yayo

Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

De Luna Ocampo Yanina

Examen, primer parcial

Métodos Numéricos, 3AM1

Primer ejercicio:

Considere la función:

$$f(x) = e^{-x} - \ln(x)$$

a partir de esta analice la ecuación

$$f(x) = 0$$

y determine una raíz de la misma con al menos una precisión de 10^{-10} empleando el método de bisección.

Escribimos nuestra precisión pedida, que se declaró en “tol”

In [1]:
```
# Importaremos las funciones a emplear necesarias para definir la ecuación algebraíca
import math
from numpy import exp, log #Importamos la función exponencial.
e=2.71828182846

# Condiciones de conlusion (paro) del método
tol = 1.*(10**(-10)) # Obtener un error relativo de 10^(-10)
maxItera = 100 # Realizar máximo 100 iteraciones
```

Escribimos nuestra función dada

In [2]:
```
#Previo a definir, analizamos la estructura general de una función en python
#Estructura general de cualquier función
#def nombreFuncion(argumentos):
#    cuerpo de la funcion
#    instrucciones
#    return salidasFuncion

# Definimos la funcion objetivo con x el punto en donde se evalua la funcion
def fx(x):
    fx = e**(-x) - log(x)
    return fx
```

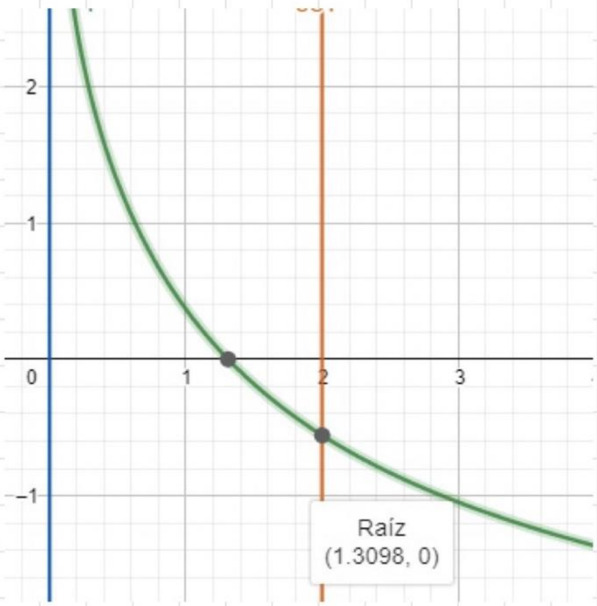
Obtenemos nuestros intervalos con ayuda de una gráfica

1.- Bisección

$f(x) = e^{-x} - \ln(x)$

$f(x) = 0$

precisión de 10^{-10}



Con base en la gráfica, tomo el intervalo [0, 2]

Ponemos nuestro intervalo obtenido [0,2]

In [3]:
```python
# Definimos el intervalo de busqueda inicial e inicializamos las variables
a = 0 # Extremo izquierdo
b = 2 # Extremo derecho
k = 0 # Inicilizamos las iteraciones
error = 10000 # Inicializamos el valor del error en un número muy grande
pmedioanterior = b # Inicializamos la primer aproximación como b
```

Iteraciones obtenidas con nuestros intervalos y nuestra función

```
Iniciamos el proceso iterativo
Resultados de la iteracion:  1
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.0
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.3678794411713131
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.0  ,  2  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.0

Resultados de la iteracion:  2
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.5
El valor de la función bajo la aproximación es:  -0.1823349479598521
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.0  ,  1.5  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.5

Resultados de la iteracion:  3
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.25
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.06336124554585454
```

```
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.25  ,  1.5  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.25

Resultados de la iteracion:  4
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.375
El valor de la función bajo la aproximación es:  -0.0656141353139102
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.25  ,  1.375  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.125

Resultados de la iteracion:  5
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3125
El valor de la función bajo la aproximación es:  -0.0027873667545819103
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.25  ,  1.3125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.0625

Resultados de la iteracion:  6
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.28125
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.02985380704908372
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.28125  ,  1.3125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.03125

Resultados de la iteracion:  7
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.296875
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.013427262559090991
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.296875  ,  1.3125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.015625

Resultados de la iteracion:  8
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3046875
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.005293741207765212
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3046875  ,  1.3125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.0078125

Resultados de la iteracion:  9
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.30859375
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.0012466704083021196
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.30859375  ,  1.3125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.00390625

Resultados de la iteracion:  10
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.310546875
El valor de la función bajo la aproximación es:  -0.000771973050452901
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.30859375  ,  1.310546875  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.001953125

Resultados de la iteracion:  11
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3095703125
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.0002369419200033973
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3095703125  ,  1.310546875  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.0009765625

Resultados de la iteracion:  12
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.31005859375
El valor de la función bajo la aproximación es:  -0.00026761718742407403
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3095703125  ,  1.31005859375  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.00048828125
```

