附录 A

节点法

在节点法[20]中，以供水管道出口温度为例，分以下两步计算时间延迟与热损耗。

步骤 1：不考虑管道热损耗时，计算由入口历史温度的线性加权构成的管道出口虚拟温度：

$$\tilde{\tau}_{b,t}^{PS,\,out}=\sum_{k=t-\phi_{b,t}}^{t-\gamma_{b,t}}K_{b,t,k}\tau_{b,k}^{PS,in} \tag{A1}$$

式中：$\tau_{b,t}^{PS,in}$ 为 t 时刻管道 b 入口温度；$\tilde{\tau}_{b,t}^{PS,\,out}$ 为 t 时刻未考虑热损耗时管道 b 的出口温度；$K_{b,t,k}$ 为各个历史时间段入口温度的权重，整数变量 $\gamma_{b,t}$ 、$\phi_{b,t}$ 分别为时刻 t、$t\text{-}1$ 结束前历史水流流出管道 b 的时间间隔，其由如下公式定义：

$$K_{b,t,k}=\begin{cases}\left(m_{b,t}^{P}\Delta t-S_{b,t}+\rho A_bL_b\right)/\left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right),k=t-\phi_{b,t}\\ \left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right)/\left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right),k=t-\phi_{b,t}+1,\ldots,t-\gamma_{b,t}-1\\ \left(R_{b,t}-\rho A_bL_b\right)/\left(m_{b,t}^{P}\Delta t\right),k=t-\gamma_{b,t}\\ 0,\ otherwise\end{cases} \tag{A2}$$

$$\gamma_{b,t}=\min_{n\in\mathbb{Z}}\left\{n:\ s.t.\sum_{k=0}^{n}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right)\geq\rho A_bL_b,n\geq0,\right\} \tag{A3}$$

$$\phi_{b,t}=\min_{m\in\mathbb{Z}}\left\{m:s.t.\sum_{k=1}^{m}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right)\geq\rho A_bL_b,m\geq0\right\} \tag{A4}$$

$$R_{b,t}=\sum_{k=0}^{\gamma_{b,t}}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right) \tag{A5}$$

$$S_{b,t}=\begin{cases}\sum_{k=0}^{\phi_{b,t}-1}\left(m_{b,t-k}^{P}\cdot\Delta t\right),\quad if\ \ \phi_{b,t}\geq\gamma_{b,t}+1\\ R_{b,t},otherwise\end{cases} \tag{A6}$$

式中：$R_{b,t}$ 为从时刻 $t-\gamma_{b,t}$ 到 t 时刻注入管道的热水质量，$S_{b,t}$ 为从时刻 $t-\phi_{b,t}+1$ 到时刻 t 注入管道 b 的热水质量；L_b 为管道 b 的长度。

步骤 2：计及热水在传输过程中由于与管壁进行热交换而发生的温度损失，则管道出口温度应修正为：

$$\tau_{b,t}^{PS,\,out}=\tau_t^{am}+\left(\tilde{\tau}_{b,t}^{PS,\,out}-\tau_t^{am}\right)\times \exp\left[-\frac{\lambda_b\Delta t}{A_b\rho c}\left(\gamma_{b,t}+\frac{1}{2}+\frac{S_{b,t}-R_{b,t}}{m_{b,t-\gamma_{b,t}}^{P}\Delta t}\right)\right] \tag{A7}$$

式中：$\tau_{b,t}^{PS,\,out}$ 为考虑热损耗时时刻 t 管道 b 的出口温度。

在可变质量流量调节模式下，式(A3)与(A4)的内部优化问题中含有变量 $m_{b,t}^{P}$ 、$\gamma_{b,t}$ 与 $\phi_{b,t}$，同时，在外层优化问题式(A2)、(A5)、(A6)与(A7)中同样含有变量 $m_{b,t}^{P}$ 、$\gamma_{b,t}$ 与 $\phi_{b,t}$，因此，式(A1)-(A7)为一个双层嵌套规划模型。此外，由于 $\gamma_{b,t}$ 与 $\phi_{b,t}$ 为整数变量，式(A2)与(A7)中含有非线性约束，因此式(A1)-(A7)为混合整数非线性规划模型。

