

无线信道建模与仿真

张洪敬

北京邮电大学信息与通信工程学院, 北京 (100876)

E-mail: Zhanghj1985@tom.com

摘 要: 本文主要介绍了两种无线信道模型, 包括加性高斯白噪声信道和瑞利衰落信道。首先给出了两种信道的理论模型以及建模方法。然后通过仿真, 验证了理论模型的正确性。对于白噪声信道, 得到了其概率密度曲线, 同时通过“偏度、峰度检验法”检验其是否服从正态分布。对于瑞利衰落信道, 通过验证其相关特性和统计特性来验证其正确性。

关键词: AWGN, 瑞利, Clarke 模型, Jakes 模型

中图分类号: TN929.53

1. 引言

无线信道是移动通信的传输媒体, 所有的信息都在这个信道中传输。信道性能的好坏直接决定着通信质量, 因此要想在比较有限的频谱资源上尽可能的高质量、大容量传输有用的信息就要求必须十分清楚地了解信道的特性。然后再根据信道的特性采取一系列的抗干扰和抗衰落措施, 来保证传输质量和传输的容量方面的要求^[1]。

为了更好的研究通信系统, 一个与实际传输环境相符合的无线信道仿真模型是必需的。

2. 信道模型

2.1 AWGN信道模型

AWGN 信道, 即加性高斯白噪声信道, 这种信道对于信号的影响在于在原信号的基础上加上了噪声, 引起了原信号的失真。AWGN 信道建模的关键是生成高斯随机序列, 目前产生高斯随机序列的方法有多种, 这里主要介绍中心极限定理的方法和 Box-Muller 方法。

中心极限定理产生高斯随机数: 设 r_1, r_2, \dots, r_n 为 $(0, 1)$ 上 n 个相互独立的均匀分布的随机数, 由于 $E(r_i) = 1/2, D(r_i) = 1/12$, 根据中心极限定理可知^[2], 当 n 充分大时

$$x = \sqrt{\frac{12}{n}} \left(\sum_{i=1}^n r_i - \frac{n}{2} \right) \quad (1)$$

x 的分布近似于高斯分布 $N(0, 1)$. 通常取 $n=12$, 此时有

$$x = \sum_{i=1}^{12} r_i - 6 \quad (2)$$

这样得到的 x 为服从高斯分布 $N(0, 1)$ 的随机数。

Box-Muller 方法产生高斯随机数: 取两个独立的均匀随机数 η_1, η_2 , 令

$$\xi_1 = \sqrt{-2 \ln \eta_1} \cos(2\pi \eta_2) \quad (3)$$

$$\xi_2 = \sqrt{-2 \ln \eta_1} \sin(2\pi \eta_2) \quad (4)$$

则 ξ_1, ξ_2 为相互独立的标准正态分布的随机数。

2.2 瑞利衰落信道的理论模型

Clarke 模型^[3]: Clarke 提出了一种用于描述平坦小尺度衰落的统计模型, 其移动台接收信号场强的统计特性是基于散射的, 这正好与市区环境中无直接通路的特点相吻合, 因此广

泛应用于市区环境的仿真中。

我们知道到达移动台的任何一个无线信号都是由多个平面波叠加而成，可以由下式给出：

$$g(t) = E_0 \sum_{n=1}^N c_n \exp[j(\omega_d t \cos \alpha_n + \phi_n)] \quad (5)$$

其中， E_0 是个常标量， C_n 是随机衰落系数， α_n 是入射波的到达角， ϕ_n 第 n 个入射波的初始相位。 f_d 是当 $\alpha_n=0$ 时的最大多普勒频移。

假设 C_n 是个实值，式(3-3)可写成：

$$g(t) = g_c(t) + jg_s(t) \quad (6)$$

$$g_c(t) = E_0 \sum_{n=1}^N c_n \cos(\omega_d t \cos \alpha_n + \phi_n) \quad (7)$$

$$g_s(t) = E_0 \sum_{n=1}^N c_n \sin(\omega_d t \cos \alpha_n + \phi_n) \quad (8)$$

Jakes 模型^[4]：基于 CLARKE 的参考模型，令：

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (9)$$

$$\alpha_n = \frac{2\pi n}{N}, n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

$$\phi_n = 0, n = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

把上面三个参量带入 CLARKE 模型中就可以得到 JAKES 模型。如下所示：

$$\bar{u}(t) = \bar{u}_c(t) + j\bar{u}_s(t) \quad (12)$$

$$\bar{u}_c(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^M a_n \cos(w_n t) \quad (13)$$

$$\bar{u}_s(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^M b_n \cos(w_n t) \quad (14)$$

当 $N=4M+2$, $n=0$ 时，有 $a_n = \sqrt{2} \cos \beta_0$, $b_n = \sqrt{2} \sin \beta_0$, $\beta_n = \frac{\pi}{4}$, $w_n = w_d$ ；当

$N=4M+2$, $n=1, 2, \dots, M$ 时，有 $a_n = 2 \cos \beta_0$, $b_n = 2 \sin \beta_0$, $\beta_n = \frac{\pi n}{M}$, $w_n = w_d \cos \frac{2\pi n}{N}$ 。

