Apuntes de Mate

Yanina De Luna Ocampo, Hugo Lopez Miguel

October 2022

1 Ejercicio 3.9

Minimizar

$$x_1 + x_2 - 4x_3$$

Sujeto a

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Introducimos las variables de holgura:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 9$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = 2$$

$$-x_1 + x_2 + x_6 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Escoger la base: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\bar{b} = B^{-1}b = I^{-1}b = b = \begin{bmatrix} 9 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ $b \geq 0$

Inicializar la tabla: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & C_B B^{-1} N - C_N & C_B \bar{b} \\ 0 & I & B^{-1}N & \bar{b} \end{bmatrix}$

$$x_1 + x_2 - 4x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0_x 6 = C^T x$$

$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$C_N = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

$C_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matriz simplex:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$y_k = min\left\{\frac{\bar{b}_i}{y_{ik}} \mid y_{ik} > 0\right\} = min\left\{\frac{\bar{b}_1}{y_{1k}}, \frac{\bar{b}_2}{y_{2k}}\right\} = min\left\{\frac{92}{,}\frac{4,1}{}\right\} = \frac{\bar{b}_2 y_{23}}{}$

Realizamos el pivoteo respecto a la entrada seleccionada. Tomamos la fila r y dividimos cada una de sus entradas por el pivote. Después realizamos las operaciones.

$$F1- > F1 - Y_{1k}Fr$$

$$F2- > F2 - Y_{2k}Fr$$

Fila r = (0,0,0,1,-1,1,1,4)
Hacemos las resta:

0 1 0 0 1 1 2 9
-2(0 0 0 1 -1 1 1 4)
—————————————-
0 1 0 -2 3 -1 0 1

0 0 1 0 1 1 -1 2
-(-1)(0 0 0 1 -1 1 1 4)
—————————————-
0 0 1 1 0 2 0 6

Por último actualizamos en renglón 0 sumándole

$$C_k - Z_k$$

veces el nuevo renglón r.

1 0 0 0 -1 -1 4 0
-4(0 0 0 1 -1 1 1 4)

---

1 0 0 -4 3 -5 0 -16

Queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 3 & -5 & 0 & -16 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Ahora...

$$N_B = x_1, x_2, x_6$$

$$Z_j - C_j$$

Recordando nuestra matriz, prestemos atención en la columna 5, lo últimos 3 valores.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 3 & -5 & 0 & -16 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$F_{x5} - Y_{x5x1} F_{xy}$$

Sabiendo eso, hacemos:

Operación 1.

0 0 0 1 -1 1 1 4
$+ \; 0 \; \frac{1}{3} \; 0 \; \frac{-2}{3} \; 1 \; \frac{-1}{3} \; 0 \; \frac{1}{3}$

$0 \; \frac{1}{3} \; 0 \; \frac{1}{3} \; 0 \; \frac{2}{3} \; 1 \; \frac{13}{3}$

Operación 2.

1 0 0 -4 3 -5 0 -16
- 3(0 $\frac{1}{3}$ 0 $\frac{-2}{3}$ 1 $\frac{-1}{3}$ 0 $\frac{1}{3}$)
_______________________________-
1 -1 0 -2 0 -4 0 -17

Obtenemos como matriz final:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 3 & -5 & 0 & -16 \\ 0 & 1/3 & 0 & -2/3 & 1 & -1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 2/3 & 1 & 13/3 \end{bmatrix}$$

Solución:

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \\ \frac{13}{3} \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Rendimiento: -17