

AMCL 算法框架与实现

1. 贝叶斯滤波算法

1.1. 参数说明

状态，状态是会对未来产生影响所有的机器人因素和环境因素，对于机器人定位来说，状态变量为机器人位姿 (pose)，包含机器人相对全局坐标系的位置和方向，时间 t 的状态表示为 \mathbf{x}_t 。

环境测量数据，环境测量数据提供了环境的暂态信息，测量数据的例子包括摄像机的图像、测距扫描等，在时间 t 的测量数据表示为 \mathbf{z}_t 。

控制数据，控制数据携带环境中关于状态改变的信息，在移动机器人中，控制数据的典型例子就是机器人的速度。控制数据的另外一个例子就是里程计，里程计是测量机器人轮子运动的传感器，虽然里程计是测量传感器，但是仍把里程计视为控制数据，因为它传达了状态变化的信息。控制数据用 \mathbf{u}_t 表示。

状态转移模型（状态转移概率）

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{0:t-1}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$$

这里我们假设状态 \mathbf{x}_t 为完整性的，即如果知道了 \mathbf{x}_{t-1} ，那过去的测量 $\mathbf{z}_{1:t-1}$ 和控制 $\mathbf{u}_{1:t-1}$ 不会传递状态 \mathbf{x}_t 的信息。

测量模型（测量概率）

$$p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_{0:t}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) = p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t)$$

这里易知，时间 t 的测量 \mathbf{z}_t 只由 \mathbf{x}_t 提供信息，过去的测量 $\mathbf{z}_{1:t-1}$ 和控制 $\mathbf{u}_{1:t}$ 都不提供信息，即 \mathbf{z}_t 只与 \mathbf{x}_t 有关。

置信度，置信度反映了机器人有关环境状态的内部信息，对于机器人定位，置信度 $\text{bel}(\mathbf{x}_t)$ 表示为 $\text{bel}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$ ，表明了状态 \mathbf{x}_t 的可信度。

1.2. 贝叶斯滤波算法框架

计算置信度 $\text{bel}(\mathbf{x}_t)$ 的过程分为**预测**和**修正**两步

预测的过程是指基于以前状态 t 的后验，综合时间 t 之前的测量，预测时刻 t 的状态 \mathbf{x}_t ，即计算 $\overline{\text{bel}}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$

修正的过程称为测量更新的过程，即通过 $\overline{\text{bel}}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$ 来计算 $\text{bel}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$

1.3. 贝叶斯滤波算法数学推导

假设时刻 t_0 的置信度 $\text{bel}(\mathbf{x}_0)$ 正确初始化。

预测过程：

$$\begin{aligned}
\overline{\text{bel}}(\mathbf{x}_t) &= p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) \\
&= \int p(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_{t-1}) \\
&= \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_{t-1}) \\
&= \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1}) d(\mathbf{x}_{t-1}) \\
&= \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \text{bel}(\mathbf{x}_{t-1}) d(\mathbf{x}_{t-1})
\end{aligned}$$

上式的第二步到第三步是利用贝叶斯公式，第三步到第四步是利用状态 \mathbf{x}_t 为完整性的假设

修正过程：

$$\begin{aligned}
\text{bel}(\mathbf{x}_t) &= p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) \\
&= \frac{p(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}{p(\mathbf{z}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})} = \frac{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})} \\
&= \frac{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}
\end{aligned}$$

又因为 $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) = \int p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_t)$ ，上式为

$$\text{bel}(\mathbf{x}_t) = \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$$

η 表示对 $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})$ 的归一化。

由测量模型可知 $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) = p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t)$ ，最终，修正过程为

$$\text{bel}(\mathbf{x}_t) = \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) \overline{\text{bel}}(\mathbf{x}_t)$$

其中 $\eta = \int p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_t)$ ，表示归一化。

