参考《变换函数 T 的展开》可以得到，当 f 给定的时候$\tau(\phi,f)$的分母为一个常数，假设

$$m = \sum_{\phi=0}^{255} s(\phi,f)\nu(\phi) \tag{1.1}$$

这时

$$\tau(\phi,f) = \frac{s(\phi,f)\nu(\phi)}{m} \tag{1.2}$$

可以认为$\tau(\phi,f)$的形状由$s\nu$的乘积来决定(正如论文中所说的那样)。假设输入图像的直方图为单峰，且 f 在峰的左边，如下图所示：

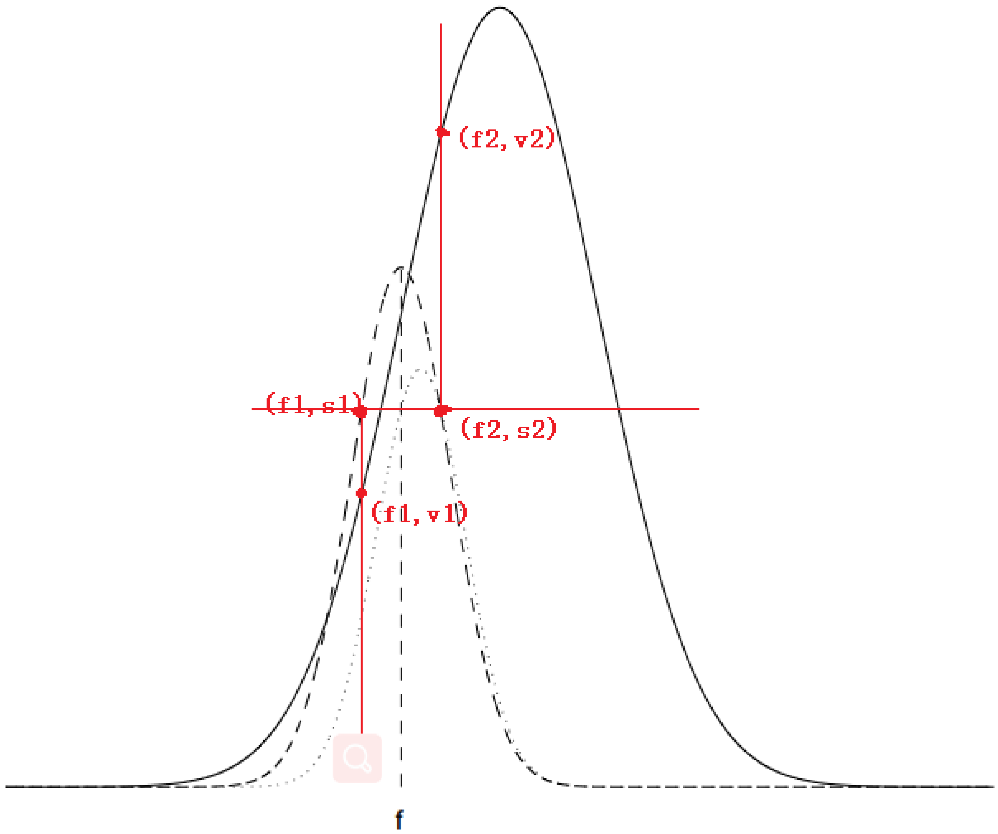

Fig.1

图中实线为ν，是输入图像的直方图，横坐标是灰度级数ϕ，虚线为在 f 点处的亲密度函数$s(\phi,f)$(图中只是给出了大致的形状，和ν不具备比较关系，但是很坐标是对应的)，由$s(\phi,f)$的曲线可知，当$\phi = f$时，$s(\phi,f)$的值最大。

在图中作一条横线，和$s(\phi,f)$相交于$(f1,s1)$和$(f2,s2)$两点，$s1 = s2$，即$s(f1,f) = s(f2,f)$。再作两条竖线，显然有$\nu1 < \nu2$，即$\nu(f1) < \nu(f2)$。综上所述，则有

$$s(f1,f)\nu(f1) < s(f2,f)\nu(f2)$$

即$\tau(f1,f) < \tau(f2,f)$。通过这样作无数条先，可以得到，位于 f 左边的τ比右边的低。正如论文所说的向右倾斜。f 选在右边同理。

从《变换函数 T 的展开》的(1,2)中，可以知道h就是以$\tau(\phi,f)$为直方图的图像的均值，如果要使$h = 128$,那么$\tau(\phi,f)$就需要是像高斯函数一样的直方图。要得到比 128 小的均值，$\tau(\phi,f)$直方图的形状就要向左倾斜，即左高右低，要得到这样的形状，结合上图 Fig.1，需要把 f 选择在右侧，我们总能找到一个右侧的 f3，使得$f = T(f3)$，其中 f 还是 Fig.1 中的 f，f3 是右侧找到的 f，很明显$f < f3$。假设f点的 range filter 为$h = T(f)$。我们知道$T(f3)$的直方图向左倾斜，$T(f)$的向右倾斜，则$h > f$。另一侧同理可证。

为什么滤波后的图像的直方图会被压缩呢(即两边向中部靠拢)？因为经过 range filter 后，左侧(低灰度级)灰度级变高，右侧灰度级变低，则呈现灰度级向中间靠拢的趋势。