Resumen del metodo simplex dual

07/Mar20/2022

Inicialización.

Encuentre una base B del problema primal tal que.

$$z_j - c_j = c_B B^{-1} a_j - c_j \leq 0 \quad \forall j.$$

Paso principal

1. Si $\bar{b} = B^{-1} b \geq 0$, para, la solución actual es óptima. De otra manera elija la fila pivote r como "r", tal que $\bar{b}_r = \min\{\bar{b}_i\}$

2. Si $y_{rj} \geq 0 \quad \forall j$ pare; el problema primal posee región factible vacía.

   De otra manera elija la columna pivote K como aquel indice tal que.

$$\frac{z_k - c_k}{y_{rk}} = \underset{j}{\text{minimo}} \left\{ \frac{z_j - c_j}{y_{rj}} \,\middle|\, y_{rj} < 0 \right\}$$

3. Pivoteé en y_{rk} y regrese al paso 1

Ejemplo

minimizar $2x_1 + 3x_2 + 4x_3$

sujeto a: $x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 3$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4$

$-x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -3$

$-2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_5 = -4$

$z - 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 0x_4 - 0x_5$

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
z	1	-2	-3	-4	0	0	0
x_4	0	-1	-2	-1	1	0	-3
x_5	0	-2	1	-3	0	1	-4

$(0 \quad 1 \quad -1/2 \quad 3/2 \quad 0 \quad -1/2 \quad 2)$

$$\begin{array}{rccccccc} & 0 & -1 & -2 & -1 & 1 & 0 & -3 \\ - & (-1)(0 & 1 & -1/2 & 3/2 & 0 & -1/2 & 2) \\ \hline & 0 & 0 & -5/2 & 1/2 & 1 & -1/2 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rccccccc} & 1 & -2 & -3 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ - & (-2)(0 & 1 & -1/2 & 3/2 & 0 & -1/2 & 2) \\ \hline & 1 & 0 & -4 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{array}$$

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
z	1	0	-4	-1	0	-1	4
x_4	0	0	-5/2	1/2	1	-1/2	-1
x_5	0	1	-1/2	5/2	0	-1/2	2

$0 \quad 0 \quad 1 \quad -1/5 \quad -2/5 \quad 1/5 \quad 2/5$

$$\begin{array}{rccccccc} & 0 & 1 & -1/2 & 3/2 & 0 & -1/2 & 2 \\ - & (-1/2)(0 & 0 & 1 & -1/5 & -3/5 & 1/5 & 2/5) \\ \hline & 0 & 1 & 0 & 7/5 & -1/5 & -2/5 & \frac{11}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{rccccccc} & 1 & 0 & -4 & -1 & 0 & -1 & 4 \\ - & (-4)(0 & 0 & 1 & -1/5 & -2/5 & 1/5 & 2/5) \\ \hline & 1 & 0 & 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{8}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{28}{5} \end{array}$$

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
z	1	0	0	-4/5	-8/5	-1/5	28/5
x_4	0	0	1	-1/5	-2/5	1/5	2/5
x_5	0	1	0	7/5	-1/5	-2/5	11/5

El metodo primal dual

Consideramos el siguente problema primal y dual en forma estándard $(b \geq 0)$

P Minimizar cx

Sujeto a $Ax = b$

$x > 0$

D Maximizar wb

Sujeto a $wA \leq c$

w sin restricción

Sea w una solución inicial factible del problema dual

En este caso, si $wa_j = c_j$, entonces $x_j \geq 0$

$Q = \{j \mid wa_j - c_j = 0\}$. En la primera fase de nuestro metodo tratamos de encontrar una solución factible del problema primal de entre las variables definidas por Q.

