

附录 A

电力系统约束:

1) 功率平衡约束。

$$\sum_{i \in \mathcal{E}^{TU}} \tilde{p}_{i,t}^{TU} + \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} (\tilde{p}_{j,t}^{WD} - v_{j,t}^{WD}) + \sum_{g \in \mathcal{E}^{CHP}} p_{g,t}^{CHP} + \sum_{b \in \mathcal{E}^L} p_{b,t}^L = \sum_{k \in \mathcal{E}^{LD}} D_{k,t}^E \quad (A1)$$

式中: $\tilde{p}_{j,t}^{WD}$ 为 t 时刻风电机组 j 的预测出力; $\tilde{p}_{i,t}^{TU}$ 为在风电预测出力下 t 时刻火电机组 i 的预测电功率; $v_{j,t}^{WD}$ 为 t 时刻风电机组 j 的弃风量; $D_{k,t}^E$ 为 t 时刻电负荷 k 的电需求; $p_{g,t}^{CHP}$ 为 t 时刻 CHP 机组 g 的电功率; $p_{b,t}^L$ 为 t 时刻联络线路 b 的交换功率; \mathcal{E}^{TU} 、 \mathcal{E}^{WD} 、 \mathcal{E}^{CHP} 、 \mathcal{E}^{LD} 、 \mathcal{E}^L 分别为火电机组、风电机组、CHP 机组、交换线路、电负荷集合。

2) 火电机组出力约束。

$$\tilde{p}_{i,t}^{TU} + u_{i,t}^{TU} \leq \bar{p}_i^{TU}, 0 \leq u_{i,t}^{TU} \leq \bar{u}_i^{TU} \quad (A2)$$

$$\bar{p}_i^{TU} \leq \tilde{p}_{i,t}^{TU} - d_{i,t}^{TU}, 0 \leq d_{i,t}^{TU} \leq \bar{d}_i^{TU} \quad (A3)$$

式中: $u_{i,t}^{TU}$ 、 $d_{i,t}^{TU}$ 分别为 t 时刻火电机组 i 的上调、下调旋转备用容量; \bar{u}_i^{TU} 为火电机组 i 上调旋转备用容量上限; \bar{d}_i^{TU} 为火电机组 i 机组向下旋转备用容量上限。 \bar{p}_i^{TU} 、 \bar{d}_i^{TU} 分别为火电机组 i 发电量的上限与下限。

3) 风电机组弃风量约束。

$$0 \leq v_{j,t}^{WD} \leq \tilde{p}_{j,t}^{WD} \quad (A4)$$

4) 基于线性决策规则的预测误差平衡约束。

风电的预测误差可能会破坏电力系统的功率平衡。为平衡风电出力的不确定性, 本文通过常规热发电机组的旋转备用容量以平衡风电的预测误差, 假设火电机组根据线性决策规则调整自身出力:

$$\Delta p_{i,t}^{TU} = -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} \quad (A5)$$

$$p_{i,t}^{TU} = \tilde{p}_{i,t}^{TU} + \Delta p_{i,t}^{TU} \quad (A6)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{E}^{TU}} \gamma_{i,t} = 1, 0 \leq \gamma_{i,t} \leq 1 \quad (A7)$$

式中: $p_{i,t}^{TU}$ 为 t 时刻火电机组 i 的实际电功率; $\Delta p_{i,t}^{TU}$ 为 t 时刻由于风电不确定性导致的火电机组 i 的调整电功率, 其中含有不确定性变量; $\gamma_{i,t}$ 为优化变量, 表示 t 时刻火电机组 i 的调整系数, 通过优化 $\gamma_{i,t}$ 选取火电机组调整的最佳方案; $\omega_{j,t}^{WD}$ 为 t 时刻风电机组 j 的预测误差, 为不确定性变量。

5) 交换功率约束。

$$\underline{p}_b^L \leq p_{b,t}^L \leq \bar{p}_b^L \quad (A8)$$

式中: \underline{p}_b^L 、 \bar{p}_b^L 为 t 时刻联络线路 b 的交换功率的下、上限;