因此贝叶斯滤波算法的递推公式为

$$\text{预测过程: } \overline{\text{bel}}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) = \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \text{bel}(\mathbf{x}_{t-1}) d(\mathbf{x}_{t-1})$$

$$\text{更新过程: } \text{bel}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) = \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) \overline{\text{bel}}(\mathbf{x}_t)$$

该算法的具体实现需要三个概率分布，初始置信度分布 $\text{bel}(\mathbf{x}_0) = p(\mathbf{x}_0)$ ，测量概率 $p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t)$ ，状态转移概率 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$ 。

2. 粒子滤波算法

粒子滤波是贝叶斯滤波的一种非参数实现，其主要思想是用一系列从后验得到的随机状态采样表示后验 $\text{bel}(\mathbf{x}_t)$ 。在粒子滤波中，后验分布的样本叫作粒子，有

$$\boldsymbol{\chi}_t := \mathbf{x}_t^{[1]}, \mathbf{x}_t^{[2]}, \dots, \mathbf{x}_t^{[M]}$$

每个粒子 $\mathbf{x}_t^{[m]} (1 \leq m \leq M)$ 是状态在时刻 t 的一种具体实例，这里的 M 代表粒子集 $\boldsymbol{\chi}_t$ 的粒子数量。粒子滤波的直观感觉就是用一系列粒子 $\boldsymbol{\chi}_t$ 来近似置信度 $\text{bel}(\mathbf{x}_t)$ ，在理想情况下（即粒子数量足够大），粒子集 $\boldsymbol{\chi}_t$ 中状态假设 \mathbf{x}_t 的可能性与贝叶斯滤波的后验 $\text{bel}(\mathbf{x}_t)$ 成正比比例：

$$\mathbf{x}_t^{[m]} \sim \text{bel}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$$

2.1. 粒子滤波算法框架

与贝叶斯滤波一样，粒子滤波算法有上一个时间步长的置信度 $\text{bel}(\mathbf{x}_{t-1})$ 递归构建置信度 $\text{bel}(\mathbf{x}_t)$ ，因为置信度有粒子集表示，所以粒子滤波由粒子集 χ_{t-1} 递归构建粒子集 χ_t ，粒子滤波算法输入是粒子集 χ_{t-1} 和控制 \mathbf{u}_t 及测量 \mathbf{z}_t 。算法通过处理粒子集 χ_{t-1} 中的每个粒子 $\mathbf{x}_i^{[m]}$ 构造出一个暂时的粒子集 $\bar{\chi}_t$ ，随后，通过重采样将粒子集 $\bar{\chi}_t$ 转换为粒子集 χ_t 。

详细说明有三部

$$1、\text{采样: } \mathbf{x}_t^{[m]} \sim p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}^{[m]}, \mathbf{u}_t)$$

从状态转移分布 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$ 中采样，经过步迭代后得到的粒子集就是 $\bar{\text{bel}}(\mathbf{x}_t)$ 的滤波表示

$$2、\text{计算粒子权重: } w_t^{[m]} \sim p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t^{[m]})$$

将 $w_t^{[m]}$ 表示为粒子 $\mathbf{x}_t^{[m]}$ 的权值，加权后的粒子集 $\bar{\chi}_t$ 近似表示贝叶斯滤波的后验 $\text{bel}(\mathbf{x}_t)$ 。

$$3、\text{重采样: } \chi_t \sim \bar{\chi}_t$$

重采样在 M 个粒子中的粒子集 $\bar{\chi}_t$ 中抽取 M 个粒子，重新组成粒子集 χ_t ，抽取每个粒子的概率根据其权值决定，权值大的粒子抽取的概率大，权值小的粒子抽取概率小。

2.2. 粒子滤波的数学推导

粒子滤波的思想是用粒子群 χ_t 来近似置信度 $\text{bel}(\mathbf{x}_t) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$ ，求解置信度的期望就能够得到状态 \mathbf{x}_t 的估计。但置信度的分布并不知道，不能够直接去采样，需要引用重要性采样来解决这个问题。