Jakes 模型有以下缺点：

(1) 确知模型，产生多径独立瑞利信道时只能通过选取不同的时间起点，这样很难产生多路独立瑞利衰落信道。

(2) 非广义平稳。

(3) 二阶和四阶统计特性不理想，并且和载波数有关。

改进的 Jakes 模型：在这一节，对 CLARKE 模型的参数 C_n 、 α_n 、 ϕ_n 重新选择，给出了一个改善的信道模型，并且分析了该模型的统计特性。下面是归一化的基带衰落模型：

$$X(t) = X_c(t) + jX_s(t) \quad (15)$$

$$X_c(t) = \sqrt{\frac{2}{M}} \sum_{n=1}^M \sin(\varphi_n) \sin(\omega_d t \sin \alpha_n + \phi) \quad (16)$$

$$X_s(t) = \sqrt{\frac{2}{M}} \sum_{n=1}^M \cos(\varphi_n) \sin(\omega_d t \sin \alpha_n + \phi) \quad (17)$$

其中 φ_n ($n=1,2,\dots,M$), θ , ϕ 这 $M+2$ 个随机变量服从 $[-\pi, \pi)$ 上的均匀分布。在该模型中, 初始相位 ϕ 是为了保证随机过程广义平稳。 θ 或 α_n 是为了使多普勒频率随机化。 φ_n 是保证同相分量和正交分量正交, 并且具有相同的功率。

通过计算可以得到同相分量的自相关、正交分量的自相关、同相和正交的互相关、复信号的自相关、复信号包络平方的自相关^[5]。

$$R_{X_c X_c}(\tau) = J_0(w_d \tau) \quad (18)$$

$$R_{X_s X_s}(\tau) = J_0(w_d \tau) \quad (19)$$

$$R_{X_c X_s}(\tau) = 0 \quad (20)$$

$$R_{X_s X_c}(\tau) = 0 \quad (21)$$

$$R_{XX}(\tau) = 2J_0(w_d \tau) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} R_{|X|^2 |X|^2}(\tau) &= 4 + 4J_0^2(w_d \tau) + \frac{4+2J_0(2w_d \tau)}{M} \\ &= 4 + 4J_0^2(w_d \tau), \text{ 当 } M \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (23)$$

从改善的信道模型的统计特性和数学参考模型的统计特性的对比可以看出: 二阶统计特性完全一样, 另外新模型的二阶统计特性与 M 无关, 在正弦波数量很少的情况下就已经接近理想情况, 这与经典的 JAKES 模型不同。四阶统计特性有所不同, $M=8$ 时, 式(3-29)可以很好的近似式(3-12), 并且四阶统计特性在正弦波数量趋于无穷时接近理想情况。

考察包络以及相位的概率密度函数当 $M \rightarrow \infty$ 时, 包络服从瑞利分布, 相位服从 $[-\pi, \pi)$ 上的均匀分布。具体的 PDF (概率密度函数) 如下:

$$f_{|X|}(x) = x \cdot \exp(-\frac{x^2}{2}), x \geq 0 \quad (24)$$

$$f_{\Theta_x}(\theta_x) = \frac{1}{2\pi}, \theta_x \in [-\pi, \pi). \quad (25)$$

下面是简要证明: 因为同相分量和正交分量中的各个子载波统计独立并且服从同一分布, 根据中心极限定理, 当 $M \rightarrow \infty$ 时, 同相分量和正交分量趋近高斯过程, 而且同相分量与正交分量独立, 所以包络服从瑞利分布, 相位服从均匀分布。