6) 火电机组旋转备用容量约束 (联合机会约束)。

$$\min_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^{TU}} \mathbb{P} \left[-d_{i,t}^{TU} \leq -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} \leq u_{i,t}^{TU}, i \in \mathcal{E}^{TU} \right] \geq 1 - \varepsilon^{RD} \quad (A9)$$

式中: ε^{RD} 为旋转备用容量约束的风险系数。

7) 线路潮流约束 (联合机会约束)。

$$\min_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^{TU}} \mathbb{P} \left[-\bar{L}_l \leq \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} M_{jl} (\tilde{p}_{j,t}^{WD} + \omega_{j,t}^{WD} - v_{j,t}^{WD}) + \sum_{b \in \mathcal{E}^L} p_{b,t}^L + \sum_{i \in \mathcal{E}^{TU}} M_{il} p_{i,t}^{TU} + \sum_{g \in \mathcal{E}^{CHP}} M_{gl} p_{g,t}^{CHP} - \sum_{k \in \mathcal{E}^{LD}} M_{kl} D_{k,t}^E \leq \bar{L}_l, l \in \mathcal{E}^{line} \right] \geq 1 - \varepsilon^L \quad (A10)$$

式中: \bar{L}_l 为线路 l 的最大潮流; ε^L 为线路潮流约束的风险系数; M_{jl} 、 M_{il} 、 M_{gl} 、 M_{kl} 分别为风电机组 j 、火电机组 i 、CHP 机组 g 、负荷 l 的转移分布因子; \mathcal{E}^{line} 为电力系统线路集合。

联合机会约束(A9)-(A10)保证即使风电预测误差为修正模糊集中最差的分佈, 旋转备用容量与线路潮流约束仍能同时满足设定的置信水平。

8) 火电机组爬坡约束 (鲁棒约束)。

爬坡约束作为机组的物理约束, 机组爬坡能力不足会严重影响系统的安全运行。因此, 本文对机组的爬坡约束采用鲁棒约束, 保证在随机变量的条件支撑集上火电机组爬坡约束始终能够得到满足:

$$-D_i^{TU} \leq p_{i,t}^{TU} - p_{i,t-1}^{TU} \leq U_i^{TU}, \quad \forall \xi_{j,t}^{WD} \in \tilde{\Xi}^t, \xi_{j,t-1}^{WD} \in \tilde{\Xi}^{t-1} \quad (A11)$$

式中: D_i^{TU} 与 U_i^{TU} 分别为火电机组 i 爬坡能力的上限与下限。

电力系统目标函数:

计及可变量调节模式的 IEHS 条件分佈鲁棒模型的优化目标为最小化 IEHS 的运行成本:

$$\min_{x \in X} \left\{ \sum_{i \in \mathcal{E}^{TU}} \sup_{\mathbb{P}_i \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^{TU}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}_i} \{ f_i^{TU}(x, \xi) + f_i^{RD}(x) + f_i^{WD}(x) \} \right\} \quad (A12)$$

$$f_i^{TU}(x, \xi) = \sum_{i \in \mathcal{E}^{TU}} [c_{i1}^{TU} (p_{i,t}^{TU})^2 + c_{i2}^{TU} p_{i,t}^{TU} + c_{i3}^{TU}] = \sum_{i \in \mathcal{E}^{TU}} [c_{i1}^{TU} (\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD})^2 + c_{i2}^{TU} (\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD}) + c_{i3}^{TU}] \quad (A13)$$

$$f_i^{RD}(x) = \sum_{i \in \mathcal{E}^{TU}} c_i^{RD} (u_{i,t}^{TU} + d_{i,t}^{TU}) \quad (A14)$$

$$f_i^{WD}(x) = \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} r_j^{WD} v_{j,t}^{WD} \quad (A15)$$

