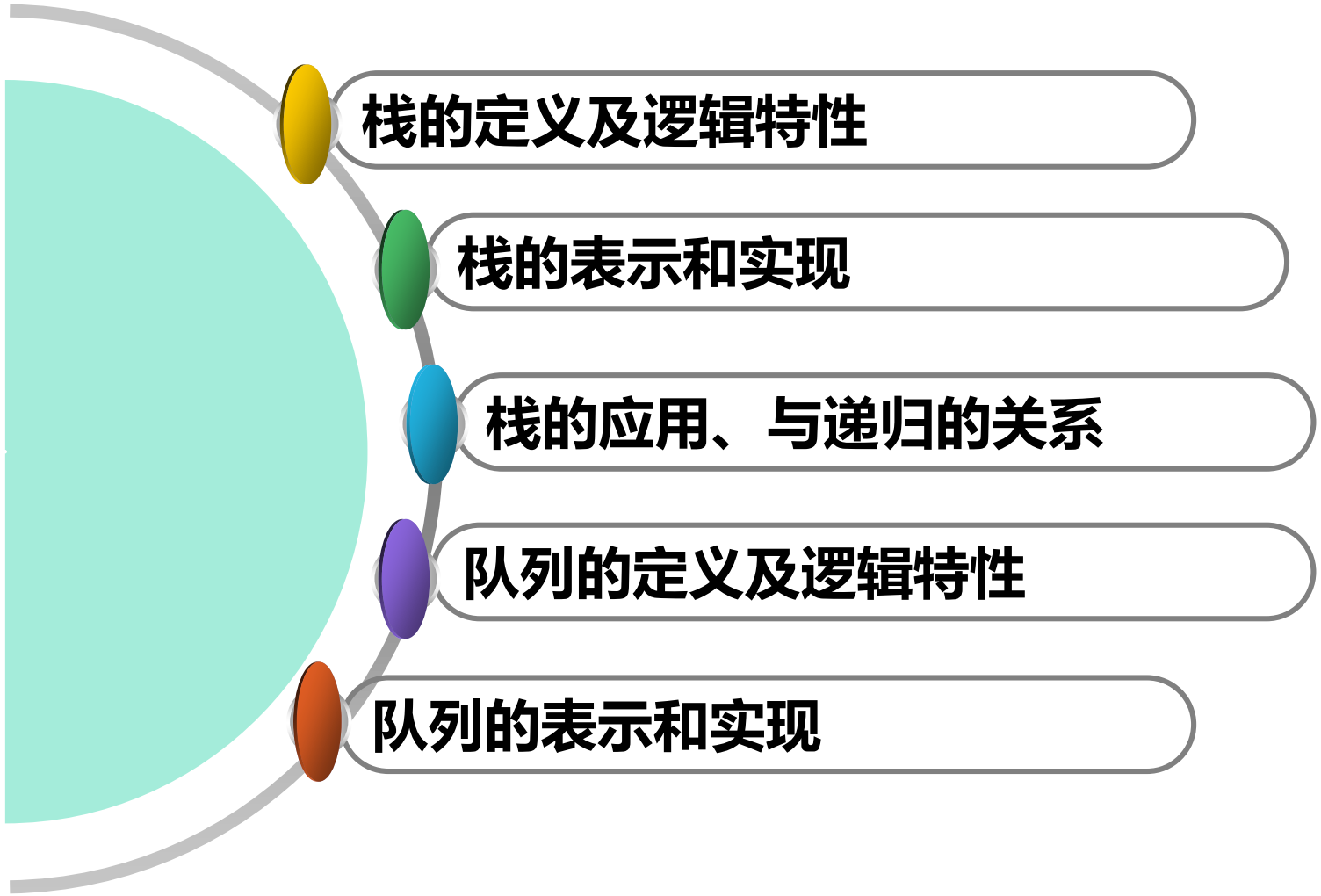
# DS—第三章

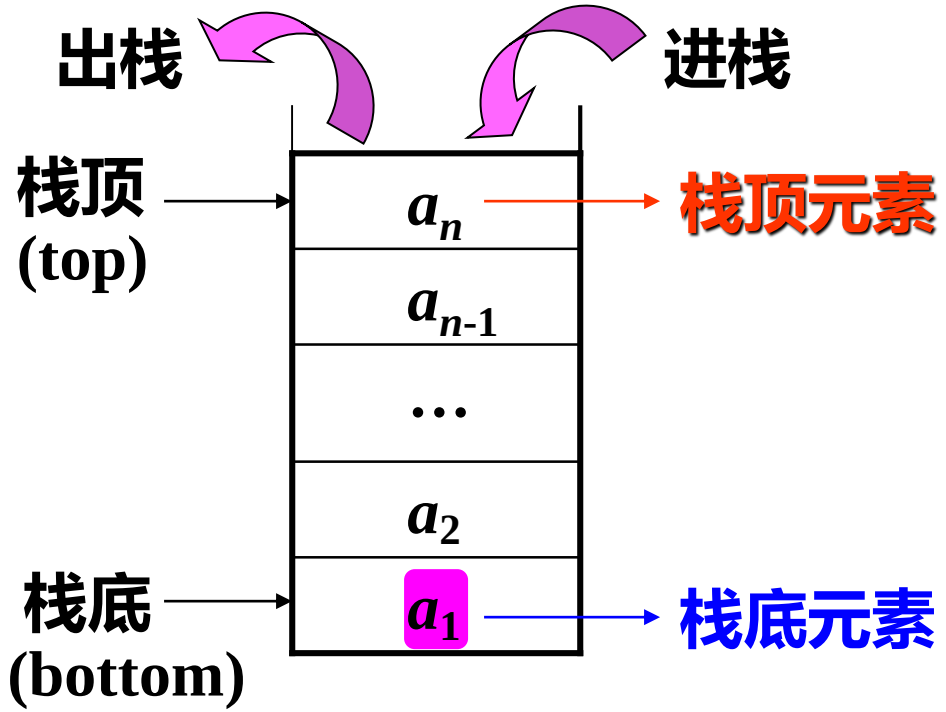
# 栈和队列-- *Stacks & Queues*


栈的定义及逻辑特性
栈的表示和实现
栈的应用、与递归的关系
队列的定义及逻辑特性
队列的表示和实现


栈的定义及其ADT定义
栈的表示和实现
栈的应用、与递归的关系
队列的定义及其ADT定义
队列的表示和实现

## 栈的定义

**栈：** 线性表 { 限定仅在表尾进行插入或删除操作。
后进先出 (LIFO结构)。



## 练习:栈的逻辑特性

【例1】、设输入序列1、2、3、4，则下述序列中（ ）不可能是出栈序列。【中科院中国科技大学2005】

A. 1、2、3、4　　B. 4、 3、2、1

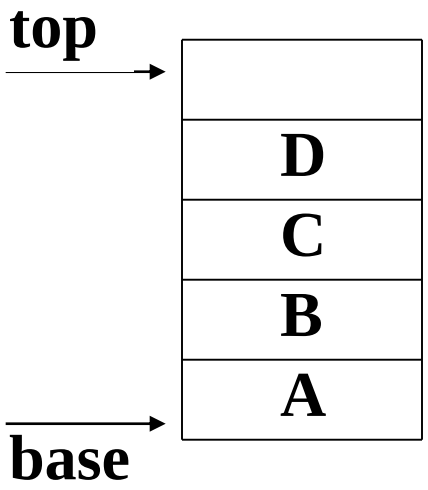
C. 1、3、4、2　　D. 4、1、2、3

答案：D.