我们无法从目标分布 $p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$ 中采样，就从一个已知的建议分布 $q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$ 中去采样，目标分布的期望问题就变成

$$\begin{aligned} E[f(\mathbf{x}_t)] &= \int f(\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_{0:t}) \\ &= \int f(\mathbf{x}_t) \frac{p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})} q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_{0:t}) \\ &= \int f(\mathbf{x}_t) \frac{p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})} q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_{0:t}) \\ &= \int f(\mathbf{x}_t) w_t q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) d(\mathbf{x}_{0:t}) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } w_t = \frac{p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})}$$

考虑到状态 \mathbf{x}_t 有马尔可夫性，有

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) &= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_{0:t}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) \\
&= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) \\
&= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{0:t-1}, \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_{0:t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) \\
&= \eta p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_{0:t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})
\end{aligned}$$

上式中，第一行和第三行有贝叶斯公式得到，第二行和第四行有马尔可夫性得到
另一方面

$$\begin{aligned}
q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) &= q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{0:t-1}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) q(\mathbf{x}_{0:t-1} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) \\
&= q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{0:t-1}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) q(\mathbf{x}_{0:t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1}) \\
&= q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) q(\mathbf{x}_{0:t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1})
\end{aligned}$$

上式中，第一步到第二步是因为从 $\mathbf{z}_{1:t}$, $\mathbf{u}_{1:t}$ 中推测 $\mathbf{x}_{0:t-1}$ 的可信度和从 $\mathbf{z}_{1:t-1}$, $\mathbf{u}_{1:t-1}$ 中推测 $\mathbf{x}_{0:t-1}$ 的可信度是一样的，第二步到第三步中，我们假设建议分布 $q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})$ 具有马尔可夫性，

所以

$$\begin{aligned}
w_t &= \frac{p(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_{0:t} | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})} \\
&\propto \frac{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{1:t}) p(\mathbf{x}_{0:t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) q(\mathbf{x}_{0:t-1} | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{1:t-1})} \\
&= w_{t-1} \frac{p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_{1:t})}{q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t})}
\end{aligned}$$

通常，为了方便处理，有

$$q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{1:t}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$$

所以

$$w_t \propto w_{t-1} p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t)$$

以上就是序贯重要性采样（Sequential importance sampling, SIS）粒子滤波。

SIS 粒子滤波有两步：

采样： $\mathbf{x}_t^{[m]} \sim p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}^{[m]}, \mathbf{u}_t)$

根据 $w_t^{[m]} \propto w_{t-1}^{[m]} p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t^{[m]})$ 递推计算各个粒子的权重，最后将粒子的权重求和，作归一化处理。

然而在实际过程中，会出现粒子权重退化的问题，因此有了重采样。

重采样的思路是在保证粒子数目不变的情况下，舍弃权重小的粒子，复制权重大的粒子，而复制粒子的过程是根据粒子权重的比例去分配。

以一个简单的例子说明

假设有 3 个粒子，在第 k 时刻的时候，他们的权重分别是 0.1, 0.1, 0.8，然后计算他们的

概率累计和得到：[0.1, 0.2, 1]。接着，我们用服从[0,1]之间的均匀分布随机采样 3 个值，假设为 0.15, 0.38 和 0.54。也就是说，第二个粒子复制一次，第三个粒子复制两次。

通过重采样的过程我们可以知道，重采样后的粒子权重都为 $1/M$ ，所以粒子权重的递推公式可以简化为 $w_t^{[m]} \propto p(z_t | x_t^{[m]})$