式中: 式中: $f_i^{TU}(x, \xi)$ 为 t 时刻火电机组成本, 由于在式(A5)-(A7)中采用火电机组的旋转备用容量平衡风电不确定性, 火电机组成本中含有调整电功率 $\Delta p_{i,t}^{TU}$ 的成本, 因此火电机组成本中含不确定性变量; $f_i^{RD}(x)$ 、 $f_i^{WD}(x)$ 、 $f_i^{CHP}(x)$ 、 $f_i^{HB}(x)$ 分别为 t 时刻火电机组旋转备用成本、弃风惩罚成本、CHP 机组成本、燃气锅炉成本。

附录 B

区域供热系统约束:

1) CHP 机组出力约束。

常见的 CHP 机组包括背压式与抽汽式 2 种, 其出力约束都可以通过极值点线性组合表示:

$$p_{g,t}^{CHP} = \sum_{m=1}^{M_g} \alpha_{g,t}^m P_g^m \quad (B1)$$

$$h_{g,t}^{CHP} = \sum_{m=1}^{M_g} \alpha_{g,t}^m H_g^m \quad (B2)$$

$$\sum_{m=1}^{M_g} \alpha_{g,t}^m = 1, 0 \leq \alpha_{m,t}^m \leq 1 \quad (B3)$$

$$\underline{p}_g^{CHP} \leq p_{g,t}^{CHP} \leq \overline{p}_g^{CHP} \quad (B4)$$

$$-D_g^{CHP} \leq p_{g,t}^{CHP} - p_{g,t-1}^{CHP} \leq U_g^{CHP} \quad (B5)$$

式中： P_g^m 、 H_g^m 为CHP机组 g 的电功率与热功率的第 m 个极值点； $h_{g,t}^{CHP}$ 为 t 时刻CHP机组的 g 热功率； $\alpha_{g,t}^m$ 为 t 时刻CHP机组 g 第 m 个极值点的系数； M_g 为CHP机组 g 的极值点个数； \underline{p}_g^{CHP} 、 \overline{p}_g^{CHP} 分别为CHP机组 g 电功率的下限与上限。 D_g^{CHP} 、 U_g^{CHP} 分别为CHP机组 g 爬坡的上限与下限。

2) 燃气锅炉约束。

$$h_{h,t}^{HB} = \eta_h^{HB} f_{h,t}^{HB} \quad (B6)$$

$$0 \leq h_{h,t}^{HB} \leq \overline{h}_{h,t}^{HB} \quad (B7)$$

式中： $f_{h,t}^{HB}$ 、 η_h^{HB} 为燃气锅炉 h 的热功率、燃料转换系数；

$\overline{h}_{h,t}^{HB}$ 为燃气锅炉 h 的热功率上限。

3) 热源节点约束。

在热源节点处，CHP机组与燃气锅炉产生的热功率用于加热管道中的水：

$$h_{p,t}^{HB} + h_{p,t}^{CHP} = c \cdot m_{p,t}^N \cdot (\tau_{p,t}^{NS} - \tau_{p,t}^{NR}), \quad (B8)$$

$$\underline{\tau}_n^{NS} \leq \tau_{n,t}^{NS} \leq \overline{\tau}_n^{NS}, \underline{\tau}_n^{NR} \leq \tau_{n,t}^{NR} \leq \overline{\tau}_n^{NR} \quad (B9)$$

式中： $h_{p,t}^{HB}$ 为 t 时刻热源节点 p 的燃气锅炉热功率， $h_{p,t}^{CHP}$ 为 t 时刻热源站 p 的CHP机组热功率， $m_{p,t}^N$ 为 t 时刻热源节点 p 的节点质量流量， $\tau_{p,t}^{NS}$ 、 $\tau_{p,t}^{NR}$ 分别为 t 时刻热源节点 p 的供、回水温度。