yayo


```
Resultados de la iteracion:  13
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.309814453125
El valor de la función bajo la aproximación es:  -1.536304769633734e-05
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3095703125  ,  1.309814453125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.000244140625

Resultados de la iteracion:  14
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3096923828125
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.00011078308160200612
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3096923828125  ,  1.309814453125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.0001220703125

Resultados de la iteracion:  15
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.30975341796875
El valor de la función bajo la aproximación es:  4.7708428446868734e-05
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.30975341796875  ,  1.309814453125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  6.103515625e-05

Resultados de la iteracion:  16
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.309783935546875
El valor de la función bajo la aproximación es:  1.61722932652264e-05
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.309783935546875  ,  1.309814453125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  3.0517578125e-05

Resultados de la iteracion:  17
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097991943359375
El valor de la función bajo la aproximación es:  4.045235089678023e-07
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097991943359375  ,  1.309814453125  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.52587890625e-05

Resultados de la iteracion:  18
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3098068237304688
El valor de la función bajo la aproximación es:  -7.4792869123041505e-06
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097991943359375  ,  1.3098068237304688  ]
El error porcentual se encuentra dado por  7.62939453125e-06

Resultados de la iteracion:  19
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3098030090332031
El valor de la función bajo la aproximación es:  -3.537387906371592e-06
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097991943359375  ,  1.3098030090332031  ]
El error porcentual se encuentra dado por  3.814697265625e-06

Resultados de la iteracion:  20
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3098011016845703
El valor de la función bajo la aproximación es:  -1.566433749822238e-06
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097991943359375  ,  1.3098011016845703  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.9073486328125e-06

Resultados de la iteracion:  21
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.309800148010254
El valor de la función bajo la aproximación es:  -5.809555082003648e-07
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097991943359375  ,  1.309800148010254  ]
El error porcentual se encuentra dado por  9.5367431640625e-07

Resultados de la iteracion:  22
```

```
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097996711730957
El valor de la función bajo la aproximación es:  -8.821609659426244e-08
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097991943359375  ,  1.3097996711730957  ]
El error porcentual se encuentra dado por  4.76837158203125e-07

Resultados de la iteracion:  23
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097994327545166
El valor de la función bajo la aproximación es:  1.5815368192839685e-07
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097994327545166  ,  1.3097996711730957  ]
El error porcentual se encuentra dado por  2.384185791015625e-07

Resultados de la iteracion:  24
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995519638062
El valor de la función bajo la aproximación es:  3.49687866441073e-08
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995519638062  ,  1.3097996711730957  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.1920928955078125e-07

Resultados de la iteracion:  25
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.309799611568451
El valor de la función bajo la aproximación es:  -2.662365644612308e-08
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995519638062  ,  1.309799611568451  ]
El error porcentual se encuentra dado por  5.960464477539063e-08

Resultados de la iteracion:  26
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995817661285
El valor de la función bajo la aproximación es:  4.172564738169626e-09
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995817661285  ,  1.309799611568451  ]
El error porcentual se encuentra dado por  2.9802322387695312e-08

Resultados de la iteracion:  27
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995966672897
El valor de la función bajo la aproximación es:  -1.1225545992754604e-08
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995817661285  ,  1.3097995966672897  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.4901161193847656e-08

Resultados de la iteracion:  28
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995892167091
El valor de la función bajo la aproximación es:  -3.5264906550480646e-09
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995817661285  ,  1.3097995892167091  ]
El error porcentual se encuentra dado por  7.450580596923828e-09

Resultados de la iteracion:  29
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995854914188
El valor de la función bajo la aproximación es:  3.2303704156078084e-10
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995854914188  ,  1.3097995892167091  ]
El error porcentual se encuentra dado por  3.725290298461914e-09

Resultados de la iteracion:  30
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.309799587354064
El valor de la función bajo la aproximación es:  -1.6017268622547931e-09
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995854914188  ,  1.309799587354064  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.862645149230957e-09

Resultados de la iteracion:  31
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995864227414
El valor de la función bajo la aproximación es:  -6.393449103470061e-10
```

```
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995854914188  ,  1.3097995864227414  ]
El error porcentual se encuentra dado por  9.313225746154785e-10

Resultados de la iteracion:  32
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995859570801
El valor de la función bajo la aproximación es:  -1.5815398990426388e-10
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995854914188  ,  1.3097995859570801  ]
El error porcentual se encuentra dado por  4.656612873077393e-10

Resultados de la iteracion:  33
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995857242495
El valor de la función bajo la aproximación es:  8.244155358383409e-11
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995857242495  ,  1.3097995859570801  ]
El error porcentual se encuentra dado por  2.3283064365386963e-10

Resultados de la iteracion:  34
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995858406648
El valor de la función bajo la aproximación es:  -3.7856218160214894e-11
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995857242495  ,  1.3097995858406648  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.1641532182693481e-10

Resultados de la iteracion:  35
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  1.3097995857824571
El valor de la función bajo la aproximación es:  2.22926677118096e-11
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 1.3097995857824571  ,  1.3097995858406648  ]
El error porcentual se encuentra dado por  5.820766091346741e-11
```

Nuestra aproximación a la raíz es de: `1.3097995857824571`

Segundo ejercicio:

Considere la función:

$$f(x) = \arctan(x) + x - 1$$

a partir de esta analice la ecuación

$$f(x) = 0$$

y determine una raíz de la misma con al menos una precisión de 10^{15} empleando el método de falsa posición.