2.3. 粒子滤波在 MCL 的运用

在 MCL 中，粒子滤波的步骤如下

1、状态的初始化：在已知机器人位姿的情况下，位姿初始化为高斯分布；在未知机器人位姿的情况下，需要全局定位，位姿初始化为在地图上初始化为均匀分布。

2、采样粒子： $x_t^{[m]} \sim p(x_t | x_{t-1}^{[m]}, u_t)$

3、计算权重： $w_t^{[m]} = p(z_t | x_t^{[m]})$ ，计算权重和，对每个粒子归一化处理

4、状态估计： $\bar{x}_t = \sum_{m=1}^M \tilde{w}_t^{[m]} x_t^{[m]}$ ， $\tilde{w}_t^{[m]}$ 表示粒子归一化

5、重采样

在概率机器人中， $p(x_t | x_{t-1}, u_t)$ 表示机器人的运动模型， $p(z_t | x_t)$ 表示激光雷达的测量模型

3. 运动模型

运动模型由状态转换概率 $p(x_t | x_{t-1}, u_t)$ 构成，通常有速度模型和里程计模型两种运动模型，速度模型假定运动数据为机器人电动机的速度指令；里程计模型假设机器人具有测距信息。

里程计模型往往比速度模型更精确，但是里程计信息仅在执行完运动控制后才获得，因此里程计模型通常用于估计，速度模型用于概率运动规划。

里程计模型的采样算法（《概率机器人》5.4）

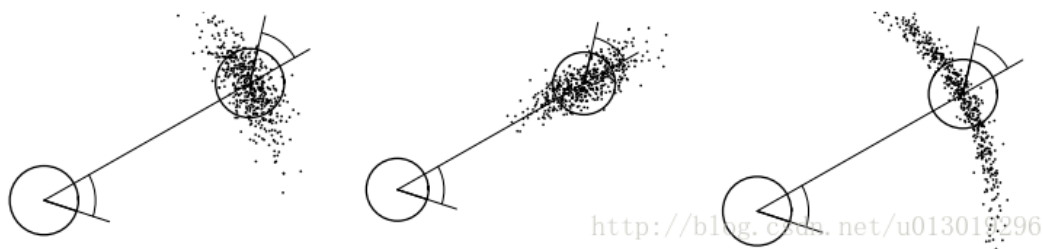
```

1:  Algorithm sample_motion_model_odometry( $u_t, x_{t-1}$ ):
2:       $\delta_{\text{rot1}} = \text{atan2}(\bar{y}' - \bar{y}, \bar{x}' - \bar{x}) - \bar{\theta}$ 
3:       $\delta_{\text{trans}} = \sqrt{(\bar{x} - \bar{x}')^2 + (\bar{y} - \bar{y}')^2}$ 
4:       $\delta_{\text{rot2}} = \bar{\theta}' - \bar{\theta} - \delta_{\text{rot1}}$ 
5:       $\hat{\delta}_{\text{rot1}} = \delta_{\text{rot1}} - \text{sample}(\alpha_1 \delta_{\text{rot1}}^2 + \alpha_2 \delta_{\text{trans}}^2)$ 
6:       $\hat{\delta}_{\text{trans}} = \delta_{\text{trans}} - \text{sample}(\alpha_3 \delta_{\text{trans}}^2 + \alpha_4 \delta_{\text{rot1}}^2 + \alpha_4 \delta_{\text{rot2}}^2)$ 
7:       $\hat{\delta}_{\text{rot2}} = \delta_{\text{rot2}} - \text{sample}(\alpha_1 \delta_{\text{rot2}}^2 + \alpha_2 \delta_{\text{trans}}^2)$ 
8:       $x' = x + \hat{\delta}_{\text{trans}} \cos(\theta + \hat{\delta}_{\text{rot1}})$ 
9:       $y' = y + \hat{\delta}_{\text{trans}} \sin(\theta + \hat{\delta}_{\text{rot1}})$ 
10:      $\theta' = \theta + \hat{\delta}_{\text{rot1}} + \hat{\delta}_{\text{rot2}}$ 
11:     return  $x_t = (x', y', \theta')^T$ 

