

# 一种基于边缘梯度的图像插值算法

孙士保, 段建辉

(河南科技大学电子信息工程学院, 河南 洛阳 471003)

**摘 要:** 传统图像插值算法的计算效率较低, 处理后图像存在边界模糊或锯齿的现象。为此, 提出一种基于边缘梯度的图像插值算法。通过 Roberts 边缘检测算子确定颜色分段和区间分界阈值, 利用空间三点构造空间平面, 并设计插值公式。实验结果表明, 该算法能有效保护图像的边缘细节, 提高图像缩放质量和运算效率。

**关键词:** 图像插值; 罗伯特算子; 双三次算法; 梯度; 边缘检测; 空间平面

## An Image Interpolation Algorithm Based on Edge Gradient

SUN Shi-bao, DUAN Jian-hui

(College of Electronic Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

**【Abstract】** Aiming at the problem of blur boundaries and low computational efficiency in traditional image interpolation algorithms, an image interpolation algorithm based on edge gradient is proposed. It uses Roberts edge detection operator to determine the color segmentation and interval boundary threshold, makes use of three space points to constructed plane, and gives the interpolation formula. Experimental results show that, this algorithm can protect the image details, improves image scaling quality and operation efficiency.

**【Key words】** image interpolation; Roberts operator; bicubic algorithm; gradient; edge detection; space plane

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2013.08.052

## 1 概述

图像放大是图像处理中一项重要的基本操作, 在互联网、医学图像处理、数字电视等领域以及手机、相机等诸多数码设备上有着广泛的应用。针对图像放大的问题, 国内外研究者根据不同的数学模型先后提出了多种图像放大算法, 如最近邻插值<sup>[1]</sup>、双线性插值<sup>[2]</sup>、高次多项式插值<sup>[3-4]</sup>等。近年来, 国内外学者又提出并改进了分形插值以及基于小波变换的插值等方法, 如序列断层间图像轮廓的分形插值方法<sup>[5]</sup>、基于小波变换的红外图像放大算法<sup>[6]</sup>、基于分形插值及小波增强的海岸带遥感图像处理<sup>[7]</sup>、基于小波双三次插值算法提高光学遥感图像空间分辨率的方法<sup>[8]</sup>、基于小波变换和 PDE 插值的图像超分辨率重建方法等<sup>[9-10]</sup>。这些方法在一定程度上都有较好的效果, 但当放大倍数增加时, 运算量也急剧上升。

针对图像放大后边缘出现锯齿或模糊的现象, 以及运算效率低下的问题, 本文分析传统算法, 提出一种基于边缘梯度, 通过构造插值空间平面进行插值的图像插值算法。

## 2 传统图像插值算法

传统插值算法一般是基于插值核函数的, 包括最近像

素插值、双线性插值和双三次插值。

### 2.1 最近像素插值

最近像素插值的数学表达式为:

$$f(k) = f(x_k), \frac{1}{2}(x_{k-1} + x_k) < x < \frac{1}{2}(x_k + x_{k+1}) \quad (1)$$

这是一种运算简单的插值算法, 当图像放大时, 缺少的像素通过直接使用与之最接近实际像素的颜色生成。该算法容易产生边缘马赛克和锯齿现象。

### 2.2 双线性插值

对于一个目的像素, 设置坐标通过反向变换得到的浮点坐标为  $(i+u, j+v)$ , 其中,  $i, j$  均为浮点坐标的整数部分;  $u, v$  为浮点坐标的小数部分, 是取值为  $[0,1]$  区间的浮点数, 则这个像素的值  $f(i+u, j+v)$  可由原图像中坐标为  $(i, j), (i+1, j), (i, j+1), (i+1, j+1)$  所对应的周围 4 个像素的值决定, 即:

$$\begin{aligned} f(i+u, j+v) = & (1-u)(1-v)f(i, j) + \\ & (1-u)vf(i, j+1) + \\ & u(1-v)f(i+1, j) + uvf(i+1, j+1) \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $f(i, j)$  表示源图像  $(i, j)$  处的像素值。

