

# 计算机学院《算法设计与分析》

## (2023 年秋季学期)

### 第二次作业

作业提交截止时间：2023 年 11 月 2 日 23 : 55

#### 1 假日愉悦值问题 (20 分)

F 同学开始计划他的  $N$  天长假，第  $i$  天 he 可以从以下三种活动中选择一种进行。

1. 去海边游泳。可以获得  $a_i$  点愉悦值；
2. 去野外爬山。可以获得  $b_i$  点愉悦值；
3. 在家里学习。可以获得  $c_i$  点愉悦值。

由于他希望自己的假日丰富多彩，他并不希望连续两天（或者两天以上）进行相同类型的活动。试设计算法制定一个假日安排，使得在满足 F 同学要求的情形下所获得的愉悦值的和最大，输出这个假日安排以及最大愉悦和，请描述算法的核心思想，给出算法伪代码并分析其对应的时间复杂度。

#### 2 倍序数组问题 (20 分)

一个长度为  $n$  的正整数数组  $a$ ，被称为“倍序数组”当且仅当对于任意  $1 \leq i \leq n-1$ ，都有  $a_i | a_{i+1}$ （其中“ $|$ ”表示整除，即存在一个正整数  $s$  使得  $a_{i+1} = s \times a_i$ ）。请设计算法求出长度为  $n$  的倍序数组  $a$  的个数，且数组中每个元素满足  $1 \leq a_i \leq k$ ，请描述算法的核心思想，给出算法伪代码并分析其对应的时间复杂度。

例如，当  $k=3, n=2$  时，满足条件的数组有 5 个，分别是  $\{1,1\}$ ， $\{1,2\}$ ， $\{1,3\}$ ， $\{2,2\}$  和  $\{3,3\}$ 。

#### 3 鲜花组合问题 (20 分)

花店共有  $n$  种不同颜色的花，其中第  $i$  种库存有  $a_i$  枝，现要从中选出  $m$  枝花组成一束鲜花。请设计算法计算有多少种组合一束花的方案，请描述算法的核心思想，给出算法伪代码并分析其对应的时间复杂度。（两种方案不同当且仅当存在一个花的种类  $i$ ，两种方案中第  $i$  种花的数量不同）

#### 4 叠塔问题 (20 分)

给定  $n$  块积木，编号为 1 到  $n$ 。第  $i$  块积木的重量为  $w_i$  ( $w_i$  为整数)，硬度为  $s_i$ ，价值为  $v_i$ 。现要从中选择部分积木垂直摞成一座塔，要求每块积木满足如下条件：

若第  $i$  块积木在积木塔中，那么在其之上摆放的所有积木的重量之和不能超过第  $i$  块积木的硬度。

试设计算法求出满足上述条件的价值和最大的积木塔，输出摆放方案和最大价值和。请描述算法的核心思想，给出算法伪代码并分析其对应的时间复杂度。

## 5 最大分值问题 (20 分)

给定一个包含  $n$  个整数的序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，对其中任意一段连续区间  $a_i..a_j$ ，其分值为

$$\left( \sum_{t=i}^j a_t \right) \% p$$

符号  $\%$  表示取余运算符，可以认为  $p$  远小于  $n$ 。

现请你设计算法计算将其分为  $k$  段 (每段至少包含 1 个元素) 后分值和的最大值，请描述算法的核心思想，给出算法伪代码并分析其对应的时间复杂度。

例如，将 3, 4, 7, 2 分为 3 段，模数为  $p = 10$ ，则可将其分为 (3, 4), (7), (2) 这三段，其分值和为  $(3 + 4) \% 10 + 7 \% 10 + 2 \% 10 = 16$ 。