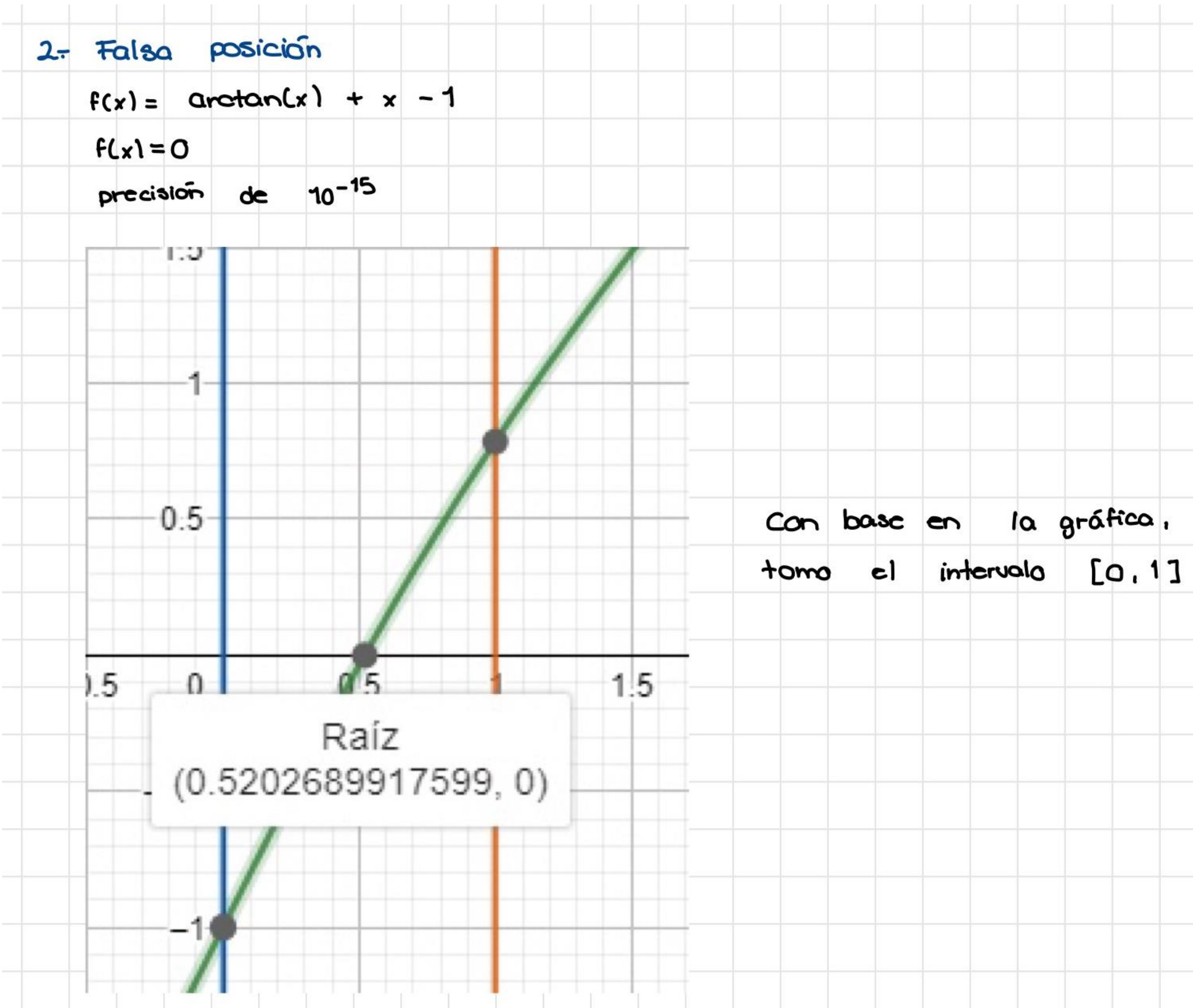
Escribimos nuestra precisión pedida, que se declaró en "tol", añadimos numpy para el arctan

In [1]:
```
# Importaremos las funciones a emplear necesarias para definir la ecuación algebraíca
import math
from numpy import exp
import numpy as np

# Condiciones de conlusion del método
tol = 1.*(10**(-15)) # Obtener un error relativo de 10^(-10)
maxItera = 100 # Realizar máximo 100 iteraciones
```

Escribimos nuestra función dada

In [2]:
```python
# Definimos la funcion objetivo
def fx(x):
    fx = -1 + x + np.arctan(x)
    return fx
```

Obtenemos nuestros intervalos graficando



Ponemos nuestro intervalo obtenido [0,1]

In [3]:
```python
# Definimos el intervalo de busqueda inicial y validamos que funcione para el método
a = 0 #Extremo izquierdo
b = 1 # Extremo derecho
k = 0 # Inicilizamos las iteraciones
error = 10000 # Inicializamos el valor del error en un número muy grande
pmedioanterior = b # Inicializamos la primer aproximación como b
```