```

这里的 $\text{sample}(x)$ 表示均值为 0，方差为 x 的高斯分布采样。

根据给定的运动模型采样算法,, 对于不同的误差参数也会有不同的概率分布



一个模型的采样参数是中等的, 可以说是正常的, 第二个和第三个特别是比较大的平移和旋转的误差所造成的。

4. 测量模型

对于 AMCL, 测量模型采用测距仪的波束模型 (《概率机器人》6.3), 原书的测量模型采用四类测量误差, 而 AMCL 只采用两类测量误差: 局部测量和随机测量。局部测量噪声是一个有一个窄的均值 z_t^{k*} 、标准偏差 σ_{hit} 为的高斯建模, 用 p_{hit} 表示。

$$p_{\text{hit}}(z_t^k | x_t, m) = \begin{cases} \eta \mathbb{N}(z_t^k; z_t^{k*}, \sigma_{\text{hit}}^2) & 0 \leq z_t^k \leq z_{\text{max}} \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

式中, 距离 z_t^{k*} 表示测量 z_t^k 的真实距离, $\mathbb{N}(z_t^k; z_t^{k*}, \sigma_{\text{hit}}^2)$ 表示具有均值为 z_t^{k*} , 标准偏差 σ_{hit} 的正态分布, $\eta = \left(\int_0^{z_{\text{max}}} \mathbb{N}(z_t^k; z_t^{k*}, \sigma_{\text{hit}}^2) dz_t^k \right)^{-1}$ 为归一化因子。

随机测量为 $[0; z_{\text{max}}]$ 的均匀分布

$$p_{\text{rand}}(z_t^k | x_t, m) = \begin{cases} \frac{1}{z_{\text{max}}} & 0 \leq z_t^k \leq z_{\text{max}} \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

5. AMCL 算法

5.1. AMCL 与 MCL 算法的比较

Algorithm MCL($\mathcal{X}_{t-1}, u_t, z_t, m$):

```

 $\tilde{\mathcal{X}}_t = \mathcal{X}_t = \emptyset$ 
for  $m = 1$  to  $M$  do
     $x_t^{[m]} = \text{sample\_motion\_model}(u_t, x_{t-1}^{[m]})$ 
     $w_t^{[m]} = \text{measurement\_model}(z_t, x_t^{[m]})$ 
     $\tilde{\mathcal{X}}_t = \tilde{\mathcal{X}}_t + \langle x_t^{[m]}, w_t^{[m]} \rangle$ 
endfor
for  $m = 1$  to  $M$  do
    draw  $i$  with probability  $\propto w_t^{[i]}$ 
    add  $x_t^{[i]}$  to  $\mathcal{X}_t$ 
endfor
return  $\mathcal{X}_t$ 

```

Algorithm Augmented_MCL($\mathcal{X}_{t-1}, u_t, z_t, m$):

```

static  $w_{slow}, w_{fast}$ 
 $\mathcal{X}_t = \mathcal{X}_{t-1} = \emptyset$ 
for  $m = 1$  to  $M$  do
     $x_t^{[m]} = \text{sample\_motion\_model}(u_t, x_{t-1}^{[m]})$ 
     $w_t^{[m]} = \text{measurement\_model}(z_t, x_t^{[m]}, m)$ 
     $\tilde{\mathcal{X}}_t = \tilde{\mathcal{X}}_t + \langle x_t^{[m]}, w_t^{[m]} \rangle$ 
     $w_{avg} = w_{avg} + \frac{1}{M} w_t^{[m]}$ 
endfor
 $w_{slow} = w_{slow} + \alpha_{slow}(w_{avg} - w_{slow})$ 
 $w_{fast} = w_{fast} + \alpha_{fast}(w_{avg} - w_{fast})$ 
for  $m = 1$  to  $M$  do
    with probability  $\max(0.0, 1.0 - w_{fast}/w_{slow})$  do
        add random pose to  $\mathcal{X}_t$ 
    else
        draw  $i \in \{1, \dots, N\}$  with probability  $\propto w_t^{[i]}$ 
        add  $x_t^{[i]}$  to  $\mathcal{X}_t$ 
    endwith
endfor
return  $\mathcal{X}_t$ 