该算法能够消除锯齿现象, 但会使图像边缘模糊, 使

**基金项目:** 洛阳市应用技术研究与开发基金资助项目(1101018A)

**作者简介:** 孙士保(1970 -), 男, 副教授、博士, 主研方向: 红外图像处理; 段建辉, 硕士研究生

**收稿日期:** 2011-11-21 **修回日期:** 2012-03-10 **E-mail:** duanjianhui1000@163.com

高频分量受损。

### 2.3 双三次插值

双三次算法利用周围 16 个实际像素, 分别在水平、垂直和对角线方向对像素取样, 然后使用总颜色的加权平均值建立新像素, 数学表达为:

$$f(i+u, j+v) = [A] \cdot [B] \cdot [C] \quad (3)$$

$$[A] = [S(u+1) \ S(u+0) \ S(u-1) \ S(u-2)]$$

$$[B] =$$

$$\begin{bmatrix} f(i-1, j-1) & f(i-1, j+0) & f(i-1, j+1) & f(i-1, j+2) \\ f(i+0, j-1) & f(i+0, j+0) & f(i+0, j+1) & f(i+0, j+2) \\ f(i+1, j-1) & f(i+1, j+0) & f(i+1, j+1) & f(i+1, j+2) \\ f(i+2, j-1) & f(i+2, j+0) & f(i+2, j+1) & f(i+2, j+2) \end{bmatrix}$$

$$[C] = [S(v+1) \ S(v+0) \ S(v-1) \ S(v-2)]^T$$

$$S(x) = \begin{cases} 1-2|x|^2+|x| & 0 \leq |x| < 1 \\ 4-8|x|+5|x|^2-|x|^3 & 1 \leq |x| < 2 \\ 0 & |x| \geq 2 \end{cases}$$

其中, “ $\cdot$ ”表示矩阵乘法;  $u$ 、 $v$ 、 $i$ 、 $j$  含义同式(2);  $S(x)$  是对  $\text{Sin}(\pi x)/x$  的逼近。

双三次插值效果较好, 但由于该算法使用 16 个像素点进行插值, 且涉及复杂的矩阵运算, 因此运算量巨大。

高次多项式插值、分形插值以及基于小波变换的插值等方法由于受到其自身数学模型的约束, 在提升图像视觉质量上效果并不明显, 而且运算量大的问题很难得到解决。鉴于此, 本文提出基于边缘梯度的图像插值算法。

## 3 算法原理与实现

### 3.1 算法原理

已知空间 3 个点, 则可以构造一个平面, 本文根据此原理进行插值。插值核函数的数学表达为:

$$f(x, y) = ax + by + c \quad (4)$$

其中,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为待定系数;  $x$ 、 $y$  对应像素点的坐标;  $f(x, y)$  为像素的颜色值。

如图 1 所示, 如果已知空间 4 个点, 那么就能确定 4 个平面(只要 4 个点不在同一个平面上), 其中 2 对相交于一条直线。结合图像来说, 任一待插值像素(例如图 1 的点  $E$ )对应的原始图像四邻域的空间坐标为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ,  $A$  与原点  $O$  重合, 灰度值分别是  $f(A)$ 、 $f(B)$ 、 $f(C)$ 、 $f(D)$ 。假设点  $E(u, v)$  位于  $f(A)f(C)f(D)$  和  $f(A)f(B)f(D)$  这 2 对平面中的  $f(A)f(C)f(D)$  平面内, 那么点  $E$  的灰度值  $f(E)$  可通过该平面方程算出。

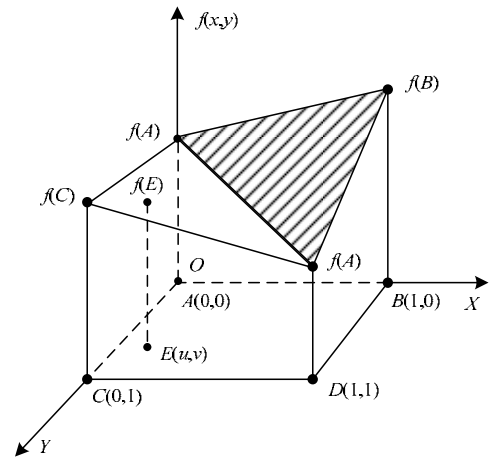
如上文所提到 4 个点可以确定 2 对 4 个平面, 这 2 对平面有不同的方程解, 选取合适的解是本文算法中的重要一步。