Iteraciones obtenidas con nuestros intervalos y nuestra función

```
Iniciamos el proceso iterativo
```

```
Resultados de la iteracion:  1
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5600991535115574
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.07066295450896665
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5600991535115574  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.43990084648844263

Resultados de la iteracion:  2
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.523133028141833
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.005115331100595033
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.523133028141833  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.06599925234302563

Resultados de la iteracion:  3
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5204706484468858
El valor de la función bajo la aproximación es:  0.000360341710258838
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5204706484468858  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.0050892976580048255

Resultados de la iteracion:  4
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202831687200504
El valor de la función bajo la aproximación es:  2.533216891620338e-05
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202831687200504  ]
El error porcentual se encuentra dado por  0.00036021191088270936

Resultados de la iteracion:  5
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202699891528032
El valor de la función bajo la aproximación es:  1.780606209866864e-06
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202699891528032  ]
El error porcentual se encuentra dado por  2.5331527213625887e-05

Resultados de la iteracion:  6
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202690627584793
El valor de la función bajo la aproximación es:  1.2515811381730302e-07
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202690627584793  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.7806030392557843e-06

Resultados de la iteracion:  7
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202689976425928
El valor de la función bajo la aproximación es:  8.797308548302851e-09
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202689976425928  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.2515809822591713e-07

Resultados de la iteracion:  8
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.520268993065626
El valor de la función bajo la aproximación es:  6.183590306463316e-10
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.520268993065626  ]
El error porcentual se encuentra dado por  8.797308366051507e-09

Resultados de la iteracion:  9
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.520268992743913
El valor de la función bajo la aproximación es:  4.3464232213352716e-11
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.520268992743913  ]
El error porcentual se encuentra dado por  6.18358952521763e-10

Resultados de la iteracion:  10
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202689927212999
```

```
El valor de la función bajo la aproximación es:  3.0550006968610433e-12
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202689927212999  ]
El error porcentual se encuentra dado por  4.34643115450824e-11

Resultados de la iteracion:  11
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202689927197105
El valor de la función bajo la aproximación es:  2.1477264411373653e-13
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202689927197105  ]
El error porcentual se encuentra dado por  3.05494908266576e-12

Resultados de la iteracion:  12
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202689927195988
El valor de la función bajo la aproximación es:  1.5210055437364645e-14
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202689927195988  ]
El error porcentual se encuentra dado por  2.1467440466409216e-13

Resultados de la iteracion:  13
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202689927195909
El valor de la función bajo la aproximación es:  1.1102230246251565e-15
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202689927195909  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.515097686993421e-14

Resultados de la iteracion:  14
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202689927195904
El valor de la función bajo la aproximación es:  1.1102230246251565e-16
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0  ,  0.5202689927195904  ]
El error porcentual se encuentra dado por  1.0669702021080592e-15

Resultados de la iteracion:  15
La aproximación de la raíz se encuentra dada por:  0.5202689927195903
El valor de la función bajo la aproximación es:  -5.551115123125783e-17
El intervalor de búsqueda se ha reducido al [ 0.5202689927195903  ,  0.5202689927195904  ]
El error porcentual se encuentra dado por  2.1339404042161205e-16
```

La aproximación correcta se encuentra en la iteración número 10, si sustituimos la función obtenemos el 0, las 5 iteraciones sobrantes dan valores negativos repetidos y al sustituirlos no obtenemos 0.

Tercer ejercicio:

Considere la función:

$$f(x) = e^{-x} + x - 2$$

a partir de esta analice la ecuación

$$f(x) = 0$$

determine la raíz por medio del método del punto fijo, se deberá de especificar la adaptación realizada, así como la función empleada en el método del punto fijo.

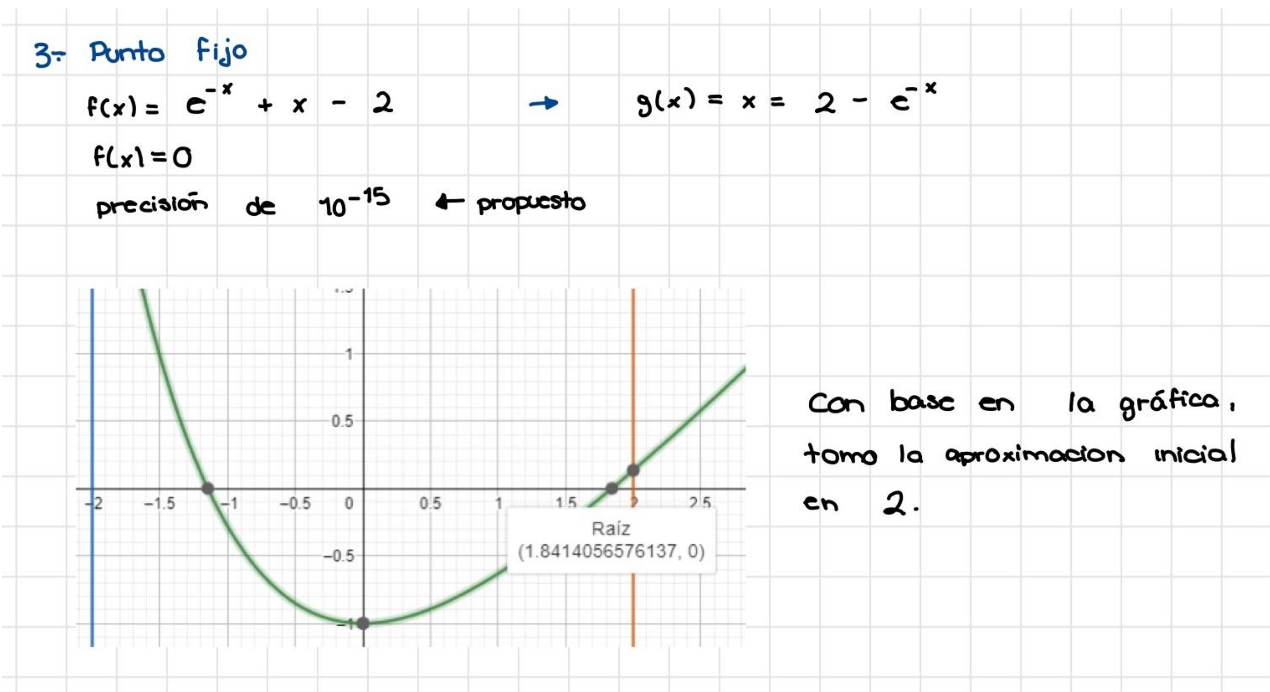
Escribimos nuestra precisión pedida, que se declaró en “tol”

```
In [1]: # Procedemos a definir e inicializar las condiciones de paro del método
        tol = 1.*(10**(-15)) # Obtener un error relativo de 10^(-10)
        maxItera = 100 # Realizar máximo 100 iteraciones
        from numpy import exp
```

