

兰州大学

毕 业 论 文

(本 科 生)

论文题目 (中文)	在 B 介子弱衰变过程中 研究显粲四夸克态
论文题目 (外文)	Research on Open-charm Tetraquarks in B Weak Decays
学 生 姓 名	陈炎柯
导师姓名、职称	于福升 教授
学 生 所 属 学 院	兰州大学萃英学院
专 业	物理学
年 级	2016 级

兰州大学教务处

诚信责任书

本人郑重声明: 本人所呈交的学位论文, 是在导师的指导下独立进行研究所取得的成果。毕业论文(设计)中凡引用他人已经发表或未发表的成果、数据、观点等, 均已明确注明出处。除文中已经注明引用的内容外, 不包含任何其他个人或集体已经发表或在网上发表的论文。

本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名: _____ 日 期: _____

关于毕业论文(设计)使用授权的声明

本人在导师指导下所完成的论文及相关的职务作品, 知识产权归属兰州大学。本人完全了解兰州大学有关保存、使用毕业论文的规定, 同意学校保存或向国家有关部门或机构送交论文的纸质版和电子版, 允许论文被查阅和借阅; 本人授权兰州大学可以将本毕业论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索, 可以采用任何复制手段保存和汇编本毕业论文。本人离校后发表、使用毕业论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时, 第一署名单位仍然为兰州大学。

本学位论文研究内容:

☐ 可以公开

☐ 不宜公开, 已在学位办公室办理保密申请, 解密后适用本授权书。

(请在以上选项内选择其中一项打“√”)

论文作者签名: _____
日 期: _____

导 师 签 名: _____
日 期: _____

在 B 介子弱衰变过程中研究显粲四夸克态

中文摘要

在夸克模型中，强子由夸克和反夸克组成，其中，介子由夸克-反夸克对组成，重子由三个夸克组成。而近年来在各合作组发现了奇特的强子结构，以往的理论很难解释这些粒子的特殊性质，目前人们构造了各种理论模型，把这些奇特强子态解释为“混杂态”、“四夸克态”、“四夸克-分子态”等，众多不同的理论模型需要实验的进一步检验。显粲四夸克态是一类更为特殊的奇特强子态，如果在实验上被发现，可以很好地对不同的模型做出检验。我们希望可以在 B 介子的弱衰变过程中，寻找显粲四夸克态。在本篇文章中，我们利用弱顶点的因子化方法，并考虑末态相互作用和重散射效应，计算了 $B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d})$ 和 $B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}\bar{u}s\bar{d})$ 两个过程的衰变分支比，可以为实验上寻找四夸克态提供更多的理论建议。

关键词：四夸克态； B 介子弱衰变；三角图；因子化方法；末态相互作用及重散射效应；衰变分支比

RESEARCH ON OPEN-CHARM TETRAQUARKS IN B WEAK DECAYS

Abstract

In the quark model, hadrons consist of quarks and anti-quarks, where mesons consist of quark-antiquark pairs and baryons consist of three quarks. However, in recent year's studies, some exotic hadron states have been discovered by many collaborations, whose special properties are difficult to explained by previous theory. At present, various theoretical models have been constructed to explain these exotic hadron states as "hybrids", "tetraquarks", "tetraquark molecules", etc. These theoretical models need to be further tested in experiments. Moreover, open-charm tetraquarks, a more special class of exotic hadron states, can be well tested for different models, if they could be discovered in experiments. We hope to search for open-charm tetraquarks in B weak decays. Our study uses factorization approach, considering final state interaction and re-scattering effect to calculate the decay branching ratios of $B^- \rightarrow D^- T_c(c\bar{s}\bar{u}\bar{d})$ and $B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}\bar{u}s\bar{d})$, which can provide more theoretical suggestions for the experimental search for tetraquark states.

Key Words: Tetraquark state; B weak decays; triangular diagram; Factorization approach; Final state interaction and re-scattering effect; Decay branching ratio

目 录

中文摘要	I
英文摘要	II
第一章 引言	1
第二章 弱衰变的三角图	3
2.1 夸克层次的重散射图	3
2.2 对称性分析	4
2.3 强子层次的三角图	5
第三章 三角图的计算方法	7
3.1 光学定理	7
3.2 弱衰变部分的计算	9
3.3 强散射部分的计算	11
第四章 数值结果	14
4.1 约定及输入参数	14
4.2 计算结果	15
第五章 总结与讨论	16
参考文献	17
致 谢	18
论文（设计）成绩	20

克构成 ($q_1 q_2 q_3 q_4 \bar{q}_5$), 它们被称为奇特强子态。第一个奇特强子态是由 BaBar 和 Belle 实验组发现的 [5], 随后, 人们对奇特强子态进行了越来越多的理论和实验工作 [6–12]。在理论上, 人们构造了多种模型, 把它们解释为“混杂态”、结合较为紧密的“四(五)夸克态”和结合较为松散的“分子态”等。

无论是在实验上还是理论上, 对奇特强子态的研究都有一定的困难。在理论上, 奇特强子的产生、衰变机制仍不清楚, 众多不同的理论模型需要实验的检验。在实验上, 目前发现的多数奇特强子都是同时包含一对正反粲夸克对或底夸克对 ($c\bar{c}$ 或 $b\bar{b}$) 的“隐粲(底)”粒子, 对于这样的粒子, 各种理论模型很难在实验中区分, 尤其是倍受关注的四夸克态模型和分子态模型, 两种模型的示意图如图 1-2 所示。

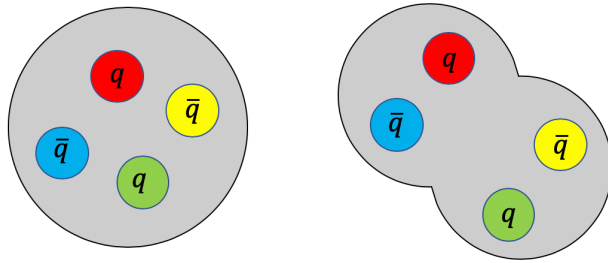


图 1-2: 四夸克态 (左) 和分子态 (右) 模型示意图

2016 年, D0 合作组宣布发现了新的奇异粒子结构 $X(5568)$, 该粒子由四种不同味道的夸克构成 ($\bar{b}dsu$) [13], 是一个显底粒子, 尽管其他合作组的实验数据中不支持该粒子的存在 [14–17], 但是这样的结构仍吸引了很大的研究兴趣, 人们对这种四夸克态进行了很多的理论研究 [18–22], 对于这样的显底、显粲四夸克态, 可以对其解释的理论模型就少了很多, 如果类似四夸克态在实验中被发现, 可以很好地对不同的理论模型做出检验, 帮助人们更好地了解奇特强子态和量子色动力学。