综上所述，在可变质量流量调节模式下，节点法描述管道动态特性的式(A1)-(A7)为一个双层嵌套混合整数变量的非线性规划，在数学上具有挑战性。

DHS 约束

1.区域供热系统约束

1）燃气锅炉约束。

$$h_{h,t}^{HB}=\eta_h^{HB}f_{h,t}^{HB},0\leq h_{h,t}^{HB}\leq\overline{h}_{h,t}^{HB} \tag{A8}$$

式中：$f_{h,t}^{HB}$ 、η_h^{HB} 为燃气锅炉 h 的热功率、燃料转换系数；$\overline{h}_{h,t}^{HB}$ 为燃气锅炉 h 的热功率上限。

2）温度安全约束。

$$\underline{\tau}_b^{NS}\leq\tau_{b,t,s}^{NS}\leq\overline{\tau}_b^{NS},\underline{\tau}_b^{NR}\leq\tau_{b,t,x}^{NR}\leq\overline{\tau}_b^{NR} \tag{A9}$$

$$\underline{\tau}_n^{NS}\leq\tau_{n,t}^{NS}\leq\overline{\tau}_n^{NS},\underline{\tau}_n^{NR}\leq\tau_{n,t}^{NR}\leq\overline{\tau}_n^{NR} \tag{A10}$$

式中：$\underline{\tau}_b^{NS}$ 、$\overline{\tau}_b^{NS}$ 、$\underline{\tau}_b^{NR}$ 、$\overline{\tau}_b^{NR}$ 分别为供、回水管道 b 的温度上限与下限；$\underline{\tau}_n^{NS}$ 、$\overline{\tau}_n^{NS}$ 分别为节点 n 温度的上限与下限。

3）流量安全约束。

$$\overline{m}_{b,t}^{P}\leq m_{b,t}^{P}\leq\underline{m}_{b,t}^{P} \tag{A11}$$

式中：$\overline{m}_{b,t}^{P}$，$\underline{m}_{b,t}^{P}$ 分别表示 t 时刻管道 b 质量流量的上限与下限。其中，流量下限应满足 Courant-Friedrichs-Levy 条件[22]：

$$\underline{m}_{b,t}^{P}\geq\frac{\Delta sA_b\rho}{\Delta t} \tag{A12}$$

耦合约束

IEHS 调度模型中的耦合设备约束：

1）CHP 机组出力约束。

常见的 CHP 机组包括背压式与抽汽式 2 种，其出力约束都可以通过极值点线性组合表示：

$$p_{g,t}^{CHP}=\sum_{m=1}^{M_g}\alpha_{g,t}^{m}P_g^{m} \tag{A13}$$

$$h_{g,t}^{CHP}=\sum_{m=1}^{M_g}\alpha_{g,t}^{m}H_g^{m} \tag{A14}$$

$$\sum_{m=1}^{M_g}\alpha_{g,t}^{m}=1,0\leq\alpha_{m,t}^{m}\leq1 \tag{A15}$$

$$\underline{p}_g^{CHP}\leq p_{g,t}^{CHP}\leq\overline{p}_g^{CHP} \tag{A16}$$

式中：. P_g^m 、H_g^m 为 CHP 机组 g 的电功率与热功率的第 m $h_{g,t}^{CHP}$ 个极值点；为 t 时刻 CHP 机组的 g 热功率；$\alpha_{g,t}^{m}$ 为 t 时刻 CHP 机组 g 第 m 个极值点的系数；M_g 为 CHP 机组 g 的极值点个数；$\underline{p}_i^{CHP}$ 、$\overline{p}_i^{CHP}$ 分别为 CHP 机组 g 电功率的下限与上限。