Escribimos nuestra función dada, despejamos "x" para obtener g(x) y poder estipularla

```
In [2]: # Definimos la funcion objetivo
        def fx(x):
            fx = 2 - exp(-x)
            return fx
```

Obtenemos nuestros intervalos graficando



Ponemos nuestro intervalo obtenido

```
In [3]: # Definimos el punto inicial donde comenzaremos por aplicar el método así como el indice de conteo de las
        # iteraciones y un error grande a fin de inicializar el método
        p0 = 2 # aproximación inicial
        k = 0 # Inicilizamos las iteraciones
        error = 10000 # Inicializamos el valor del error en un número muy grande
        pAnterior = p0 # Inicializamos la primer aproximación como b
```

Iteraciones obtenidas con nuestros intervalos y nuestra función

```
Iniciamos el proceso iterativo
Resultados de la iteracion 1.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8646647167633872.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8450518473052135.
```

```
El error relativo se encuentra dado por 0.019612869458173643.

Resultados de la iteracion 2.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8450518473052135.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8419828720850022.
El error relativo se encuentra dado por 0.003068975220211323.

Resultados de la iteracion 3.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8419828720850022.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414971765224537.
El error relativo se encuentra dado por 0.000485695562548516.

Resultados de la iteracion 4.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414971765224537.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414201737059899.
El error relativo se encuentra dado por 7.700281646383367e-05.

Resultados de la iteracion 5.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414201737059899.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414079621425745.
El error relativo se encuentra dado por 1.221156341535412e-05.

Resultados de la iteracion 6.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414079621425745.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414060254740223.
El error relativo se encuentra dado por 1.9366685521937654e-06.

Resultados de la iteracion 7.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414060254740223.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414057183297619.
El error relativo se encuentra dado por 3.071442604696273e-07.

Resultados de la iteracion 8.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414057183297619.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056696184309.
El error relativo se encuentra dado por 4.8711330968842503e-08.

Resultados de la iteracion 9.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056696184309.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056618930899.
El error relativo se encuentra dado por 7.725341033548716e-09.

Resultados de la iteracion 10.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056618930899.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056606678946.
El error relativo se encuentra dado por 1.2251952785646836e-09.

Resultados de la iteracion 11.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056606678946.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056604735856.
El error relativo se encuentra dado por 1.9430901332384565e-10.

Resultados de la iteracion 12.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056604735856.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.841405660442769.
El error relativo se encuentra dado por 3.081646049452047e-11.
```

```
Resultados de la iteracion 13.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.841405660442769.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.841405660437882.
El error relativo se encuentra dado por 4.887201754399939e-12.

Resultados de la iteracion 14.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.841405660437882.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056604371067.
El error relativo se encuentra dado por 7.751577157932843e-13.

Resultados de la iteracion 15.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056604371067.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056604369837.
El error relativo se encuentra dado por 1.2301271112846734e-13.

Resultados de la iteracion 16.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056604369837.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056604369642.
El error relativo se encuentra dado por 1.9539925233402755e-14.

Resultados de la iteracion 17.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056604369642.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.841405660436961.
El error relativo se encuentra dado por 3.1086244689504383e-15.

Resultados de la iteracion 18.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.841405660436961.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056604369606.
El error relativo se encuentra dado por 4.440892098500626e-16.
```

Validamos la raíz en nuestra ecuación, como vemos, coincide con nuestro error relativo

```
In [6]: # Validamos la raíz en la ecuación algebraica
        (exp(-p0) + p0 - 2)

Out[6]: 4.440892098500626e-16
```

Cuarto ejercicio:

Considere la función:

$$f(x) = x^2 - 2\cos(x) + 1$$

a partir de esta analice la ecuación

$$f(x) = 0$$

y emplee el método de Newton para encontrar la raíz de la misma, recuerde que deberá justificar la elección del punto inicial.