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in Q} 0 x_j + 1 x_a$$

$$\text{Sujeto a } \sum_{j \in Q} a_j x_j + I x_a = b$$

$$x_j \geq 0 \text{ para } j \in Q$$

$$x_a \geq 0$$

Considerando el siguiente problema primal y dual en forma estandard donde $b \geq 0$ 09/marzo

P: minimizar Cx

sujeto a', $Ax = b$

$x \geq 0$

D: Maximizar wb

sujeto a; $wA \leq C$

w sin restricción

$x_j > 0 \Rightarrow$

$w^* a_j = c_j$

$w^* a_j < c_j$

$\Rightarrow x_j^* = 0$

$w_l^* > 0 \to a^l x^* = b_l$

$a_l x^* > b_l \to w_l^* = 0$

Sea w una solución dual factible, esto es $wa_j \leq c_j \ \forall j$. De las condiciones de holgura si $wa_j = c$, entonces x_j pierde su positivo, la idea es lograr que la solución del problema primal sea factible, sea

$$Q = \{ j \mid wa_j - c_j = 0 \}$$

El conjunto de indices de las variables primales que se admiten positivos

El metodo se divide en 2 fases, en la primera tratamos de encontrar una solución factible de entre los variables cuyo indice pertenece a Q

El problema se plantea como sigue

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j \in Q} 0 x_j$$

$$\text{Sujeto a} \quad \sum_{j \in Q} a_j x_j + I x_a = b$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in Q$$

$$x_a \geq 0$$

Problema Primal Restringido

Utilizamos al vector X_a para obtener una solucion inicial basica factible de la fase uno del problema.

Denotemos como X_0 a la evaluación de la función objetivo del problema primal restringido si se ha alcanzado el optimo en el problema primal restringido con $x_0 = 0$ ó $x_0 > 0$

Si $x = 0$ en ese caso tenemos una solución factible al problema primal (inicial), pues en tal caso las variables artificiales son cero. Ademas tenemos una solución dual factible. y la condición de holgura complementaria $(wa_j - c_j)x_j = 0$, se sige cumpliendo

$Q = \{j \mid wa_j - c\}$ 0

si $j \in Q$ en este caso $(wa_j - c_j) = 0$

$\therefore \quad (wa_j - c_j)x_j = 0$

Si $j \notin Q$, entonces $wa_j < c_j$

$\therefore \quad x_j = 0$ (Condiciones de holgura complementaria)

Luego $(wa_j - c_j)x_j = 0$

Por tanto tenemos una solución óptima del problema inicial.

Si $X_0 > 0$, entonces no se ha alcanzado una solución factible en el problema primal.

Tenemos, en todo caso que las condiciones de Holgura complementaria se siguen cumpliendo, en cuyo caso

$$(wa_j - x_j)x_j = 0$$

Si $j \in Q$ $x_j = 0$.

Con el propósito de mejorar a X_0 (es decir decrementarlo) modificaremos a W. Consideramos al problema dual del problema primal restringido

Maximizar Vb

sujeto $Va_j \leq 0 \quad j \in Q$

$V \leq 1$

$$[A \mid I] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_k \\ x_{k_1} \\ x_{k_2} \\ \vdots \\ x_{kn} \end{pmatrix}$$

$$V[VA \mid I] = VA' \leq C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$VA \leq 0$

$VI \leq \mathbb{1}$

Sea V^* una solución óptima del problema anterior. Si una variable x_j es miembro de la base óptima del problema restringido primal entonces

$$v^* a_j = 0$$

El criterio para que una variable pueda entrar a la base es que la condición anterior no se cumpla, es decir

$$v^* a_j > 0$$

Para $j \notin Q$ calcule $v^* a_j$ si $v^* a_j > 0$, entonces x_j podría entrar a la base del problema primal restringido con el potencial de decremento X_0

Por tanto debemos de encontrar la manera de forzar a alguna variable x_j con $v^* a_j > 0$ a entrar al conjunto Q.

