

# 035039 – עיבוד אותות

פרויקטון MNIST

אברמוב יניב  
316278001

[yanivabramov@campus.technion.ac.il](mailto:yanivabramov@campus.technion.ac.il)

בן עזרא מיכאל  
314869074

[michael1234@campus.technion.ac.il](mailto:michael1234@campus.technion.ac.il)

דרור עידן  
316436997

[idan246@campus.technion.ac.il](mailto:idan246@campus.technion.ac.il)

סגל הקורס:

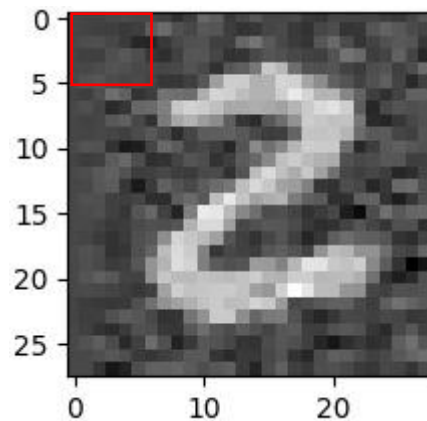
מרצה: דר' איגור דמצ'נקו

מתרגלת: דר' מירי בינימיני

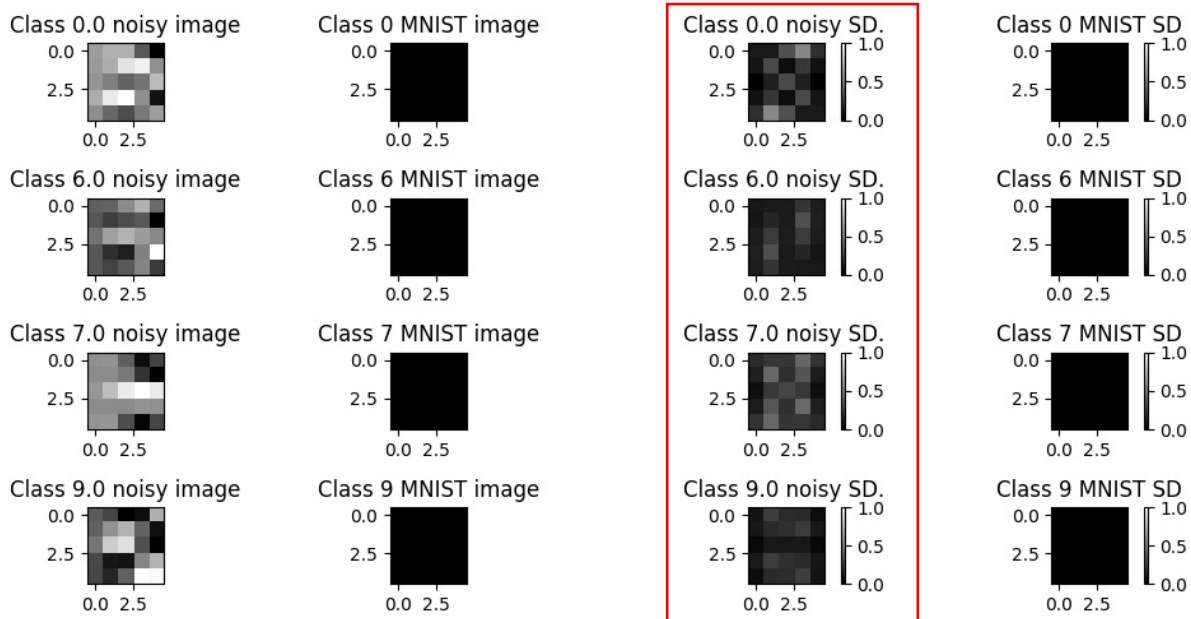
[Github Repository](#)

## עיבוד מקדים:

1. בחרנו כמה תמונות של שטחים שלא מכילים קווים מהסיבה שבשטחים אלו אנחנו יודעים בוודאות שהצבע שצריך להיות שם הוא שחור. כך נוכל להבין לאחר שרטוט של צפיפות ספקטראלית את ההתפלגות של הרעש שנוסף לנו, כי נדע כמה שונה כל פיקסל אל מול הערך המקורי שלו. בעצם סעיף זה נועד בשביל לסנן את הרקע מהתמונה עצמה (המספר). כאשר אתה מסנן רק את הרקע אפשר בקלות להבין את הרעש שנוסף.



