

Segundo Parcial

Procesos Estocásticos

21 de Diciembre del 2022

Indicaciones: Lea bien el examen y resuelva los siguientes ejercicios

1. Comenzando a las 6 am, carros, autobuses, y motocicletas llegan a la caseta de una autopista de acuerdo a procesos de Poisson independientes. Aproximadamente, cada 5 minutos llega un carro a la caseta, los autobuses llegan una vez cada 10 minutos, y las motocicletas llegan una cada 30 minutos.
 - a) Encuentre la probabilidad de que en los primeros 20 minutos, exactamente tres vehiculos; dos carros y una motocicleta, lleguen a la caseta.
 - b) En la caseta, la probabilidad de que un conductor tenga el cambio exacto es $1/4$, independientemente del vehículo. Halle la probabilidad de que ningún vehículo tenga el cambio exacto en los primeros 10 minutos.
 - c) Encuentre la probabilidad de que la séptima motocicleta llegue antes de 45 minutos de la llegada de la tercer motocicleta.
2. Sea $\{N_t\}_{t \geq 0}$ un proceso de Poisson con parámetro λ y tiempos de arribo S_1, S_2, \dots . Evalúe la esperanza de la suma de los cuadrados de los tiempos de arribo al tiempo t ,

$$E \left[\sum_{n=1}^{N_t} S_n^2 \right]$$

3. Ofertas de trabajo para recién graduados llegan de acuerdo a un proceso de Poisson con media de dos por mes. Una oferta de trabajo es aceptable si el salario ofrecido es de al menos 35K dólares. Las ofertas de salario siguen una distribución exponencial con media de 25k dólares. Encuentre la probabilidad de que una oferta de trabajo aceptable sea recibida en los primeros tres meses.
4. Simule un proceso de Poisson espacial con $\lambda = 10$, sobre una caja de volumen 8 con vértices en los puntos $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$. Estime la media y la varianza del número de puntos en la bola centrada en el origen de radio 1.

5. Inversionistas adquieren $1k$ dólares en bonos en tiempos aleatorios de un proceso de Poisson con parámetro λ . Si la tasa de interés es r entonces el valor esperado total presente de una inversión adquirida al tiempo t es $1000e^{-rt}$. Simule el valor presente total de los bonos si la tasa de interes es 4 %, el parametro del proceso de Poisson es $\lambda = 50$, y $t = 10$.