

Primer Parcial.

Procesos Estocásticos .

25 de Noviembre del 2021

Indicaciones: Lea bien el examen y resuelva las siguientes preguntas.

1. Una bolsa contiene una bola roja, 3 verdes, y 5 amarillas. Se escoje una muestra de 4 bolas. Sea G el número de bolas verdes en la muestra. Sea Y el número de bolas amarillas en la muestra.
Encuentre la función de probabilidad de masa condicional de G dado $Y = 2$.
 - a) Asumiendo que la muestra se escoje con reemplazo.
 - b) Asumiendo que la muestra se escoje sin reemplazo.
2. Sea $X = \{X_n | n \geq 0\}$ una CM con matriz de transición P , y sea $Y_n = X_{k+n}$, $n \geq 0$, para algún $k > 0$. Demuestre que $Y = \{Y_n\}$ es una CM con matriz de transición P^k .
3. Se extraen cartas de una baraja estándar, con reemplazo, hasta que aparece un as. Simule la media y la varianza del número de cartas extraídas.
4. En las aplicaciones de seguridad informática, un honeypot es una trampa colocada en una red para detectar y contrarrestar a los piratas informáticos. Los datos de los honeypots se estudian en Kimou et al. (2010) utilizando cadenas de Markov. Los autores obtienen los datos de los honeypots de una base de datos central y observan los ataques contra cuatro puertos informáticos, 80, 135 139 y 445 durante un año. Los puertos son los estados de una cadena de Markov, junto con un estado que corresponde a que ningún puerto es atacado. Se observan los datos semanales, y se registra el puerto más atacado durante la semana. La matriz de transición La matriz de transición de Markov estimada para los ataques semanales es

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & 80 & 135 & 139 & 445 & \text{No attack} \\
 \begin{array}{c} 80 \\ 135 \\ 139 \\ 445 \\ \text{No} \end{array} & \left(\begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 8/13 & 3/13 & 1/13 & 1/13 \\
 1/16 & 3/16 & 3/8 & 1/4 & 1/8 \\
 0 & 1/11 & 4/11 & 5/11 & 1/11 \\
 0 & 1/8 & 1/2 & 1/8 & 1/4
 \end{array} \right),
 \end{array}
 \end{array}$$

con distribución inicial $\alpha = (0, 0, 0, 0, 1)$

a) ¿Cuáles son los puertos menos y más probablemente atacados al cabo de 2 semanas?

b) Encuentre la distribución a largo plazo de los puertos atacados.

.