3. 信道模型仿真与分析

根据上述信道模型, 进行无线信道的仿真, 包括加性高斯白噪声信道和平坦瑞利衰落信道。主要考虑其统计特性及相关特性。下面是仿真结果的介绍与分析。

3.1 AWGN信道仿真结果及检验

使用中心极限定理的方法, 生成高斯随机序列, 统计序列概率, 得到的图形如下 (其中

横坐标代表 x 的取值，纵坐标是取值出现次数(也可以说是概率)，统计次数是 100000 次)：

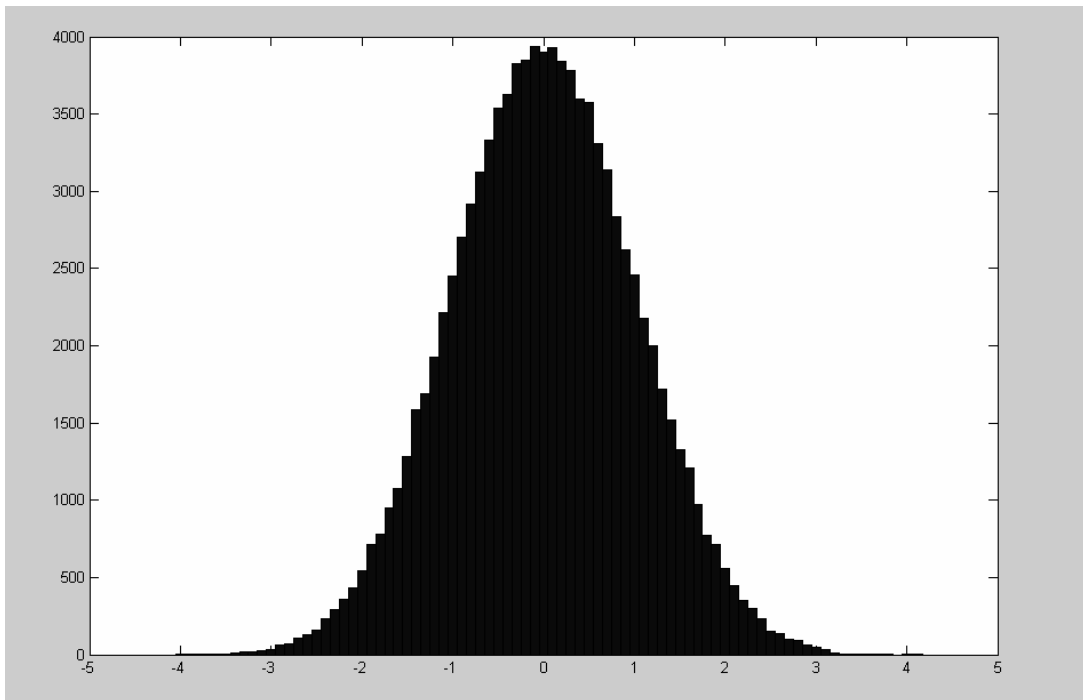


图 1 中心极限定理方法 x 概率密度函数

从上图中可以看出： x 服从高斯分布 $N(0,1)$ 。

下面对于上面的样本使用“偏度、峰度检验法”来检验样本来自正态总体 ($\alpha = 0.1$)。

现在来假设检验

H_0 : 数据来自正态总体。

$$\text{这里 } \alpha = 0.1, n=100000, \sigma_1 = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}} = 0.0077457,$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} = 0.015491, \mu_2 = 3 - \frac{6}{n+1} = 2.9999. \text{ 下面来计算样本}$$

中心矩 B_2, B_3, B_4 ，计算时可利用以下关系式：

$$B_2 = A_2 - A_1^2$$

$$B_3 = A_3 - 3A_2A_1 + 2A_1^3$$

$$B_4 = A_4 - 4A_3A_1 + 6A_2A_1^2 - 3A_1^4$$

其中 $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k (k=1,2,3,4)$ 为 k 阶样本矩，经计算得

$A_k (k=1,2,3,4), B_k (k=2,3,4)$ 的观察值分别为：

$$A_1 = -0.00027967, A_2 = 1.0021, A_3 = -0.0081078, A_4 = 2.9033,$$

$$B_2 = 1.0021, B_3 = -0.007267, B_4 = 2.9033.$$

样本偏度和样本峰度的观察值分别为：

$$g_1 = -0.007244, g_2 = 2.8911$$

而 $z_{\alpha/4} = z_{0.025} = 1.96$ 。拒绝域为 $|\mu_1| = |g_1 / \sigma_1| \geq 1.96, |\mu_2| = |g_2 - \mu_2| / \sigma_2 \geq 1.96$ 。

现算得 $|\mu_1| = 0.9352 < 1.96$ ，故接受 H_0 ，认为样本服从正态分布。

使用 Box-Muller 方法，生成高斯随机序列，统计序列概率，得到的图形如下（其中横坐标代表 x 的取值，纵坐标是取值出现次数(也可以说是概率)，统计次数是 10000 次）：