Problema Primal Restringido

Construya al vector w' como sigue,

$$w' = w + \theta' v^* \text{ con } \theta' > 0$$

Entonces

$$w'a_j - c_j = (w + \theta' v^*)a_j - c$$
$$= (wa_j - c_j) + \theta' (v^* a_j)$$

Note que $wa_j - c_j = 0$ y $v^* a_j \leq 0 \quad \forall j \in Q$

En particular, si x_j con $j \in Q$ en una variable básica en el problema primal restringido entonces

$$v^* a_j = 0$$

además $w'a_j = c_j = 0$, para

$$w'a_j - c_j = (wa_j - c_j) + \theta' (v^* a_j), = 0 + \theta' . 0 = 0$$

Si $j \notin Q$ y $v^* a_j \leq 0$ entonces

$wa_j < c_j$, entonces

$$w'a_j - c_j \leq (wa_j - c_j) < 0 + \theta' > 0 \ v + a^{\leq 0} < 0$$

Si $j \notin Q$ y $v^* a_j > 0$, defina

$$\theta' = \text{mínimo} \left\{ -\frac{(wa_j - c_j)}{v^* a_j} \middle| v^* a_j > 0 \right\}$$

10/marzo/2022

$w'a_j - c_j \leq 0$

$$\theta = -\frac{(wa_k - c_k)}{v^* a_k} = \underset{j}{\text{minimo}} \left\{ -\frac{(wa_j - c_j)}{v^* a_j} \,\middle|\, v^* a_j > 0 \right\} > 0$$

Ahora $(j = k)$

$$w'a_k - c_k = (wa_k - c_k) + \theta(v^* a_k) = (wa_k - c_k)$$
$$+ \left(-\frac{(wa_k - c_k)}{v^* a_k}\right) v^* a_k = 0 \leq 0$$

Ahora $(j \neq k)$

$$w'a_k - c_k = (wa_j - c_j) + \theta(v^* a_j) \leq (wa_j - c_j) + \left(-\frac{(wa_j - c_j)}{v^* a_j}\right)(v^* a_j) = 0$$

$$\theta \leq -\frac{(wa_k - c_k)}{v^* a_k} \leq \frac{wa_j - c_j}{v^* a_j}$$

$w'b = (w + \theta v^*) b = wb + \theta(v^* b)$

Problema primal restringido

x^*, v^*

$cx^* = x_0 = v^* b$

$w'b = (w + \theta v^*) b = wb + \theta(v^* b) = wb + \theta x_0 \geq wb$

Se trabaja ahora con w', hasta que $x_0 = 0$

Tenemos $w' = w + \theta v^*$ Como $wa_j - c_j \leq 0 \ \forall j$ y como por asunción $v^* a_j \leq 0 \ \forall j$

$w'a_j - c_j = (wa_j - c_j) + \theta v^* a_j \leq wa_j - c_j \ \forall \theta > 0$

Ademas

$$w'b = (w + \theta v^*) b = wb + \theta (v^* b) = wb + \theta x_0 \underset{\theta \to \infty}{\longrightarrow} \infty$$

En cuyo caso el problema dual (original) tiene solución no acotada y por tanto el problema primal tiene region factible vacia

Inicialización **PRIMAL DUAL**

Escoja un vector, w tal que $wa_j - c_j \leq 0 \quad \forall j$

Paso Principal

1- Sea $Q = \{ j \mid wa_j - c_j = 0 \}$, resuelva el siguiente problema primal restringido

$$\text{minimizar} \quad \sum_{j \in Q} 0 x_j + e^t x_a$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{j \in Q} a_j x_j + x_a = b$$
$$x_j \geq 0, \; x_a \geq 0$$

Sea x^* la solución optima, dentro x_0 la evaluación de x^* en la función a optimizar del problema primal restringido Si $x_0 = 0$, pare x^* con solucion óptima del problema prima. De otra forma ($x_0 > 0$) Sea v^* la solución del problema dual del problema primal restringido

2) Si $v^* a_j \leq 0 \quad \forall j$, entonces pare, el problema dual del problema primal inicial tiene solución no acotada y el problema primal inicial región factible vacia.