本文章中计算了两个弱衰变过程 $B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d})$ 和 $B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}usd)$ 的衰变分支比, 可以为实验上寻找四夸克态提供更多的理论建议。相较于传统的强产生、强衰变的寻找四夸克态的方法, 采用弱衰变寻找四夸克态, 在实验上操作更容易, 背景更清晰; 在理论上, 弱作用的机制也更加清楚, 且弱作用拓扑图的因子化方法和末态重散射机制可以很好地研究 B 介子两体弱衰变过程 [23]。

本文将分为如下几个部分: 第二章对显粲四夸克态的性质做了简单的讨论, 并作出弱衰变的夸克层次图像以及强子层次的三角图。第三章给出了计算三角图的因子化和长程相互作用的处理方法。第四章给出了计算三角图所得的衰变分支比的数值结果。第五章对全篇做出总结。

第二章 弱衰变的三角图

本章首先介绍了 B 介子两体弱衰变的拓扑图方法 (英语: topological approach) 和末态重散射机制, 给出了衰变过程夸克层次的重散射图。随后, 给出了显粲四夸克态 T_c 和双介子系统的 J^P 量子数, 并讨论其在强相互作用需要满足的对称性要求。最后, 利用以上内容作出需要计算的弱衰变强子层次的三角图。三角图的具体计算方法在第三章给出。

2.1 夸克层次的重散射图

在拓扑图方法中, 重介子的两体非轻子弱衰变过程可以分为六种不同的拓扑图: 色允许的外 W 发射图 \mathcal{T} ; 色抑制的内 W 发射图 \mathcal{C} ; W 交换图 \mathcal{E} ; W 湮灭图 \mathcal{A} ; 企鹅图 \mathcal{P} ; 正交 W 圈图 \mathcal{W} [24–26]。我们只考虑树图阶的前四种拓扑图, 同时 \mathcal{E} 图和 \mathcal{A} 图会因为螺旋度的原因被强烈的压低 [27], 所以我们也忽略这两类拓扑图的贡献, 只计算 \mathcal{T} 图和 \mathcal{C} 图的贡献。 B 介子衰变到普通介子的 \mathcal{T} 图和 \mathcal{C} 图的拓扑图如图 2-1 所示。

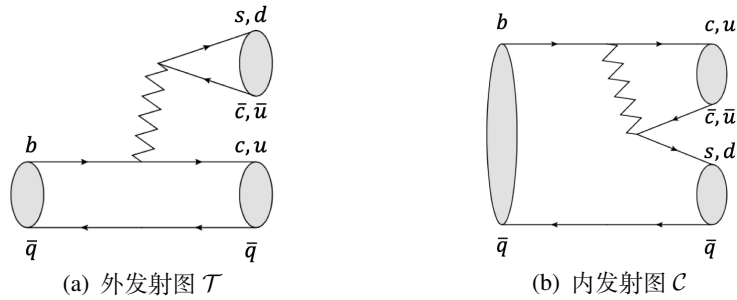
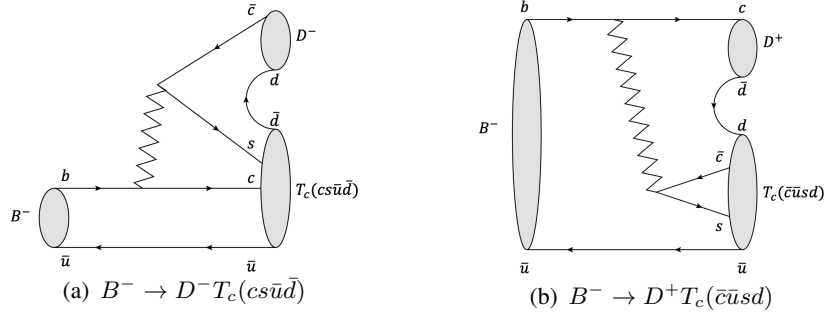


图 2-1: B 介子衰变到普通介子的拓扑图

需要注意的是, 在该方法中的夸克图是拓扑的, 同时以所有可能的方式包括胶子线。我们考虑了众多 B 介子弱衰变到显粲四夸克态的过程, 结合 CKM 矩阵元进行估算, 从中筛选出了两个衰变分支比可能较大的过程: $B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}d)$ 和 $B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}usd)$, 它们分别对应 \mathcal{T} 图和 \mathcal{C} 图, 如图 2-2 所示。

很显然, 对于衰变到四夸克态的过程, 与衰变到普通介子的过程相比有很大的不同, 它们不能通过类似图 2-1 的弱衰变过程直接衰变到末态, 而是发生重散射效应产生的长程贡献的结果。重散射效应是末态相互作用的贡献之一, 可以是弹性散射或者是非弹性散射。在重散射过程中, B 介子先由 \mathcal{T} 图衰变到两个普

图 2-2: B^- 介子衰变到显粲四夸克态的拓扑图

通介子，再由这两个介子之间通过强相互作用进行夸克交换，最终形成新的强子态。重散射过程在夸克层次的图像如图 2-3 所示，以左图为例进行说明，先由 T_c 图发生弱衰变，过程，再由两个介子之间通过强相互作用进行夸克 ($s\bar{d}$) 的交换，最终形成新的介子 D^+ 和四夸克态 $T_c(cs\bar{u}\bar{d})$ 。

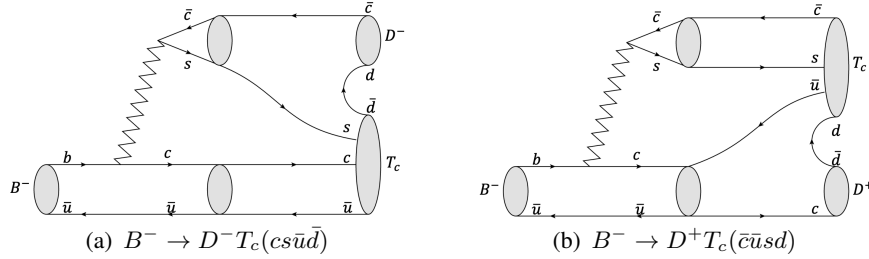


图 2-3: 夸克层次的重散射图

2.2 对称性分析

重散射过程是通过强相互作用进行的，在强相互作用中，需要满足电荷、自旋、同位旋 P 宇称等对称性，为此，我们还需要分析四夸克态 T_c 的同位旋 I 、同位旋的第三分量 I_3 、角动量 J 、宇称等性质。