- 栈的定义及其ADT定义
- 栈的表示和实现
- 栈的应用、与递归的关系
- 队列的定义及其ADT定义
- 队列的表示和实现

- 顺序栈

**顺序栈：利用一组地址连续的存储单元依次存放自栈底到栈顶的数据元素，同时附设指针 top 指示栈顶元素在顺序栈中的位置。**




**栈满**

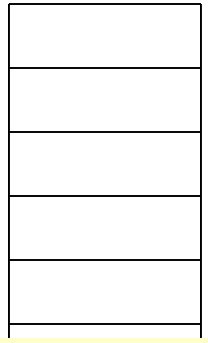
**若再进行元素“出栈”操作，将产生“下溢”。**

```
#define STACK_INIT_SIZE 100    // 栈存储空间的初始分配量

#define STACKINCREMENT 10    // 栈存储空间的分配增量

typedef struct {

    SelemType *base; // 栈底指针，它始终指向栈底的位置。

    SelemType *top;  // 栈顶指针。

    int stacksize;  // 当前分配的栈可使用的最大存储容量。

} Sqstack;
```

注：base 的值为 NULL，表明栈结构不存在。

书上基本操作的实现

- 栈的基本操作在顺序栈中的实现



```
#define maxs 9;
main()
{ int stack[maxs];
  int top=0;
```

InitStack

```
Status GetTop (SqStack S, SElemType &e) {
   if (S.top == S.base) return ERROR;
```

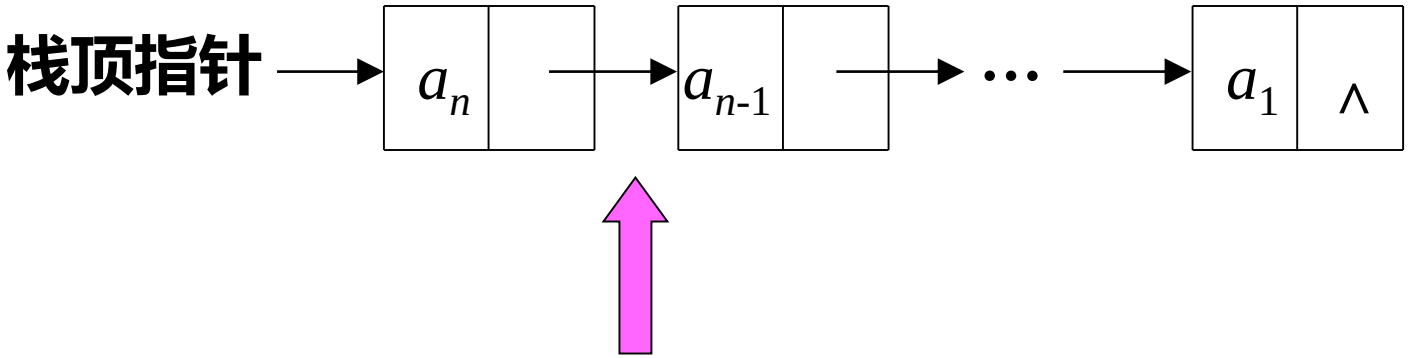
```
Status Pop (SqStack &S, SElemType &e) {
   if (S.top == S.base) return ERROR;
   e = * -- S.top;
   return OK;
} // Pop
```

T_SIZE * sizeof(SElemtype));

(S.stacksize + STACKINCREMENT) * sizeof(SElemtype));

```
   if (!S.base) exit (OVERFLOW);
   S.top = S.base + S.stacksize;
   S.stacksize += STACKINCREMENT; }
  * S.top ++ = e;        return OK;
} // Push
```

# 链栈




注意：链栈中指针的方向


栈的定义及其ADT定义
栈的表示和实现
栈的应用、与递归的关系
队列的定义及其ADT定义
队列的表示和实现

### 3.2.1 数制转换

十进制数 $N$ 和其他 $d$ 进制数 $M$ 的转换是计算机实现计算的基本问题，其解决方法很多，其中一个简单算法是逐次除以基数 $d$ 取余法，它基于下列原理：

$$N = (N \text{ div } d)*d + N \bmod d$$

具体作法为：首先用 $N$ 除以 $d$，得到的余数是 $d$ 进制数 $M$ 的最低位 $M_0$，接着以前一步得到的商作为被除数，再除以 $d$，得到的余数是 $d$ 进制数 $M$ 的次最低位 $M_1$，依次类推，直到商为 0 时得到的余数是 $M$ 的最高位 $M_s$（假定 $M$ 共有 $s+1$ 位）。

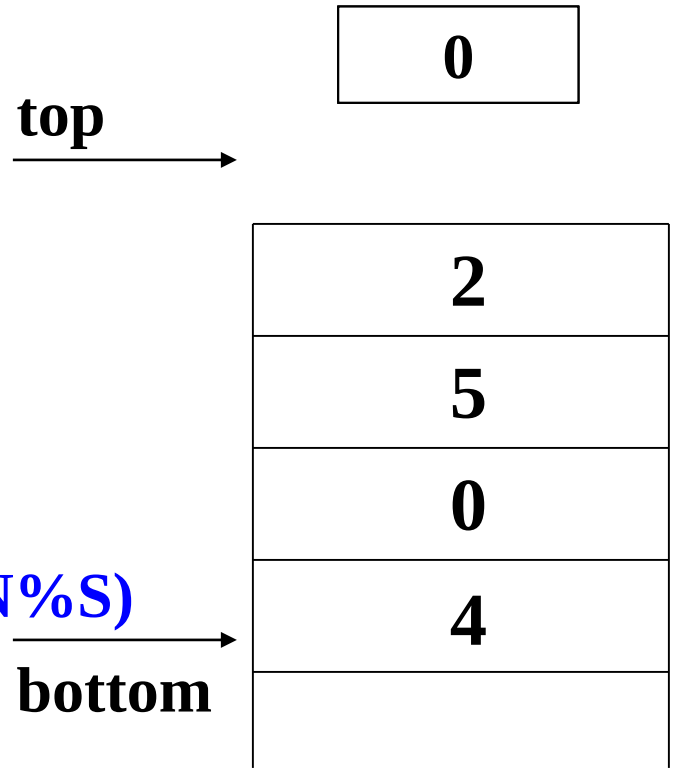
例： $(1348)_{10}=(2504)_{8}$，其运算过程如下：

| | $N$ | $N$ div 8 | $N$ mod 8 | |
|---|---|---|---|---|
| 计算顺序 ↓ | 1348 | 168 | 4 | ↑ 输出顺序 |
| | 168 | 21 | 0 | |
| | 21 | 2 | 5 | |
| | 2 | 0 | 2 | |

```
void conversion ()
{
   int stack[4];
   int top=0;
   int N;
   scanf("%d", N);
   while (N) {
      stack[top]=N%8;
      top++;
      N=N/8;
   }
   for(top=top-1; top>=0; top--)
       printf("%d",stack[top]);
}
```

InitStack(S)

Push(S, N%S)