איור 1- מתאר את השטח שלא מכיל קווים של מספרים

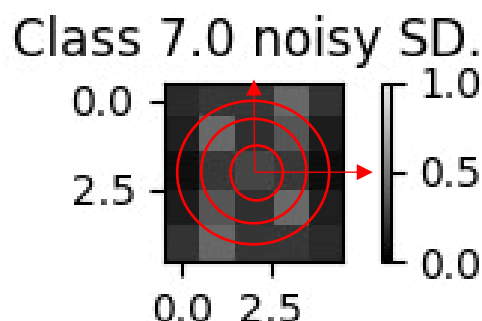


איור 2- מתאר את הצפיפות הספקטראלית של מספרים שונים עם שטחים שלא מכילים קווים של מספרים

## הסבר על צפיפות ספקטרלית:

המטריצה היא  $28 \times 28$  לכן האמצע של התמונה הוא בפיקסל  $14 \times 14$ . התמונה היא סימטרית. ( כמו שלמדנו בקורס שבמעבר למישור התדר יש לנו שיקוף על ציר ה $Y$ ). במקרה זה המטריצה היא  $5 \times 5$  כי לקחנו רק חלק מהתמונה.

לכל פיקסל יש צבע ( לבן עד שחור) לכל צבע יש עוצמה, רואים את זה בסקאלה מצד ימין. ככל שהצבע יותר לבן כך העוצמה יותר גבוהה. כאשר מנסים להבין איפה מתבטא מישור התדר, הוא מתבטא במעגל סביב נקודת האמצע. ככל שהרדיוס של המעגל גדול יותר אנחנו נמצאים בתדרים גבוהים יותר. ככל שהרדיוס קרוב יותר לנקודת אמצע אנו נמצאים בתדרים נמוכים יותר. כל פיקסל הנמצא על ציר ה $X$  מורכב מסינוסים אופקיים ( בעוצמות שונות ותדרים שונים) כל פיקסל הנמצא על ציר ה $Y$  מורכב מסינוסים אנכיים ( בעוצמות שונות ותדרים שונים) כל פיקסל הנמצא בתוך הרביע, מורכב מסינוסים אלכסוניים.



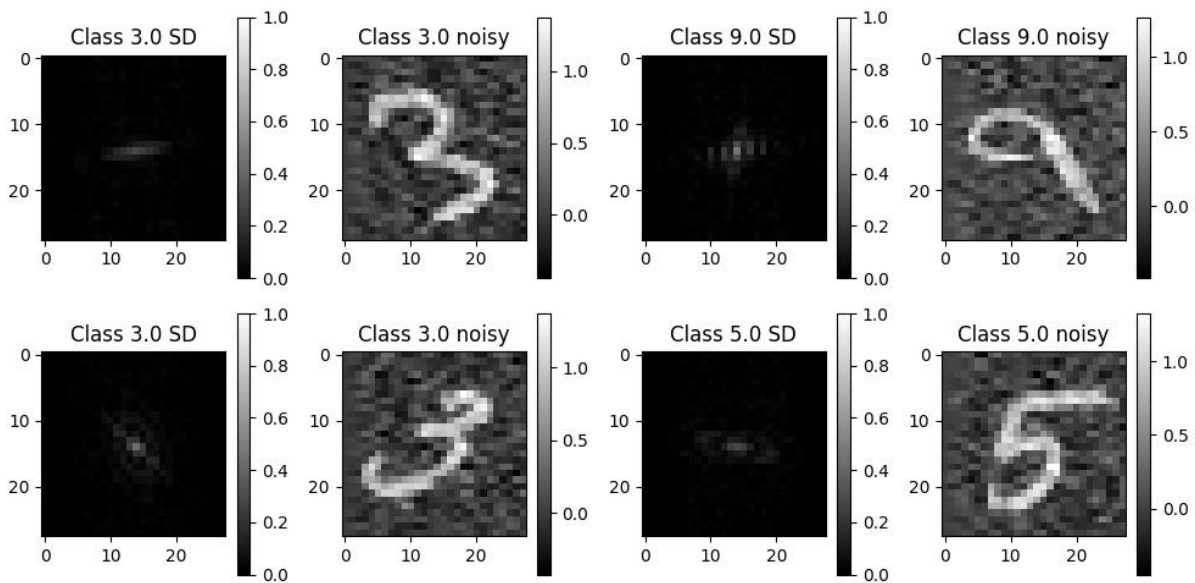
**איור 3-** מתאר איך הצפיפות הספקטרלית נראית במישור התדר.