2）CHP 机组爬坡约束。

$$-D_g^{CHP}\leq p_{g,t}^{CHP}-p_{g,t-1}^{CHP}\leq U_g^{CHP} \tag{A17}$$

式中：D_g^{CHP} 、U_g^{CHP} 分别为 CHP 机组 g 爬坡的上限与下限。

EPS 目标函数

$$\begin{aligned}f_t^{TU}(x,\xi)&=\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left[c_{i1}^{TU}(p_{i,t}^{TU})^2+c_{i2}^{TU}p_{i,t}^{TU}+c_{i3}^{TU}\right]\\&=\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left[c_{i1}^{TU}(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\omega_{j,t}^{WD})^2+\right.\\&\qquad\left.c_{i2}^{TU}(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\omega_{j,t}^{WD})+c_{i3}^{TU}\right]\end{aligned} \tag{A18}$$

$$f_t^{RD}(x)=\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}c_i^{RD}\left(u_{i,t}^{TU}+d_{i,t}^{TU}\right) \tag{A19}$$

$$f_t^{WD}(x)=\sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}r_j^{WD}v_{j,t}^{WD} \tag{A20}$$

$$f_t^{CHP}(x)=\sum_{g\in\mathcal{I}^{CHP}}\sum_{m=1}^{M_g}\left(c_h^{CHP}\alpha_{g,t}^{m}\right) \tag{A21}$$

$$f_t^{HB}(x)=\sum_{h\in\mathcal{I}^{HB}}r_h^{HB}f_{h,t}^{HB} \tag{A22}$$

式中：c_{i1}^{TU} 、c_{i2}^{TU} 、c_{i3}^{TU} 火电机组 i 的煤耗系数；c_i^{RD} 为火电机组 i 的旋转备用容量成本；r_j^{WD} 为风电机组 j 的弃风惩罚成本系数；$f_{h,t}^{HB}$ 、r_h^{HB} 分别为 t 时刻燃气锅炉 h 的热功率与

成本系数；$\alpha_{g,t}^{m}$ 为 t 时刻 CHP 机组 g 第 m 个极值点的系数；M_g 为 CHP 机组 g 的极值点个数；$\mathcal{I}^{HB}$ 为燃气锅炉集合。

目标函数转化

通过假设(A23)，目标函数(32)通过强对偶性可转化为目标函数(A24)与约束(A25)-(A26)[24]：

$$\begin{aligned}&\left\|\left(\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD},\Omega_t\right)-\left(\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD},\widehat{\Omega}_{n,t}\right)\right\|_1=\\&\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1+\left\|\Omega_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right\|_1\end{aligned}\tag{A23}$$

$$\min \lambda^o\rho^o+\theta^o+\frac{1}{N\alpha}\sum_{n=1}^{N}\mu_n^o \tag{A24}$$

$$\begin{aligned}s.t.\mu_n^o+\theta^o+\lambda^o\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\\ \sup_{\Omega_t\in[\underline{\Omega}_t,\overline{\Omega}_t]}\left\{\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left\{\max_{u\le U}\left\{d_{iu}^{TU}p_{i,t}^{TU}+e_{iu}^{TU}\right\}\right\}-\right.\\ \left.\lambda^o\left\|\Omega_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right\|_1\right\},\forall n\le N\end{aligned}\tag{A25}$$

$$\mu_n^o\ge 0,\lambda\ge 0,\forall n\le N \tag{A26}$$

式中：λ^o、θ^o、$\overline{\mu}_n^o$、φ_n 均为 t 时刻目标函数中的辅助变量；$\overline{\Omega}_t$、$\underline{\Omega}_t$ 分别为 t 时刻在预测出力已知时风电机组预测误差总和的上限与下限，$\widehat{\Omega}_{n,t}$ 为 t 时刻样本 n 的预测误差总和，具体公式为(A27)：

$$\begin{aligned}&\overline{\Omega}_t=\left\|\Delta\overline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\right\|_1,\underline{\Omega}_t=-\left\|\Delta\underline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\right\|_1,\\&\widehat{\Omega}_{n,t}=\sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}\widehat{\omega}_{j,n,t}\end{aligned}\tag{A27}$$

