北京航空航天大学

2008－2009 学年 第二学期期末

《算法与数据结构(2)》

考 试 卷(答案)

班 级______________学 号 _________

姓 名______________成 绩 _________

2009 年 6 月 8 日

班号__________ 学号_________ 姓名________ 成绩________

《算法与数据结构(2) 》期末考试卷

注意事项：1、关闭手机、将考试用文具以外的物品放于讲台上

2、严格遵守学校的考场纪律，违纪者请出考场

题目：

一、 判断题（20 分）

请在正确的陈述前面括号中打√，在错误的陈述前面括号中打×。

1. （ × ）如果一个问题不是 NP 问题，那么它有可能是 P 问题。
2. （ × ）回溯法用深度优先或广度优先法搜索状态空间树。
3. （ × ） $2^{n+1}=O(2^n)$ 且 $2^{2n}=O(2^n)$
4. （ × ）贪心算法通过增加空间复杂性来减少时间复杂性。
5. （ × ）快速排序算法的平均时间复杂度是 O(nlogn),使用随机化快速排序算法可以将平均时间复杂度降得更低。
6. （ √ ）基于比较的寻找数组 A[1...n]中最大值元素问题的下界是 $\Omega(n/3)$。
7. （ √ ）直观地讲，P 类问题是易解的问题；而 NP 问题是易被验证的问题。
8. （ × ）下列问题是一个判定问题：给定一个合取范式，对其中的所有逻辑变量求一组真值赋值，使得给定的合取范式在该组真值赋值下为真。
9. （ √ ） max(f(n),g(n))= Θ(f(n)+g(n))
10. （ √ ）若 $f(n)=O(g(n))$，则 $g(n)=\Omega(f(n))$

二、 简答题（30 分）：

1．简述拉斯维加斯（Las Vegas）算法和蒙特卡洛（Monte Carlo）算法的主要区别

前者不一定总能给出解，但给出的解一定是正确的；
后者总能给出解，但是给出的解可能是错误的。

2．按照增长率上升的顺序排列以下函数，即，若在你的排序结果中，函数 $f(n)$ 跟在 $g(n)$的后面，则说明应该满足 $g(n)$是 $O(f(n))$：

$$f_1(n)=n^{3/4} \quad f_2(n)=2^n \quad f_3(n)=\log n \quad f_4(n)=n! \quad f_5(n)=2^{n^2} \quad f_6(n)=n\log n$$

$f_3(n)$，$f_1(n)$，$f_6(n)$，$f_2(n)$，$f_4(n)$，$f_5(n)$

3．推导以下递推式的解：

T(n)=2 当 n = 1时

$T(n)=2T(n/3)+2n$ 当 $n \geqslant 2$时

$T(n)=2T(n/3)+2n$

$=2[2T(n/3^2)+2(n/3)]+2n$

$=4T(n/3^2)+4(n/3)+2n$

$=4[2T(n/3^3)+2(n/3^2)]+ 4(n/3)+2n$

$=8T(n/3^3)+8(n/3^2)+ 4(n/3)+2n$

=… 设$n=3^k$

$=2^k T(n/3^k)+ 2^k (n/3^{k-1})+ 2^{k-1} (n/3^{k-2})+\ldots+ 4(n/3)+2n$

$=2^k 2+2n[(2/3)^{k-1} +(2/3)^{k-2} +\ldots+2/3+1]$

$=2^k 2+6n[1-(2/3)^k]$

$=2^k 2+6n-6.2^k$

$=6n-4.2^k$

=6n-4.2

$= 6n - 4 \cdot 2^{\log_3 n}$

4．请给出基于比较的对数组 A[1…n]进行排序问题的最紧的下界，并写出两个平均时间复杂度为该下界的排序算法的名称。

nlogn；快速排序、随机化的快速排序。

5．设有 16 个外形一样但重量各不相同的小球，现有一架没有砝码的天平，请问最少需要称几次才能找出重量最小和重量最大的球？为什么？

22 次；

同时寻找最大最小值问题的比较次数的下届是 3n/2-2.

方法也可得 1-2 分：

二分称 8 次，把所有重量小的分成一组，重量大的分成一组，再对两组分别二分称重求出重量最小的与重量最大的。

三、 （20 分）写出用动态规划方法求两个序列的最长公共子序列算法的递推公式和时间复杂性，并用该算法手工计算以下 A 和 B 的最长公共子序列(写出手工计算的全过程)：

$c[i,j]= c[i-1,j-1]+1$ if $x_i=y_j$

$= \max\{c[i-1,j], c[i,j-1]\}$ if $x_i \neq y_j$

表格

A=xzyzzyx，B=zxyyzxzy

	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	2	2	2	2
0	1	1	2	2	2	2	2	3

0	1	1	2	2	3	3	3	3
0	1	1	2	2	3	3	4	4
0	1	1	2	3	3	3	4	5
0	1	2	2	3	3	4	4	5

最长公共子序列：xyzzy 或 zyzzy

四、 （15 分）设计一针对以下问题的贪心算法，简述算法的基本思想，写出伪代码，并分析其时间复杂性（不一定要找到最优解）：

有 n 项任务要完成，恰好有 n 个人可以分别去完成其中一项，但由于任务性质和个人专长不同，因此个人去完成不同的任务的效率（或所费时间）就有差别. 设给定效率矩阵 C，矩阵的元素 $c_{ij}(i,j=1,2,\ldots,n)$ 表示第 i 人去完成第 j 项任务所需的时间，则如何分派这 n 个人去完成这 n 项任务能使花费的总时间最少。

基本思想：从 1 到 n，每个人依次去选择当前未被安排的且其执行时间最少的任务。

伪代码：

复杂性：

五、 （15 分）用回溯法求解以下 SAT 问题，请画出搜索树，标明搜索树的分支策略和树中各节点代表的状态（化简的 CNF 形式）。

$(p\vee q\vee s)\wedge(\neg q\vee r)\wedge(\neg p\vee r)\wedge(\neg r\vee s)$

$(p\vee q\vee s)\wedge(\neg q\vee r)\wedge(\neg p\vee r)\wedge(\neg r\vee s)$

p: 1/ \0

$(\neg q\vee r)\wedge r\wedge(\neg r\vee s)$ $(q\vee s)\wedge(\neg q\vee r)\wedge(\neg r\vee s)$

q: 1/ \0 1/ \0

$r\wedge r\wedge(\neg r\vee s)$ $r\wedge(\neg r\vee s)$ $r\wedge(\neg r\vee s)$ $s\wedge(\neg r\vee s)$

r: 1/ \0 1/ \0 1/ \0 1/ \0

s 0 s 0 s 0 s s

s: 1/ \0 1/ \0 1/ \0 1/ \0 1/ \0

1 0 1 0 1 0 1 0 1 0