ניתן ללמוד על התפלגות הרעש שההתפלגות היא **גאוסית** כי היא מרוכזת סביב מרכז תחום התדר (רכיבים בתדר נמוך), ראשית אנו רואים את הסימטריה, שנית לרעש גאוזי יש נטייה לקבל את רוב הכוח שלו בתדרים הנמוכים יותר. אזורים שחורים (תדירות אפס) מייצגים אזורים עם כוח נמוך או ללא כוח. זה יכול להצביע על אזורים שבהם לרעש יש פחות השפעה או שהוא מסונן החוצה.

רעש נוסף שיכל להיות הוא רעש לבן אך רעש לבן מאופיין באחידות על פני ספקטרום התדרים וזה לא מה שקיבלנו.

## עיבוד הנתונים:

### 1. נשרטט את הצפיפות הספקטרלית של סוגים שונים של המספרים



איור 4- צפיפות ספקטרלית של מספרים שונים.

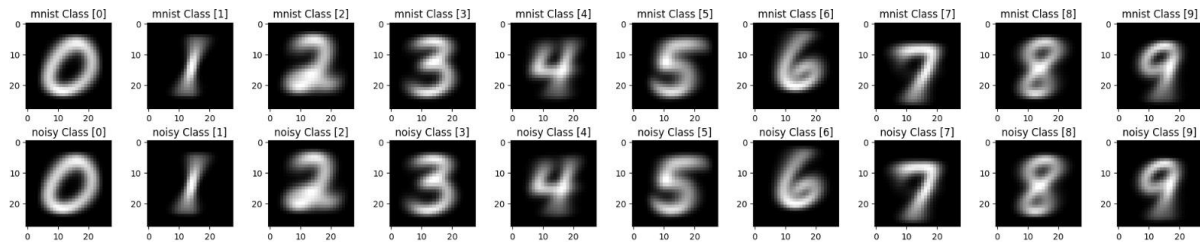
קיים הבדל בין המספרים השונים בצפיפות הספקטרלית.

בכל המספרים הפיקסל האמצעי 14-14 הוא עם העוצמה הכי גבוהה ( לבן ) וככל שהתדרים הולכים וגדלים העוצמה קטנה ( שחור ) . ההבדל בין המספרים הוא בפיזור של העוצמות, לכל מספר יש עוצמות שונות בתדרים הנמוכים. כאשר עוברים ממישור הזמן למישור התדר מתבטא בצפיפות ספקטרלית שונה, כך אפשר להבחין בין מספר למספר אחר.

## 2. מיצוע תמונות עם מספרים זהים:

לקחנו בכל קובץ את כל הפיקסלים של מספרים זהים, סכמנו אותם וחילקנו במספר הפעמים שהספרה מופיעה. בסוף קיבלנו 10 שורות של 784 פיקסלים שכל שורה מבטאת מספר MNIST שונה.

לאחר השוואה עם מספרים מלוכלכים שעברו מיצוע ומספרים נקיים שעברו מיצוע ניתן לראות בתמונה שהתמונות זהות לחלוטין.



**איור 5- שורה ראשונה מתארת את מיצוע המספרים הנקיים, שורה שנייה מתארת את מיצוע המספרים המלוכלכים.**

ניתן להבין את הזהות מכיוון שהרעש הוא מתפלג נורמלי סביב ה-0 (כמובן לאחר שבוצע נירמול) כאשר עושים ממוצע מקבלים את התוחלת של המספרים והיא כמובן 0. בנוסף, כאשר ניקח את המספרים הנקיים ונעשה עליהם ממוצע נקבל גם תוחלת 0 כי הם עברו רק נירמול ללא רעש. לכן התמונות זהות.

השווינו את הקוהרנטיות של מספר מלוכלך אחד אל מול 10 ספרות של מספרים ממוצעים, ברוב המקרים ראינו שהקוהרנטיות של המספר הנכון היא הכי גבוהה לכן שיערנו שאם נריץ על כלל המספרים המלוכלכים וכל פעם נשווה ל-10 ספרות של הממוצעים וניקח את המספר עם הקוהרנטיות הכי גבוהה נצליח על פי מודל לזהות את המספר הנכון.