```

如上图，AMCL 在右；MCL 在左。

MCL 算法在前面已经提到，与 MCL 相比，AMCL 能够解决失效恢复的问题，即当机器人全局定位失效时能够从失效中恢复出来。而解决这个问题的方法就是在增加粒子，在增加粒子的过程又会遇到两个问题：第一，应该增加多少粒子；第二，从哪些分布中产生粒子。

AMCL 通过对平均测量概率的监控来实现解决失效定位的问题，增加两个参数 w_{fast} 和 w_{slow} 。

$$w_{fast} = w_{fast} + \alpha_{fast} (w_{avg} - w_{fast})$$

$$w_{slow} = w_{slow} + \alpha_{slow} (w_{avg} - w_{slow})$$

其中 $0 \leq \alpha_{fast} \ll \alpha_{slow}$ ， $w_{avg} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M w_t^{[m]}$

w_{fast} 表示用来跟踪权重短期均值， w_{slow} 表示用来跟踪权重长期均值。当短期均值 w_{fast} 大于长期均值 w_{slow} ，重采样以原来方式进行；当短期均值 w_{fast} 小于长期均值 w_{slow} ，重采样过程中按照两者之间的比例增加随机采样。

5.2. AMCL 算法的实现

AMCL 算法的实现来源于 <https://github.com/ros-planning/navigation/tree/kinetic-devel/amcl>

在该源码中，AMCL 通过调用 AmclNode 类中的 laserReceived 函数实现，AmclNode() 主要流程如下



在 laserReceived 函数中, 实现了 AMCL 算法的过程, 具体步骤如下:



AMCL 中思维导图笔记说明

amcl_node.cpp文件说明	2018/7/1 23:14	XMind Workbook	1,787 KB
main流程	2018/8/8 12:12	XMind Workbook	242 KB
pf_kdtree文件函数说明	2018/8/4 20:43	XMind Workbook	1,301 KB
pf_pdf文件函数说明	2018/8/4 21:39	XMind Workbook	135 KB
pf文件函数说明	2018/8/7 22:15	XMind Workbook	3,218 KB
pf中结构体变量说明	2018/8/8 12:16	XMind Workbook	777 KB
传感器类解析	2018/7/17 23:06	XMind Workbook	832 KB
默认构造函数AmclNode() 解析	2018/8/8 12:11	XMind Workbook	800 KB

amcl_node.cpp 文件说明: 记录 amcl_node.cpp 的实现, 主要是 AmclNode 类中的成员变量以及默认构造函数 AmclNode()。

main 流程: 记录 AMCL 在 ROS 中的启动流程, 函数入口在默认构造函数 AmclNode()中。(重要!!)

pf_kdtree 文件函数说明: 记录 pf_kdtree.c 的实现, 主要是 kdtree 的初始化、结点插入、kdtree 中的叶子结点的聚类

pf_pdf 文件函数说明: 记录 pf_pdf.c 的实现, 主要是从分布函数中采样

pf 文件函数说明: 记录 pf.c 的实现, 主要是粒子滤波器的初始化、运动模型、激光雷达的测量模型、重采样、计算粒子簇的簇统计信息 (重要!!)

pf 中结构体变量说明: 记录各个结构体的联系 (重要!!)

传感器类解析: 记录里程计和激光雷达两种传感器的模型初始化和更新。

5.3. AMCL 算法的结果

真实坐标 (cm, cm)	定位坐标 (cm, cm)	误差 (cm, cm)
(73, 00)	(26.5, -0.96)	(46.5, 0.96)
(30, 25)	(18.6, -35.5)	(11.4, 60.5)
(87, 22)	(93.3, 87.5)	(-6.3, -65.5)

