一、　（20 分）判断题

请在正确的陈述前面括号中打√，在错误的陈述前面括号中打×。

（F）回溯法用深度优先或广度优先法搜索状态空间树。

（T）动态规划算法通过增加空间复杂性来降低时间复杂性。

（T）$f(n)= O(f(n))$

（F）$O(f(n))+O(g(n)) = O(\min\{f(n), g(n)\})$

（T）若求解问题 p 的一个算法 A 的复杂性为 f(n)，则 p 的复杂性 $C(p)\le f(n)$。

（T）拉斯维加斯算法有时不能给出问题的解，但只要给出解就是正确的。

（T）快速排序的 worst case 出现于输入数组恰好为已按非降序排列的情况（假设输出的排序结果也要求是非降序）。

（T）基于比较的排序问题的下界是 $\Omega(\log n)$。

（F）所有问题当中最难的一组问题被称为 NP 完备（NP-Complete）问题。

（F）P 类和 NP 类问题的关系用 $P\subset NP$ 来表示是错误的。

二、　（30 分）简答题：

1．推导以下递推式的解：

$T(n)=2$　　当 $n=2$ 时

$T(n)=2T(n-1)+n$　　当 $n>2$ 时

T(n)=3*2^(n-1)-2-n , n>=2

2．是否存在具有最小绝对差界的求解地图着色问题的近似算法？若有，请写出伪代码，并说明为什么其绝对差界已达最小。1,2,3,4

3．请给出寻找数组 A[1…n]中是否有大于 0 的元素问题的最紧的下界，并说明这个下界是用了课上介绍的哪种或哪几种寻找问题下界的策略得来的。

trivial lower bounds　information theoretic arguments

adversary argument　problem reduction

4．按照增长率上升的顺序排列以下函数，即，若在你的排序结果中，函数 $A(n)$ 跟在 $B(n)$ 的后面，则说明应该满足 $B(n)$ 是 $O(A(n))$：

$h_1(n)=2^n$　$h_2(n)=3n^{1/3}$　$h_3(n)=n^n$　$h_4(n)=2\ln^n n$　$h_5(n)=\ln^{1/5} n$

h5 h2 h1 h4 h3

5. 用回溯法求解以下 SAT 问题，请画出搜索树，标明搜索树的分支策略和树中各节点代表的状态（化简的 CNF 形式）。P q r

$(p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee r)$

Key is right

三、 （15 分）设计一求解以下问题的分治算法，写出伪代码，分析其时间复杂性并与该问题的蛮力算法相比较：

问题描述：设有 $n=2^k$ 个运动员要进行网球循环赛。现要设计一个满足以下要求的比赛日程表：

（1）每个选手必须与其他 n-1 个选手各赛一次；

（2）每个选手一天只能参赛一次；

（3）循环赛在 n-1 天内结束。

请按此要求将比赛日程表设计成有 n 行和 n-1 列的一个表。在表中的第 i 行，第 j 列处填入第 i 个选手在第 j 天所遇到的选手。其中 1≤i≤n，1≤j≤n-1。

四、 （15 分）写出用动态规划方法求两个序列的最长公共子序列算法的递推公式、伪代码和时间复杂性，并用该算法手工计算以下 X 和 Y 的最长公共子序列：

X=abcbcc，Y=cacbac

acbc

五、 （15 分）设计一求解以下问题的贪心算法，写出伪代码，并分析其时间复杂性：

在一个 N×M 的方格阵中，每一格子赋予一个数（即为权）。规定每次移动时只能向上或向右。现试找出一条路径，使其从左下角至右上角所经过的权之和最大。

不能保证有效性

六、 （5 分）设计一种策略，使在下面的游戏中，期望提问的平均次数最少（请给出你得到这一策略的过程）：

一个黑盒内共有 1 个红球，2 个蓝球，3 个绿球，4 个黄球，5 个黑球，6 个白球，7 个紫球。有一个人从黑盒内随机拿出一个球，另一个人被蒙上眼睛，只能通过一连串用是或否来回答的问题来确定球的颜色，问该蒙眼人的提问策略。

Huffman