 \end{cases} \tag{A52}$$

式中:  $\mathbf{u}_t$ 、 $\mathbf{u}_{t-1}$  为  $t$  时刻鲁棒约束中的辅助变量;  $h_{j,t}^{RO}$  定义为  $h_{j,t}^{RO} = \max \left\{ \Delta p_{j,t}^{-WD}, -\Delta p_{j,t}^{WD} \right\}$ 。

表 A1 二分搜索算法伪代码

Tab.A1 The pseudo code of the binary search algorithm

```

1: 输入: 一组质量流量可行解  $\tilde{m}_{NP}$ , 当前质量流量的非可行解  $m_{NP}^*$ , 收敛残差  $\varepsilon_1$ ,  $\eta_{\max} = 1$ ,  $\eta_{\min} = 0$ 
2: while  $\eta_{\max} - \eta_{\min} \leq \varepsilon_1$  do
3:    $\eta_k \leftarrow 0.5(\eta_{\min} + \eta_{\max})$ 
4:   固定  $m_{NP} = m_{NP}^* + \eta_k(\tilde{m}_{NP} - m_{NP}^*)$ , 求解模型(35)
5:   if 模型(35)可行
6:      $\eta_{\min} \leftarrow \eta_k$ 
7:   else.
8:      $\eta_{\max} \leftarrow \eta_k$ 
9:   end
10: end
11: 令  $m_{NP} = m_{NP}^* + \eta_{\max}(\tilde{m}_{NP} - m_{NP}^*)$ , 求解模型(35), 获得  $x_N^*$ ,  $obj^*$ 
10: 输出:  $x_N^*$ ,  $obj^*$ 

```

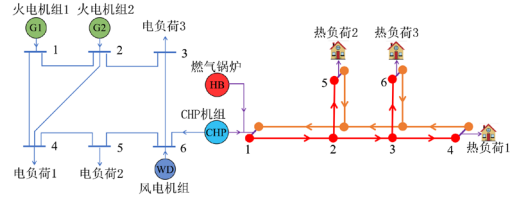


图 A1 算例系统结构图

Fig. A1 Example system structure diagram