4) 热负荷节点约束。

在热负荷节点，通过热交换器吸收热水能量，其吸收能量与水温变换间的关系为：

$$D_{q,t}^H = c \cdot m_{q,t}^N \cdot (\tau_{q,t}^{NS} - \tau_{q,t}^{NR}) \quad (B10)$$

$$\underline{\tau}_b^{NS} \leq \tau_{b,t}^{NS} \leq \overline{\tau}_b^{NS}, \underline{\tau}_b^{NR} \leq \tau_{b,t}^{NR} \leq \overline{\tau}_b^{NR} \quad (B11)$$

式中： $D_{q,t}^H$ 为 t 时刻热交换站节点 q 的热负荷， $m_{q,t}^N$ 为 t 时刻热交换站节点 q 的节点质量流量， $\tau_{q,t}^{NS}$ 、 $\tau_{q,t}^{NR}$ 分别为 t 时刻热交换站节点 q 的供、回水温度。

5) 管道动态特性约束。

与文献[10]相同，本文采用节点法描述管道的动态特性约束，其已在区域供热系统中得到广泛应用。在节点法中，以供水管道出口温度为例，分以下两步计算时间延迟与热损耗。

步骤1：不考虑管道热损耗时，计算由入口历史温度的线性加权构成的管道出口虚拟温度：

$$\tau_{b,t}^{PS,out} = \sum_{k=t-\phi_{b,t}}^{t-\gamma_{b,t}} K_{b,t,k} \tau_{b,k}^{PS,in} \quad (B12)$$

式中： $\tau_{b,t}^{PS,in}$ 为 t 时刻管道 b 入口温度； $\tau_{b,t}^{PS,out}$ 为 t 时刻未考虑热损耗时管道 b 的出口温度； $K_{b,t,k}$ 为各个历史时间段入口温度的权重，整数变量 $\gamma_{b,t}$ 、 $\phi_{b,t}$ 分别为时刻 t 、 $t-1$ 结束前历史水流流出管道 b 的时间间隔，其由如下公式定义：

$$K_{b,t,k} = \begin{cases} (m_{b,t}^P \Delta t - S_{b,t} + \rho A_b L_b) / (m_{b,t}^P \Delta t), k = t - \phi_{b,t} \\ (m_{b,t}^P \Delta t) / (m_{b,t}^P \Delta t), k = t - \phi_{b,t} + 1, \dots, t - \gamma_{b,t} - 1 \\ (R_{b,t} - \rho A_b L_b) / (m_{b,t}^P \Delta t), k = t - \gamma_{b,t} \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (B13)$$

$$\gamma_{b,t} = \min_{n \in \mathbb{Z}} \left\{ n : s.t. \sum_{k=0}^n (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t) \geq \rho A_b L_b, n \geq 0, \right\} \quad (B14)$$

$$\phi_{b,t} = \min_{m \in \mathbb{Z}} \left\{ m : s.t. \sum_{k=1}^m (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t) \geq \rho A_b L_b, m \geq 0 \right\} \quad (B15)$$

$$R_{b,t} = \sum_{k=0}^{\gamma_{b,t}} (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t) \quad (B16)$$

$$S_{b,t} = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\phi_{b,t}-1} (m_{b,t-k}^P \cdot \Delta t), & \text{if } \phi_{b,t} \geq \gamma_{b,t} + 1 \\ R_{b,t}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (B17)$$

式中： $R_{b,t}$ 为从时刻 $t - \gamma_{b,t}$ 到 t 时刻注入管道的水热质量， $S_{b,t}$ 为从时刻 $t - \phi_{b,t} + 1$ 到时刻 t 注入管道 b 的水热质量； L_b 为管道 b 的长度。

步骤2：计及热水在传输过程中由于与管壁进行热交换而发生的温度损失，则管道出口温度应修正为：

$$\tau_{b,t}^{PS,out} = \tau_t^{am} + \left(\tau_{b,t}^{PS,out} - \tau_t^{am} \right) \times \exp \left[-\frac{\lambda_b \Delta t}{A_b \rho c} \left(\gamma_{b,t} + \frac{1}{2} + \frac{S_{b,t} - R_{b,t}}{m_{b,t-\gamma_{b,t}}^P \Delta t} \right) \right] \quad (B18)$$