De otra forma (existe j, tal que $v^* a_j \leq 0$).

$$\text{Sea } \theta = \underset{j}{\text{minimo}} \left\{ -\frac{(wa_j - c_j)}{v^* a_j} \;\middle|\; v^* a_j > 0 \right\} > 0$$

remplazamos w por $w' = w + \theta v^*$. Repita el paso 1.

Considere el siguiente Problema.

$$\text{minimizar } 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5$$

$$\text{sujeto a } \quad \begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 + 6x_4 - 5x_5 - x_6 &= 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 - x_7 &= 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$c = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 6 & -5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

El problema dual es

$$\text{maximizar } \left[w^t b ((w_1\ w_2) \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}) = 6w_1 + 3w_2 \right]$$

$$\text{sujeto a } \quad wA \leq C$$

$$w^*A = (w_1, w_2) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 6 & -5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2w_1 + w_2 \\ -w_1 + 2w_2 \\ w_1 + 2w_2 \\ 6w_1 + w_2 \\ -5w_1 + 2w_2 \\ -w_1 \\ -w_2 \end{bmatrix} \leq C = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Debemos encontra una solución factible al problema dual anterior

Considere $w = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ Sustituyendo w en $w^t A \leq C$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \therefore Q = \{j \mid w a_j = c_j\} = \{6, 7\}$$

$$\begin{pmatrix} x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} [a_6, a_7] = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\parallel$$

$$x_6 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_7 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} -x_6 \\ -x_7 \end{matrix}$$

Dada una solución $\begin{pmatrix} x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{pmatrix}$, se puede observar que si x_6 disminuye x_8 debe discreminar y similarmente si x_7 disminuye x_9 debe disminuir

Entonces el minimo valor de x_8 y x_9 se alcanza cuando x_6 y x_7 toma su minimo valor permitido o sea 0.

Minimizar $0x_6 + 0x_7 + x_8 + x_9$

sujeto a; $-x_6 + x_8 = 6$

$-x_7 + x_9 = 3$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_{lr} \end{pmatrix} [a_l, a_{lr} \ldots\ldots]$$
x_{lrx}

$$A = \begin{pmatrix} x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -x_6 + x_8 \\ x_7 + x_9 \end{pmatrix}$$

El optimo de la función a minimizar la solucion es

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ con } x_0 = 9$$

El problema dual del problema anterior (problema primal restringido) es el siguiente

Maximizar Cx, Nb

$6V_1 + 3V_2$

$$V^t A = (V_1, V_2) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \leq C$$

sujeto a $-V_1 \leq 0$

$-V_2 \leq 0$ $\quad Ax = b$

$V_1 \leq 1$ $\quad VA \leq C$

$V_2 \leq 1$

V_1, V_2 sin restricción

La funcion a maximizar se optimizan cuando v_1 y v_2 tomando los valores mas grandes admitidas los cuales son $v_1 = 1$ y $v_2 = 1$

La solución óptima es $v = \binom{1}{1}$, luego defina

$$\theta = \text{minimos} \left\{ \frac{-(wa_j - c_j)}{v^* a_j} \;\middle|\; v^* a_j > 0 \right\} > 0$$

Tenemu

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 6 & -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$v^* a_1 = 3$, $v^* a_2 = 1$, $v^* a_3 = 3$

$v^* a_4 = 7$, $v^* a_3 = 3$

$$\theta = \text{minimo} \left\{ -\left(-\frac{3}{3}\right), -\left(-\frac{6}{3}\right), -\left(-\frac{7}{7}\right) \right\}$$

$$= \text{minimo} \left\{ -\frac{(wa_j - c_j)}{v^* a_j} \;\middle|\; v^* a_j > 0 \right\}$$

y $w' = w + \theta v^* = (i)$

Restricciones del problema primal restringido

$$3 = 2w_1 + w_2 \leq 5$$
$$1 = -w_1 + 2w_2 \leq 4$$
$$3 = w_1 + 2w_2 \leq 6$$
$$7 = 6w_1 + w_2 \leq 7$$
$$-3 = -5w_1 + 2w_2 \leq 1$$
$$-w_1 \leq 0$$
$$-w_2 \leq 0$$

$$x_1 a_1 + x_4 a_4 = b$$
$$A_1 \binom{2}{1} + x_2 \binom{6}{1}$$
$$\parallel$$
$$\begin{matrix} 2x_1 + 6x_4 + x_8 + 0 \\ x_1 + x_4 + 0 + x_9 \end{matrix} = \binom{6}{3}$$