图像的边缘部分集中了图像的大部分信息, 图像边缘的确定与提取对整个图像场景的识别与理解非常重要, 同

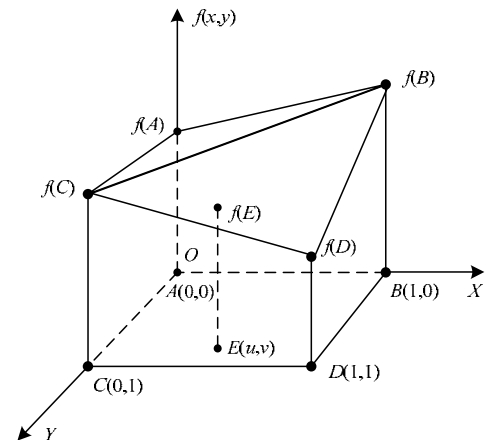
时也是图像分割所依赖的重要特征。本文根据图像在该点的边缘方向来确定最合适的解。

边缘是指其周围像素灰度后阶变化或屋顶状变化的那些像素的集合, 它存在于目标与背景、目标与目标、区域与区域、基元与基元之间。边缘具有方向和幅度 2 个特征。沿边缘走向, 像素值变化比较平缓; 而沿垂直与边缘走向, 则像素值变化比较剧烈。这种剧烈可能呈现阶跃状, 也可能呈现斜坡状。

如图 1 所示, 图像边缘方向(相邻像素间)有 3 种, 即水平、垂直和倾斜。实际图像的边缘方向大多是倾斜的。



(a) 四邻域构成的一对空间平面



(b) 四邻域构成的另一对空间平面

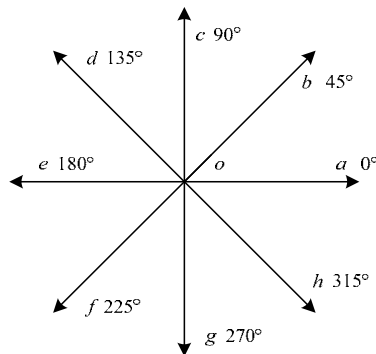
图 1 图像四邻域灰度值空间表示

本文将边缘梯度作为颜色分段的阈值, 对应于原图像四邻域, 梯度能够反映出图像边缘走向。对任意一个待插值像素而言, 其落点的平面投影一定在图 1 对应的  $A'B'C'D'$  矩形内。假设其对应的原图像四邻域中  $AD$  的空间斜率小于  $BC$ , 则放大  $k$  倍后, 共有  $k \times k$  个待插值像素点。假设其中一个是如图 1 所示的  $f(E)$ , 则  $f(E)$  取值由平面  $f(A)f(C)f(D)$  确定, 那么直线  $AD$  作为颜色分段阈值, 其两侧的所有待插值像素点分别由该阈值划分的 2 个空间平面决定。

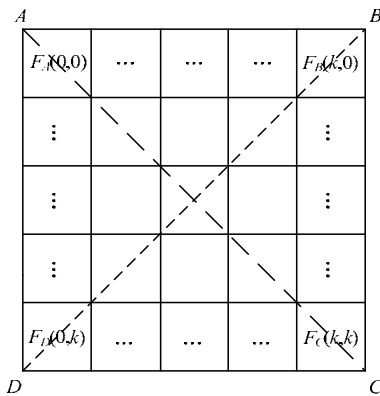
总体而言, 假设原图像存在一个连续的颜色过渡区间, 即在一定范围内像素灰度值的变化比较缓慢, 在空间描述

上存在一个平稳区域, 那么当图像放大后, 所有落在该区间的待插值像素也必须满足连续变化的要求。如果存在这样一个区间, 那么该区间也一定包含一个小邻域区间子集同样满足该要求。本文方法选取四邻域作为插值方程的解系数。求得解系数后, 构成 2 组不同的方程解, 每组都是原图像任意邻域的最小子集(因为任意一个待插值像素总是与对应原图像的四邻域距离最近)。在平稳区域内, 2 组方程解确定 2 个子平稳区域, 在陡变处, 2 组方程确定 2 个以间断线作为公共边的 2 个陡变区域。在确定方程系数时, 该方法自动选取最合适的边界作为划分依据。