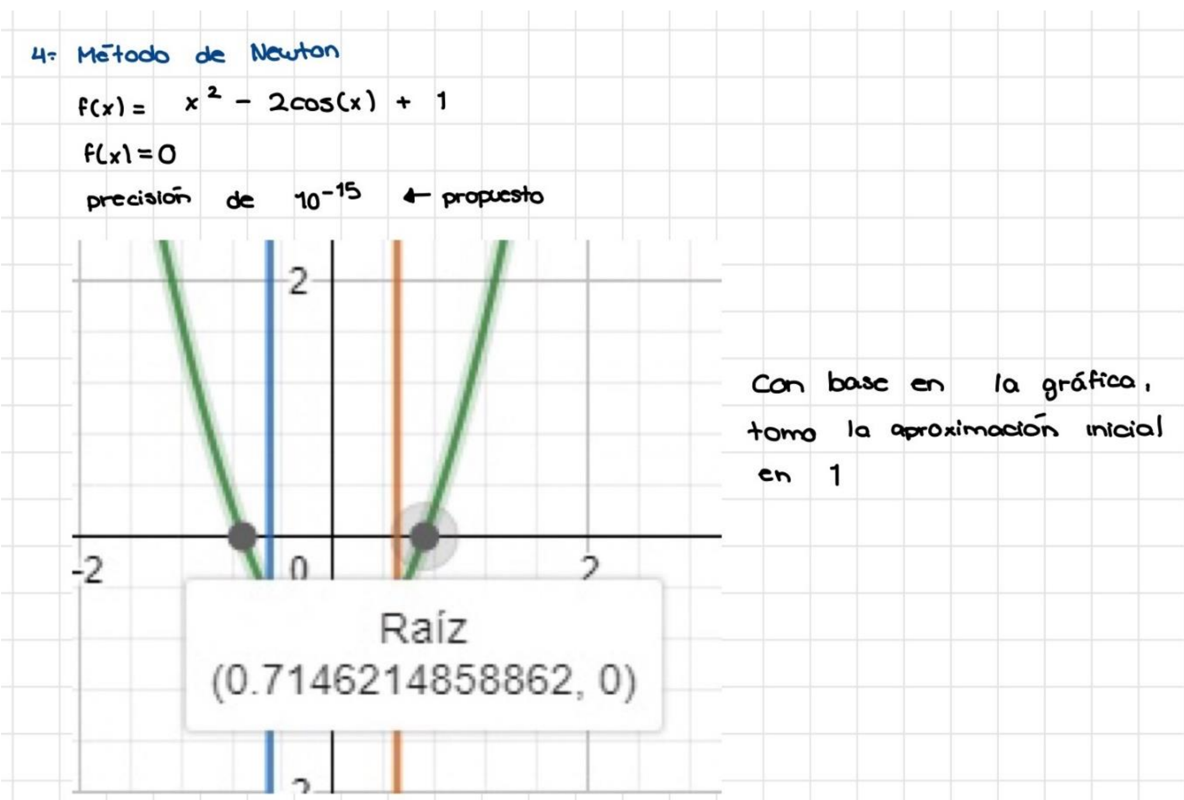
Escribimos nuestra precisión pedida, que se declaró en “tol”

In [1]:
```python
# Importamos las funciones necesarias que empleara la función objetivo
from numpy import cos, sin, exp, log
# Procedemos a definir e inicializar las condiciones de paro del método
tol = 1.*(10**(-15)) # Obtener un error relativo de 10^(-10)
maxItera = 100 # Realizar máximo 100 iteraciones
```

Escribimos nuestra función dada

In [2]:
```python
# Definimos la funcion objetivo
e=2.71828182846

def fx(x):
    fx = x**(2) - (2)*cos(x) + 1
    return fx

# Definimos la derivada de la funcion objetivo
def fxp(x):
    fxp = (2*x) + (2)*sin(x)
    return fxp
```

Obtenemos nuestros intervalos graficando



Ponemos nuestro intervalo obtenido

```
In [6]: # Definimos el punto inicial donde comenzaremos por aplicar el método así como el indice de conteo de las
        # iteraciones y un error grande a fin de inicializar el método
        p0 = 1 # aproximación inicial
        k = 0 # Inicilizamos las iteraciones
        error = 10000 # Inicializamos el valor del error en un número muy grande
        pAnterior = p0 # Inicializamos la primer aproximación como b
```

Iteraciones obtenidas con nuestros intervalos y nuestra función

```
Iniciamos el proceso iterativo
Resultados de la iteracion 1.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 0.7578884784343409.
El valor de la función bajo la aproximación es 0.12181681314387283.
El error relativo se encuentra dado por 0.7630536022150864.

Resultados de la iteracion 2.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 0.7157454363734914.
El valor de la función bajo la aproximación es 0.003082908901561544.
El error relativo se encuentra dado por 0.16395985520472234.

Resultados de la iteracion 3.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 0.7146218663251104.
El valor de la función bajo la aproximación es 2.215339562794405e-06.
El error relativo se encuentra dado por 0.004206478949942194.

Resultados de la iteracion 4.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 0.7146210577797023.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.1473044736476368e-12.
El error relativo se encuentra dado por 3.0238849708652538e-06.

Resultados de la iteracion 5.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 0.7146210577792835.
El valor de la función bajo la aproximación es 0.0.
El error relativo se encuentra dado por 1.5660805985362458e-12.

El punto fijo de la función se encuentra en el punto: 0.7146210577792835.
```

Quinto ejercicio:

Considere la función:

$$f(x) = x^2 - 2\cos(x) + 1$$

a partir de esta analice la ecuación

$$f(x) = 0$$

y emplee el método de la secante para encontrar la raíz de la misma, recuerde que deberá justificar la elección del punto inicial.

Escribimos nuestra precisión pedida, que se declaró en "tol"

In [1]:
```python
# Importamos las funciones necesarias que empleara la función objetivo
from numpy import cos

# Procedemos a definir e inicializar las condiciones de paro del método
tol = 1.*(10**(-15)) # Obtener un error relativo de 10^(-20)
maxItera = 100 # Realizar máximo 100 iteraciones
```

Escribimos nuestra función dada

In [2]:
```python
# Definimos la funcion objetivo
def fx(x):
    fx = x**(2) - (2)*cos(x) + 1
    return fx
```