式中： $\tau_{b,t}^{PS,out}$ 为考虑热损耗时时刻 t 管道 b 的出口温度。

6) 供热管网模型。

供热管网模型由管道末端温度混合方程(B19)-(B20)、管道首端温度方程(B21)描述：

$$\sum_{b \in S_n^{P+}} (m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,S}^{PS}) = m_{n,t}^N \tau_{n,t}^{NS} \quad (B19)$$

$$\sum_{b \in S_n^{P-}} (m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,S}^{PR}) = m_{n,t}^N \tau_{n,t}^{NR} \quad (B20)$$

$$\tau_{b_{n+},t,1}^{PS} = \tau_{n,t}^{NS}, \tau_{b_{n+},t,1}^{PR} = \tau_{n,t}^{NR} \quad (B21)$$

式中： $m_{n,t}^N$ 为 t 时刻供、回水节点 n 的质量流量； $\tau_{b,t,S}^{PS}$ 、 $\tau_{b,t,S}^{PR}$ 分别为 t 时刻供、回水管道 b 出口处温度， $\tau_{b_{n+},t,1}^{PS}$ 、 $\tau_{b_{n+},t,1}^{PR}$ 分别为 t 时刻从节点 n 流出的供、回水管道 b 入口处温度； S_n^{P+} 、 S_n^{P-} 分别为在供水管道中从节点 n 流入、流出的管道集合。

区域供热系统目标函数：

$$\min_{x \in X} \left\{ f_t^{CHP}(x) + f_t^{HB}(x) \right\} \quad (B22)$$

$$f_t^{CHP}(x) = \sum_{g \in \mathcal{H}^{CHP}} \sum_{m=1}^{M_g} (c_h^{CHP} \alpha_{g,t}^m) \quad (B23)$$

$$f_t^{HB}(x) = \sum_{h \in \mathcal{H}^{HB}} r_h^{HB} f_{h,t}^{HB} \quad (B24)$$

式中： $f_t^{RD}(x)$ 、 $f_t^{WD}(x)$ 、 $f_t^{CHP}(x)$ 、 $f_t^{HB}(x)$ 分别为 t 时刻火电机组旋转备用成本、弃风惩罚成本、CHP机组成本、燃气锅炉成本； \mathcal{H}^{CHP} 、 \mathcal{H}^{HB} 分别为CHP机组、锅炉机组的集合。

附录 C

首先，鲁棒约束(A11)可以拆分为两个约束：

$$\max_{\omega_{j,t}^{WD}, \omega_{j,t-1}^{WD}} \left\{ -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} + \gamma_{i,t-1} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t-1}^{WD} \right\} \leq \quad (C1)$$

$$\min_{\omega_{j,t}^{WD}, \omega_{j,t-1}^{WD}} \left\{ -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} + \gamma_{i,t-1} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t-1}^{WD} \right\} \geq \quad (C2)$$

以(C1)为例，由于约束(A7)中要求 $\gamma_{i,t} \geq 0$ ，并且通过假设可知， $\omega_{j,t}^{WD}$ 与 $\omega_{j,t-1}^{WD}$ 间不存在耦合，因此，(C1)左侧最大值可以转化为：

$$\begin{aligned} & \max_{\omega_{j,t}^{WD}, \omega_{j,t-1}^{WD}} \left\{ -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} + \gamma_{i,t-1} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t-1}^{WD} \right\} \\ &= -\gamma_{i,t} \min_{\omega_{j,t}^{WD}} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} \right\} + \gamma_{i,t-1} \max_{\omega_{j,t-1}^{WD}} \left\{ \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \omega_{j,t-1}^{WD} \right\} \quad (C3) \\ &= -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \Delta p_{j,t}^{WD} + \gamma_{i,t-1} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \Delta p_{j,t-1}^{WD} \end{aligned}$$

