Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

Tarea 5

Sesión 6 del parcial 2 de Métodos Numéricos.

Tema: Cuadratura Gaussiana

Nombre del alumno: De Luna Ocampo Yanina

Fecha de entrega: 11/10/2021

<u>Introducción:</u>

Esta, aproxima la integral de una función en un intervalo [a, b] centrado en cero mediante un cálculo numérico con menos operaciones y evaluaciones en la función. Es un excelente método para evaluar integrales definidas de funciones, por medio de sumatorias simples y fáciles de implementar. Por otra parte, es una aplicación bastante interesante de los polinomios ortogonales. Para este utilizamos la interpolación de Lagrange.

<u>Descripción:</u> Aproxime las siguientes dos integrales empleando la cuadratura Gaussiana con n = 2 y n = 3 para las siguientes funciones (se mostrarán abajo.)

<u>Problema 1 del ejercicio 3.7:</u>

$$\int_{1}^{1.5} x^2 \ln(x)\, dx$$

<u>Procedimiento:</u>

Debemos tomar en cuenta que esta integral no está dada de -1 a 1, por lo que no se encuentra en el intervalo esperado.

Primero, debemos definir nuestra función.

```
def fx(x):
    fx = (x**2) * (log(x))
    return fx
```

Aplicamos la transformación de la función que nos ayudará a llegar a los intervalos de evaluación esperados.

```
def fxE(x):
    # Aplicamos el cambio de variable
    # b - a * t + a + b
    cambio = ((1.5 - 1) * x + 1.5 + 1) / 2

    # Evaluamos en el cambio de variable
    # b - a
    fxE = fx(cambio) * (1.5 - 1) / 2

    # Regresamos el valor
    return fxE
```

Nos piden que el valor de n sea de 2 y de 3. Para esto, mandamos llamar a nuestras funciones previamente declaradas.

Valor con n = 2

```
def gaussiana2(fx):
    gaussiana2 = fx(-1 / sqrt(3)) + fx(1 / sqrt(3))
    return gaussiana2
```

Valor con n = 3

```
def gaussiana3(fx):
    gaussiana3 = (5 / 9) * fx(-sqrt(3 / 5)) + (8 / 9) * fx(0) + (5 / 9) * fx(sqrt(3 / 5))
    return gaussiana3
```

Resultado:

Valor con n = 2 obtenemos:

```
print('El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 2 es :', gaussiana2(fxE))
```

```
El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 2 es : 0.19226870637091759
```

#Valor con n = 3 obtenemos:

```
print('El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 3 es :', gaussiana3(fxE))
```

```
El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 3 es : 0.19225937725687903
```

Problema 2 del ejercicio 3.7:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (\cos(x))^2 dx$$

Procedimiento:

Debemos tomar en cuenta que esta integral no está dada de -1 a 1, por lo que no se encuentra en el intervalo esperado.

Primero, debemos definir nuestra función.

```
def fx(x):
    fx = (cos(x))**2
    return fx
```

Aplicamos la transformación de la función que nos ayudará a llegar a los intervalos de evaluación esperados.

```python
def fxE(x):
    # Aplicamos el cambio de variable
    # b - a * t + a + b
    cambio = ((math.pi - 0) * x + math.pi + 0) / 2

    # Evaluamos en el cambio de variable
    # b - a
    fxE = fx(cambio) * (math.pi - 0) / 2

    # Regresamos el valor
    return fxE
```

Nos piden que el valor de n sea de 2 y de 3. Para esto, mandamos llamar a nuestras funciones previamente declaradas.

Valor con n = 2

```python
def gaussiana2(fx):
    gaussiana2 = fx(-1 / sqrt(3)) + fx(1 / sqrt(3))
    return gaussiana2
```

Valor con n = 3

```python
def gaussiana3(fx):
    gaussiana3 = (5 / 9) * fx(-sqrt(3 / 5)) + (8 / 9) * fx(0) + (5 / 9) * fx(sqrt(3 / 5))
    return gaussiana3
```

Resultado:

Valor con n = 2 obtenemos:

```python
print('El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 2 es :', gaussiana2(fxE))
```

```
El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 2 es : 1.9487590055608288
```

#Valor con n = 3 obtenemos:

```python
print('El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 3 es :', gaussiana3(fxE))
```

```
El valor aproximando mediante el método de cuadratura gaussiana con n = 3 es : 1.5355253511717737
```

¿Qué aprendí?

La idea que distingue a este método de los demás de Newton – Cotes, es en la selección de los nodos de interpolación. Al aproximar una integral por una regla de cuadratura, tenemos 2n parámetros que se pueden intentar fijas de manera que la regla de cuadratura sea exacta para polinomios de grano lo mayor posible.