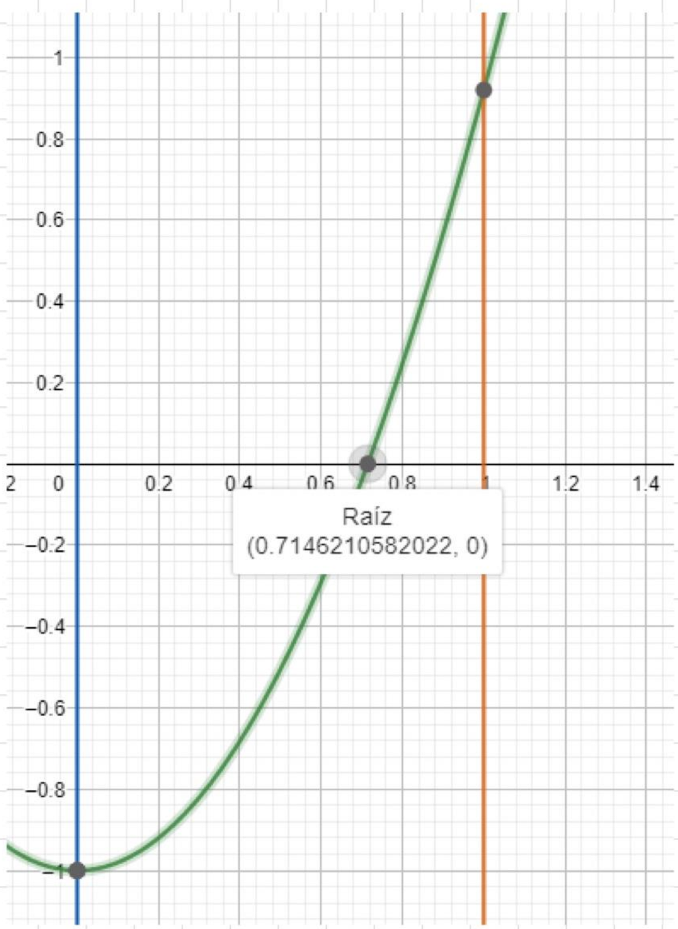
Obtenemos nuestros intervalos graficando

5.- Método de la secante

$f(x) = x^2 - 2\cos(x) + 1$

$f(x) = 0$

precisión de 10^{-15} ← propuesto



Con base en la gráfica, tomo el intervalo $[0, 1]$

yayos

Ponemos nuestro intervalo obtenido

In [3]:
```
# Definimos el punto inicial donde comenzaremos por aplicar el método así como el indice de conteo de las
# iteraciones y un error grande a fin de inicializar el método
p0 = 0 # primera aproximación
p1 = 1 # segunda aproximación
k = 0 # Inicializamos las iteraciones
error = p1 - p0 # Inicializamos el valor del error en un número muy grande
```

Iteraciones obtenidas con nuestros intervalos y nuestra función

```
Iniciamos el proceso iterativo
Resultados de la iteracion 1.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por 0.5209974.
El valor de la función bajo la aproximación es -0.46320804.
El error relativo se encuentra dado por 0.94221064.

Resultados de la iteracion 2.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por 0.6814757.
El valor de la función bajo la aproximación es -0.088878789.
El error relativo se encuentra dado por 0.2493571.

Resultados de la iteracion 3.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por 0.71957884.
El valor de la función bajo la aproximación es 0.01362696.
El error relativo se encuentra dado por 0.051730094.

Resultados de la iteracion 4.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por 0.71451346.
El valor de la función bajo la aproximación es -0.00029477812.
El error relativo se encuentra dado por 0.0053601513.

Resultados de la iteracion 5.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por 0.71462072.
El valor de la función bajo la aproximación es -9.3288755e-07.
El error relativo se encuentra dado por 0.00010818682.

Resultados de la iteracion 6.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por 0.71462106.
El valor de la función bajo la aproximación es 6.4310335e-11.
El error relativo se encuentra dado por 3.4056962e-07.

Resultados de la iteracion 7.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por 0.71462106.
El valor de la función bajo la aproximación es 0.0.
El error relativo se encuentra dado por 2.347178e-11.

La raíz de la ecuación se encuentra en el punto: 0.71462106.
```

COMPARACIÓN:

La comparación que existe entre estos métodos y el resultado obtenido, es que el método de la secante nos facilita la obtención de todo esto, ya que a diferencia del de Newton, no necesita conocer la evaluación y cálculo de la derivada de la función, este nos da un valor con menos dígitos. Sin embargo este necesita dos aproximaciones iniciales.

Sexto ejercicio:

Determine todas las raíces del siguiente polinomio de cuarto grado:

$$f(x) = 16x^4 + 88x^3 + 159x^2 + 76x - 240$$

empleando el método de Müller.