Debemos minimizar

$$\sum 0 x_j + e \cdot x_4 = x_8 + x_9 \quad j \in Q$$

Sujeto; $2x_1 + 6x_4 + x_8 + 0 = 6$

$x_1 + x_4 + 0 + x_9 = 3$

$x_1, x_4, x_8, x_9 \geq 0$

14/marzo/2022

Tenemos que x_8+x_9 se minimiza con x_8 y x_9 toman su valor mas pequeño, es decir cuando.
$x_8 = x_9 = 0$

$$\begin{array}{l} 2x_1+6x_4=6 \\ x_1+x_4=3 \end{array} \quad \therefore \quad \left| \begin{array}{l} 4x_4=0 \to x_4=0 \\ x_1=3 \end{array}\right.$$

Formato Matricial del Metodo Primal Dual

	x_1	x_2	x_3	....	x_{1k}	RHS
z	z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	....	z_k-c_k	z
x_0	$\hat{z}_1-\hat{c}_j$	$\hat{z}_2-\hat{c}_j$	$\hat{z}_3-\hat{c}_3$	....	$\hat{z}_k-\hat{c}_k$	x_0
x_{B1}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	....	a_{1k}	$\bar{b}_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	
$\hat{x}_{Bk}$	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	....	a_{mk}	$\bar{b}_m$

$x_0 \to 0$

Consideramos puntualmente

minimizar $\quad 3x_1+4x_2+6x_3+7x_4+x_5+0x_6+0x_7+0x_8+0x_9=z$

sujeto a
$$\begin{pmatrix} 2x_1-x_2+x_3+6x_4-5x_5 & -x_6 & & +x_8 & \\ x_1+x_2+2x_3+x_4+2x_5 & & -x_7 & & +x_9 \end{pmatrix} \begin{array}{l} =6 \\ =3 \end{array}$$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0 \qquad x_8, x_9 \geq 0$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$(x_6$	x_7	x_8	$x_9)$	RHS
z	-3	-4	-6	-7	-1	0	0	0	0	0
x_0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0
	2	-1	1	6	-5	-1	0	1	0	6
	1	1	2	1	2	0	-1	0	1	3

$z_1-c_j=0$

Puesto que $\hat{z}_j - \hat{c}_j \le 0$ para cada variable en el problema restringido, podemos calcular la solución óptima, pero antes actualizamos la segunda fila,

2	-1	1	6	-5	-1	0	1	0	6
1	1	2	1	2	0	-1	0	1	3
3	0	3	7	-3	-1	-1	1	1	9

0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0
3	0	3	7	-3	-1	-1	1	1	4
3	0	3	7	-3	-1	-1	0	0	4

Actualizamos.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	-3	-4	-6	-7	-1	0	0	0	0	0
x_0	3	0	3	7	-3	-1	-1	0	0	9
x_8	2	-1	1	6	-5	-1	0	1	0	6
x_9	1	1	2	1	2	0	-1	0	1	3

Puesto que $\hat{z}_j - \hat{c}_j \le 0$ para cada variable en el problema premal restringido, tenemos solución óptima para la fase I

Entonces θ está dado por $\theta = \min\left\{ \frac{-(z_j - c_j)}{\hat{z}_j - \hat{c}_j} \,\middle|\, \hat{z}_j - \hat{c}_j > 0 \right\}$

$$= \left\{ -\frac{(-3)}{3}, -\frac{(-6)}{3}, -\frac{(-7)}{7} \right\}$$

Actualizamos.