根据四夸克态的夸克组分，不难计算出 $T_c(cs\bar{u}\bar{d})$ 和 $T_c(\bar{c}usd)$ 的 I_3 分别为 0 和 -1。利用色-磁相互作用 (英语: color-magnetic interaction) 理论，可以预测得到四夸克态 $T_c(cs\bar{u}\bar{d})$ 和 $T_c(cu\bar{s}\bar{d})$ 的 J^P 、质量谱以及相关的衰变阈值，如图 2-6 所示 [28]。

此外，还需要考虑两个普通介子合成的 J^P ，只考虑处于基态的 0^- 的赝标介子 (英语: pseudoscalar meson) 和 1^- 的矢量介子 (英语: vector meson)。由两个普通介子组成的粒子系统 J^P 量子数的可能取值如表 2-1 所示。

在表 2-1 中，我们可以发现在双介子系统中， PP 系统不会出现 $J^P = 1^+$ 的

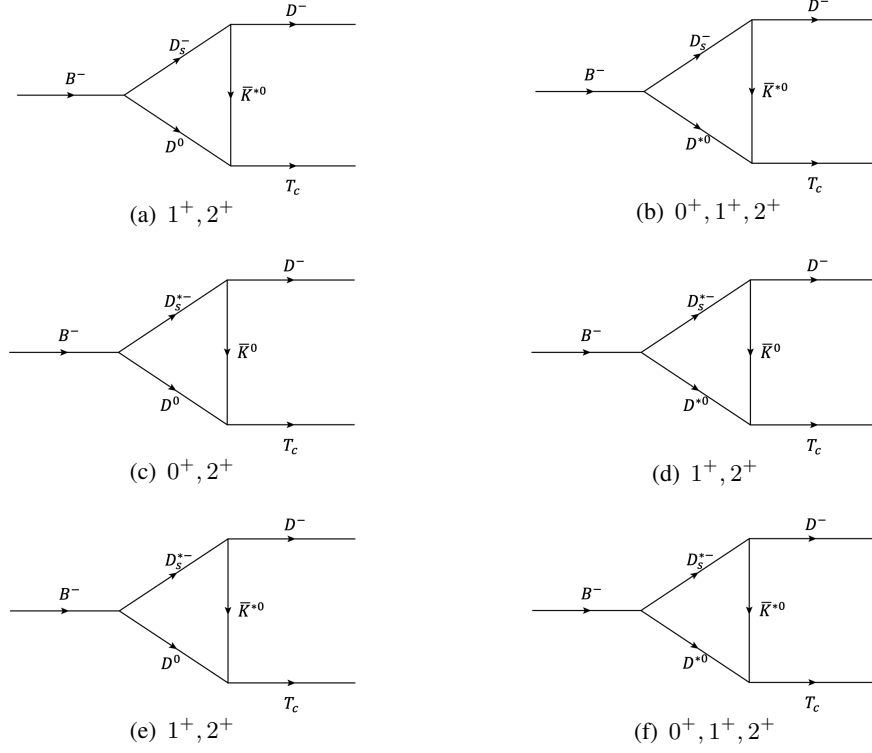


图 2-5: $B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d})$ 强子层次的三角图。图片下标为 T_c 允许的 J^P 量子数

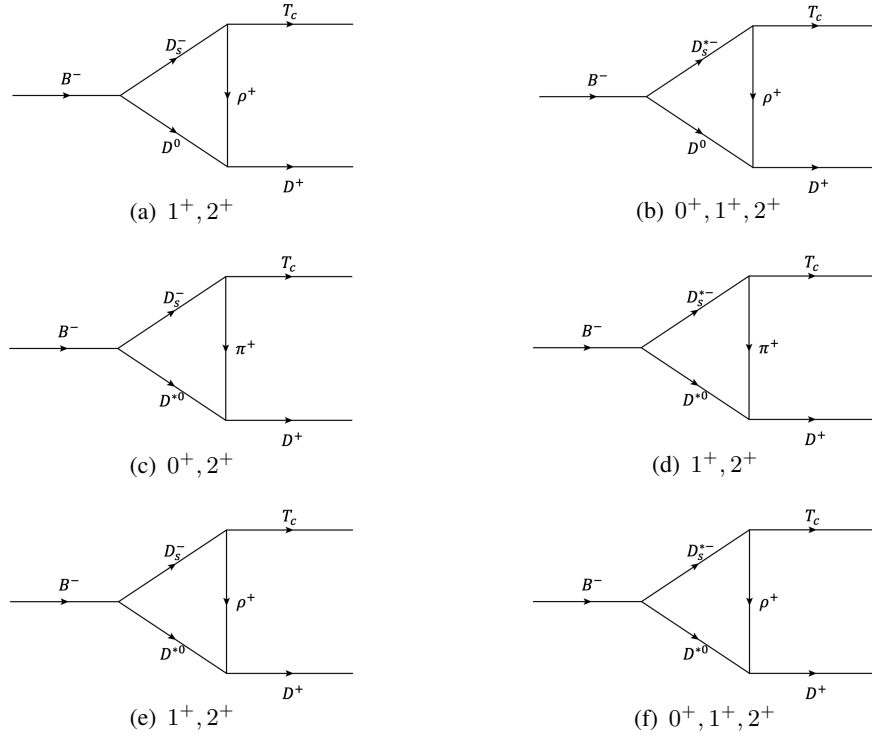


图 2-6: $B^- \rightarrow D^+ T_c(c\bar{u}s\bar{d})$ 强子层次的三角图。图片下标为 T_c 允许的 J^P 量子数

第三章 三角图的计算方法

本章首先对通用的强子层次的三角图进行讨论, 运用光学定理 (英语: optical theorem), 可以将三角图分为弱衰变部分和强散射部分分别进行计算。随后, 分别介绍了两部分的处理方法, 以此计算整个三角图。

3.1 光学定理

为了一般性的讨论, 我们从一个通用的强子层次的三角图出发, 如图 3-1。

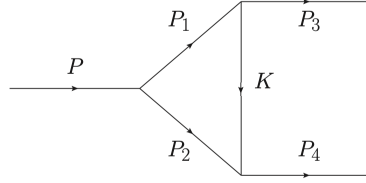


图 3-1: 一般的三角图

图中, P, K 等均为各处粒子的动量, 箭头的方向代表动量的方向。对于三个顶角处有动量守恒关系:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \\ K &= P_1 - P_3 \\ P_4 &= K + P_2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

在量子场论中, 有归一化条件:

$$\langle s, t=0 | s, t=0 \rangle = \langle s, t | s, t \rangle, \quad |s, t\rangle = S |s, 0\rangle = e^{iHt} |s, 0\rangle$$