约束(A25)可以等效转化为(A28)-(A29)：

$$\mu_n^o+\theta^o+\lambda^o\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\varphi_n \tag{A28}$$

$$\begin{aligned}\varphi_n\geqslant\sup_{\Omega_t\in[\underline{\Omega}_t,\overline{\Omega}_t]}\left\{\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\left\{\max_{u\le U}\left\{d_{iu}^{TU}p_{i,t}^{TU}+e_{iu}^{TU}\right\}\right\}-\right.\\ \left.\lambda^o\left\|\Omega_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right\|_1\right\}\end{aligned}\tag{A29}$$

为求解约束(A29)，根据 $\widehat{\Omega}_{n,t}$ 将历史样本数据拆分为三个集合 $\underline{\mathcal{N}}$，$\overline{\mathcal{N}}$，$\mathcal{N}$：

$$\begin{aligned}&\underline{\mathcal{N}}\triangleq\left\{n\le N:\widehat{\Omega}_{n,t}\le\underline{\Omega}_t\right\},\\&\overline{\mathcal{N}}\triangleq\left\{n\le N:\widehat{\Omega}_{n,t}\ge\overline{\Omega}_t\right\},\\&\mathcal{N}\triangleq\left\{n\le N:\underline{\Omega}_t\le\widehat{\Omega}_{n,t}\le\overline{\Omega}_t\right\}\end{aligned}\tag{A30}$$

将(A30)代入(A29)，并引入辅助变量 $\hat{t}_{ni}$、$\underline{t}_{ni}$、$\bar{t}_{ni}$，因此，目标函数(32)中含随机变量的期望项可以转换为线性目标函数(A31)与线性约束(A32)-(A43)[24]：

$$\min \lambda^o\rho^t+\theta^o+\frac{1}{N\alpha}\sum_{n=1}^{N}\mu_n^o \tag{A31}$$

$$s.t.\quad \mu_n^o+\theta^o+\lambda^o\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\varphi_n, \tag{A32}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\underline{t}_{ni}-\lambda\left(\underline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\underline{\mathcal{N}} \tag{A33}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\bar{t}_{ni}-\lambda^o\left(\overline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\underline{\mathcal{N}} \tag{A34}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\underline{t}_{ni}+\lambda^o\left(\underline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\overline{\mathcal{N}} \tag{A35}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\bar{t}_{ni}+\lambda^o\left(\overline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\overline{\mathcal{N}} \tag{A36}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\bar{t}_{ni}-\lambda^o\left(\overline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_{n,t}\right),n\in\mathcal{N} \tag{A37}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\underline{t}_{ni}+\lambda^o\left(\underline{\Omega}_t-\widehat{\Omega}_n\right),n\in\mathcal{N} \tag{A38}$$

$$\varphi_n\ge\sum_{i\in\mathcal{I}^{TU}}\hat{t}_{ni},n\in\mathcal{N} \tag{A39}$$

$$\begin{aligned}&\hat{t}_{ni}\ge d_{iu}^{TU}\left(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\widehat{\Omega}_{n,t}\right)+e_{iu}^{TU},\\&n\le N,u\le U,i\in\mathcal{I}^{TU}\end{aligned}\tag{A40}$$

$$\begin{aligned}&\underline{t}_{ni}\ge d_{iu}^{TU}\left(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\underline{\Omega}_t\right)+e_{iu}^{TU},\\&n\le N,u\le U,i\in\mathcal{I}^{TU}\end{aligned}\tag{A41}$$