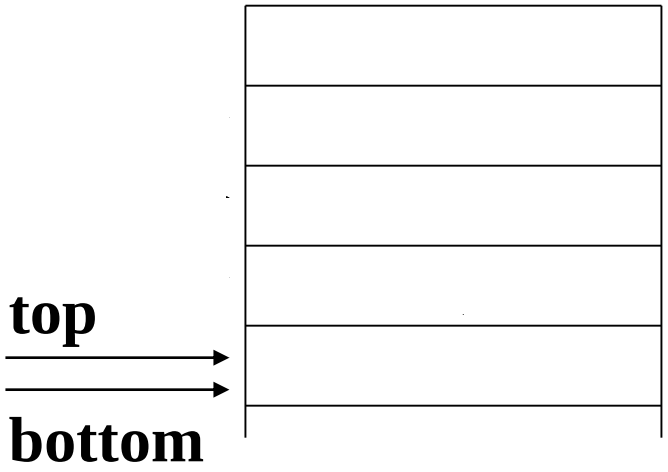

```
While (!Stackempty(S)) {
    Pop(S, e);
    printf("%d", e);
}
```

## 3.2.2 括号匹配的检验

假设表达式中允许括号嵌套，则检验括号是否匹配的方法可用“期待的急迫程度”这个概念来描述。

例：[ ( [ ] [ ] ) ]

1 2 3 4 5 6 7 8




可能出现的不匹配的情况：

盼来的右括号不是所“期待”的；

到来的是“不速之客”（右括号多）；

到结束也未盼来所“期待”的括号（左括号多）。

算法的设计思想：

1）凡出现左括号，则进栈；

2）凡出现右括号，首先检查栈是否空。

若栈空，则表明该“右括号”多余；

否则和栈顶元素比较，

若相匹配，则“左括号出栈”，

否则表明不匹配。

3）表达式检验结束时，

若栈空，则表明表达式中匹配正确，

否则表明“左括号”有多余的。

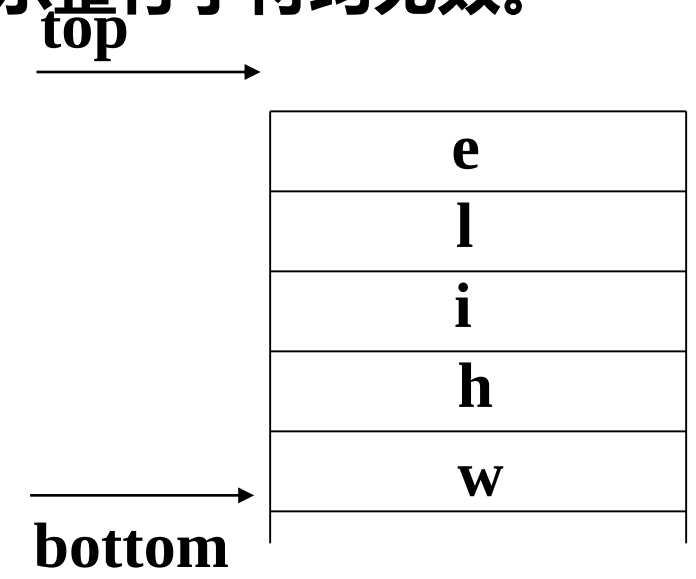
### 3.2.3 行编辑程序

**功能：** 接受用户从终端输入的数据并存入用户的数据区。

**做法：**
- 接受一个字符即存入数据区。（差！难纠错。）
- 设一个输入缓冲区，接受完一行字符后再存入用户的数据区。（好！可及时纠错。）

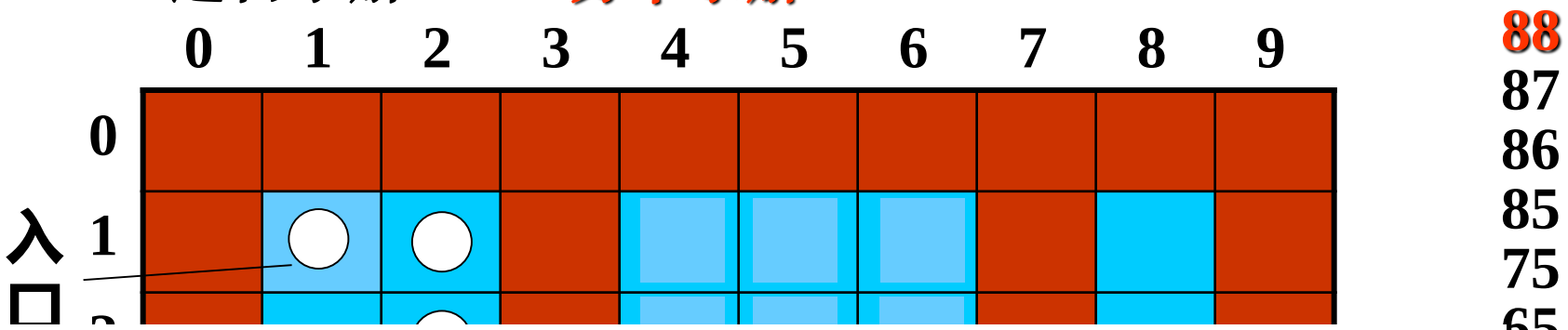
**纠错办法：**
- # 退格符，表示前一个字符无效。
- @ 退行符，表示整行字符均无效。

例：接受的字符为：
whli##ile
outch@putch
实际有效的为：
while
putch



```
void LineEdit( ) {
  InitStack(S);
  ch=getchar();
  while (ch != EOF) { //EOF为全文结束符
    while (ch != EOF && ch != '\n') {
      switch (ch) {
        case '#' : Pop(S, c); break;
        case '@': ClearStack(S); break;  // 重置S为空栈
        default : Push(S, ch);  break;
      }
      ch = getchar();  // 从终端接收下一个字符
    }
    将从栈底到栈顶的字符传送至调用过程的数据区；
    ClearStack(S);      // 重置S为空栈
    if (ch != EOF)  ch = getchar();
  }
  DestroyStack(S);
}
```