לאחר הרצה של כלל המספרים ראינו שאחוזי ההצלחה בהתאמת המספר הם 60%.

```
score for class 0 is 0.23315452068745637
score for class 1 is 0.2377698848212742
score for class 2 is 0.24819797701634683
score for class 3 is 0.18373767958976092
score for class 4 is 0.24477873771245914
score for class 5 is 0.2490391993257692
score for class 6 is 0.2260593885016588
score for class 7 is 0.3555377701665656
score for class 8 is 0.22029756521624777
score for class 9 is 0.2921833883746989
max score is for class: 7
real class is: 7.0
```

```
score for class 0 is 0.233955537254788
score for class 1 is 0.255233868751421
score for class 2 is 0.23275707171568796
score for class 3 is 0.2334532605245259
score for class 4 is 0.212256707495502
score for class 5 is 0.23661601168412344
score for class 6 is 0.22939132143706692
score for class 7 is 0.22306047092027625
score for class 8 is 0.2181535966490452
score for class 9 is 0.2521206121140078
max score is for class: 1
real class is: 2.0
score for class 0 is 0.2263578728300737
...
max score is for class: 6
real class is: 6.0
10000
accuracy on full test set is 0.5829
```

**איור 6- בתמונה השמאלית היה הצלחה בגילוי המספר**

**בתמונה הימנית היה כישלון בגילוי המספר ומראה את אחוזי ההצלחה הכוללים.**

נרצה לשפר את אחוזי ההתאמה ולכן לא נסתפק במיצוע של המספרים אלא נמצא פילטר מתאים אשר ינקח את הרעש.

### 3. על מנת לנקות את הרעש יש כמה פילטרים אשר יכולים להשפיע.

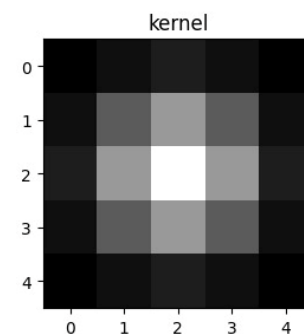
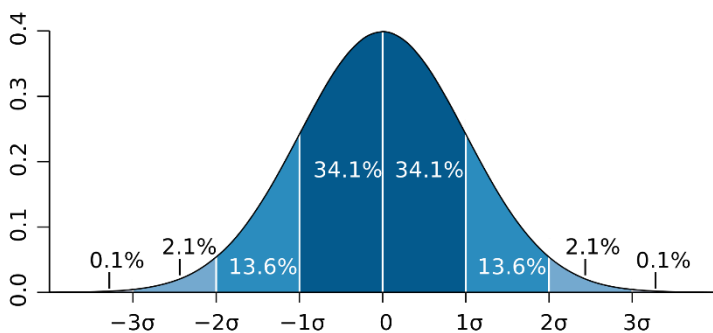
TRESHOLDING -

Gaussian -

נבחר בפילטר גאוסאני, כי ראינו בעיבוד המקדים שכנראה זאת ההתפלגות של הרעש. במטריצות דו מימדיות הפילטר נקרא קרנל. קרנל היא פונקציית משקלים היא בנויה כמטריצה ריבועית מסדר  $3 \times 3$  או  $4 \times 4$  וכו' והסכום של כל המספרים במטריצה הוא 1.

$$\frac{1}{9} * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

הקרנל עושה מיצוע של המספרים בתמונה על פי מיקומם. הקרנל בהתפלגות גאוסית נראה כך שהרכיב האמצעי הוא עם העוצמה הכי גבוה וזה יורד בכיוון רדיאלי. בנוסף, על פי הסיגמא שנבחר עוצמת הרכיב האמצעי תהיה גדולה יותר.



איור 7- הקרנל בצורה גאוסיאנית.

לצורך הדוגמה והבנת הפילטר נבחר קרנל הדומה לקרנל גאוס. הקרנל:

$$\begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.3 \\ 0.6 & 0.8 & 0.6 \\ 0.3 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}$$

והתמונה המלוכלכת עם ערכי הפיקסלים נראית כך:

1	2	4	5
6	7	2	9
8	9	3	4
5	0	4	1

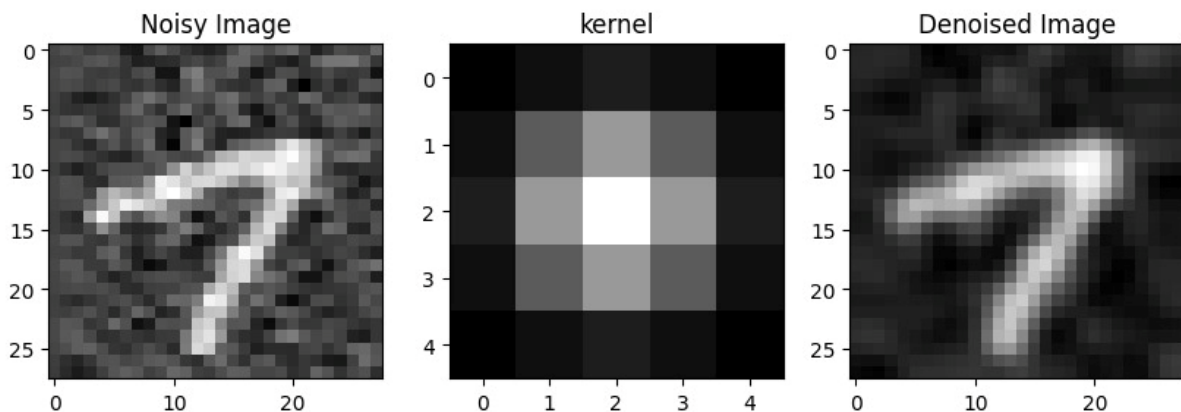
הקרנל עובר על כל אחד מהפיקסלים ומפעיל עליו את המיצוע שנראה כך :

ניקח את הפיקסל הצבוע בירוק , הערך 2 הוא ערך אחרי רעש אותו נרצה לפלטר בעזרת מיצוע של ערך זה עם הערכים מסביבו.

לכן הערך החדש שיתקבל בפיקסל זה הוא:

$$new\ value = 2 * 0.8 + (4 + 9 + 7 + 3) * 0.6 + (2 + 5 + 4 + 9) * 0.3 = 21.4$$

הפילטר הגאומי עשה מן ממוצע חכם של המשקלים על פיקסל זה עם הפיקסלים השכנים לו. הוא נתן משקל גדול לערך המקורי שהיה באותו פיקסל ונתן משקלים חלשים יותר לפיקסלים השכנים.



**איור 8-** מצד שמאל התמונה המלוכלכת ומצד ימין התמונה ללא הרעש.

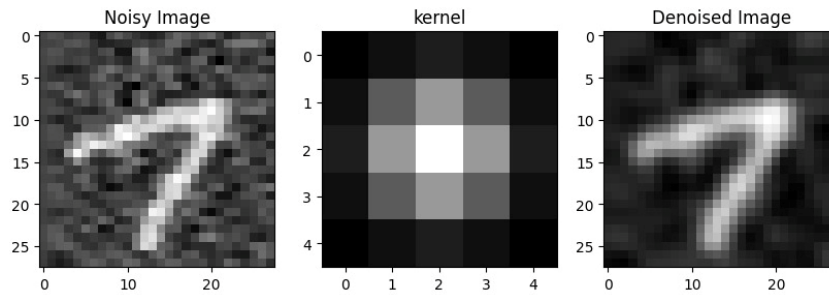
```
Test accuracy MNIST: 0.9811000227928162
Test accuracy noicy: 0.9729999899864197
Test accuracy filtered: 0.979200005531311
Test accuracy TreshHold: 0.9735000133514404
```

**איור 9-** אחוזי הדיוק של אימונים באמצעות נתונים שונים.

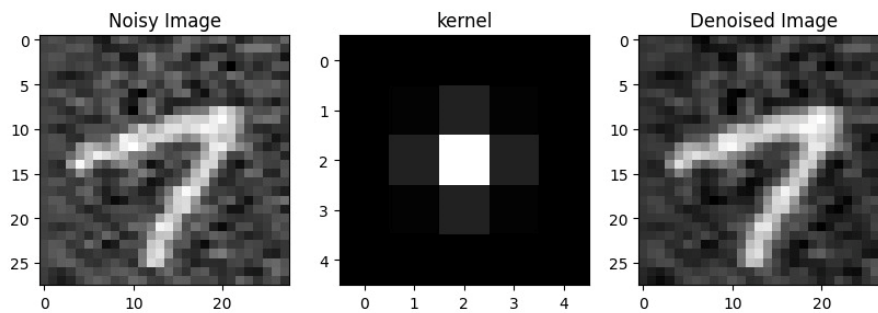
קיבלנו שאחוזי ההתאמה של הדאטה המלוכלך הם 97.2% לאחר הפילטר הגאומי אחוזי ההתאמה גבוהים יותר וערכם 97.9% , אחוזי ההתאמה של הפילטר TRESHOLDER גם גבוהים יותר מהמלוכלך אך לא בהרבה. לאור הנתונים, ניתן לקבוע שעמדנו במשימה לשיפור דיוק המודל.