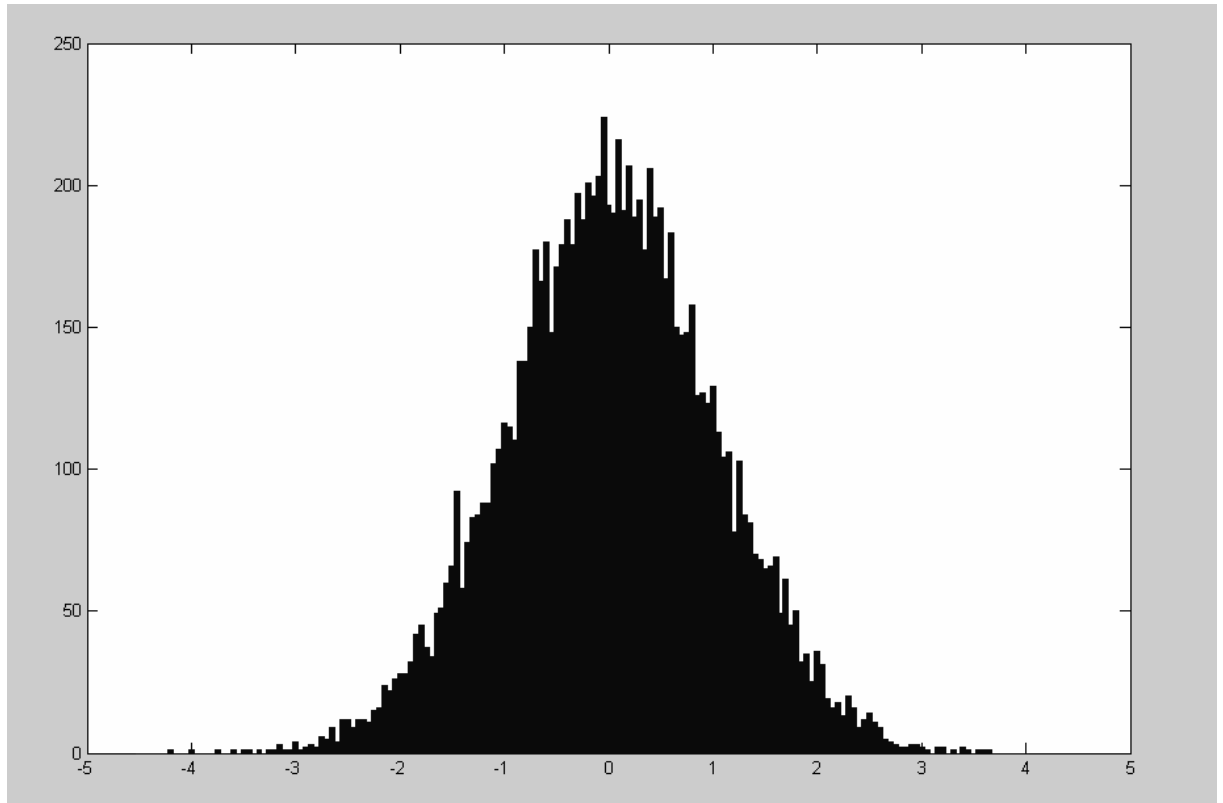


图2 Box-Muller 方法 x 概率密度函数

从上图可以看出： x 服从高斯分布 $N(0,1)$ 。

下面对于上面的样本使用“偏度、峰度检验法”来检验样本来自正态总体（ $\alpha = 0.1$ ）。

现在来假设检验

H_0 : 数据来自正态总体。

$$\text{这里 } \alpha = 0.1, n=10000 \sigma_1 = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}} = 0.024488,$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} = 0.048953, \mu_2 = 3 - \frac{6}{n+1} = 2.9994. \text{ 下面来计算样本}$$

中心矩 B_2, B_3, B_4 ,

$$B_2 = 1.0075, B_3 = -0.026396, B_4 = 3.0998.$$

样本偏度和样本峰度的观察值分别为：

$$g_1 = -0.026103, g_2 = 3.0539$$

而 $z_{\alpha/4} = z_{0.025} = 1.96$ 。拒绝域为 $|\mu_1| = |g_1 / \sigma_1| \geq 1.96, |\mu_2| = |g_2 - \mu_2| / \sigma_2 \geq 1.96$ 。

现算得 $|\mu_1| = 1.066 < 1.96, |\mu_2| = 1.1135 < 1.96$ 故接受 H_0 ，认为样本服从正态分布。

3.2 平坦瑞利衰落信道仿真结果

采用改进的 Jakes 模型，最大多普勒频移为 50Hz，采样频率为 3.84MHz，长度为 3840000， $M=8$ 。主要完成改进的 Jakes 模型的统计特性的仿真，进而证明改进的 Jakes 模型的特性。

图 4-5~图 4-9 的横坐标是归一化时间 $f_d * \tau$ ，纵坐标是对应的自相关或互相关值。

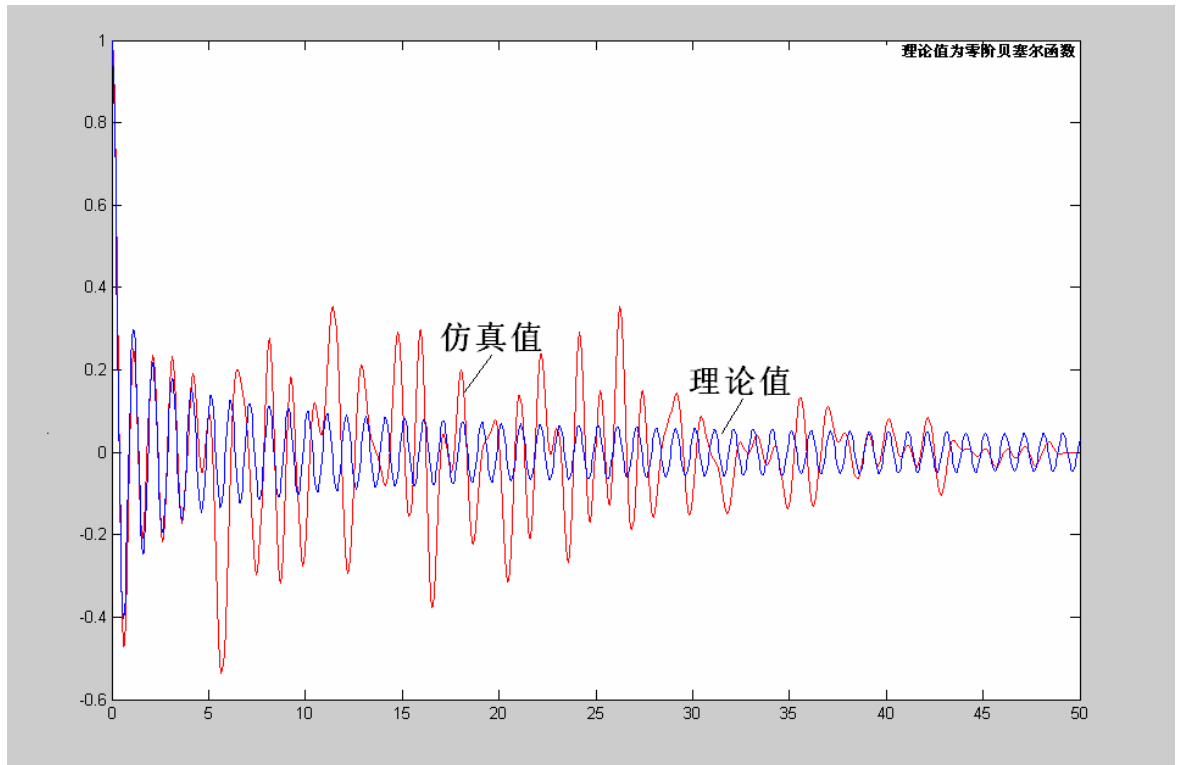


图 3 同相分量自相关理论值和仿真结果

横坐标是归一化时间，纵坐标是同相分量自相关值。从上图中可以看出：该模型同相分量的自相关和理论值在横坐标小于 5 时非常接近，而在横坐标大于 5 时有一定的偏差。导致这种偏差的原因是多方面的，其中，参数的取值是一个方面。还有就是统计次数的原因，统计次数不够多，也导致了结果出现了一定的偏差。