## 3.2.4 迷宫求解 穷举求解



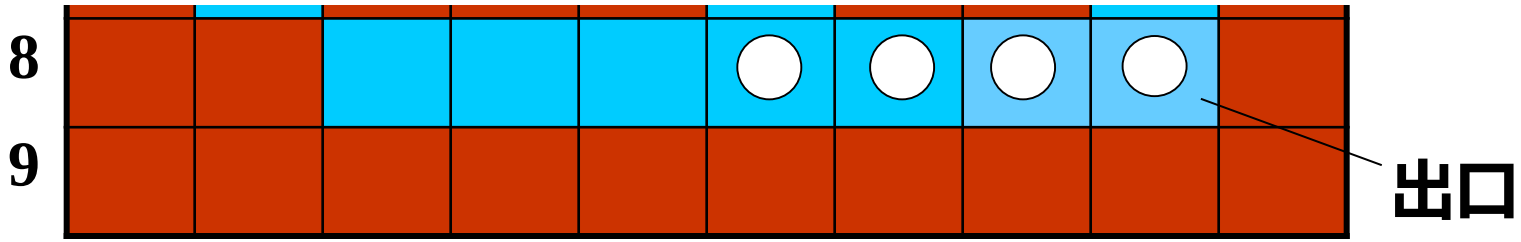

88
87
86
85
75
65
64
63
53
52
51
41
31
32
22
12
11

求迷宫路径算法的基本思想：

若当前位置“可通”，则纳入路径，继续前进；

若当前位置“不可通”，则后退，换方向（按东南西北的顺序）继续探索；

若四周“均无通路”，则将当前位置从路径中删除出去。

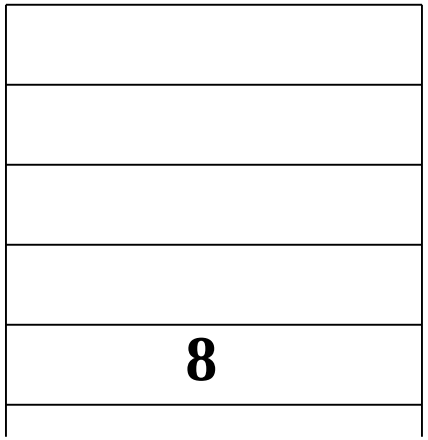


### 3.2.5 表达式求值

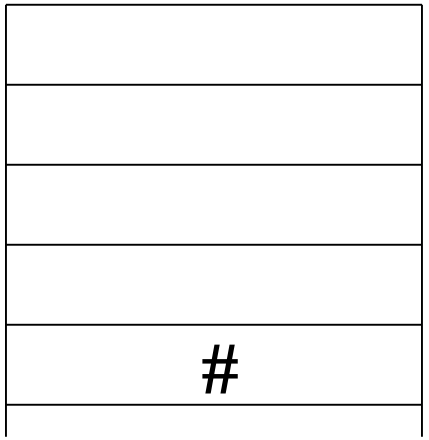
运算规则：
- 先乘除，后加减；
- 从左算到右；
- 先括号内，后括号外；

例：求表达式 4+2×3-10/5 的值。

计算顺序为：4+2×3-10/5=4+6-10/5=10-10/5=10-2=8




操作数或结果




运算符

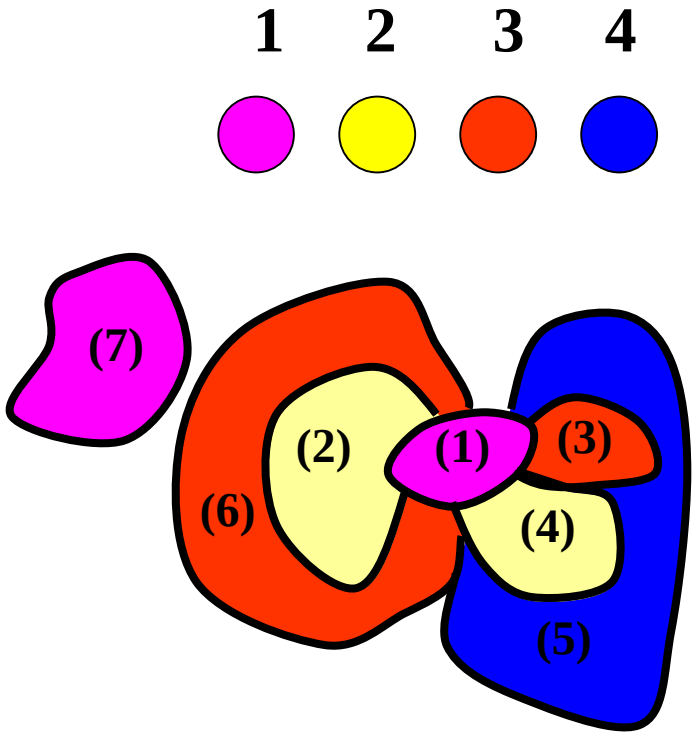
## 补充：地图四染色问题

“四染色”定理是计算机科学中著名定理之一，即可以用不多于四种颜色对地图着色，使相邻的行政区域不重色。

算法思想：从第一号行政区开始逐一染色，每一个区域逐次用颜色 1、2、3、4 进行试探。若当前所取的色数与周围已染色的行政区不重色，则用栈记下该行政区的色数，否则依次用下一色数进行试探；若出现用 1 至 4 色均与相邻区域发生重色，则需退栈回溯，修改当前栈顶的色数，再进行试探。直至所有行政区域都已分配合适的颜色。

例：已知 7 个行政区域地图，对其进行染色。

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |




| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 2 | 4 | 3 | 1 |

# 课堂作业

1、若入栈序列是 *a, b, c, d, e*，则不可能的出栈序列是（ ）。

（A）*edcba*（B）*decba*（C）*dceab*（D）*abcde*

2、判定一个栈 ST(最多元素为$m_0$) 为空的条件是（ ）。

（A）ST.top != ST.base （B）ST.top == ST.base

（C）ST.top != ST.base +$m_0$ （D）ST.top == ST.base+ $m_0$

3、判定一个栈 ST(最多元素为$m_0$) 为满的条件是（ ）。

（A）ST.top != ST.base （B）ST.top == ST.base

（C）ST.top != ST.base +$m_0$ （D）ST.top == ST.base+ $m_0$

## 3.3 栈与递归的实现

**递归：** 一个直接调用自己或通过一系列的调用语句间接地调用自己的函数，称做递归函数。

例：阶乘函数

$$Fact(n)=\begin{cases}1 & \text{若 } n=0\\ n\cdot Fact(n-1) & \text{若 } n>0\end{cases}$$

相应的 C 语言函数是：

```
float fact(int n)
{   float s;
    if (n = = 0)
        s = 1;
    else
        s = n*fact(n -1);
    return (s);
}
```

若求 5!，则有

```
main()
{
    printf("5!=%f\n",fact(5));
}
```

当在一个函数的运行期间调用另一个函数时，在运行该被调用函数之前，需先完成三件事：

1. 将实参等传递给被调用函数，保存返回地址（入栈）；
2. 为被调用函数的局部变量分配存储区；
3. 将控制转移到被调用函数的入口。

从被调用函数返回调用函数之前，应该完成：

1. 保存被调函数的计算结果；
2. 释放被调函数的数据区；
3. 按被调函数保存的返回地址（出栈）将控制转移到调用函数。

多个函数嵌套调用的规则是：后调用先返回。

此时的内存管理实行“栈式管理”。

# 递归调用执行过程： printf("5!=%f\n",fact(5));

主函数
main()
Printf(fact(5))

→ 第一层调用
*n* = 5
*s* = 5*fact(4)

→ 第二层调用
*n* = 4
*s* = 4*fact(3)

→ 第三层调用
*n* = 3
*s* = 3*fact(2)

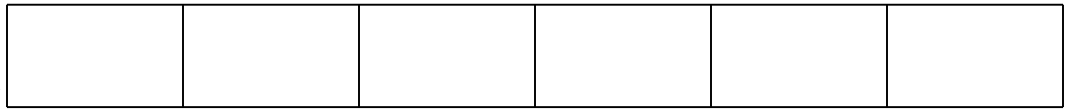
→ 第四层调用
*n* = 2
*s* = 2*fact(1)

→ 第五层调用
*n* = 1
*s* = 1*fact(0)