本文结合 Roberts 边缘检测算子<sup>[11]</sup>, 确定颜色分段和区间分界阈值, 分别构造平面进行插值, 如图 2 所示。



(a) 图像的边缘方向



(b) 图像的插值平面

图2 图像的边缘方向与插值平面

Roberts 边缘检测算子根据任意一对互相垂直方向上的差分可用来计算梯度的原理, 采用对角线方向相邻两像素之差近似梯度幅值检测边缘, 即:

$$\begin{aligned}\Delta_x f &= f(i, j) - f(i+1, j+1) \\ \Delta_y f &= f(i, j+1) - f(i+1, j)\end{aligned}\quad (5)$$

$$R(i, j) = \sqrt{\Delta_x^2 f + \Delta_y^2 f} \text{ 或 } R(i, j) = |\Delta_x f| + |\Delta_y f| \quad (6)$$

它们的卷积算子是  $\Delta_x f \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  和  $\Delta_y f \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

Roberts 算子虽然对噪声敏感, 但是定位精度高。本文依据 Roberts 2 个卷积算子确定边缘方向, 以  $\Delta_x f$  和  $\Delta_y f$  中绝对值较小的方向为边缘方向, 并据此分割平面, 求解

平面方程, 获取插值系数。

### 3.2 算法实现步骤

本文算法根据图像边缘方向信息自动从 2 对平面中选取符合图像边缘方向的一对平面进行插值。结合图 2, 具体实现步骤描述如下:

(1) 根据图像放大倍数  $k$ , 采用正向扫描顺序, 对图像进行自左向右、自上而下扫描, 确定放大  $k$  倍的新图的 4 个顶点坐标分别是  $A(0, 0)$ 、 $B(k, 0)$ 、 $C(k, k)$ 、 $D(k, k)$ 。使用 Roberts 算子, 计算四顶点像素值对角线绝对值差  $|F_A - F_C|$  和  $|F_B - F_D|$ 。

(2) 根据第(1)步的结果, 对角线绝对值差较小的方向属于边缘方向, 以此作为分界线, 分别构造平面。例如在图 2 中, 假设  $|F_A - F_C|$  小于  $|F_B - F_D|$ , 则利用  $A$ 、 $C$ 、 $D$  3 个点和  $A$ 、 $B$ 、 $D$  3 个点分别构造平面,  $AC$  为 2 个平面交线的投影。构造平面采用待定系数法, 列出 2 对方程组, 即:

$$\begin{cases} a_1 X_A + b_1 Y_A + c_1 = F_A \\ a_1 X_C + b_1 Y_C + c_1 = F_C \\ a_1 X_D + b_1 Y_D + c_1 = F_D \\ a_2 X_A + b_2 Y_A + c_2 = F_A \\ a_2 X_B + b_2 Y_B + c_2 = F_B \\ a_2 X_C + b_2 Y_C + c_2 = F_C \end{cases} \quad (7)$$

求解上述线性方程, 得到系数  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ , 按式(4)计算待插值像素值。

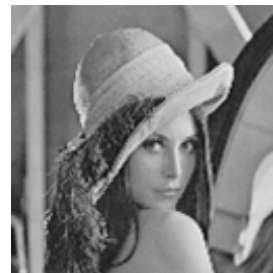
(3) 重复第(2)步的结果, 直到整幅图像插值完毕。

## 4 实验结果与分析

本文从视觉效果、峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)和计算复杂度 3 个方面对算法进行评价。

### 4.1 视觉效果

实验图像是截取 Lena 上半身与肩膀部分(图 3)分别使用最近邻插值、双线性插值、双三次插值和本文算法插值放大 4 倍(水平和垂直均放大 4 倍, 即整体 16 倍, 下文同)的效果(经过拉伸), 如图 4 和图 5 所示。可以看出, 尤其是肩膀边缘轮廓部分, 最近邻锯齿现象较明显, 双线性边缘模糊, 双三次算法也有比较明显的毛边, 使用本文算法放大的图像轮廓部分比较清晰, 有效地保护了图像边缘细节等高频信息。



(a) Lena 局部



(b) Lena 肩膀

图3 Lena 局部和肩膀原图



图 4 放大后效果图(Lena 局部)

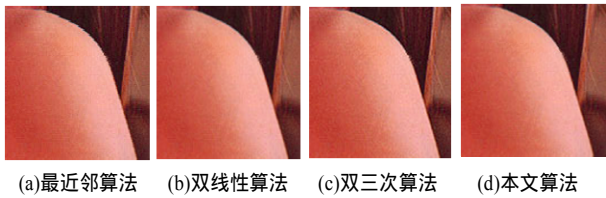


图 5 放大后效果图(肩膀)