$$\begin{aligned}&\bar{t}_{ni}\ge d_{iu}^{TU}\left(\tilde{p}_{i,t}^{TU}-\gamma_{i,t}\overline{\Omega}_t\right)+e_{iu}^{TU},\\&n\le N,u\le U,i\in\mathcal{I}^{TU}\end{aligned}\tag{A42}$$

$$\mu_n^o\ge 0,\lambda\ge 0,\forall n\le N \tag{A43}$$

联合机会约束转化

由文献[26]可知，联合机会约束(34)可表示为：

$$\begin{cases}\tau+\dfrac{1}{\epsilon}\left[\lambda\rho+\theta+\dfrac{1}{N\alpha}\sum_{n=1}^{N}\mu_n\right]\leqslant 0,\\ \lambda\geqslant 0,\boldsymbol{a}_{R+1}=\boldsymbol{b}_{R+1}=0,\\ \forall n\le N,r\le R+1:\\ \begin{cases}\mu_n+\theta+\lambda\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\boldsymbol{b}_r-\tau\\ \qquad+S_{\widetilde{\Xi}^t}\left(\mathbf{v}_{n,r}\right)-\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\widehat{\boldsymbol{\omega}}_i,\\ \boldsymbol{\gamma}_{n,r}-\mathbf{v}_{n,r}=-\boldsymbol{a}_r,\\ \left\|\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\right\|_\infty\leqslant\lambda\end{cases}\end{cases}\tag{A44}$$

式中：μ_n、θ、λ、τ、$\boldsymbol{\gamma}_{n,r}$、$\mathbf{v}_{n,r}$ 为 t 时刻的联合机会约束的辅助变量；$S_{\widetilde{\Xi}^t}\left(\mathbf{v}_{i,k}\right)$ 为 $\mathbf{v}_{n,r}$ 在 $\widetilde{\Xi}^t$ 上的支撑函数，定义为：

$$S_{\widetilde{\Xi}^t}\left(\mathbf{v}_{n,r}\right)\triangleq\sup_{x\in\Xi_\omega}x^\top\mathbf{v}_{n,r} \tag{A45}$$

在本文中，条件支撑集为由风电出力上下限构成的多面体集合，因此 $S_{\Xi_\omega}\left(\mathbf{v}_{i,k}\right)$ 可以表达为：

$$S_{\widetilde{\Xi}^t}\left(\mathbf{v}_{n,r}\right)=\begin{cases}\sup_{\widetilde{\Xi}^t}\left\{\Delta\overline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\Delta\underline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\underline{\mathbf{v}}_{n,r}\right\}\\ s.t.\mathbf{v}_{n,r}=\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\underline{\mathbf{v}}_{n,r},\overline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0,\underline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0,\end{cases}\tag{A46}$$

式中：$\overline{\mathbf{v}}_{n,r}$、$\underline{\mathbf{v}}_{n,r}$ 均为引入的辅助变量。

将(A46)带入(A45)中，即可得：

$$\begin{cases}\tau+\dfrac{1}{\varepsilon}\left[\lambda\rho+\theta+\dfrac{1}{N\alpha}\sum_{n=1}^{N}\mu_n\right]\leqslant 0\\ \lambda\geqslant 0,\boldsymbol{a}_{R+1}=\boldsymbol{b}_{R+1}=0,\\ \forall n\le N,r\le R+1:\\ \begin{cases}\mu_n+\theta+\lambda\left\|\widetilde{\boldsymbol{P}}_t^{WD}-\widehat{\boldsymbol{P}}_{n,t}^{WD}\right\|_1\geqslant\boldsymbol{b}_r-\tau-\\ \qquad\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\widehat{\boldsymbol{\omega}}_i+\Delta\overline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\Delta\underline{\boldsymbol{p}}_t^{WD}\underline{\mathbf{v}}_{n,r},\\ \mathbf{v}_{n,r}=\overline{\mathbf{v}}_{n,r}-\underline{\mathbf{v}}_{n,r},\boldsymbol{\gamma}_{n,r}-\mathbf{v}_{n,r}=-\boldsymbol{a}_r,\\ \left\|\boldsymbol{\gamma}_{n,r}\right\|_\infty\leqslant\lambda,\mu_n\geqslant 0,\overline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0,\underline{\mathbf{v}}_{n,r}\ge 0\end{cases}\end{cases}\tag{A47}$$