同理可得，(C2)中左侧的最小值同样能够转化。因此，鲁棒约束(A11)可以转化为：

$$\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \Delta p_{j,t}^{WD} - \tilde{p}_{i,t-1}^{TU} + \gamma_{i,t-1} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \Delta p_{j,t-1}^{WD} \leq U_i^{TU} \quad (C4)$$

$$\tilde{p}_{i,t}^{TU} - \gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \Delta p_{j,t}^{WD} - \tilde{p}_{i,t-1}^{TU} + \gamma_{i,t-1} \sum_{j \in \mathcal{E}^{WD}} \Delta p_{j,t-1}^{WD} \geq -D_i^{TU} \quad (C5)$$

附录 D

在各区域 IEHS 协同调度中，局部投影算法的基本步骤为：PDC 首先将边界变量的值传递给相连的 EPS，随后，每个 EPS 将边界变量作为参数，与区域内的 DHS 分布式求解其在给定边界变量值下的多参数优化问题，并将局部目标函数与可行域（即多参数规划中的临界域）返回给传递至 PDC。其具体分为以下步骤：

步骤 1：初始化迭代次数 $j=1$ 。

步骤 2：PDC 将边界变量的初始值 $\tilde{\mathbf{x}}_{BE}^{e,(j)}$ 发送给各个区域内的 EPS 运营商。

步骤 3：每个区域中 EPS 运营商将从 PDC 处接收的边界变量 $\tilde{\mathbf{x}}_{BH}^{e,h,(k)}$ 作为参数，并通过与本区域内的 DHS 运营商分布式协同，求解子问题：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_E^e, \mathbf{x}_{BE}^e, \mathbf{x}_H^h, \mathbf{x}_{BH}^h} f_E(\mathbf{x}_E^e, \mathbf{x}_{BE}^e) + \sum_{h \in \mathcal{H}_e} f_H^h(\mathbf{x}_H^h, \mathbf{x}_{BH}^h) \\ & s.t. \mathbf{E}_{EN}^e \mathbf{x}_{EN}^e + \mathbf{E}_{HE}^e \mathbf{x}_{HE}^e + \mathbf{E}_{BE}^e \tilde{\mathbf{x}}_{BE}^{e,(j)} \leq \mathbf{e}_E^e \quad (D1) \\ & \quad \mathbf{H}_H^{e,h} \mathbf{x}_{HN}^h + \mathbf{H}_{BH}^{e,h} \tilde{\mathbf{x}}_{BH}^{e,h,(k)} \leq \mathbf{h}_H^{e,h}, h \in \mathcal{H}_e \end{aligned}$$

步骤 3.1：若(D1)可行，则 EPS 生成第 k 次迭代的临界域与局部目标函数投影，并发送至 PDC。

步骤 3.2：若(D1)不可行，则 EPS 更新可行割平面，并发送至 PDC。

步骤 4：PDC 根据从各个 EPS 处接收的信息，通过优化(D2)生成 $\tilde{\mathbf{x}}_{BE}^{e,(j+1)}$ ：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_E^e, \mathbf{x}_{BE}^e, \mathbf{x}_H^h, \mathbf{x}_{BH}^h} \sum_{e \in \mathcal{E}} \left\{ f_E(\mathbf{x}_E^e, \mathbf{x}_{BE}^e) + \sum_{h \in \mathcal{H}_e} f_H^h(\mathbf{x}_H^h, \mathbf{x}_{BH}^h) \right\} \quad (D2) \\ & s.t. \mathbf{x}_{BE}^e \in \Theta_{CR}^{e,(j)}, \mathbf{x}_{BE}^e \in \Theta_{FC}^{e,(j)} \end{aligned}$$