其中 H 为系统的哈密顿量, 这意味着哈密顿量 H 是厄米的, S 矩阵是么正的, 即:

$$H^\dagger = H, \quad S^\dagger S = 1$$

将 S 矩阵记为

$$S = 1 + iT$$

在使用费曼图计算传递矩阵的元素时:

$$\langle f | T | i \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(P_i - P_f) \mathcal{M}(i \rightarrow f)$$

同时, 根据 S 矩阵的么正性可得:

$$\begin{aligned} 1 &= S^\dagger S = (1 - iT^\dagger)(1 + iT) \\ &\Rightarrow i(T^\dagger - T) = T^\dagger T \end{aligned} \quad (3.2)$$

式 (3.2) 左侧为:

$$\langle f | i(T^\dagger - T) | i \rangle = i(2\pi)^4 \delta^4(P_i - P_f) (\mathcal{M}^\dagger(i \rightarrow f) - \mathcal{M}(f \rightarrow i))$$

对所有中间态求和, 可得式 (3.2) 右侧为:

$$\begin{aligned} \langle f | T^\dagger T | i \rangle &= \sum_X d\Pi_{LIPS}^{(X)} \langle f | T^\dagger | X \rangle \langle X | T | i \rangle \\ &= [i(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_X)] \\ &\quad \times \left[i(2\pi)^4 \delta^4(P_i - P_X) \sum_X \int d\Pi_{LIPS}^{(X)} \mathcal{M}(i \rightarrow X) \mathcal{M}^\dagger(X \rightarrow f) \right] \end{aligned}$$

其中, $d\Pi_{LIPS}$ 是相空间因子。于是有:

$$\mathcal{M}(i \rightarrow f) - \mathcal{M}^\dagger(f \rightarrow i) = -i \sum_X \int d\Pi_{LIPS}^{(X)} (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_X) \mathcal{M}(i \rightarrow X) \mathcal{M}^\dagger(X \rightarrow f)$$

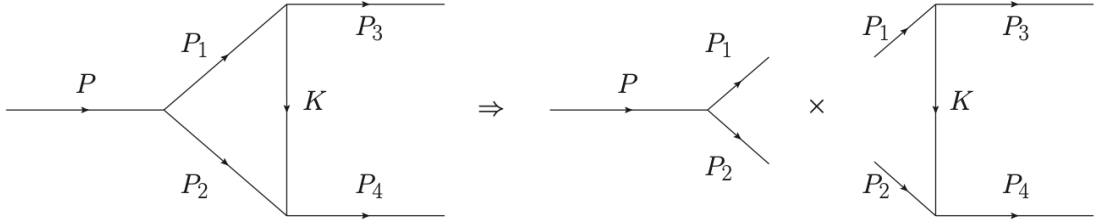


图 3-2: 三角图的截断

这便是一般形式的光学定理 [29]。应用光学定理可以将三角图分为两部分: 弱衰变部分和强散射部分, 即 P_1, P_2 在壳截断, 如图 3-2。

将弱顶点的振幅记为 $M \rightarrow (P \rightarrow P_1 P_2)$, 末态重散射部分的振幅为 $T(P_1 P_2 \rightarrow P_3 P_4(K))$, 可以将三角图的总复振幅写为:

$$\begin{aligned} & \text{Abs} [A(P \rightarrow P_1 P_2 \rightarrow P_3 P_4(K))] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{s_k} \int \frac{d^3 \vec{P}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{P}_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta^4(P - P_1 - P_2) \\ & \quad \times M(P \rightarrow P_1 P_2) \times T(P_1 P_2 \rightarrow P_3 P_4(K)) \end{aligned} \quad (3.3)$$

这样, 分别计算两部分的振幅, 再对整个相空间进行积分, 就可以得到整个三角图的振幅。下面分别介绍两部分振幅的计算方法。

3.2 弱衰变部分的计算

可以采用因子化方法 (英语: factorization approach) 计算弱顶点的振幅, 在该方法下, 强子矩阵元素可以分解为两部分的乘积, 一部分为参数化的衰变常数, 另一部分表述为形状因子 (英语: form factor)。弱作用的有效哈密顿量为:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{eff} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} (C_1 O_1 + C_2 O_2) + h.c. \\ O_1 &= \bar{q}_{2\alpha} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{3\beta} \cdot \bar{q}_{1\beta} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\alpha \\ O_2 &= \bar{q}_{2\alpha} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{3\alpha} \cdot \bar{q}_{1\beta} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_\beta\end{aligned}\quad (3.4)$$

其中, V_{CKM} 是 CKM 矩阵的元素, C_1, C_2 是威尔逊系数, α, β 为颜色指数。根据衰变产生的介子状态的不同, 分图3-3所示的四种情况:

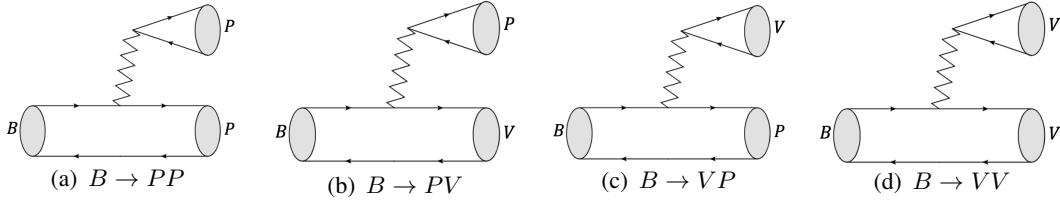


图 3-3: \mathcal{T} 图弱衰变的四种情况。P, V 分别表示赝标介子和矢量介子

它们的矩阵元素分别为:

$$\begin{aligned}\langle PP | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 \langle P | \bar{q}_2 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_3 | 0 \rangle \langle P | \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | B \rangle \\ \langle PV | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 \langle P | \bar{q}_2 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_3 | 0 \rangle \langle V | \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | B \rangle \\ \langle VP | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 \langle V | \bar{q}_2 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_3 | 0 \rangle \langle P | \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | B \rangle \\ \langle VV | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 \langle V | \bar{q}_2 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_3 | 0 \rangle \langle V | \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b | B \rangle\end{aligned}\quad (3.5)$$

记 $(\bar{q}_1 q_2)_{V-A} \equiv \bar{q}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_2$, 对于 $B \rightarrow PP$ 衰变, 有形状因子定义为:

$$\begin{aligned}\langle P(q) | (\bar{q}_2 q_3)_{V-A} | 0 \rangle &= i f_P q_\mu \\ \langle P(k) | (\bar{q}_1 b)_{V-A} | B(p) \rangle &= \left[(p+k)_\mu - \frac{m_B^2 - m_P^2}{q^2} q_\mu \right] F_1^{B \rightarrow P}(q^2) \\ &\quad + \frac{m_B^2 - m_P^2}{q^2} q_\mu F_0^{B \rightarrow P}(q^2)\end{aligned}\quad (3.6)$$