## השפעת פרמטר של עיבוד האות:

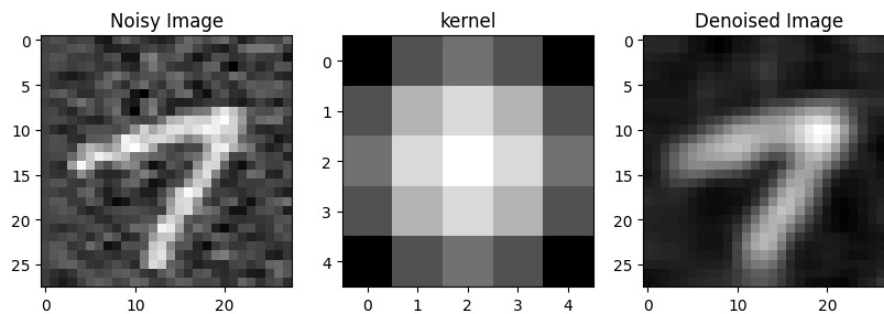
נבחר את הפרמטר סיגמא שהמשמעות שלו היא כמה עוצמה-משקל אנחנו מוסיפים לערכים. הפרמטר משפיע על הנראות של התמונה לאחר הפילטר. נצפה ששינוי הפרמטר ישפיע על עוצמת הצבעים, חלק מהתמונות יהיו עם ניגודיות גבוהה וחלק עם צבעים מרוחים אפורים יותר.



איור 10-  $\sigma = 1$

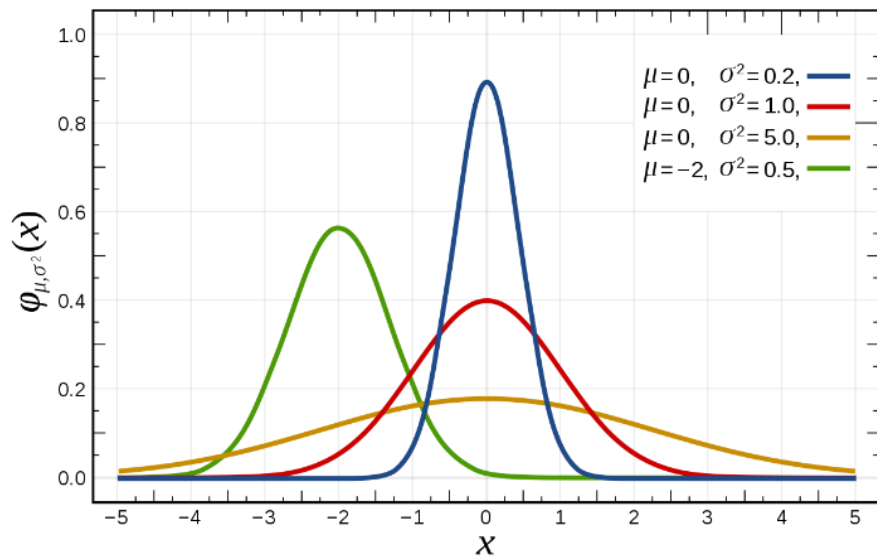


איור 11-  $\sigma = 0.5$



איור 12-  $\sigma = 3$





**איור 13-** התפלגות נורמלית כתלות ב- $\sigma$ .

עבור  $\sigma = 0.5$  הקרנל שאני מקבל הוא עם שונות קטנה כפי שמוצג באיור 13 ולכן התמונה שאנחנו מקבלים לאחר הפילטר היא עם ניגודיות גבוהה. הצבעים בתמונה הם או שחור או לבן.

עבור  $\sigma = 3$  הקרנל שאני מקבל הוא עם שונות גדולה ולכן התמונה שאנחנו מקבלים לאחר הפילטר היא מאוד מרוחה, עם סקאלת צבעים יותר אפורים.

בשני המקרים אחוזי ההתאמה במודל אינם טובים ולכן בחרנו  $\sigma = 1$  שבמצב זה קיבלנו את השונות הכי טובה.