步骤 5：收敛性判断。若 $\left\| \tilde{\mathbf{x}}_{BE}^{e,(j+1)} - \tilde{\mathbf{x}}_{BE}^{e,(j)} \right\|_2 \leq \varepsilon$ ，其中 ε 为收敛判据，为一个很小的正常数，则单区域内算法收敛，单区域内 EPS 与 EPS 的协同结束，进行 EPS 将与 PDC 的协同步骤；否则，更新 $j = j+1$ ，将 $\tilde{\mathbf{x}}_{BH}^{e,(k)}$ 发送至各 EPS 运营商，返回步骤 3。

在步骤 3.1 与步骤 3.2 中，EPS 临界域和局部目标函数投影与可行割平面的更新方式与 DHS 的更新方式相同。

附录 E

为证明面向三层分布式协同的双步投影算法的收敛性与最优性，本文首先提出引理 E1 与引理 E2。

引理 E1：若面向双层分布式规划的双步投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛至全局最优解，则面向三层分布式规划的双步投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛至最优解。

证明：不妨设由上至下的第一、二、三层的优化变量分别为 \mathbf{x}_1 、 \mathbf{x}_2 、 \mathbf{x}_3 。在每次迭代中，构造数列

$$\left\{ f_1(\mathbf{x}_1^{(k)}) + \sum_{n \in N(2)} \left\{ f_{2,n}^{(k)}(\mathbf{x}_2) + \sum_{m \in N_n(3)} f_{3,m}^{(k)}(\mathbf{x}_3) \right\} \right\}。$$

由于面向双层分布式规划的双步投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛至全局最优解，因此在二、三层迭代中， \mathbf{x}_2 、 \mathbf{x}_3 能够收敛至在参数 $\mathbf{x}_1^{(k)}$ 时的全局最优解 $\mathbf{x}_2^{*(k)}$ 、 $\mathbf{x}_3^{*(k)}$ ，并将可行割或临界域返回至第一层迭代中。同时，第一层迭代根据临界域或可行割平面通过优化获得解 $\mathbf{x}_1^{(k+1)}$ ，因此有：

$$\begin{aligned} & \left\{ f_1(\mathbf{x}_1^{(k+1)}) + \sum_{n \in N(2)} \left\{ f_{2,n}(\mathbf{x}_2^{*(k)}) + \sum_{m \in N_n(3)} f_{3,m}(\mathbf{x}_3^{*(k)}) \right\} \right\} \leq \quad (D1) \\ & \left\{ f_1(\mathbf{x}_1^{(k)}) + \sum_{n \in N(2)} \left\{ f_{2,n}(\mathbf{x}_2^{(k)}) + \sum_{m \in N_n(3)} f_{3,m}(\mathbf{x}_3^{(k)}) \right\} \right\} \end{aligned}$$

由式(D1)可知，在面向三层分布式的双步投影算法迭代过程中数列 $\left\{ f_1(\mathbf{x}_1^{(k)}) + \sum_{n \in N(2)} \left\{ f_{2,n}(\mathbf{x}_2^{(k)}) + \sum_{m \in N_n(3)} f_{3,m}(\mathbf{x}_3^{(k)}) \right\} \right\}$ 为

单调递减数列。同时，三层分布式优化的全局最优解 $\left\{ f_1(\mathbf{x}_1^*) + \sum_{n \in N(2)} \left\{ f_{2,n}(\mathbf{x}_2^*) + \sum_{m \in N_n(3)} f_{3,m}(\mathbf{x}_3^*) \right\} \right\}$ 为该数列的严格下限。由数列的单调收敛定理可知，单调有界数列必收敛，因此面向三层分布式规划的双步投影算法的收敛性得到证明。

同时，在上述迭代过程中，由于该问题为凸问题，收敛的局部最优解为全局最优解。

由此，面向三层分布式规划的双步投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛至最优解。

证毕

引理 E2：面向双层优化问题的基于多参数规划的局部投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛到最优解。

引理 E2 的证明见文献[13-14]。

据此，可证明命题 1。

命题 1：本文所提面向三层分布式规划的双步投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛至全局最优解。