根据动量守恒, 其中 $q = p - k$, 结合式 (3.5) 及式 (3.6) 可以得到:

$$\langle P_2 P_1 | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 f_{P_2} (m_B^2 - m_{P_1}^2) F_0^{B \rightarrow P_1}(m_{P_2}^2) \quad (3.7)$$

对于 $B \rightarrow PV$ 衰变, 有形状因子定义为:

$$\begin{aligned}
& \langle V(k, \varepsilon) | (\bar{q}_1 b)_{V-A} | P(p) \rangle \\
&= \frac{2}{m_P + m_V} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^{*\nu} p^\alpha p'^\beta V(q^2) \\
& - i \left\{ (m_P + m_V) \varepsilon_\mu^* A_1(q^2) - \frac{\varepsilon^* \cdot p}{m_P + m_V} (p + k)_\mu A_2(q^2) \right. \\
& \left. - 2m_V \frac{\varepsilon^* \cdot p}{q^2} q_\mu [A_3(q^2) - A_0(q^2)] \right\}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

其中,

$$A_3(0) = A_0(0), \quad A_3(q^2) = \frac{m_P + m_V}{2m_V} A_1(q^2) - \frac{m_P - m_V}{2m_V} A_2(q^2) \tag{3.9}$$

结合式 (3.5, 3.6, 3.8) 可以得到:

$$\langle PV | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 f_P m_V A_0^{B \rightarrow V}(m_P^2) 2(\varepsilon^* \cdot p_B) \tag{3.10}$$

对于 $B \rightarrow VP$ 衰变, 有形状因子定义为:

$$\langle V(q) | (\bar{q}_2 q_3)_{V-A} | 0 \rangle = f_V m_V \varepsilon_\mu^*(q) \tag{3.11}$$

将式 (3.6, 3.11) 代入式 (3.5) 可得:

$$\langle VP | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 f_V m_V F_1^{B \rightarrow P}(m_V^2) 2(\varepsilon^* \cdot p_B) \tag{3.12}$$

同理, 对 $B \rightarrow VV$ 衰变, 有:

$$\begin{aligned}
\langle V_1 V_2 | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1 (-i) f_{V_2} m_2 [(\varepsilon_1^* \cdot \varepsilon_2^*)(m_B + m_1) A_1^{BV_1}(m_2^2) \\
& - (\varepsilon_1^* \cdot p_B)(\varepsilon_2^* \cdot p_B) \frac{2A_2^{BV_1}(m_2^2)}{(m_B + m_1)} \\
& + i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_2^{*\mu} \varepsilon_1^{*\nu} p_B^\alpha p_1^\beta \frac{2V^{BV_1}(m_2^2)}{(m_B + m_1)}]
\end{aligned} \tag{3.13}$$

以上给出了所有 \mathcal{T} 图弱衰变振幅的计算方法, 对于 F_0, F_1, A_0 等跃迁形状因子的一般采用三参数的形式:

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - a(q^2/m_B^2) + b(q^2/m_B^2)^2} \tag{3.14}$$

其中 $F(0), a, b$ 为参数, 各参数的数值可以在 [27] 中找到。

3.3 强散射部分的计算

下面详细讨论三角图中对应强散射部分振幅的具体计算方法。首先, 写出唯像学理论中的拉氏量 [30]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & -ig_{\rho\pi\pi} \left(\rho_\mu^+ \pi^0 \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\mu \pi^- + \rho_\mu^- \pi^+ \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\mu \pi^0 + \rho_\mu^0 \pi^- \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\mu \pi^+ \right) \\
 & - ig_{D^*DP} \left(D^i \partial^\mu P_{ij} D_{\mu}^{*j\dagger} - D_\mu^{*i} \partial^\mu P_{ij} D^{j\dagger} \right) + \frac{1}{2} g_{D^*D^*P} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} D_i^{*\mu} \partial^\nu P^{ij} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\alpha D_j^{*\beta\dagger} \\
 & - ig_{DDV} D_i^\dagger \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu D^j (V^\mu)_j^i - 2f_{D^*DV} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (\partial^\mu V^\nu)_j^i \left(D_i^\dagger \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\alpha D^{*\beta j} - D_i^{*\beta\dagger} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\alpha D^j \right) \\
 & + ig_{D^*D^*V} D_i^{*\nu\dagger} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu D_\nu^{*j} (V^\mu)_j^i + 4if_{D^*D^*V} D_{i\mu}^{*\dagger} (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu)_j^i D_\nu^{*j} \\
 & + g_{SP\bar{P}} m_S SP\bar{P}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

其中, P 和 V_μ 为 3×3 的矩阵, 分别代表赝标介子八重态和矢量介子九重态:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}\eta \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{2}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{2}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \phi \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

在手征极限和重夸克极限下, 有:

$$\begin{aligned}
 g_{DDV} &= g_{D^*D^*V} = \frac{\beta g_V}{\sqrt{2}}, \quad f_{D^*DV} = \frac{f_{D^*D^*V}}{m_{D^*}} = \frac{\lambda g_V}{\sqrt{2}} \\
 g_{D_s^*DK} &= \sqrt{\frac{m_{D_s^*}}{m_{D^*}}} g_{D^*D\pi}, \quad g_{D^{(*)}D_s^{(*)}K^*} = \sqrt{\frac{m_{D_s^{(*)}}}{m_{D^{(*)}}}} g_{D^{(*)}D^{(*)}\rho}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

计算相应的矩阵元素可得:

$$\begin{aligned}
 \langle D(p_2) \rho(\varepsilon) | i\mathcal{L} | D(p_1) \rangle &= -\frac{i}{\sqrt{2}} \beta g_V \varepsilon \cdot (p_1 + p_2) \\
 \langle D(p_2) \pi(q) | i\mathcal{L} | D^*(\varepsilon, p_1) \rangle &= -ig_{D^*D\pi} \varepsilon \cdot q \\
 \langle D^*(\varepsilon_2, p_2) \rho(\varepsilon_\rho, q) | i\mathcal{L} | D(p_1) \rangle &= -i2\sqrt{2} \lambda g_V \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_\rho^\mu \varepsilon_{D^*}^{*\nu} p_1^\alpha q^\beta \\
 \langle D(p_2) K^*(\varepsilon) | i\mathcal{L} | D_s(p_1) \rangle &= -ig_{DD_sK^*} \varepsilon \cdot (p_1 + p_2) \\
 \langle D(p_2) K(q) | i\mathcal{L} | D_s^*(\varepsilon, p_1) \rangle &= -ig_{D_s^*DK} \varepsilon \cdot q \\
 \langle D_s^*(\varepsilon_2, p_2) K^*(\varepsilon_K, q) | i\mathcal{L} | D(p_1) \rangle &= -i4f_{D_s^*DK^*} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_K^\mu \varepsilon_{D^*}^{*\nu} p_1^\alpha q^\beta
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