鲁棒约束转化

在鲁棒约束中，存在相邻 2 个调度周期的耦合约束，其一般形式可总结为：

$$
\begin{aligned}
& \boldsymbol{c}_t^{\top}\boldsymbol{z}_t+\boldsymbol{c}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}\le \boldsymbol{d}_t+\boldsymbol{d}_{t-1},\\
& \left[\boldsymbol{c}_t;\boldsymbol{d}_t\right]=\left[\boldsymbol{c}_t^0;\boldsymbol{d}_t^0\right]+\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\omega_{j,t}^{WD}\left[\boldsymbol{c}_t^j;\boldsymbol{d}_t^j\right],\\
& \left[\boldsymbol{c}_{t-1};\boldsymbol{d}_{t-1}\right]=\left[\boldsymbol{c}_{t-1}^0;\boldsymbol{d}_{t-1}^0\right]+\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\omega_{j,t-1}^{WD}\left[\boldsymbol{c}_{t-1}^j;\boldsymbol{d}_{t-1}^j\right]
\end{aligned}
\tag{A48}
$$

式中：$\boldsymbol{z}_t$ 为 t 时刻 $(\widetilde{p}_{i,t}^{TU},\gamma_{i,t})$ 构成的向量；$\boldsymbol{c}_t$、$\boldsymbol{d}_t$ 为 t 时刻的系数矩阵；$\boldsymbol{c}_t^0$、$\boldsymbol{d}_t^0$ 为 t 时刻与随机变量无关的系数矩阵；$\boldsymbol{c}_t^j$、$\boldsymbol{d}_t^j$ 为 t 时刻随机变量 j 的系数矩阵。

由于式(A48)需要对条件支撑集 $\widetilde{\Xi}^t$ 中所有的随机变量成立，因此：

$$
\begin{aligned}
& \max_{\widetilde{\boldsymbol{H}}_t\boldsymbol{\omega}_t\le\widetilde{\boldsymbol{h}}_t}\left\{\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\xi_{j,t}^{WD}\left[(\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t-\boldsymbol{d}_t^j\right]\right\}+\\
& \max_{\widetilde{\boldsymbol{H}}_{t-1}\boldsymbol{\omega}_t\le\widetilde{\boldsymbol{h}}_{t-1}}\left\{\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}\xi_{j,t-1}^{WD}\left[(\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}-\boldsymbol{d}_{t-1}^j\right]\right\}\le\\
& \qquad \boldsymbol{d}_t^0+\boldsymbol{d}_{t-1}^0-(\boldsymbol{c}_t^0)^{\top}\boldsymbol{z}_t-(\boldsymbol{c}_{t-1}^0)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}
\end{aligned}
\tag{A49}
$$

式(A49)中，最大值可以表示为：

$$
\begin{aligned}
& \sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}h_{j,t}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t-\boldsymbol{d}_t^j\right|+\\
& \qquad \sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}h_{j,t-1}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}-\boldsymbol{d}_{t-1}^j\right|,\\
& h_{j,t}^{RO}=\max\left\{\Delta\overline{p}_{j,t}^{WD},-\Delta\underline{p}_{j,t}^{WD}\right\},\\
& h_{j,t-1}^{RO}=\max\left\{\Delta\overline{p}_{j,t-1}^{WD},-\Delta\underline{p}_{j,t-1}^{WD}\right\}
\end{aligned}
\tag{A50}
$$