→ 第六层调用
*n* = 0
*s* = 1

输出 *s* = 120.00 ← fact(5)=120 ← fact(4)=24 ← fact(3)=6 ← fact(2)=2 ← fact(1)=1 ← fact(0)=1

base →



```
float fact(int n)
{float s;
 if (n = = 0)   n = 0
   s =1;
 else
   s = n*fact(n -1);
 return (s);
}
```

```
float fact(int n)
{float s;
 if (n = = 0)   n = 1
   s =1;
 else
   s = n*fact(n -1);
 return (s);
}
```

```
float fact(int n)
{float s;
 if (n = = 0)   n = 5
   s =1;
 else
   s = n*fact(n -1);
 return (s);
}
```

```
float fact(int n)
{float s;
 if (n = = 0)   n = 4
   s =1;
 else
   s = n*fact(n -1);
 return (s);
}
```

```
float fact(int n)
{float s;
 if (n = = 0)   n = 3
   s =1;
 else
   s = n*fact(n -1);
 return (s);
}
```

```
float fact(int n)
{float s;
 if (n = = 0)   n = 2
   s =1;
 else
   s = n*fact(n -1);
 return (s);
}
```

## 思考

```
fac(int n)
{  if(n==0)
       return 1;
   else
     {s=n*fac(n-1);
      printf("%d",n);
      return s;
     }
}
```

当n=4时，输出结果为

1，2，3，4

```
fac(int n)
{  if(n==0)
       return 1;
   else
     {printf("%d",n);
      s=n*fac(n-1);
      return s;
     }
}
```