在积分式 (3.3) 中, 由于动量守恒即 $\delta^4(P - P_1 - P_2)$ 的存在, 积分掉 δ 函数后, 只剩下 \vec{P}_1, \vec{P}_3 之间的夹角 θ 这一个需要积分的不确定量, 即:

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}bs[A(B \rightarrow P_1 P_2 \rightarrow P_3 P_4(K))] \\
 &= \int_{-1}^1 \frac{|\vec{P}_1| d\cos\theta}{16\pi m_B} \times A(B \rightarrow P_1 P_2) \times T(P_1 P_2 \rightarrow P_3 P_4(K))
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

其中, K 是在强散射过程中交换的介子的动量, 满足:

$$t = K^2 = (P_1 - P_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2E_1E_3 + 2|\vec{P}_1||\vec{P}_3|\cos\theta \quad (3.20)$$

其传播子 (英语: propagator) 为:

$$\frac{F^2(t, m)}{t - m^2}, \quad F(t, m) = \frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - t} \quad (3.21)$$

其中, $F(t, m)$ 为考虑到交换介子的不在壳 (英语: off shell) 影响所引入的形状因子, 截断参数 Λ 的数学表达式为:

$$\Lambda = m_{exc} + \eta\Lambda_{QCD} \quad (3.22)$$

其中参数 η 同时依赖于交换的粒子和外部粒子, 并且无法通过第一性原理直接进行计算, 只能通过实验定标, 在本文中, 我们根据经验取 0.75 到 1.5 进行计算。

只考虑能量最低的 0^+ 四夸克态基态, 根据四夸克态 T_c 的衰变振幅的预测结果 [28]:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(T_c(cs\bar{u}\bar{d}) \rightarrow D\bar{K})| &= 5.421\text{GeV} \\ |\mathcal{M}(T_c(cs\bar{u}\bar{d}) \rightarrow D^*\bar{K}^*)| &= 0.398\text{GeV} \\ |\mathcal{M}(T_c(cu\bar{s}\bar{d}) \rightarrow D_s^+\pi^+)| &= 6.587\text{GeV} \\ |\mathcal{M}(T_c(cu\bar{s}\bar{d}) \rightarrow D_s^{*+}\rho^+)| &= 0.230\text{GeV} \end{aligned} \quad (3.23)$$

我们可以合理地认为强耦合系数 $g_{DKT_c} \gg g_{D^*K^*T_c}$ 以及 $g_{D_s\pi T_c} \gg g_{D_s^*\rho T_c}$ 。所以只考虑起主要贡献的三角图: 图 2.5(c)和图 2.6(c)。其中, 图 2.5(c)的振幅为:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{bs(2-5c)} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1(-i2) \int_{-1}^1 \frac{|\vec{p}_1| d\cos\theta}{16\pi m_B} g_{D_s^*DK} g_{DKT_c} m_{T_c} \\ &\quad \times \frac{F^2(t, m_K)}{t - m_K^2} f_{D_s^*} m_{D_s^*} F_1^{BD}(m_{D_s^*}^2) p_K^\mu p_B^\nu \left(-g^{\mu\nu} + \frac{p_{1\mu} p_{1\nu}}{m_{D_s^*}^2} \right) \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1(-i2) \int_{-1}^1 \frac{|\vec{p}_1| d\cos\theta}{16\pi m_B} g_{D_s^*DK} g_{DKT_c} m_{T_c} \\ &\quad \times \frac{F^2(t, m_K)}{t - m_K^2} f_{D_s^*} m_{D_s^*} F_1^{BD}(m_{D_s^*}^2) H_1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

其中

$$H_1 = p_2 \cdot p_3 - \frac{(p_1 \cdot p_3)(p_1 \cdot p_2)}{m_{D_s^*}^2} \quad (3.25)$$

同理可得图 2.6(c)的振幅为:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}bs(2-6c) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1(-i2) \int_{-1}^1 \frac{|\vec{p}_1| d\cos\theta}{16\pi m_B} g_{D^*D\pi} g_{D_s\pi T_c} m_{T_c} \\
 &\quad \times \frac{F^2(t, m_\pi)}{t - m_\pi^2} f_{D_s} m_{D^*} A_0^{BD^*}(m_{D_s^2})(-p_\pi^\mu) p_B^\nu \left(-g^{\mu\nu} + \frac{p_{2\mu} p_{2\nu}}{m_{D^*}^2} \right) \\
 &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM} a_1(-i2) \int_{-1}^1 \frac{|\vec{p}_1| d\cos\theta}{16\pi m_B} g_{D^*D\pi} g_{D_s\pi T_c} m_{T_c} \\
 &\quad \times \frac{F^2(t, m_\pi)}{t - m_\pi^2} f_{D_s} m_{D^*} A_0^{BD^*}(m_{D_s^2}) H_2
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

其中

$$H_2 = p_1 \cdot p_4 - \frac{(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_4)}{m_{D^*}^2} \tag{3.27}$$

可以得到总的衰变的振幅分别为:

$$\begin{aligned}
 A(B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d})) &= i\mathcal{A}bs(2-5c) \\
 A(B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}\bar{u}s d)) &= i\mathcal{A}bs(2-6c)
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

可以由衰变振幅得到衰变宽度为:

$$\Gamma_i = \frac{p}{8\pi m_B^2} |A|^2 \tag{3.29}$$

其中 p 是任意一个末态粒子在质心系的动量大小, 即:

$$p = \frac{\sqrt{(m_B^2 - (m_{P_1} + m_{P_2})^2)(m_B^2 - (m_{P_1} - m_{P_2})^2)}}{2m_B} \tag{3.30}$$

最后可以得到衰变分支比为:

$$\mathcal{B} = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{tot}} \tag{3.31}$$

其中 Γ_{tot} 为 B 介子总的衰变宽度。

第四章 数值结果

本章说明数值计算中的约定及输入参数，并给出数值计算结果。

4.1 约定及输入参数

Fermi 耦合常数取值为:

$$G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2} \quad (4.1)$$

Wilson 系数取值为 [31]:

$$a_1 = 1.05 \quad (4.2)$$

强耦合系数取值 [23]:

$$g_{D^*D\pi} = 17.9, \quad g_V = 5.8, \quad \beta = 0.9, \quad \lambda = 0.56 \text{GeV}^{-1} \quad (4.3)$$