将(A50)带入(A49)中可得：

$$
\begin{aligned}
& (\boldsymbol{c}_t^0)^{\top}\boldsymbol{z}_t+(\boldsymbol{c}_{t-1}^0)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}+\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}h_{j,t}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t-\boldsymbol{d}_t^j\right|\\
& +\sum_{j\in\mathcal{E}^{WD}}h_{j,t-1}^{RO}\left|(\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}-\boldsymbol{d}_{t-1}^j\right|\le\boldsymbol{d}_t^0+\boldsymbol{d}_{t-1}^0
\end{aligned}
\tag{A51}
$$

因此，引入辅助变量 $\boldsymbol{u}_t^j$ 以消除(A51)中的绝对值函数，即：

$$
\begin{cases}
-\boldsymbol{u}_t^j\le(\boldsymbol{c}_t^j)^{\top}\boldsymbol{z}_t-\boldsymbol{d}_t^j\le\boldsymbol{u}_t^j,\\
-\boldsymbol{u}_{t-1}^j\le(\boldsymbol{c}_{t-1}^j)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}-\boldsymbol{d}_{t-1}^j\le\boldsymbol{u}_{t-1}^j,\\
(\boldsymbol{c}_t^0)^{\top}\boldsymbol{z}_t+(\boldsymbol{c}_{t-1}^0)^{\top}\boldsymbol{z}_{t-1}+\sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}h_{j,t}^{RO}\boldsymbol{u}_t^j\\
+\sum_{j\in\mathcal{I}^{WD}}h_{j,t-1}^{RO}\boldsymbol{u}_{t-1}^j\le\boldsymbol{d}_t^0+\boldsymbol{d}_{t-1}^0
\end{cases}
\tag{A52}
$$

式中：$\boldsymbol{u}_t$、$\boldsymbol{u}_{t-1}$ 为 t 时刻鲁棒约束中的辅助变量；$h_{j,t}^{RO}$ 定义为 $h_{j,t}^{RO}=\max\left\{\Delta\overline{p}_{j,t}^{WD},-\Delta\underline{p}_{j,t}^{WD}\right\}$。

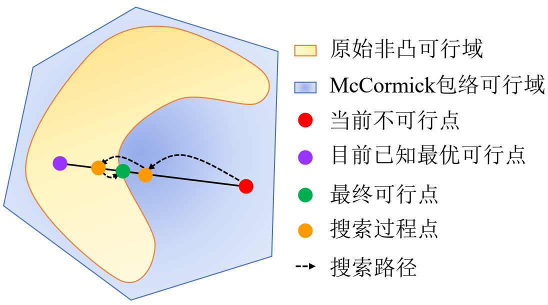

图 A1　二分搜索算法示意图

Fig. A1　Illustration of the binary search algorithm

表 A1　自适应 McCormick 算法伪代码

Table A1　Pseudo code of adaptive McCormick algorithm

输入: δ, κ, μ, $\underline{m}_{b,t}^{\mathrm{P}}$, $\underline{m}_{n,t}^{\mathrm{N}}$, $\overline{m}_{b,t}^{\mathrm{P}}$, $\overline{m}_{n,t}^{\mathrm{N}}$, $\underline{\tau}_{b,t,s}^{\mathrm{PS}}$, $\underline{\tau}_{b,t,s}^{\mathrm{PR}}$, $\underline{\tau}_{n,t}^{\mathrm{NS}}$, $\underline{\tau}_{n,t}^{\mathrm{NR}}$, $\overline{\tau}_{b,t,s}^{\mathrm{PS}}$, $\overline{\tau}_{b,t,s}^{\mathrm{PR}}$, $\overline{\tau}_{n,t}^{\mathrm{NS}}$, $\overline{\tau}_{n,t}^{\mathrm{NR}}$

初始化：$\overline{o_{\mathrm{bj}}}\leftarrow 10^{10}$，$\underline{o_{\mathrm{bj}}}\leftarrow 0$，$n\leftarrow 1$

　　定义：$m_{\mathrm{NP}}\triangleq[m_{b,t}^{\mathrm{P}},m_{n,t}^{\mathrm{N}}],\forall n,b,t$

