2017《高等数学 I》上期终试卷答案

一、1.　（1,2）∪（2,3]；　　2.　$\dfrac{e^{4x^2}8xdx}{\sqrt{1-e^{8x^2}}}$　；　3.　0　；

4. $\dfrac{sinx^4}{x^4}4x^3-\dfrac{sinx^2}{x^2}2x$　；　5.　$\dfrac{1}{e}$　.

二、1. A；　2. B；　3. D；　4. D；　5. B .

三、1.　原式 $=\lim_{x\to 0}\dfrac{5x}{x(\sqrt{1+3x}+\sqrt{1-2x})}$

$= 5/2$.

2.　原式 $=\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$

$=\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{2x}=\dfrac{1}{2}$.

3. $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\cos\sqrt{2+\frac{1}{x}}}(-\sin\sqrt{2+\frac{1}{x}})\dfrac{(-\frac{1}{x^2})}{2\sqrt{2+\frac{1}{x}}}$

$=\dfrac{\frac{1}{x^2}}{2\sqrt{2+\frac{1}{x}}}\tan\sqrt{2+\frac{1}{x}}$.

四、

1. 原式 = $\int \frac{e^x}{(1+e^x)e^x}$dx

= $\int \frac{du}{u(u+1)}$

=$\int(\frac{1}{u}-\frac{1}{1+u})du$

= ln|u|-ln|1+u|+ C

= ln|e^x|- ln|1+e^x| $+ C$

= x – ln(1+e^x) + C. 这里 u=e^x.

2.作变换 u= tan x, du=sec^2x dx,

原式 = $\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} |\ln u| du$

=$\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1}$ （$-\ln u$） $du + \int_1^{\sqrt{3}} \ln u \, du$

= $-$(uln u- u)$_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1}$ + (ulnu- u)$_1^{\sqrt{3}}$

=2$-\frac{4}{3}\sqrt{3}$+$\frac{\sqrt{3}}{3}$ln3 .

3.两边对 x 求导得

cos y-xsiny (y')=cos(x+y)(1+y')

解得y'=$\frac{\cos y-\cos(x+y)}{\cos(x+y)+xsin\, y}$.

再对 x 求导一次得

$$y''=\frac{(-\sin y y'+\sin(x+y)(1+y'))(\cos(x+y)+xSin\, y)}{[\cos(x+y)+xsiny]^2}$$

$$-\frac{(cos\, y-cos(x+y))(-\sin(x+y)\left(1+y'\right)+siny+xcos\ \ yy')}{[\cos(x+y)+xsiny]^2}$$

五、

1. 令$x^2-3x+2=0$

得 x=1,x=2 为两个 f(x)的不可导的点，

令$(x^2-3x+2)'=0$

得 2x-3=0

得驻点 x=$\frac{3}{2}$,

计算 f(1)=f(2)=0, f(0)=2, f(4)=6, f($\frac{3}{2}$)=$\frac{1}{4}$

故 f(x)在[0,4]上的最大值为 f(4)=6,最小值为 f(1)=f(2)=0

2.对等式两边对 x 求导得

f(x^2(x+1))[2x(x+1)+x^2]=2x+3,

令 x=1 得 f（2）5=5，

故 f(2)=1.

六、证明：(1) g'(x)=f(x)+$\frac{1}{f(x)}$

=$(\sqrt{f(x)})^2$+$(\frac{1}{\sqrt{f(x)}})^2$

$\geq 2\sqrt{f(x)}\ \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ = 2>0.

(2)g(a)=$\int_b^a \frac{1}{f(x)}$dx<0

g(b)=$\int_a^b f(x)dx>0$,

g(x)在[a,b]上连续，由零值定理,

g(x)=0 在（a,b）上至少有一个根，

又 g(x)在[a,b]上单增，故根唯一。