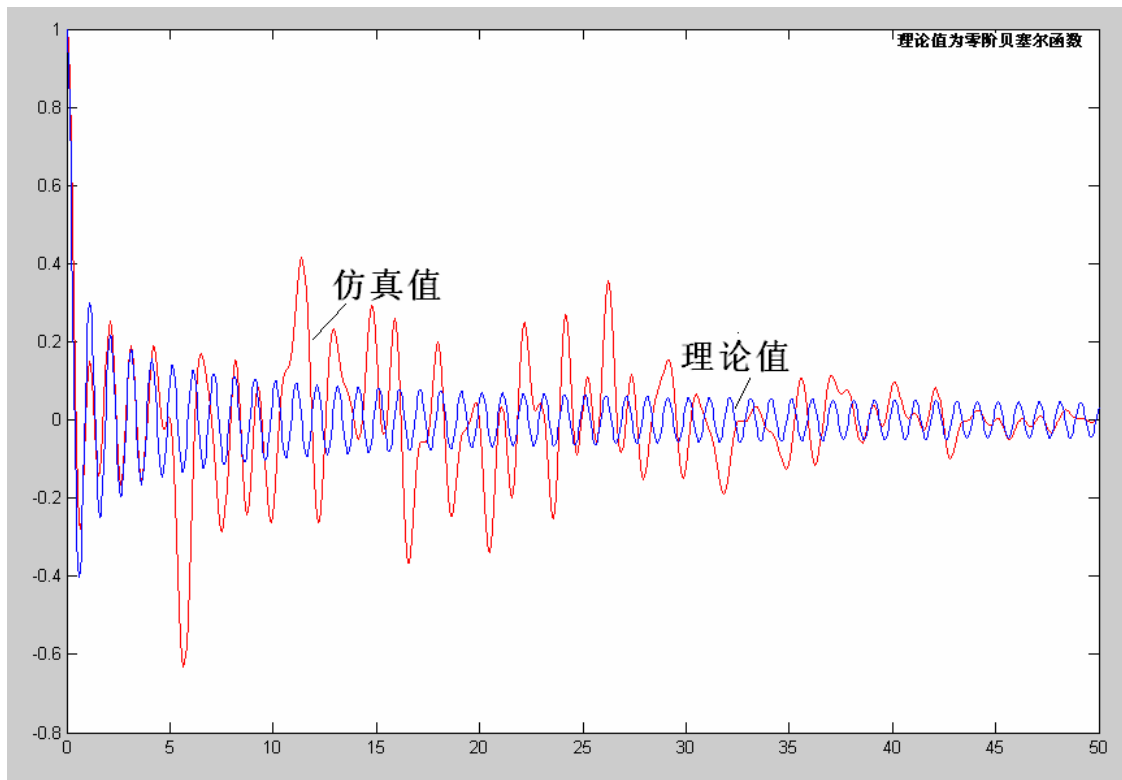


图4 正交分量自相关理论值和仿真结果

横坐标是归一化时间，纵坐标是同相分量自相关值。从上图中可以看出：该模型正交分量的自相关和理论值在横坐标小于5时非常接近，而在横坐标大于5时有一定的偏差。导致这种偏差的原因是多方面的，其中，参数的取值是一个方面。还有就是统计次数的原因，统计次数不够多，也导致了结果出现了一定的偏差。