普通介子和四夸克态的强耦合系数在的 [28] 计算结果中抽取:

$$g_{D\bar{K}T_c} = 2.337, \quad g_{D_s^+\pi+T_c} = 2.997 \quad (4.4)$$

在领头阶近似下, Wolfenstein 参数化的 CKM 矩阵为 [32]:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

各矩阵元的具体数值可见 [1]。粒子质量同样来自于 Particle Data Group [1], 如表4-1所示。

m_D	m_{D^*}	m_{D_s}	$m_{D_s^*}$	m_K	m_{K^*}	m_π	m_ρ
1.865	2.007	1.968	2.112	0.498	0.892	0.140	0.775

表 4-1: 部分介子质量表 (GeV)

介子衰变常数取为:

$$f_{D_s^*} \approx f_{D_s} = 258 \text{MeV} \quad (4.6)$$

截断参数取值:

$$\Lambda_{QCD} = 220 \text{MeV} \quad (4.7)$$

4.2 计算结果

使用 Mathematica FeynCalc 进行数值计算, 数值上, 所得衰变振幅计算结果如表 4-2所示:

η	$A(B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d}))$ (GeV)	$A(B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}\bar{u}sd))$ (GeV)
0.75	1.81×10^{-9}	-1.26×10^{-8}
1.00	3.34×10^{-9}	-1.29×10^{-8}
1.25	5.33×10^{-9}	-1.23×10^{-8}
1.50	7.74×10^{-9}	-1.10×10^{-8}

表 4-2: 衰变振幅计算结果

衰变分支比的计算结果如表 4-2所示:

η	$\mathcal{B}(B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d}))$	$\mathcal{B}(B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}\bar{u}sd))$
0.75	1.86×10^{-8}	9.40×10^{-7}
1.00	6.34×10^{-8}	9.81×10^{-7}
1.25	1.61×10^{-7}	8.96×10^{-7}
1.50	3.41×10^{-7}	7.22×10^{-7}

表 4-3: 衰变分支比计算结果

该结果可以为实验上寻找四夸克态提供更多的理论建议。

第五章 总结与讨论

本文的主要工作是计算 B 介子弱衰变过程 $B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d})$ 和 $B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}\bar{u}sd)$ 的衰变分支比。

在本文的第二章，根据弱衰变的拓扑图方法，考虑末态重散射机制，绘制出衰变的夸克层次的重散射图，再根据对称性的分析，作出需要计算的全部三角图。第三章则给出了三角图的计算方法，首先运用光学定理将三角图分为弱衰变部分和重散射部分，分开进行计算，弱衰变部分用因子化方法处理，强散射部分则通过唯象学理论，利用费曼规则进行计算。第四章则给出了计算的数值结果。

最终，我们计算得到两个衰变过程的衰变分支比结果如表 4-3 所示，可以看到

$$\mathcal{B}(B^- \rightarrow D^- T_c(cs\bar{u}\bar{d})) \sim 10^{-7}, \quad \mathcal{B}(B^- \rightarrow D^+ T_c(\bar{c}\bar{u}sd)) \sim 10^{-7} \quad (5.1)$$

即衰变分支比的结果基本在 10^{-7} 的数量级。这个数值结果较小，但是也有被实验探测到的希望，在 B 介子弱衰变中寻找显粲四夸克态是一个可行有效的方案。在其他衰变过程中也可能得到更大的衰变分支比的结果。对四夸克态的研究如今是粒子物理学非常重要的内容，该结果可以为实验上寻找四夸克态提供更多的理论建议。

参考文献

- [1] M. Tanabashi, K. Hagiwara, K. Hikasa, K. Nakamura, Y. Sumino, F. Takahashi, J. Tanaka, K. Agashe, G. Aielli, C. Amsler, *et. al.* Review of particle physics[J]. Physical Review D, 2018, 98(3):030001.
- [2] G. Aad, T. Abajyan, B. Abbott, J. Abdallah, S. A. Khalek, A. A. Abdelalim, O. Abdinov, R. Aben, B. Abi, M. Abolins, *et. al.* Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC[J]. Physics Letters B, 2012, 716(1):1–29.
- [3] S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. M. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam, E. Aguilo, T. Bergauer, M. Dragicevic, J. Erö, C. Fabjan, *et. al.* Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC[J]. Physics Letters B, 2012, 716(1):30–61.
- [4] C. MissMJ. Standard model of elementary particles[Z].
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/00/Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg, Created September 17, 2019.
- [5] S.-K. Choi, S. Olsen, K. Abe, T. Abe, I. Adachi, B. S. Ahn, H. Aihara, K. Akai, M. Akatsu, M. Akemoto, *et. al.* Observation of a narrow charmoniumlike state in exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays[J]. Physical review letters, 2003, 91(26):262001.
- [6] H.-X. Chen, W. Chen, X. Liu, and S.-L. Zhu. The hidden-charm pentaquark and tetraquark states[J]. Physics Reports, 2016, 639:1–121.
- [7] A. Ali, J. S. Lange, and S. Stone. Exotics: heavy pentaquarks and tetraquarks[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2017, 97:123–198.
- [8] S. L. Olsen. A new hadron spectroscopy[C]. 2016. 050017.
- [9] N. Brambilla, S. Eidelman, B. Heltsley, R. Vogt, G. Bodwin, E. Eichten, A. Frawley, A. Meyer, R. Mitchell, V. Papadimitriou, *et. al.* Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities[J]. The European Physical Journal C, 2011, 71(2):1534.
- [10] A. Esposito, A. Pilloni, and A. Polosa. Hybridized tetraquarks[J]. Physics Letters B, 2016, 758:292–295.
- [11] R. F. Lebed, R. E. Mitchell, and E. S. Swanson. Heavy-quark QCD exotica[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2017, 93:143–194.
- [12] F.-K. Guo, C. Hanhart, U.-G. Meißner, Q. Wang, Q. Zhao, and B.-S. Zou. Hadronic molecules[J]. Reviews of Modern Physics, 2018, 90(1):015004.
- [13] V. Abazov, B. Abbott, B. Acharya, M. Adams, T. Adams, J. Agnew, G. Alexeev, G. Alkhazov, A. Alton, A. Askew, *et. al.* Evidence for a $B_s^0 \pi^\pm$ state[J]. Physical review letters, 2016, 117(2):022003.
- [14] R. Aaij, B. Adeva, M. Adinolfi, Z. Ajaltouni, S. Akar, J. Albrecht, F. Alessio, M. Alexander, S. Ali, G. Alkhazov, *et. al.* Search for structure in the $B_s^0 \pi^\pm$ invariant mass spectrum[J]. Physical review letters, 2016, 117(15):152003.

