Sprawozdanie z Eksperymentu Numerycznego

Zadanie NUM2

W ramach tego eksperymentu przeprowadziliśmy analizę wpływu zaburzenia wektora wyrazów wolnych na rozwiązania równań macierzowych. W naszym badaniu skupiliśmy się na dwóch nieregularnych macierzach A1 i A2, a także przeprowadziliśmy analizę wartości własnych tych macierzy.

Implementacja

Korzystając z języka Python i bibliotek numpy oraz scipy, zaimplementowaliśmy zadane równania macierzowe. Macierze A1 i A2 oraz wektor wyrazów wolnych b zostały zdefiniowane w kodzie. Następnie użyliśmy biblioteki scipy.linalg do rozwiązania tych równań. Dodatkowo, obliczyliśmy wartości i wektory własne macierzy A1 i A2 przy użyciu biblioteki numpy.

Wyniki i Analiza

Wyniki rozwiązań A1y=b i A2y=b dla oryginalnego wektora wyrazów wolnych (b) wykazały różnice między tymi dwiema macierzami. Wyniki A1 były znacznie bardziej podatne na zmiany w porównaniu do wyników A2. Wartości własne macierzy A1 zawierały bardzo małe wartości własne, co sprawiło, że macierz była bliska osobliwości. W rezultacie, nawet niewielkie zmiany w wektorze wyrazów wolnych miały znaczący wpływ na wyniki.

Wynik A1y=b dla b:

[0.22508493 -0.00602226 1.84183182 -5.15344244 -0.2176225]

Wynik A2y=b dla b:

[0.57747172 -1.27378458 1.67675008 -4.8157949   0.20156347]

Wynik A1y = b + delta(b):

[-250.28992361 901.25786565 119.19995484 -245.19017751 -298.22078357]

Wynik A2y = b + delta(b):

[0.57747184 -1.27378409 1.67675023 -4.81579405 0.20156377]

Wyniki analizy wartości własnych:

- **Wartosci wlasne** A1:

  [4.00000000e+00 3.00000000e+00 **1.94686093e-10** 2.00000000e+00 1.00000000e+00]

- **Wectory wlasne** A1:

[-0.25330012 -0.79864862 0.24621537 -0.38298718 0.30116148]

[-0.16091207 -0.35485732 -0.88579531 0.09256754 -0.23448137]

[-0.79379676 0.4489005 -0.11534388 -0.36031898 0.15887436]

[-0.07844021 -0.06063544 0.23591694 -0.37172804 -0.89237433]

[-0.52314452 -0.1762054   0.29288847 0.75943437 -0.180962]

- **Wartosci wlasne** A2:

  [4. 3. 1. 2. 1.5]

- **Wektory wlasne** A2:

[-0.25330012 -0.79864862 -0.30116148 -0.38298718 0.24621537]

[-0.16091207 -0.35485732 0.23448137 0.09256754 -0.88579531]

[-0.79379676 0.4489005 -0.15887436 -0.36031898 -0.11534388]

[-0.07844021 -0.06063544 0.89237433 -0.37172804 0.23591693]

[-0.52314452 -0.1762054   0.180962   0.75943437 0.29288847]

Następnie wprowadziliśmy zaburzenie Δb w wektorze wyrazów wolnych b. Przy użyciu losowo wygenerowanych małych Δb (o normie euklidesowej $||\Delta b||_2 \approx 10^{-6}$), ponownie obliczyliśmy wyniki rozwiązań $A1y=b+\Delta b$ i $A2y=b+\Delta b$. Zauważyliśmy, że wyniki dla A1 były nadal bardziej podatne na zaburzenia niż wyniki dla A2.

- Analiza wyników z zaburzeniem:

- **Wynik** A1y = b + delta(b): (wyniki zależą od Δb)

- **Wynik** A2y = b + delta(b): (wyniki są stabilne)

Wnioski

1. Macierze nieregularne (jak A1) są bardziej podatne na błędy numeryczne niż macierze regularne (jak A2). Wartości własne macierzy są kluczowym czynnikiem wpływającym na stabilność numeryczną rozwiązań.

2. Zaburzenia wektorów wyrazów wolnych mogą znacząco wpłynąć na wyniki obliczeń, zwłaszcza w przypadku nieregularnych macierzy. Nawet niewielkie zmiany w wektorze wyrazów wolnych mogą wprowadzić znaczne błędy w rozwiązaniach.

3. Analiza wartości własnych macierzy jest kluczowa w kontekście problemów numerycznych, ponieważ pomaga ocenić ich stabilność i wpływ na wyniki obliczeń.

Podsumowanie

Eksperyment numeryczny przeprowadzony na macierzach A1 i A2 oraz zaburzeniach wektora wyrazów wolnych pokazał, że wyniki obliczeń są silnie uzależnione od charakterystyk macierzy. Stabilność numeryczna jest kluczowym aspektem w numerycznym rozwiązywaniu równań macierzowych, a analiza wartości własnych i wpływu zaburzeń może pomóc unikać błędów i uzyskiwać dokładniejsze wyniki.