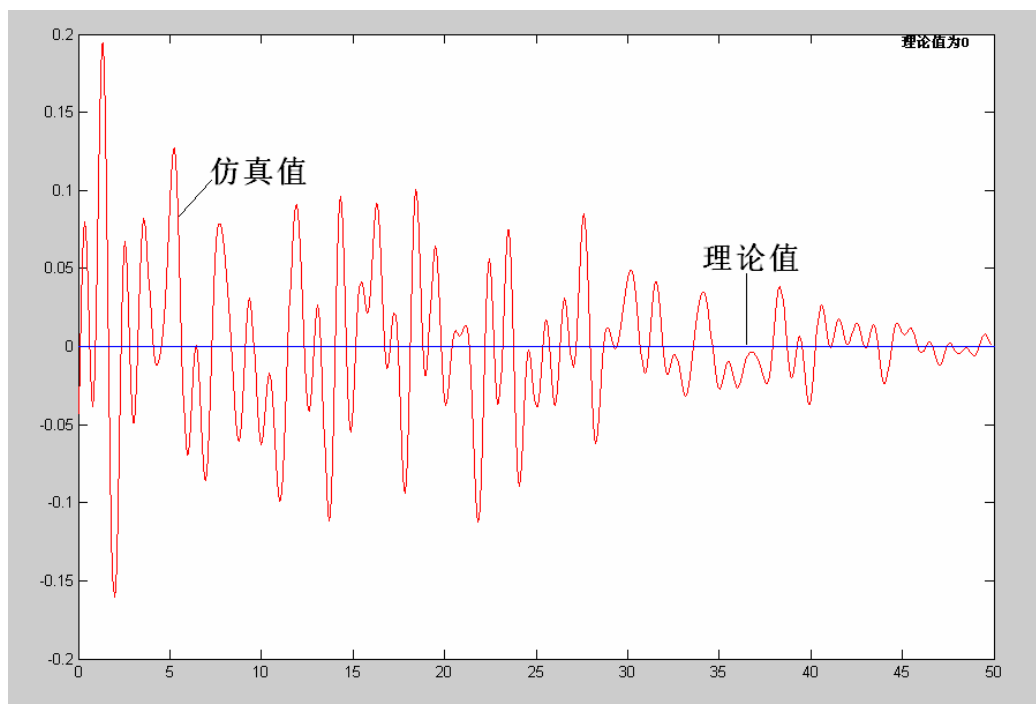


图5 同相分量与正交分量互相关理论值和仿真结果

横坐标是归一化时间，纵坐标是同相分量与正交分量互相关值。从上图中可以看出：仿

真值和理论值最大偏差小于 0.2。总体上平均为 0，与理论值相差不多。

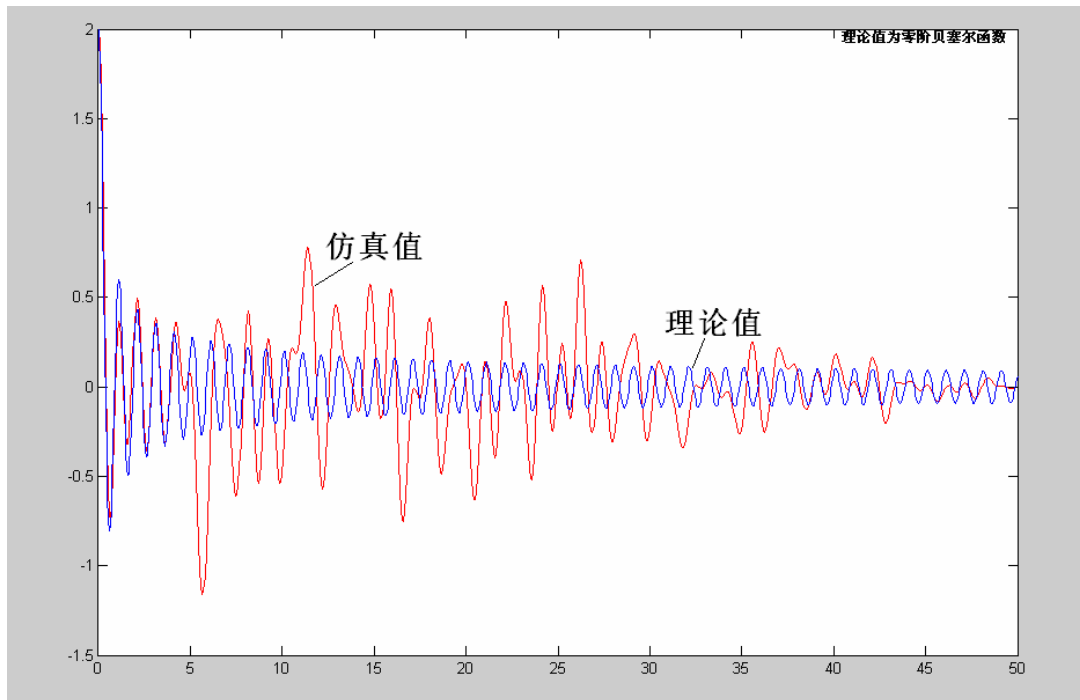


图 6 复包络自相关函数的实部理论值与仿真结果

横坐标是归一化时间，纵坐标是复包络自相关值。从上图中可以看出：复包络自相关（红线所示）和理论值（蓝线所示）在横坐标小于 5 时非常接近，而在横坐标大于 5 时有一定的偏差。导致这种偏差的原因是多方面的，其中，参数的取值是一个方面。还有就是统计次数的原因，统计次数不够多，也导致了结果出现了一定的偏差。