当n=4时，输出结果为

4，3，2，1


栈的定义及其ADT定义
栈的表示和实现
栈的应用、与递归的关系
队列的定义及其ADT定义
队列的表示和实现

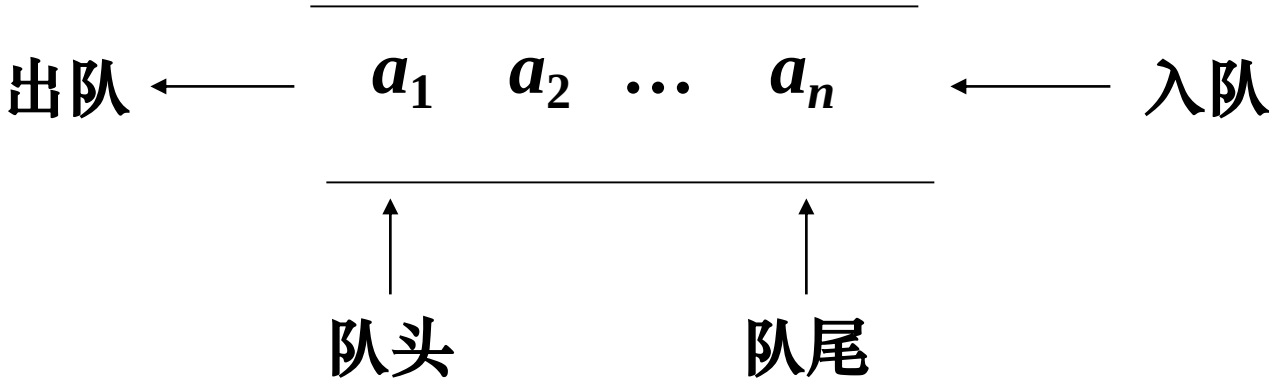
## 3.4.1 抽象数据类型队列的定义

队尾 队头

- 队列的定义

**队列**：线性表 (queue)
- 限定在表的一端插入、另一端删除。
- 先进先出 (FIFO结构)。

下图是队列的示意图：




当队列中没有元素时称为空队列。

- 队列的抽象数据类型的定义

ADT Queue {

数据对象：D＝{$a_i$ | $a_i$∈ElemSet, $i$ =1, 2, ..., $n$, $n$≥0}

数据关系：R1＝{ <$a_{i-1}$,$a_i$ > | $a_{i-1}$, $a_i$ ∈D, $i$ =2, ..., $n$}

约定其中 $a_1$ 端为队列头，$a_n$ 端为队列尾。

基本操作：

**InitQueue(&Q)**

操作结果：构造一个空队列 Q。

**DestroyQueue(&Q)**

初始条件：队列 Q 已存在。

操作结果：队列 Q 被销毁，不再存在。

**QueueEmpty(Q)**

初始条件：队列 Q 已存在。

操作结果：若 Q 为空队列，则返回 TRUE，否则返回 FALSE。

**QueueLength(Q)**

初始条件：队列 Q 已存在。

操作结果：返回 Q 的元素个数，即队列的长度。

**GetHead(Q, &*e*)**

初始条件：Q 为非空队列。

操作结果：用 *e* 返回 Q 的队头元素。

**ClearQueue(&Q)**

初始条件：队列 Q 已存在。

操作结果：将 Q 清为空队列。

**EnQueue(&Q, *e*)**

初始条件：队列 Q 已存在。

操作结果：插入元素 *e* 为 Q 的新的队尾元素。

**DeQueue(&Q, &*e*)**

初始条件：Q 为非空队列。

操作结果：删除 Q 的队头元素，并用 *e* 返回其值。

} ADT Queue

- 双端队列

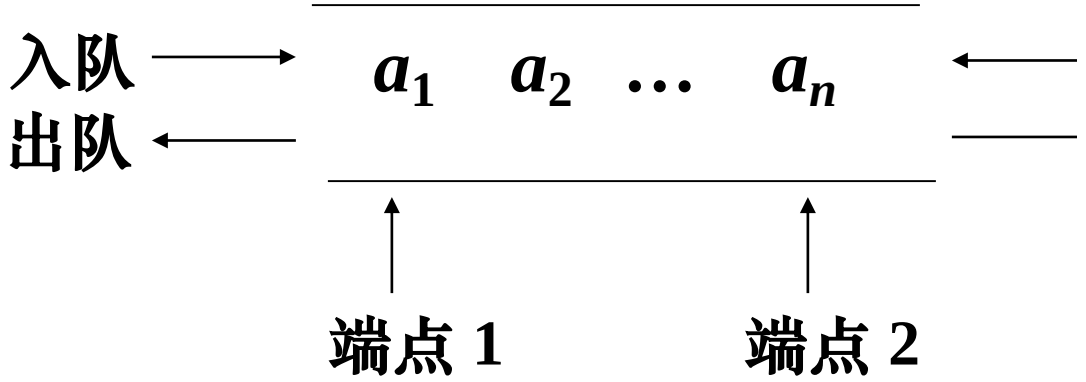
**双端队列：** 线性表 **(double-ended queue)**

限定插入和删除在表的两端进行。

先进先出 (FIFO结构)。

端点 1
端点 2

下图是双端队列的示意图：




**输出受限的双端队列：** 一个端点可插入和删除，另一个端点仅可插入。

**输入受限的双端队列：** 一个端点可插入和删除，另一个端点仅可删除。

某队列允许在其两端进行入队操作，但仅允许在一端进行出队操作，若元素a,b,c,d,e依次入队列后，再进行出队操作，则不可能得到的顺序是（ ）。

A．bacde　　B. dbace

C. dbcae　　D. ecbad


栈的定义及其ADT定义
栈的表示和实现
栈的应用、与递归的关系
队列的定义及其ADT定义
队列的表示和实现

## 3.4.2 链队列——队列的链式表示和实现

**链队列：用链表表示的队列。**

是限制仅在表头删除和表尾插入的单链表。

一个链队列由一个头指针和一个尾指针唯一确定。

（因为仅有头指针不便于在表尾做插入操作）。

为了操作的方便，也给链队列添加一个头结点，因此，空队列的判定条件是：头指针和尾指针都指向头结点。

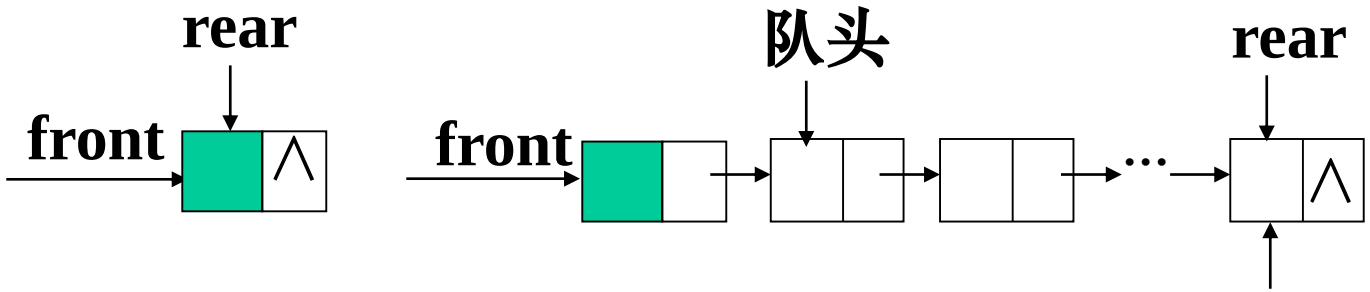



图3-12 链队列示意图

用 C 语言定义链队列结构如下：

```
typedef struct QNode
{  QElemtype       data;
   struct QNode  *next;
} Qnode,  *QueuePtr;   // 定义队列的结点

typedef struct
{  QueuePtr   front;    // 队头指针
  QueuePtr   rear;     // 队尾指针
}LinkQueue;
```

**队列的基本操作在链队列中的实现：**

**队列的初始化：**

```
Status InitQueue (LinkQueue &Q)
  {  // 构造一个空队列 Q
     Q.front = Q.rear = (QueuPtr) malloc (sizeof(QNode));
     if (!Q.front) exit (OVERFLOW);    // 存储分配失败
       Q.front -> next = NULL;
     return OK;
  }
```

**销毁队列:**

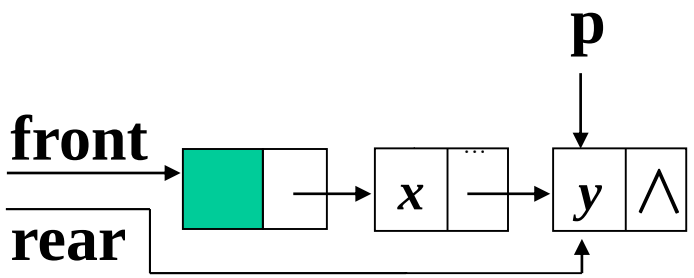
```
Status DestroyQueue (LinkQueue &Q)
    {   while (Q.front)
        { Q.rear = Q.front -> next;
          free (Q.front);
          Q.front = Q.rear;
        }
        return OK;
    }
```

Q.rear = null

Q.front = null

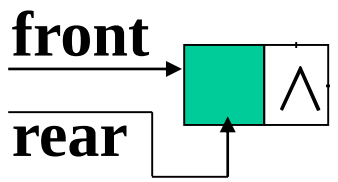
## 插入操作在链队列中的实现

```
Status EnQueue (LinkQueue &Q, QElemType e)
    {   // 插入元素 e 为 Q 的新的队尾元素
        p = (QueuePtr) malloc (sizeof (QNode));
        if (!p) exit (OVERFLOW);
        p -> data = e;    p -> next = NULL;
        Q.rear -> next = p;
        Q.rear = p;
        return OK;
    }
```



## 删除操作在链队列中的实现

```
Status DeQueue (LinkQueue &Q, QElemType &e)
    {   if (Q.front == Q.rear) return ERROR;
        p = Q.front -> next;
        e = p -> data;
        Q.front -> next = p -> next;
        if (Q.rear == p) Q.rear = Q.front;
        free (p);
        return OK;
    }
```



# 课堂作业

1、栈的特点是（　　），队列的特点是（　　）。

2、线性表、栈和队列都是（　）结构，线性表可以在（　）位置插入和删除元素，栈只能在（　）插入和删除元素，队列只能在（　）插入元素和（　）删除元素。

3、设栈 S 和队列 Q 的初始状态皆为空，元素$a1, a2, a3, a4, a5$和 $a6$ 依次通过一个栈，一个元素出栈后即进入队列 Q，若 6 个元素出队列的顺序是 $a3, a5, a4, a6, a2, a1$ 则栈 S 至少应该容纳 (　) 个元素。