4.2 峰值信噪比

在图像质量的客观评价方面，采用 PSNR 作为评价依据。PSNR 是最普遍、最广泛使用的评鉴画质的客观量测法，其数学定义如下：

$$P_{\text{PSNR}}(F_0, F) = 10 \lg(255^2 \times M \times N / \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N ((F(i, j) - F_0(i, j))^2)$$

(8)

其中， $F_0$  为  $M \times N$  大小的原始图像； $F$  为原始图像由某一算法放大再缩小后(或缩小再放大后)的目标图像。一般认为 PSNR 值越大，表示图像缩放效果越好。

将 Lena 图像取样缩小 4 倍后，再分别用双线性算法、双三次算法及本文算法放大 4 倍的 PSNR 值，如表 1 所示。可以看出，本文算法较之双线性算法具有更高的 PSNR 值，与双三次算法接近。

表 1 3 种算法的 PSNR 比较

图像	双线性算法	双三次算法	本文算法
Baboon	16.320	19.002	18.873
Barbara	18.275	21.214	21.409
Lena	18.993	23.207	24.352
Peppers	19.191	23.851	22.794

4.3 计算复杂度

在各种算法的计算复杂度方面，根据算法的数学模型，双线性插值属于二次运算，双三次插值属于高次运算，而本文算法则只是一次运算。实验使用 C#编程语言，采用 Pentium(R)2.1 GHz 双核处理器，各种算法处理一幅图像(放大 4 倍)平均所需时间如表 2 所示。可以看出，在运算效率方面，本文算法比双线性算法高 3 倍，比双三次算法高 12 倍，运算结果与其他算法的数学模型均能较好吻合。

表 2 3 种算法的运行时间比较

图像	双线性算法	双三次算法	本文算法
Baboon	1 450	5 250	400
Barbara	1 550	5 350	420
Lena	1 500	5 300	410
Peppers	1 400	5 100	400

5 结束语

本文分析传统图像插值算法的不足，提出一种基于边缘梯度的图像插值算法。通过实验证明，该算法具有插值效果好、速度快的优点，更适用于纹理细节较丰富的图像，可应用与对图像质量和实时性均要求较高的情况。但本文算法在对图像边缘走向中水平和垂直方向的判定上比较粗糙，因此，下一步将继续完善该算法。以期能够得到更精确的插值效果。

参考文献

[1] 吴国华, 杨淑贞, 何振华. 基于数学形态学的医学图像插值技术[J]. 机电工程, 2008, 25(3): 67-69.

[2] 王 森, 杨克俭. 基于双线性插值的图像缩放算法的研究与实现[J]. 自动化技术与应用, 2008, 27(7): 44-45.

[3] Lehmann T M, Conner C, Spitter K. Survey: Interpolation Methods in Medical Image Processing[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1999, 18(11): 1049-1075.

[4] 冀长旭, 王玉玫. 多边形中心点向量的二次插值变形算法[J]. 计算机工程, 2010, 36(16): 189-191.

[5] 曲桂红, 张大力, 阎平凡. 序列断层间图像轮廓的分形插值方法[J]. 电子学报, 2001, 29(5): 1-3.

[6] 程玉宝. 一种基于小波变换的红外图像放大算法[J]. 光学与光电技术, 2008, 6(5): 59-61.

[7] 陈 烨, 宋占杰, 朱建华, 等. 基于分形插值及小波增强的海岸带遥感图像处理[J]. 海洋技术, 2010, 29(2): 116-118.

[8] 屈有山, 田维坚, 李英才. 基于小波双三次插值提高光学遥感图像空间分辨率的研究[J]. 光子学报, 2004, 33(5): 601-604.

[9] 肖杰雄, 王仕林, 李生红, 等. 基于小波变换和 PDE 插值的图像超分辨率重建[C]//第六届中国信息和通信安全学术会议论文集. 南京: [出版者不详], 2009.

[10] Wahed M E. Image Enhancement Using Second Generation Wavelet Super Resolution[J]. International Journal of Physical Sciences, 2007, 2(6): 149-158

[11] 康 牧, 许庆功, 王宝树. 一种 Roberts 自适应边缘检测方法[J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(10): 1240-1244.

编辑 金胡考