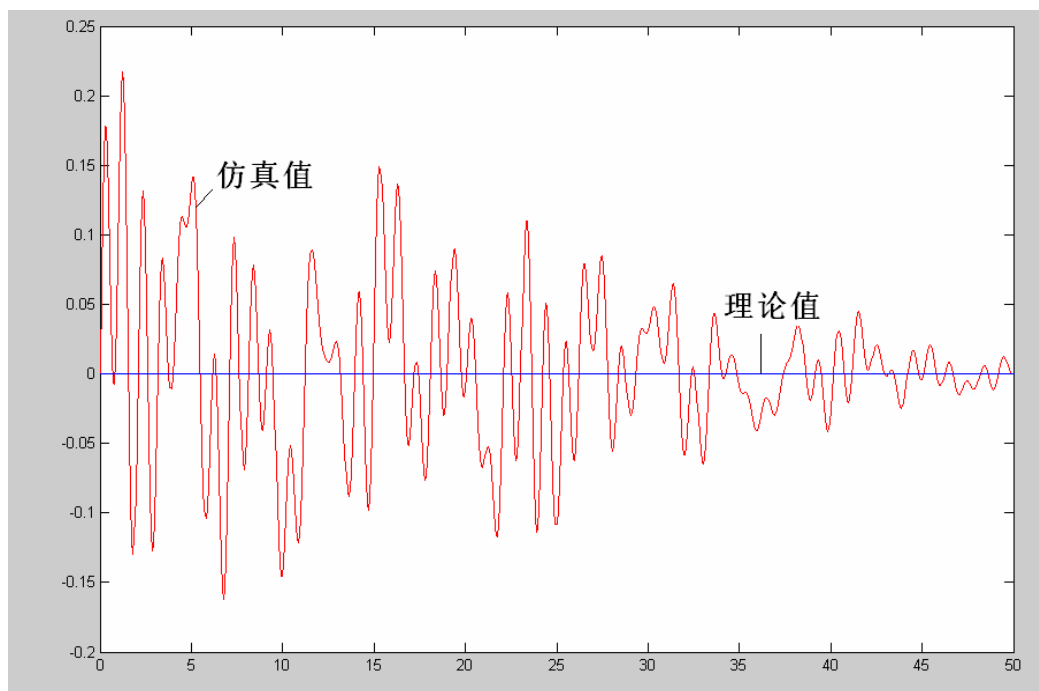


图 7 复包络相关系数的虚部理论值与仿真结果

横坐标是归一化时间，纵坐标是复包络相关系数的虚部值。从上图中可以看出：复包络相关系数的虚部理论值（蓝线）与仿真结果（红线）相差值都小于 0.25，总体上平均为 0。

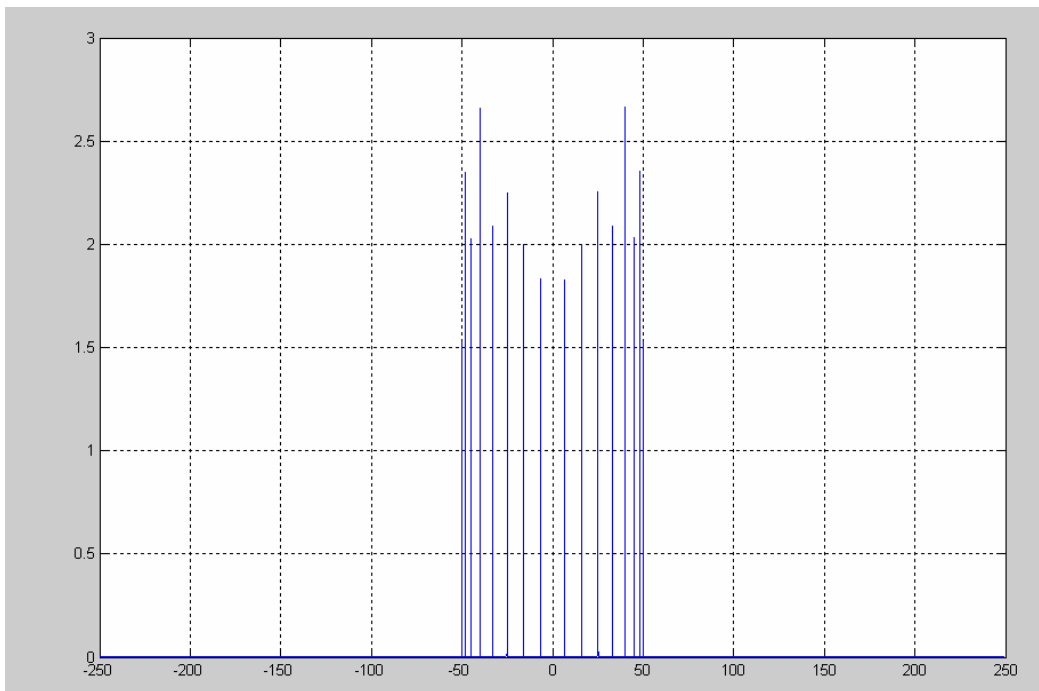


图8 瑞利衰落样本的功率谱

横坐标为频率，纵坐标为功率。从上图可以看出：Jakes 法生成的瑞利衰落样本的功率谱为 U 形谱。其中最大多普勒频移为 50Hz, 采样点数为 50000, 采样率为 500Hz, 10 次统计平均。