（A）3　　（B）4　　（C）5　　（D）6

4、若队列的入队序列是 1, 2, 3, 4，则出队序列是（　）。

（A）4,3,2,1（B）1,2,3,4（C）1,4,3,2（D）3,2,4,1

## 3.4.3 循环队列－队列的顺序表示和实现

是限制仅在表头删除和表尾插入的顺序表。

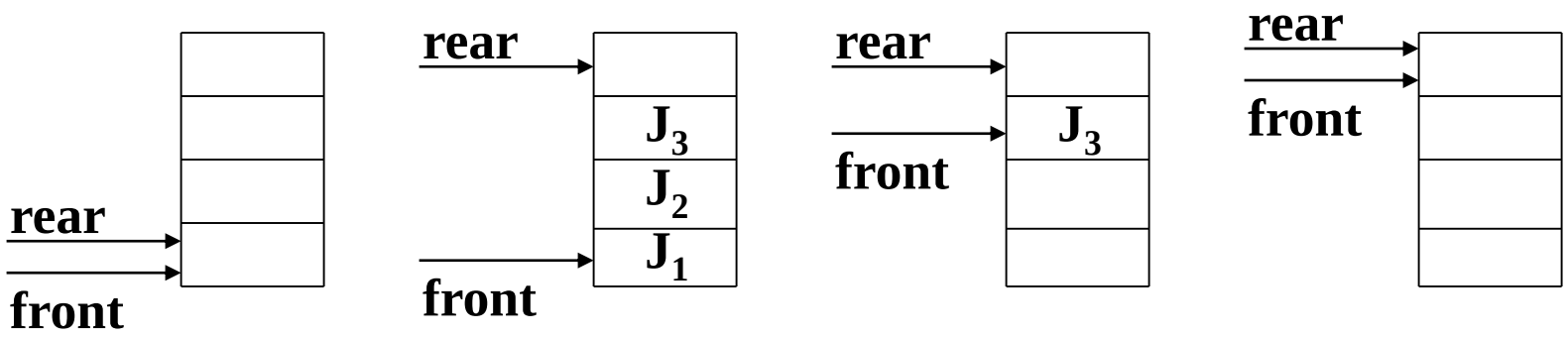
利用一组**地址连续**的存储单元**依次存放**队列中的数据元素。

**因为：** 队头和队尾的位置是变化的，**所以：** 设头、尾指针。

头尾指针
- 初始化时的初始值均应置为 0。
- 入队，尾指针增 1
- 出队，头指针增 1

**头尾指针相等时队列为空**

- 在非空队列里，头指针始终指向队头元素
- 尾指针始终指向队尾元素的下一位置。




头、尾指针和队列元素之间的关系

在顺序队列中，当尾指针已经指向了队列的最后一个位置的下一位置时，若再有元素入队，就会发生“溢出”。

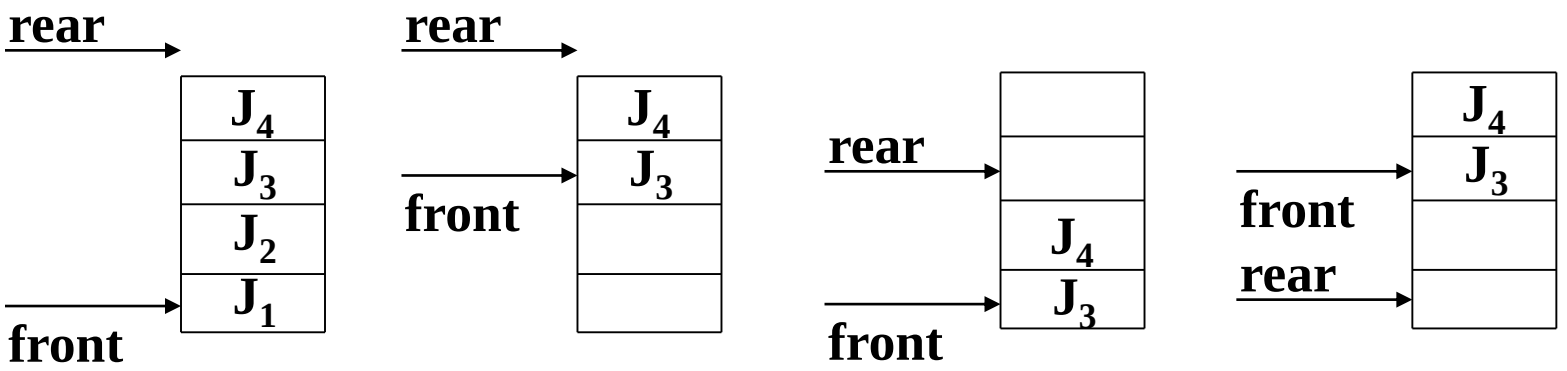
“假溢出”——队列的存储空间未满，却发生了溢出。

解决“假溢出”的问题有两种可行的方法：

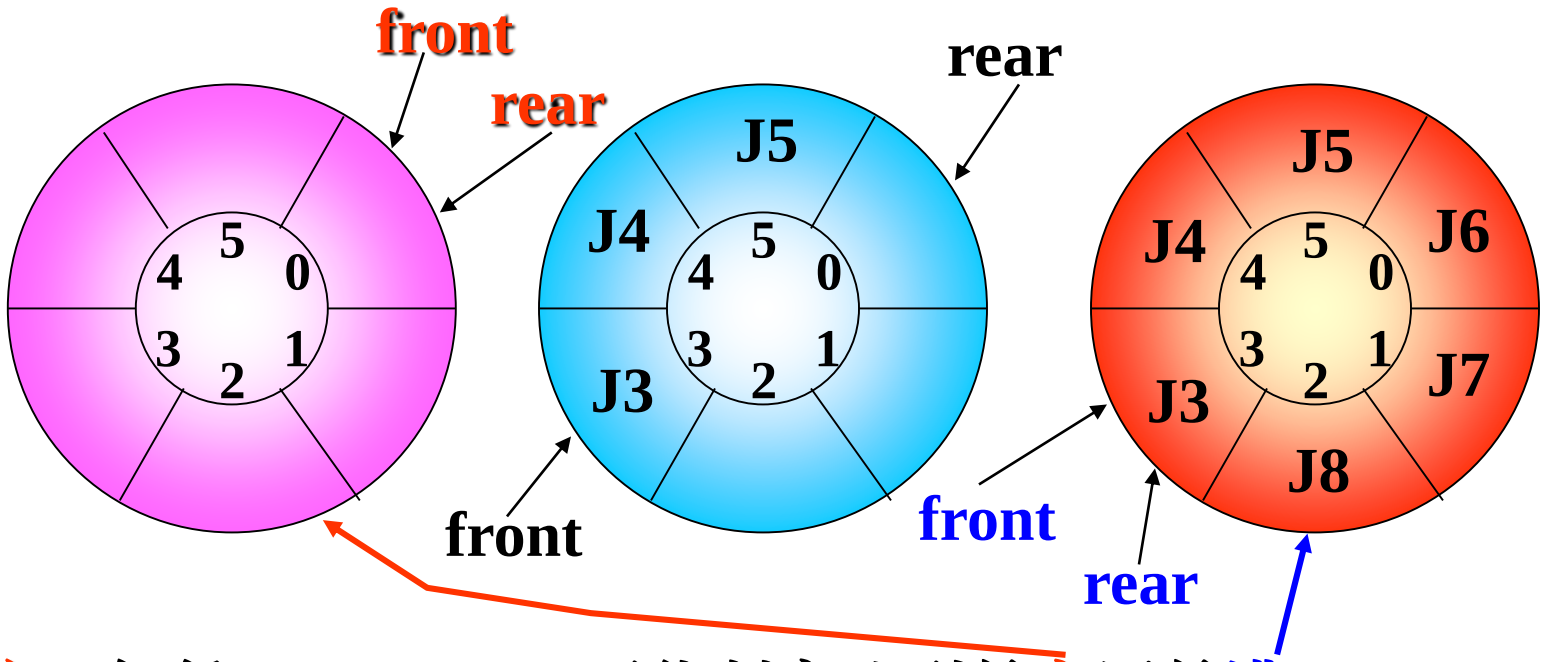
(1)、平移元素：把元素平移到队列的首部。效率低。

(2)、将新元素插入到第一个位置上，构成循环队列，入队和出队仍按“先进先出”的原则进行。

操作效率、空间利用率高。



循环队列的三种状态：



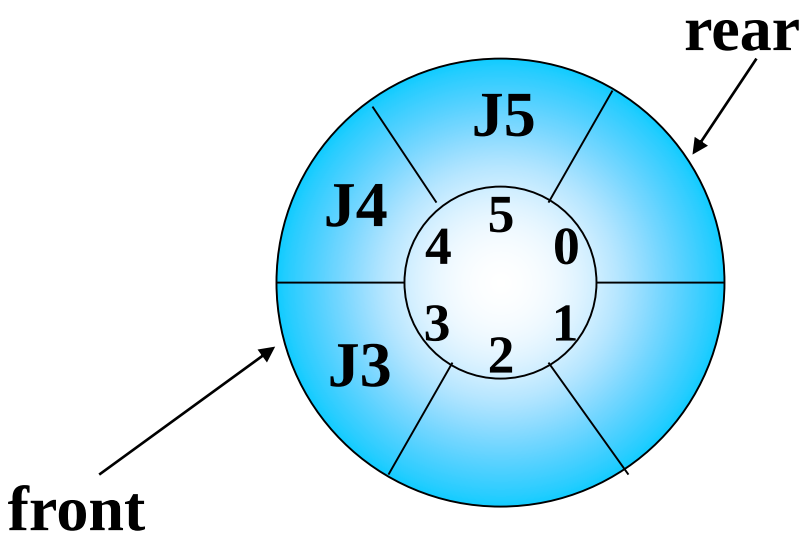

注：仅凭 front = rear 不能判定队列是空还是满。

解决办法：(1)、另设一个布尔变量以区别队列的空和满(使用一个计数器记录队列中元素的总数。)；

(2)、少用一个元素的空间，约定入队前测试尾指针在循环意义下加 1 后是否等于头指针，若相等则认为队满；

**队列的顺序存储结构：**

```
#define MAXQSIZE  100        //最大队列长度
  typedef struct {
     QElemType  *base;          // 预分配存储空间基址
     int  front;              // 头指针，若队列不空，
                              // 指向队列头元素
     int  rear;               // 尾指针，若队列不空，
                              // 指向队列尾元素 的下一个位置
  } SqQueue;
```