　　定义：$\tau_{\mathrm{NP}}\triangleq[\tau_{b,t,s}^{\mathrm{PS}},\tau_{b,t,s}^{\mathrm{PR}},\tau_{n,t}^{\mathrm{NS}},\tau_{n,t}^{\mathrm{NR}}],\forall n,b,t,s$

while $(\overline{o_{\mathrm{bj}}}-\underline{o_{\mathrm{bj}}})/\overline{o_{\mathrm{bj}}}\ge\delta$ **do**

　　求解凸模型(40)—(42)，获得最优解 x_{N}^*，o_{bj}^*，令 $\underline{o_{\mathrm{bj}}}\leftarrow o_{\mathrm{bj}}^*$

　　固定 $m_{\mathrm{NP}}=m_{\mathrm{NP}}^*$，求解线性模型(35)—(38)

　　if 模型(35)—(38)可行

　　　　获得 x_{N}^*, o_{bj}^*，令 $\overline{o_{\mathrm{bj}}}=o_{\mathrm{bj}}^*$，$\tilde{x}_{\mathrm{N}}\leftarrow x_{\mathrm{N}}^*$

　　else

　　　　采取二分搜索算法，获得 x_N^*, o_{bj}^*，令 $\overline{o_{\mathrm{bj}}}\leftarrow o_{\mathrm{bj}}^*$，$\tilde{x}_{\mathrm{N}}\leftarrow x_{\mathrm{N}}^*$

　　end

　　$\underline{m}_{\mathrm{NP}}\leftarrow\max\left\{(1-\kappa)m_{\mathrm{NP}}^*,\underline{m}_{\mathrm{NP}}\right\}$

　　$\overline{m}_{\mathrm{NP}}\leftarrow\min\left\{(1+\kappa)m_{\mathrm{NP}}^*,\overline{m}_{\mathrm{NP}}\right\}$

　　$\underline{\tau}_{\mathrm{NP}}\leftarrow\max\left\{(1-\kappa)\tau_{\mathrm{NP}}^*,\underline{\tau}_{\mathrm{NP}}\right\}$

　　$\overline{\tau}_{\mathrm{NP}}\leftarrow\min\left\{(1+\kappa)\tau_{\mathrm{NP}}^*,\overline{\tau}_{\mathrm{NP}}\right\}$

　　$\kappa\leftarrow\kappa-\mu$

　　$n\leftarrow n+1$

end

输出：x_{N}^*，o_{bj}^*

表 A2　二分搜索算法伪代码

Tab.A2　The pseudo code of the binary search algorithm

输入：一组质量流量可行解 $\widetilde{m}_{NP}$，当前质量流量的非可行解 m_{NP}^*，收敛残差 $\varepsilon_1,\eta_{\max}=1$，$\eta_{\min}=0$

while $\eta_{\max}-\eta_{\min}\le\varepsilon_1$ **do**

　　$\eta_k\leftarrow 0.5(\eta_{\min}+\eta_{\max})$

　　固定 $m_{NP}=m_{NP}^*+\eta_k(\widetilde{m}_{NP}-m_{NP}^*)$，求解模型(35)

　　if 模型(35)可行

　　　　$\eta_{\min}\leftarrow\eta_k$

　　else.

　　　　$\eta_{\max}\leftarrow\eta_k$

　　end

end

令 $m_{NP}=m_{NP}^*+\eta_{\max}(\widetilde{m}_{NP}-m_{NP}^*)$，求解模型(35)，获得 x_N^*，obj^*

输出：x_N^*, obj^*

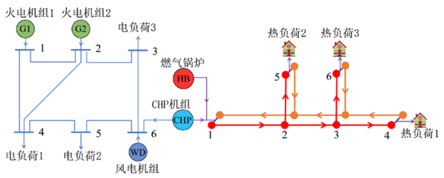

图 A2　算例系统结构图

Fig. A2　Example system structure diagram