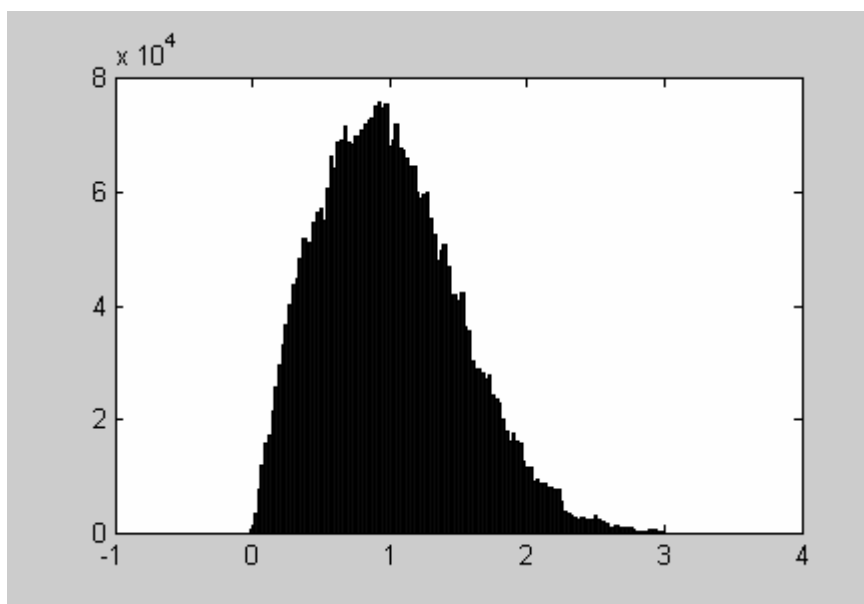


图9 幅度概率密度函数

横坐标是幅度值，纵坐标是幅度出现次数(也可以说是概率)。为了更好的统计样本的幅度概率密度，选择样本容量为 3840000。从数理统计的角度来讲，样本容量选的越大，就越能反映样本的统计规律性。从上图中可以看出：幅度概率密度函数服从瑞利分布，和理论情况相符。

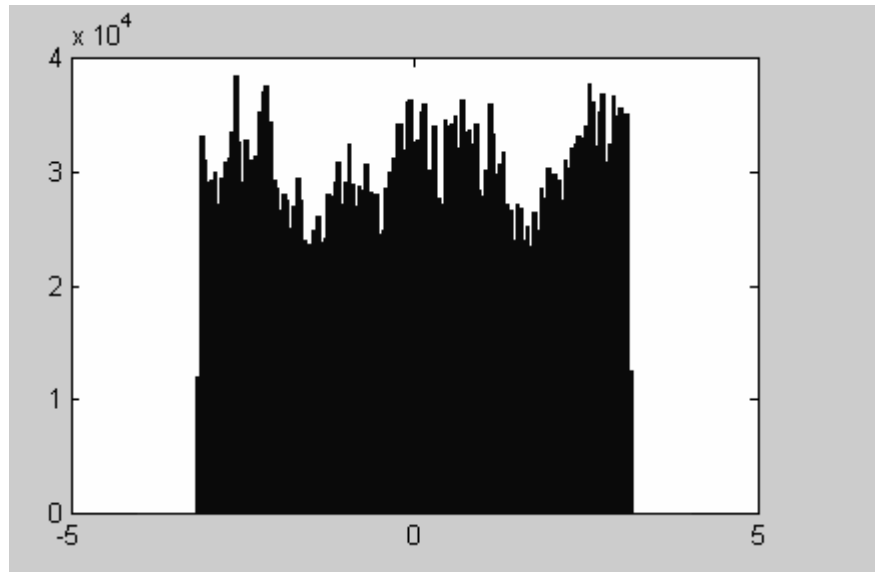


图 10 相位概率密度函数

横坐标是相位值，纵坐标是相位出现的次数，选择样本容量为 3840000。从上图中可以看出：相位概率密度函数服从 $[-\pi, \pi)$ 上的均匀分布，和理论情况相符。

小结：从图 4-1~图 4-11 可以看出改进的 Jakes 模型的同相分量自相关、正交分量自相关、同相分量和正交分量的互相关、复包络自相关的实部和虚部、功率谱密度均接近理论值；其幅度、相位概率密度函数分别近似服从瑞利分布、均匀分布。由此可见，改进的 Jakes 模型能够很好的仿真平坦瑞利衰落信道。

4. 结论

本文完成了加性高斯白噪声信道和瑞利衰落信道的建模与仿真。通过分析他们的统计和相关特性，初步了解了信道建模的方法。在实际的无线通信系统中，信道对于信号的影响是随机的不确知的。而我们通过大量的统计数据，找出无线信道的统计特性，同时建立与之相符的理论信道模型。通过对无线通信系统的仿真，可以尽量消除这些信道的影响，对于无线通信系统的研究很有意义。

参考文献

- [1]杨大成等。移动传播环境。机械工业出版社，2003.8： 1-8 页。
- [2] 盛骤、谢式千、潘承毅。概率论与数理统计。高等教育出版社，2001： 147-152 页。
- [3]W.C.Jakes.Microwave Mobile Communications.New York:Wiley,1974.
- [4] Yahong Rosa Zheng , ChengShan Xiao. "Simulation models with correct statistical Properties For Rayleigh Fading Channels." IEEE transactions on communications , VOL. 51, NO. 6, JUNE 2003, Pages:920-927
- [5] Saleh, A; Valenzuela, R., "A Statistical Model for Indoor Multipath Propagation", Selected Areas in Communications, IEEE Journal on , Volume: 5 , Issue: 2 , Feb 1987 , Pages:128 – 137.

RESEARCH OF WIRELESS CHANNEL MODELING TECHNIQUE

Zhang Hongjing

ITTC, Beijing University of Posts and Tele Communications, Beijing (100876)

Abstract

In this paper, I'll analyze all kinds of channel modeling including AWGN channel , Rayleigh fading channel and their Statistical Properties. For AWGN channel, we get its PDF. Simulation results are given to verify the correctness of theoretical analysis. For Rayleigh fading channel, we analyze its PDF and correlation Properties.

Keywords: AWGN, Rayleigh, Clarke model, Jakes model