循环意义下的加 1 操作可以描述为：

```
if (rear + 1 >= MAXQSIZE)
    rear = 0;
else
    rear ++;
```

利用模运算可简化为： rear = (rear + 1)% MAXQSIZE

队列的基本操作在循环队列中的实现：

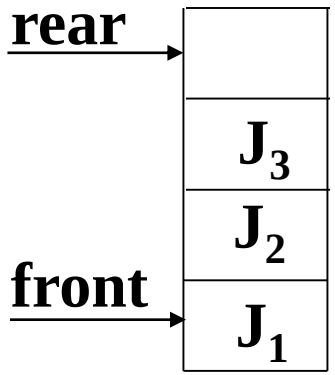
队列的初始化：

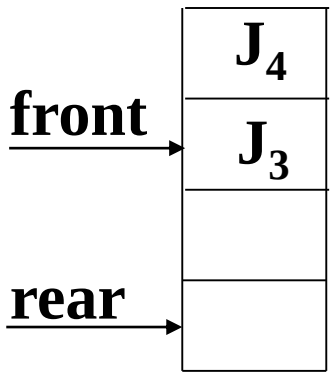
```
Status InitQueue (SqQueue &Q)
{ // 构造一个空队列Q
  Q.base = (QElemType *) malloc
                (MAXQSIZE *sizeof (QElemType));
  if (!Q.base) exit (OVERFLOW);      // 存储分配失败
  Q.front = Q.rear = 0;
  return OK;
}
```

## 求循环队列的长度

```
int QueueLength (SqQueue Q) {
    // 返回队列 Q 的元素个数
    return (Q.rear - Q.front + MAXQSIZE) % MAXQSIZE;
}
```

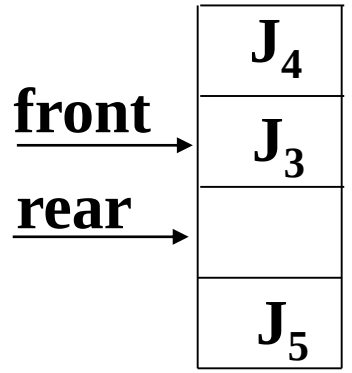
考虑到循环队列



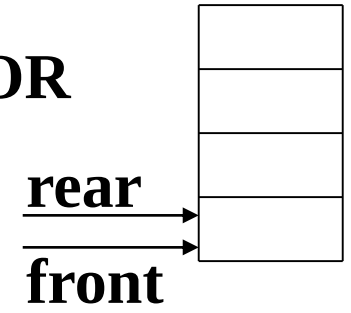
## 插入操作在循环队列中的实现

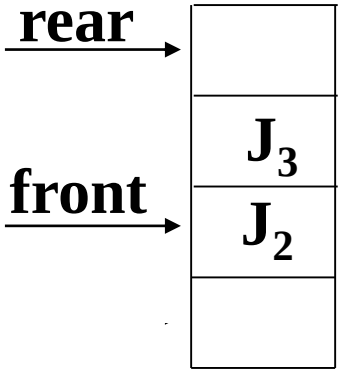
```
Status EnQueue (SqQueue  &Q,  QElemType  e) {
    // 插入元素 e 为 Q 的新的队尾元素
    if ((Q.rear + 1) % MAXQSIZE == Q.front)
        return ERROR;          // 队列满
    Q.base[Q.rear] = e;
    Q.rear = (Q.rear + 1) % MAXQSIZE;
    return OK;
}
```



## 删除操作在循环队列中的实现

```
Status DeQueue (SqQueue &Q, ElemType &e) {
   // 若队列不空，则删除 Q 的队头元素，
   // 用e 返回其值，并返回 OK；否则返回 ERROR
  if (Q.front == Q.rear)  return ERROR;
  e = Q.base[Q.front];
  Q.front = (Q.front + 1) % MAXQSIZE;
  return OK;
}
```



## 队列的应用

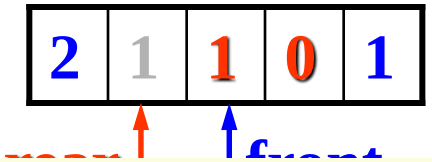
### 补例 1：杨辉三角的计算

1 1 1
2 1 2 1
3 1 3 3 1
4 1 4 6 4 1

利用循环队列的计算过程：

假设只计算 2 行，

队列的最大容量为 5。




```
do {
  DeQueue(Q, s);     // s 为二项式系数表第 k 行中"左上方"的值
  GetHead(Q, e);     // e 为二项式系数表第 k 行中"右上方"的值
  cout<<e;           // 输出 e 的值
  EnQueue(Q, s+e);   // 计算所得第 k+1 行的值入队列
} while (e!=0);
```

## 补例 2：CPU 资源的竞争问题

在多用户计算机系统中，各个用户需要使用 CPU 运行自己的程序，它们分别向操作系统提出使用 CPU 的请求，操作系统按照每个请求在时间上的先后顺序，将其排成一个队列，每次把CPU分配给队头用户使用，当相应的程序运行结束，则令其出队，再把CPU分配给新的队头用户，直到所有用户任务处理完毕。

补例 3：主机与外部设备之间速度不匹配的问题。

以主机和打印机为例来说明，主机输出数据给打印机打印，主机输出数据的速度比打印机打印的速度要快得多，若直接把输出的数据送给打印机打印，由于速度不匹配，显然不行。解决的方法是设置一个打印数据缓冲区，主机把要打印的数据依此写到这个缓冲区中，写满后就暂停输出，继而去做其它的事情，打印机就从缓冲区中按照先进先出的原则依次取出数据并打印，打印完后再向主机发出请求，主机接到请求后再向缓冲区写入打印数据，这样利用队列既保证了打印数据的正确，又使主机提高了效率。

# 课堂练习

1、循环队列用数组 A[0, *m*-1] 存放其元素值，已知其头尾指针分别是 front 和 rear ,则当前队列中的元素个数是（ ）。

(A) (rear-front+*m*)%*m*　　(B) rear-front+1

(C) rear-front-1　　(D) rear-front

2、以数组 Q[0… *m* - 1] 存放循环队列中的元素，变量 rear 和 qulen 分别指示循环队列中队尾元素的实际位置和当前队列中元素的个数，队列第一个元素的实际位置是（ ）。

(A) 1+rear - qulen　　(B) rear - qulen + *m*

(C) *m* - qulen　　(D) 1 + (rear - qulen + *m*) % *m*