-3	-4	-6	-7	-1	0	0	0	0	0
3	0	3	7	-3	-1	-1	0	0	9
0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	4

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	9
x_0	3	0	3	7	-3	-1	-1	0	0	9
x_8	2	-1	1	6	-5	-1	0	1	0	6
x_9	1	1	2	1	2	0	-1	0	1	3

Consideramos el problema definido que se subrayó en rosa, aplicaremos el método simplex. Primero definimos K, con aquel índice tal que

$$z_k - c_k = \max\{ z_j - c_j \mid j \text{ es no básica} \} \quad (z_4 - c_4 = 7 > 0)$$

como $z_k - c_k > 0$, entonces escogemos r, tal que $\frac{\bar{b}_r}{b_{rk}} = \text{mínimo}\left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} \,\middle|\, y_{ik} > 0 \right\}$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	9
x_0	3	0	3	7	-3	-1	-1	0	0	9
x_8	1/3	-1/6	1/6	1	-5/6	-1/6	0	1/6	0	1
x_9	1	1	2	1	2	0	-1	0	1	3

$$= \text{mínimo}\left\{ \frac{6}{6}, \frac{3}{1} \right\} = 1 = \frac{\bar{b}_8}{y_{89}}$$

Aplicamos pivoteo con respecto a Y_{e9} 14/marzo/2022

	1	1	2	1	2	0	-1	0	1	3
-(1)(	1/3	-1/6	1/6	1	-5/6	-1/6	0	1/6	0	1)
	2/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	-1	-1/6	1	2

	3	0	3	7	3	-1	-1	0	0	9
(-7)	1/3	-1/6	1/6	1	-5/6	-1/6	0	1/6	0	1
	2/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	-1	-7/6	0	2

Actualizamos

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	9
x_0	1/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	-1	-7/6	0	2
x_4	2/3	-1/6	1/6	1	-5/6	-1/6	0	1/6	0	1
x_9	2/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	1	-1/6	1	2

	x_1	y_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	9
x_8	2/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	-1	-7/6	0	2
x_4	1/3	-1/6	1/6	1	-5/6	-1/6	0	1/6	0	1
x_9	2/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	-1	-1/6	1	2

	x_1	y_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	9
x_8	2/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	-1	-7/6	0	2
x_4	1/3	-1/6	1/6	1	-5/6	-1/6	0	1/6	0	1
x_9	1	7/4	11/4	0	17/4	1/4	-3/2	-1/4	3/2	3

	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	0	1
$-(\frac{1}{3})($	1	7/4	11/4	0	17/4	1/4	-3/2	-1/4	3/2	3
	0	3/4	-3/4	1	9/4	-1/4	$\frac{1}{2}$	1/4	$-\frac{1}{2}$	0

	x_1	y_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	9
x_8	2/3	7/6	11/6	0	17/6	1/6	-1	-7/6	0	2
x_4	0	-3/4	-3/4	1	-9/4	-1/4	$\frac{1}{2}$	1/4	-1/2	0
x_9	1	7/4	11/4	0	17/4	1/4	-3/2	-1/4	3/2	3

	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{11}{6}$	0	$\frac{17}{6}$	$\frac{1}{6}$	-1	-7/6	0	2
$(-\frac{2}{3})($	1	7/4	11/4	0	17/4	1/4	-3/2	-1/4	3/2	3
	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0

	x_1	y_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RHS
z	0	-4	-3	0	-4	-1	-1	0	0	9
x_8	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0
x_4	0	-3/4	-3/4	1	-9/4	-1/4	$\frac{1}{2}$	1/4	-1/2	0
x_1	1	7/4	11/4	0	17/4	1/4	-3/2	-1/4	3/2	3

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & y_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{array}$$

$$Y^* = (3,0,0,0,0,0,0)$$