- [15] A. M. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam, F. Ambroggi, E. Asilar, T. Bergauer, J. Brandstetter, E. Brondolin, M. Dragicevic, J. Erö, *et. al.* Search for the X (5568) State Decaying into $B_s^0 \pi^\pm$ in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV[J]. Physical review letters, 2018, 120(20):202005.
- [16] T. Aaltonen, S. Amerio, D. Amidei, A. Anastassov, A. Annovi, J. Antos, G. Apollinari, J. Appel, T. Arisawa, A. Artikov, *et. al.* Search for the exotic meson X (5568) with the collider detector at Fermilab[J]. Physical review letters, 2018, 120(20):202006.
- [17] M. Aaboud, G. Aad, B. Abbott, O. Abidinov, B. Abeloos, S. H. Abidi, O. Abouzeid, N. L. Abraham, H. Abramowicz, H. Abreu, *et. al.* Search for a Structure in the $B_s^0 \pi^\pm$ Invariant Mass Spectrum with the ATLAS Experiment[J]. Physical review letters, 2018, 120(20):202007.
- [18] Y. Xing, F.-S. Yu, and R. Zhu. Weak decays of stable open-bottom tetraquark by SU (3) symmetry analysis[J]. The European Physical Journal C, 2019, 79(5):373.
- [19] A. Ali, L. Maiani, A. Polosa, and V. Riquer. B_c^\pm decays into tetraquarks[J]. Physical Review D, 2016, 94(3):034036.
- [20] W. Chen, H.-X. Chen, X. Liu, T. Steele, and S.-L. Zhu. Decoding the X (5568) as a Fully Open-Flavor $sub\bar{d}$ Tetraquark State[J]. Physical review letters, 2016, 117(2):022002.
- [21] W. Chen, H.-X. Chen, X. Liu, T. Steele, and S.-L. Zhu. Open-flavor charm and bottom $sq\bar{q}\bar{Q}$ and $qq\bar{q}\bar{Q}$ tetraquark states[J]. Physical Review D, 2017, 95(11):114005.
- [22] F.-S. Yu. $bs\bar{u}\bar{d}$: A Promising Detectable Tetraquark[J]. arXiv preprint, 2017. arXiv:1709.02571.
- [23] H.-Y. Cheng, C.-K. Chua, and A. Soni. Final state interactions in hadronic B decays[J]. Physical Review D, 2005, 71(1):014030.
- [24] L.-L. Chau and H.-Y. Cheng. Analysis of two-body decays of charm mesons using the quark-diagram scheme[J]. Physical Review D, 1987, 36(1):137.
- [25] L.-L. Chau. Quark mixing in weak interactions[J]. Physics Reports, 1983, 95(1):1–94.
- [26] L.-L. Chau and H.-Y. Cheng. Quark-diagram analysis of two-body charm decays[J]. Physical review letters, 1986, 56(16):1655.
- [27] H.-Y. Cheng, C.-K. Chua, and C.-W. Hwang. Covariant light-front approach for s-wave and p-wave mesons: Its application to decay constants and form factors[J]. Physical Review D, 2004, 69(7):074025.
- [28] J.-B. Cheng, S.-Y. Li, Y.-R. Liu, Y.-N. Liu, Z.-G. Si, and T. Yao. Spectrum and rearrangement decays of tetraquark states with four different flavors[J]. arXiv preprint, 2020. arXiv:2001.05287.
- [29] 肖振军, 吕才典. 粒子物理学导论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2016.
- [30] T.-M. Yan, H.-Y. Cheng, C.-Y. Cheung, G.-L. Lin, Y. Lin, and H.-L. Yu. Erratum: Heavy-quark symmetry and chiral dynamics [Phys. Rev. D 46, 1148 (1992)][J]. Physical Review D, 1997, 55(9):5851.
- [31] A. Ali, G. Kramer, and C.-D. Lü. Experimental tests of factorization in charmless nonleptonic two-body B decays[J]. Physical Review D, 1998, 58(9):094009.
- [32] L. Wolfenstein. Parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix[J]. Physical Review Letters, 1983, 51(21):1945.

致 谢

首先,非常感谢于福升老师的指导。在中学时期,我就对物质的微观组成十分感兴趣。在大一上学期,我接触到的第一门物理相关的专业课是《力学》,这门课的任课教师正是于福升老师。《力学》这门课,看教材来说,其实是对于高中物理的一些延伸与拓展,主体内容依然是牛顿力学,加入了刚体和流体等内容,并和《高等数学》相辅相成,加入了很多微积分的方法和较为复杂的计算。但是于福升老师讲授这门课的思路不一样,他在讲授这门课的时候,着重强调对称性和诺德定理,用了一个多月来细致地为我们讲解“狭义相对论”的内容(虽然很多人认为狭义相对论在《力学》这门课程中不是很重要,应该放在《电动力学》中详细讲述),由此告诉我们物理的理论之美。于老师还会在课堂上给我们做一些高能物理的科普,并会邀请其他高校和科研机构的老師来做一些科普报告,我对高能物理的兴趣也从此埋下了种子。在进行了一些基础课程的学习过后,我开始参加于老师的组会,并慢慢开始着手一些简单的工作。在这一过程中,我学习到了很多粒子物理的相关知识,得到了一些科研训练,并且学会了很多技能,这也让我非常希望在粒子物理理论这一方向上继续升学深造。本科这四年中,无论是知识的获取层面,还是对于研究方向的选择层面,于老师对我的帮助都非常大,非常感谢于老师的悉心指导。同时非常感谢核学院和物理学院的全体老师们,感谢他们四年来的辛苦栽培。

在课题的进展中,我时常会遇到独自无法解决的困难,在这里,我想感谢于老师课题组的师兄师姐们,他们让我了解了很多的前沿知识,并且在我每次汇报课题进展时都会给我改进的意见。特别是蒋华玉师兄,他着手帮助我解决了很多问题,并且帮助我增长了很多见识。

另外,十分感谢我的朋友同学们,尤其要感谢曹晓炼同学,在我的本科阶段给予了我莫大的鼓励与帮助。同时也要感谢我的父母家人对我莫大的支持。

最后,衷心感谢百忙之中参加论文评阅和答辩的老师们。

论文（设计）成绩

导师评语	
建议成绩_____	指导教师（签字）_____
答辩小组意见	
答辩委员会负责人（签字）_____	
成 绩_____	学院（盖章）_____
年 月 日	