证明：由引理 E2 可知，面向双层分布式优化问题的局部投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛至全局最优解，而预投影过程为模型的等效转化，不改变原始模型的最优性，即局部投影的收敛至全局最优解即为原始模型的全局最优解，因此面向双层分布式规划的双步投影算法能够在有限次迭代步骤内收敛至全局最优解。又根据引理 E1，命题 1 得证。

证毕

命题 2：上层系统无法从边界投影中推断出下层系统的原始模型。

证明：在双步投影算法中，预投影算法与局部投影算法均为压缩映射，不同的原始模型可能会生成相同的局部投影，因此无法上层系统无法通过局部投影来推断下层系统唯一的原始模型。因此，命题 2 得证。

证毕

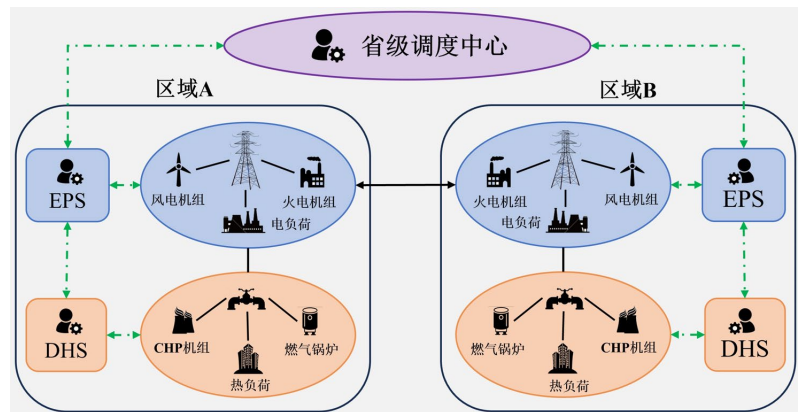


图 F1 Schematic diagram of two-district IEHSs

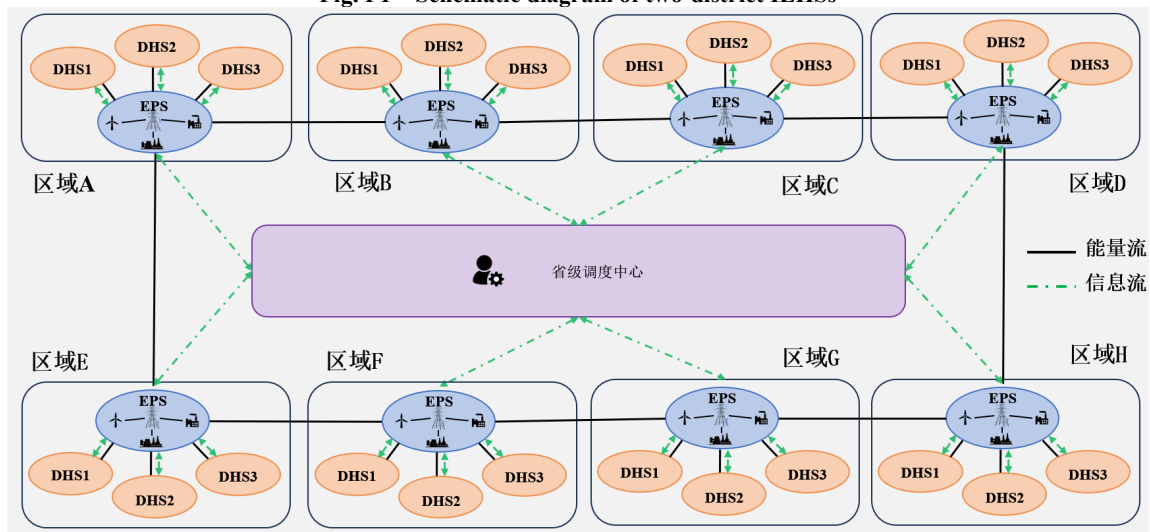


图 F2 Schematic diagram of eight-district IEHSs