Tarea3 de la sesión 6 de la clase de Métodos Numéricos

Método del punto fijo: Tarea

Nombre: De Luna Ocampo Yanina

Fecha de clase: 02/09/2021

Descripción: Usa el método del punto fijo para determinar una raíz de la ecuación algebráica.

Condiciones

Para poder aplicar el método del punto fijo a ecuaciones no lineales debemos garantizar que se cumple dos cosas bajo una función:

- Si la imagen de la función f se encuentra dentro del intervarlo $[a, b]$, entonces f tiene al menos un punto fijo. (Notemos que este hecho lo podemos resumir con únicamente la condición de $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$).
- Adicionalmente, si la función f es diferenciable, y existe una constante $\alpha < 1$ tal que:

$$\forall x \in [a, b] \quad |f'(x)| \leq \alpha$$

Entonces existe un único punto fijo en el intervalo $[a, b]$.

Proceso iterativo

El proceso iterativo se obtiene al seleccionar una aproximación inicial de la raíz p_0 y posteriormente generar la sucesión de aproximaciones $p_1 = f(p_0)$ y de esta forma se obtienen las aproximaciones.

Condición de paro

Al igual que en los métodos anteriores podemos imponer una condición de paro en función de las aproximaciones sucesivas en términos del error relativo, es decir:

$$\frac{|p_n - p_{n-1}|}{|p_n|} < \varepsilon$$

Declaré para poder utilizar la función de forma correcta

In [1]:
```
# Procedemos a definir e inicializar las condiciones de paro del método
tol = 1.*(10**(-10)) # Obtener un error relativo de 10^(-10)
maxItera = 100 # Realizar máximo 100 iteraciones
e = 2.71828182846
```

Declaré la función. En la función pusimos a g(x), la obtenemos despejando x de la función principal

In [2]:
```
# Definimos la funcion objetivo
def fx(x):
    fx = 2 - e**(-x)
    return fx
```

Se propuso como punto p0 = 0

In [3]:
```
# Definimos el punto inicial donde comenzaremos por aplicar el método así como el indice de conteo de las
# iteraciones y un error grande a fin de inicializar el método
p0 = 0 # aproximación inicial
k = 0 # Inicilizamos las iteraciones
error = 10000 # Inicializamos el valor del error en un número muy grande
pAnterior = p0 # Inicializamos la primer aproximación como b
```

Iteraciones obtenidas con el programa

```
Iniciamos el proceso iterativo
Resultados de la iteracion 1.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.0.
```

```
El valor de la función bajo la aproximación es 1.632120558828687.
El error relativo se encuentra dado por 0.6321205588286869.

Resultados de la iteracion 2.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.632120558828687.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.804485465847549.
El error relativo se encuentra dado por 0.1723649070188622.

Resultados de la iteracion 3.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.804485465847549.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8354408939221727.
El error relativo se encuentra dado por 0.030955428074623592.

Resultados de la iteracion 4.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8354408939221727.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.84045685534366.
El error relativo se encuentra dado por 0.005015961421487303.

Resultados de la iteracion 5.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.84045685534366.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.841255113911556.
El error relativo se encuentra dado por 0.0007982585678960596.

Resultados de la iteracion 6.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.841255113911556.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8413817828129915.
El error relativo se encuentra dado por 0.00012666890143542275.

Resultados de la iteracion 7.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8413817828129915.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414018735358486.
El error relativo se encuentra dado por 2.0090722857135646e-05.

Resultados de la iteracion 8.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414018735358486.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414050598548453.
El error relativo se encuentra dado por 3.1863189966507832e-06.

Resultados de la iteracion 9.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414050598548453.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414055651881107.
El error relativo se encuentra dado por 5.05333265454766e-07.

Resultados de la iteracion 10.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414055651881107.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.841405645331134.
El error relativo se encuentra dado por 8.014302332881584e-08.

Resultados de la iteracion 11.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.841405645331134.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056580413645.
El error relativo se encuentra dado por 1.2710230423707003e-08.

Resultados de la iteracion 12.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056580413645.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.8414056600571351.
El error relativo se encuentra dado por 2.0157706615009374e-09.

Resultados de la iteracion 13.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.8414056600571351.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.841405660376825.
El error relativo se encuentra dado por 3.1968983016383845e-10.

Resultados de la iteracion 14.
La aproximación del punto fijo se encuentra dada por 1.841405660376825.
El valor de la función bajo la aproximación es 1.841405660427526.
```

El error relativo se encuentra dado por 5.0700998954766874e-11.

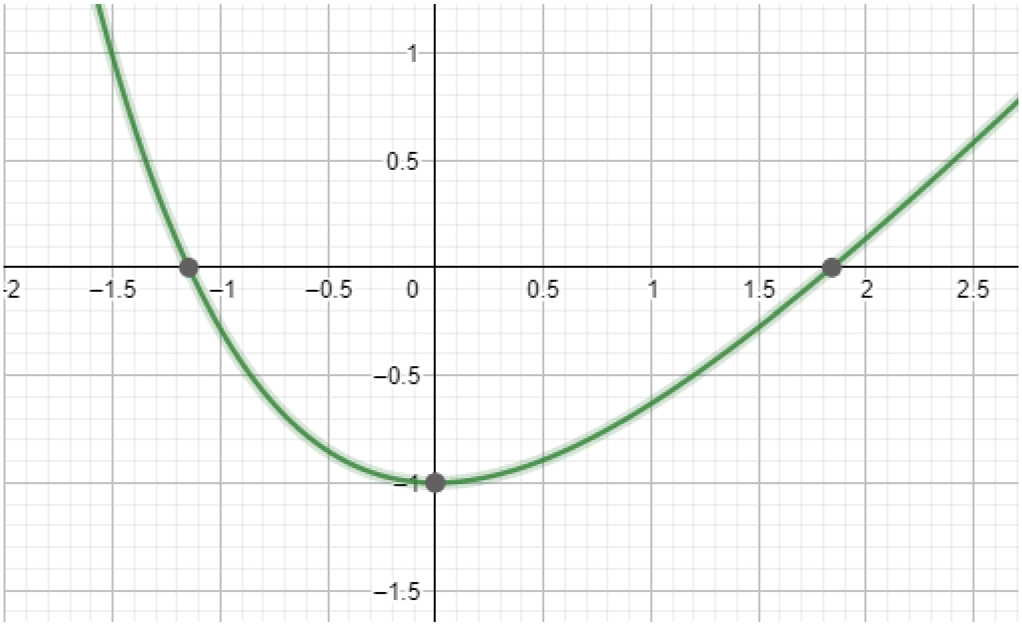
Validamos la raíz de la ecuación algebráica

```
In [7]: # Validamos la raíz en la ecuación algebraica
        (e**(-p0) + p0 - 2)

Out[7]: -5.0700998954766874e-11
```

Observamos que efectivamente, la raíz y el último valor del error relativo van similares

Gráfica de la función:



¿Qué aprendí con esta tarea?

Aprendí el método de punto fijo, método por el cual podemos aproximar raíces dado un valor inicial. Con este método recordamos un poco de derivadas y aprendimos un nuevo código en Python que nos ayuda a obtener las iteraciones de una forma sencilla sin necesidad de sacarlas a manos, facilitándonos estas.