מטלה 3

טיפ:

$F \models F$

תקף באופן ריק.

(18) א) אם α טאוטולוגיה, אז $\alpha \not\models \beta$ אמ"מ β סתירה.

לא - דוג' נגדית: $\alpha = p \vee \neg p$, $\beta = p \wedge \neg p$. לא מתקיים.

ב) אם $\alpha \wedge \beta \models \gamma$, והפסוקים α, β ספיקים אז γ ספיק.

$\alpha = p \wedge q$

$\beta = \neg \alpha$ ← לא נכון - דוגמה נגדית.

$\gamma = p \wedge \neg p$

ג) אם $\alpha \to \beta \models \gamma \to \delta$ (*) אז $\beta \models \delta$

צ"ל: $\beta \to \delta$.

נניח ש-β נכון. אז $\alpha \to \beta$ נכון.

מכיוון שהלוגיקה (*) תקף, נקבל ש- $\gamma \to \delta$ נכון.

$\Downarrow$

דוג' נגדית: $\alpha = p$, $\beta = p \underset{T}{\vee} \neg p$

$\delta = p \underset{F}{\wedge} \neg p$

(17) $p \to (p \leftrightarrow q)$ הצג בצורת DNF

$\Downarrow$ ע"פ זהויות לוגיות

$\neg p \vee ((p \to q) \wedge (q \to p))$

$\Downarrow$

$\neg p \vee ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p))$

$\Downarrow$

$(\neg p \wedge \neg q) \vee \cancel{(\neg p \wedge p)} \vee \cancel{(q \wedge \neg q)} \vee (q \wedge p)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	הצג	
T	T	T	T	$\to (p \wedge q)$
T	F	F	F	
F	T	F	T	$\to (\neg p \wedge q)$
F	F	T	T	$\to (\neg p \wedge \neg q)$

$\Downarrow$

$$\boxed{(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)}$$

לזכור:

DNF → T
בטבלה
CNF → F

(22) עניין: הקשר NOR $\downarrow$ מוגדר באמצעות הטבלה:

α	β	$\alpha\downarrow\beta$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

פירוש הקשר $\downarrow$:

$\Rightarrow$ $\alpha\downarrow\beta \equiv \neg\alpha\wedge\neg\beta \equiv \neg(\alpha\vee\beta)$

לפי DNF

הראו שהמערכת $\{\downarrow\}$ שלמה.

משפט- המערכת $\{\neg,\vee\}$ שלמה. ולכן נראה שאפשר לבטא את המע' הנ"ל ע"י $\{\downarrow\}$.

$$\neg p \equiv p\downarrow p \equiv \neg p\wedge\neg p \equiv \neg p$$

לפי פירוש DNF.

$$\alpha\vee\beta \equiv \neg\neg(\alpha\vee\beta) \equiv \neg(\alpha\downarrow\beta) \equiv (\alpha\downarrow\beta)\downarrow(\alpha\downarrow\beta)$$

הדרכה איך להראות שמערכת שלמה:

תהי X קבוצת סימנים, כאשר לכל סימן מוגדרת טבלת אמת.

בשביל להראות ש-X נותנת מערכת שלמה, נבצע:

- נתבונן במערכת $\{\vee,\neg\}$, ידוע שזו מערכת שלמה.

כעת ננסה לתת מימוש לסימן $\neg$ ע"י הסימנים בקבוצה X. כנ"ל לסימן $\vee$.

תרגיל: המע' $\{\vee,\wedge\}$ אינה שלמה, כי למשל לסימון $\neg$ אין מימוש.

תזכורת:

Ax_1: $\alpha\to(\beta\to\alpha)$

Ax_2: $(\alpha\to(\beta\to\gamma))\to((\alpha\to\beta)\to(\alpha\to\gamma))$

Ax_3: $(\neg\beta\to\neg\alpha)\to(\alpha\to\beta)$

mp: $\dfrac{\alpha,\ \alpha\to\beta}{\beta}$

Th_1: $\alpha\to\alpha$

Th_2: $\vdash \neg\neg\alpha\to\alpha$

Th_3: $\vdash \neg\alpha\to(\alpha\to\beta)$

Th_4: $\{(\alpha\to\beta),(\beta\to\gamma)\}\vdash\alpha\to\gamma$

Th_5:

(6) תרגילי חזרה

(1c)

Ax_1	1.	$(\alpha\to(\beta\to\alpha))\to(\gamma\to(\alpha\to(\beta\to\alpha)))$
Ax_1	2.	$\alpha\to(\beta\to\alpha)$
mp(1,2)	3.	$\gamma\to(\alpha\to(\beta\to\alpha))$

ד) הוכחה ע"י משפט 4.

משפט 4 משמש בהרבה מקרים להוכחה (במקום mp).

7) הוכח מהותנית: $\{\alpha\to\beta,\ \neg(\beta\to\gamma)\to\neg\alpha\} \vdash \alpha\to\gamma$

As_2	1.	$\neg(\beta\to\gamma)\to\neg\alpha$
Ax_3	2.	$(\neg(\beta\to\gamma)\to\neg\alpha) \to (\alpha\to(\beta\to\gamma))$
$MP_{1,2}$	3.	$\alpha\to(\beta\to\gamma)$
Ax_2	4.	$(\alpha\to(\beta\to\gamma))\to((\alpha\to\beta)\to(\alpha\to\gamma))$
$MP_{3,4}$	5.	$(\alpha\to\beta)\to(\alpha\to\gamma)$
As_1	6.	$\alpha\to\beta$
$MP_{5,6}$	7.	$\alpha\to\gamma$

11) להלן פסוקים בשפה L. מצא את ערכי האמת שלהם במבנה שבו העולם $=\{a,b,c\}$ ו- $Q(x,y)$ ימס.

x \ y	a	b	c
a	T	F	T
b	F	T	T
c	F	T	T

לזכור שלילת כמתים.

$$\neg(\exists x\forall y Q(x,y)) \equiv \forall x\exists y(\neg Q(x,y))$$

א) $\forall x\exists y Q(x,y) \Rightarrow T$.

ב) $\forall y Q(y,b) \Rightarrow F$.

ג) $\forall y Q(y,y) \Rightarrow T$

ד) $\underbrace{(\forall y Q(y,y))}_{T} \wedge \underbrace{(\exists x\forall y Q(x,y))}_{F} \Rightarrow F$

גרפים:

איזומורפיזם:

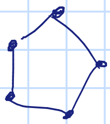
תנאים הכרחיים לאיזומורפיזם:

1) מס קודקודים וצלעות זהה!
2) אותה קבוצת דרגות
3) אותם סוגים של מעגלים.

שאלה 2 גרפים

האם הסדרה הבאה היא סדרת דרגות של גרף פשוט? שגל.

א) 2,2,2,2,2



$\boxed{\text{תנאי הכרחי לגרף - סכום דרגות זוגי!!!}}$