Proponemos nuestra precisión de 10^{-10}

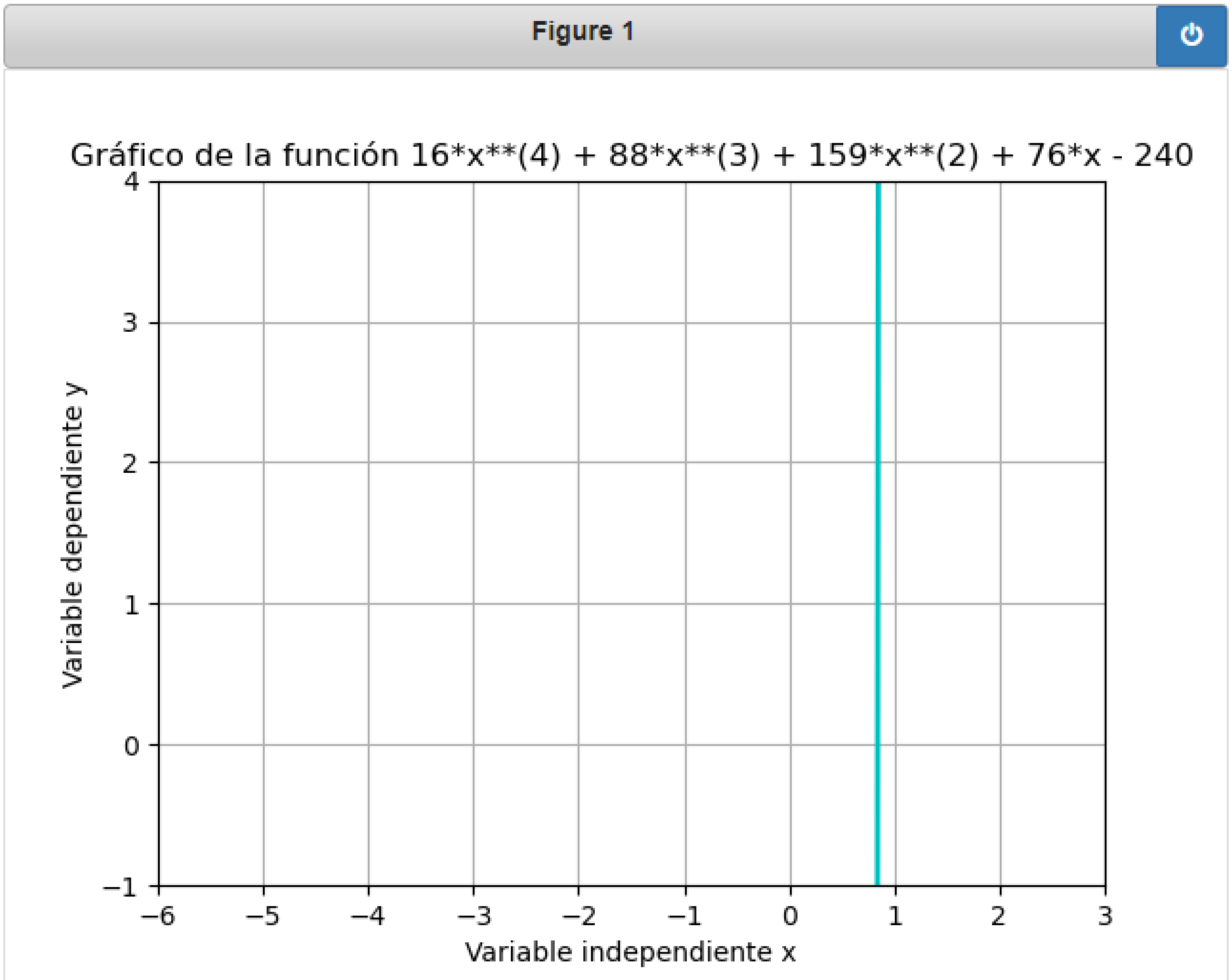
In [1]:
```
# Importamos las funciones a emplear
from numpy import sqrt, linspace
import matplotlib.pyplot as plt

# Procedemos a definir e inicializar las condiciones de paro del método
tol = 1.*(10**(-10)) # Obtener un error relativo de 10^(-20)
maxItera = 100 # Realizar máximo 100 iteraciones
```

In [2]:
```
# Definimos la funcion objetivo
def fx(x):
    fx = 16*x**(4) + 88*x**(3) + 159*x**(2) + 76*x - 240
    return fx
```

Proponemos nuestros 3 puntos para poder trabajar nuestra función y los dos limites de la gráfica

In [4]:
```
# Ahora para elegir los puntos a trabajar graficaremos primero la función a fin de identificar los puntos
x = linspace(-3, 2.5, 30)
y = fx(x)
e1 = plt.plot(x, y, 'c-3', linewidth = 2)
plt.xlabel("Variable independiente x", fontsize = 10)
plt.ylabel("Variable dependiente y", fontsize = 10)
plt.title("Gráfico de la función 16*x**(4) + 88*x**(3) + 159*x**(2) + 76*x - 240")
plt.ylim(-1,4)
plt.xlim(-6,3)
plt.grid(True)
plt.show()
```

Observamos la gráfica dada por el programa



Ponemos la aproximación inicial, junto con las primeras aproximaciones

In [6]:
```
# Definimos el punto inicial donde comenzaremos por aplicar el método así como el indice de conteo de las
# iteraciones y un error grande a fin de inicializar el método
p0 = -5 # aproximación inicial
p1 = 2 # primera aproximación
p2 = 1 # primera aproximación
k = 0 # Inicializamos las iteraciones
error = abs(fx(p2)) # Inicializamos el valor del error en un número muy grande
```

Iteraciones obtenidas con nuestros intervalos y nuestra función

```
Iniciamos el proceso iterativo
Resultados de la iteracion 1.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por (0.91252042+0j).
El valor de la función bajo la aproximación es (39.710664+0j).
El error relativo se encuentra dado por 39.710664.

Resultados de la iteracion 2.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por (0.84312847+0j).
```

```
El valor de la función bajo la aproximación es (-2.0664339+0j).
El error relativo se encuentra dado por 2.0664339.

Resultados de la iteracion 3.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por (0.84675185+0j).
El valor de la función bajo la aproximación es (0.0053186743+0j).
El error relativo se encuentra dado por 0.0053186743.

Resultados de la iteracion 4.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por (0.84674257+0j).
El valor de la función bajo la aproximación es (3.1571804e-07+0j).
El error relativo se encuentra dado por 3.1571804e-07.

Resultados de la iteracion 5.
La aproximación de la raíz se encuentra dada por (0.84674257+0j).
El valor de la función bajo la aproximación es (-2.8421709e-14+0j).
El error relativo se encuentra dado por 2.8421709e-14.
```